

高速行星人字齿轮风阻功率损失预测模型研究

张玉中¹, 李林林¹, 叶援俊²

(1. 西安航空职业技术学院 人工智能学院, 西安 710089;

2. 山东泰昇海缆有限公司, 山东 威海 264206)

摘要: 由于行星人字齿轮传动系统具有承载能力高、传动平稳、传动效率高以及噪声低等优点, 常作为主要传动系统应用于齿轮传动涡扇式 (GTF) 航空发动机与直升机减速器中; 当齿轮线速度过大时, 除行星人字齿轮传动啮合时的摩擦损失, 还包括流体对齿轮的风阻功率损失; 为了进一步研究理论分析及预测风阻的方法, 从而更好地实现降阻的目的, 以圆盘为基础分析模型, 通过假设流体运动的边界条件, 将人字齿轮的齿面、退刀槽面、齿轮两侧端面以及圆周面作为研究对象, 单独构建其风阻损失预测模型, 通过 CFD 分析验证预测模型结果的准确性; 经仿真分析验证表明: 对单个齿轮来说, 其齿面风阻功率损失值最大, 约占齿轮总风阻功率损失的 90.6%; 且该预测模型计算值与仿真值的最大误差约为 8.3%, 预测模型计算效果较好。

关键词: 高速行星人字齿轮; 风阻功率损失; 预测模型; 构建; CFD 仿真

Research on the Prediction Model for Windage Power Loss in High-Speed Planetary Herringbone Gears

ZHANG Yuzhong¹, LI Linlin¹, YE Yuanjun²

(1. School of Artificial Intelligence, Xi'an Aeronautical Polytechnic Institute, Xi'an 710089, China;

2. Shandong Taisheng Marine Cable Co., Ltd., Weihai 264206, China)

Abstract: Planetary herringbone gear transmission systems have the characteristics of high load capacity, smooth transmission, high efficiency, and low noise. As main transmission systems, they are widely used in geared turbopan (GTF) aero-engines and helicopter reducers. With an excessively high gear linear velocity, there are friction losses during the meshing of herringbone planetary gears, including the wind resistance power loss of the fluid on the gears. To further improve theoretical methods for analyzing and predicting windage loss and achieve drag reduction, with a disk as the basic analytical model, assuming the boundary conditions of fluid motion, the tooth surfaces, relief groove surfaces, gear and faces, and circumferential surface of herringbone gears are taken as the research objects to independently construct a wind resistance loss prediction model. The accuracy of the prediction model is verified through computational fluid dynamics (CFD) analysis. Simulation analysis shows that for a single gear, its tooth surface windage loss reaches the maximum, accounting for approximately 90.6% of the total windage power loss. Moreover, this model reaches the maximum error between the calculated and simulated values by about 8.3%, indicating a good accuracy.

Keywords: high-speed planetary herringbone gears; windage power loss; prediction model; construct; CFD simulation

0 引言

高速行星人字齿轮系统是齿轮传动涡扇式 (GTF, geared turbopan) 航空发动机以及直升机主减速器的主要传动部分。当轮齿线速度超过 50 m/s 时^[1-3], 除了轴

承功率损失以及人字齿轮啮合时的摩擦损失外, 还包括流体对齿轮的风阻功率损失^[4], 而且齿轮的风阻损失会随着齿轮转速的增大而增加。那么如何通过优化人字齿轮的参数及其工况环境, 以提高高速行星人字齿轮传动的传动效率, 降低额外的功率损失, 对于提高 GTF 发

收稿日期: 2026-02-23; 修回日期: 2026-02-27。

基金项目: 陕西省教育厅科研计划项目 (25JR092); 2025 年度校级教育教学改革研究项目 (25XHJG012)。

作者简介: 张玉中 (1983-), 男, 硕士, 高级工程师。

引用格式: 张玉中, 李林林, 叶援俊. 高速行星人字齿轮风阻功率损失预测模型研究 [J]. 计算机测量与控制, 2026, 34(8): 90-97, 206.

动机与直升机主减速器传动部件的经济性以及自主研发能力具有重要意义^[5-6]。

为了预测齿轮的风阻损失, 不少研究人员在风阻的理论分析方面开展了较多研究, 同时为达到简化分析模型的目的, 首先将齿轮简化成旋转圆盘, 分析齿轮的风阻损失^[7-8]。Van^[9]采用基于动量方程的近似方法研究了无限旋转圆盘和无限静止圆盘之间粘性流动问题的解。Schlichting^[10]针对旋转圆盘进行分析, 并对流场进行简化与假设, 以推导流体在层流和湍流条件下对圆盘的风阻力矩计算结果。但是, 由于齿轮的轮齿是产生风阻损失的主要部分, 而圆盘与齿轮的结构差距较大, 则以上分析与齿轮实际产生的风阻损失差距较大。Townsend^[11]在单相流的条件下, 针对高速旋转圆盘的风阻损失, 提出了将受力表面的力矩单独计算, 再相加的方法。Anderson 和 Loewenthal^[12-13]研究了正齿轮尺寸、螺距、负载以及轴承等转子对齿轮传动效率和风阻损失的影响。Handschuh 等人^[14]针对斜齿轮进行分析, 分别以润滑油温度和喷油口压力为研究变量, 提出了高速斜齿轮风阻功率损失计算公式。Diab^[15]发现高速齿轮中的功率损失来自齿之间的摩擦(滑动和滚动)、润滑过程(浸入或喷射润滑)、啮合过程中气体-润滑剂混合物的泵送以及与风阻效应相关的损耗。作者提出了预测喷油润滑下齿轮效率的计算方法, 并且针对齿轮的风阻损失采用解析法分别计算齿轮端面和齿面的功率损失。但是以上预测齿轮风阻功率损失的方法多是在试验的条件下, 通过实验结果进行数据拟合得到的。张玉中等人^[16]提出弧齿锥齿预测模型, 没有提及人字齿轮。考虑到试验的局限性, 以上的预测方法需要进一步完善, 同时没有考虑齿轮副通过齿轮啮合造成的风阻损失。

基于以上的分析, 本文的研究对象为 GTF 内的星型人字齿轮传动系统以及直升机减速器中的行星人字齿轮传动系统, 为更好地研究传动系统的风阻损失, 将人字齿轮的齿面、退刀槽面、齿轮两侧端面以及圆周面作为研究对象, 建立人字齿轮风阻损失预测模型, 研究在油气混合条件下人字齿轮的减阻机理与方法, 最终, 利用 CFD 分析软件来验证本文方法的合理性与适用性。

1 齿轮风阻分析基础预测模型

由于齿轮的风阻功率损失是由人字齿轮高速转动, 搅动齿轮箱内部流体造成的, 因此分析人字齿轮风阻损失时, 需要以流体力学的相关理论为基础, 进行分析。具体内容如下:

1) 以旋转圆盘为研究对象, 采用 N-S 方程分别计算在层流和湍流条件下, 旋转圆盘圆周面和端面的风阻损失。

2) 由于实际工况下人字齿轮在齿轮箱中运转, 则需要分析在封闭环境下, 壁面对旋转圆盘的影响, 为分析人字齿轮的风阻功率损失建立基础。

1.1 自由旋转圆盘的风阻损失

为方便计算齿轮的风阻损失, 现在将人字齿轮的轮齿以及退刀槽结构进行简化省略, 将齿轮简化成圆盘。以初始静止流场中旋转的单个圆盘为研究对象, 分别建立基于层流流动和湍流流动时圆盘的风阻功率损失解析模型。

如图 1 所示, 假设半径为 r , 以角速度 ω 绕 z 轴旋转, 假设圆盘表面满足无滑移条件, 旋转的圆盘会通过剪切作用带动周围流体一同旋转, 在圆盘端面由于线速度 v_r ($v_r = r\omega$) 的存在会形成流动边界层, 靠近端面附近的流体切向速度接近于 v_r , 该速度沿轴向向外逐渐减小, 直到边界层界面减小至零, 分析时只需要分析一个面即可, 另一个端面由对称性可得。

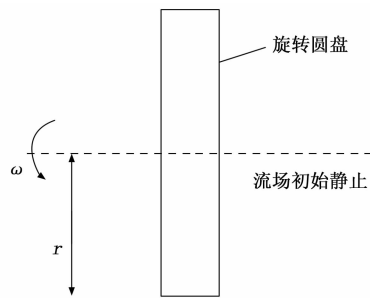


图 1 初始静止流场中独立旋转的圆盘

1.1.1 自由圆盘端面层流流动风阻损失

若假设旋转的流场是稳定的, 并且具有轴对称的性质, 即 $\partial/\partial\varphi=0$, $\partial/\partial t=0$ 。同时, N-S 方程组中 u_r/r^2 和 u_φ/r^2 两项相比于其它项较小, 可以忽略不计, 若再进一步假设体积力也可以忽略, 那么连续性方程和 N-S 方程组可简化为:

$$\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\rho(u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + u_z \frac{\partial u_r}{\partial z} - \frac{u_\varphi^2}{r}) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \mu(\frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2}) \quad (2)$$

$$\rho(u_r \frac{\partial u_\varphi}{\partial r} + \frac{u_r u_\varphi}{r} + u_z \frac{\partial u_\varphi}{\partial z}) = \mu(\frac{\partial^2 u_\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\varphi}{\partial r} + \frac{\partial^2 u_\varphi}{\partial z^2}) \quad (3)$$

$$\rho(u_r \frac{\partial u_z}{\partial r} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z}) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu(\frac{\partial^2 u_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2}) \quad (4)$$

对于 $z > 0$ 和 $r < r_b$ 的区域, 边界条件与圆盘表面无滑移条件一致, 既有:

$u_r=0$, $u_\varphi=\omega r$, $u_z=0$ (当 $z=0$ 时), 并且 $u_r=0$, $u_\varphi=\omega r$ (当 $z\rightarrow\infty$ 时)。

当 z 趋于无穷时, 轴向速度 u_z 的值没有规定。一般将它调整到一个非零负值, 为圆盘泵送效果提供必要的流量。

通过特定的边界条件将 N-S 方程组简化成为可以通过数值或者其它方法进行求解的常微分方程组^[17]。这个问题最初由 von Kármán (1921) 研究, 随后由 Cochran (1934) 研究。通过式 (5) ~ (9) 将变量无量纲化, 然后通过数值方法进行求解:

$$z^* = z \sqrt{\frac{\omega}{\nu}} \quad (5)$$

$$u_r^*(z^*) = \frac{u_r}{r\omega} \quad (6)$$

$$u_\varphi^*(z^*) = \frac{u_\varphi}{r\omega} \quad (7)$$

$$u_z^*(z^*) = \frac{u_z}{\sqrt{\nu\omega}} \quad (8)$$

$$p^*(z^*) = -\frac{p}{\mu\omega} = -\frac{p}{\rho\nu\omega} \quad (9)$$

式中, ν 为运动粘度 (m^2/s), 上标 * 表示无量纲变量。

将式 (5) ~ (9) 代入式 (1) ~ (4), 得到一组 4 个耦合的常微分方程组, 即式 (10) ~ (13):

$$\frac{du_z^*}{dz^{*2}} + 2u_r^* = 0 \quad (10)$$

$$\frac{d^2 u_r^*}{dz^{*2}} - u_z^* \frac{du_r^*}{dz^*} - u_\varphi^* u_r^* + u_\varphi^{*2} = 0 \quad (11)$$

$$\frac{d^2 u_\varphi^*}{dz^{*2}} - u_z^* \frac{du_\varphi^*}{dz^*} - 2u_r^* u_\varphi^* = 0 \quad (12)$$

$$\frac{d^2 u_z^*}{dz^{*2}} - u_z^* \frac{du_z^*}{dz^*} - \frac{dp^*}{dz^*} = 0 \quad (13)$$

对于 $z > 0$ 和 $r < r_b$ 的区域, 边界条件与圆盘表面无滑移条件一致, 既有: $u_r^* = 0$, $u_\varphi^* = 0$, $u_z^* = 0$, $p^* = 0$ (当 $z^* = 0$), 并且 $u_r^* = 0$, $u_\varphi^* = 0$ (当 $z^* \rightarrow \infty$)。

无量纲变量的解如图 2 所示, 为 Owen 和 Rogers (1989) 给出的数据, 由图 2 (a) 中可以看出, 与圆盘端面接触的流体的角速度相同于圆盘, 与表面接触的流体以与表面相同的角速度旋转, 符合无滑移条件。

根据流体力学定义, 旋转圆盘的边界层厚度可量化为速度梯度显著衰减区域的特征尺寸^[18]。具体而言, 该参数表征了从盘面至流体切向速度衰减至盘面周向速度 1% 位置的轴向间距 (以旋转圆盘半径 r_b 为特征尺寸), 即 $u_\varphi = 0.01\omega r_b$, 其中 r_b 为旋转圆盘半径, 则通过图 2 (a) 的流场分布特征可确定该厚度参数。 $u_\varphi^* = u_\varphi/\omega r_b = 0.01$ 对应的 z^* 的值约为 5.5, 将其代入式 (5) 可以得到边界层厚度为:

$$\delta \approx 5.5 \sqrt{\frac{\nu}{\omega}} \quad (14)$$

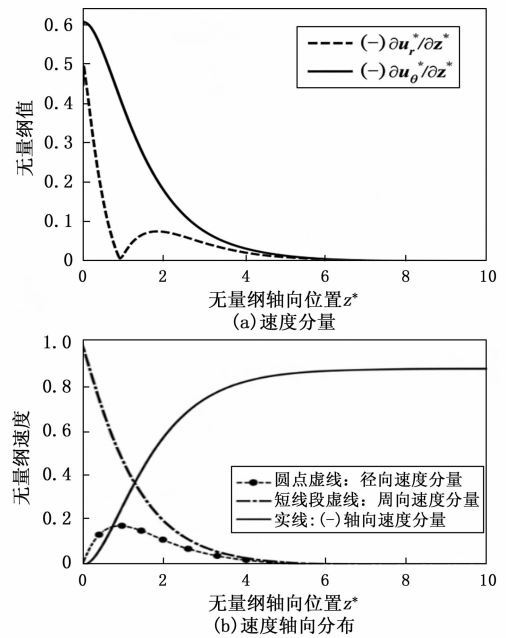


图 2 自由圆盘的 von Kármán 方程数值解

端面上产生的边界层厚度由运动粘度和转速确定, 与圆盘直径无关。随着雷诺数的增加, 流体的运动状态自层流变化成湍流, 当流体旋转雷诺数约为 2×10^5 时层流的开始向湍流转变:

$$\text{Re}_\varphi = \frac{\omega r^2}{\mu} \approx 2 \times 10^5 \quad (15)$$

式中, Re_φ 表示由层流向湍流过渡时的临界雷诺数。

圆盘一侧的摩擦力矩可以通过对圆盘表面流体应力的切向分量积分得到, 摩擦力矩如下:

$$T_q = \tau A r \quad (16)$$

切应力的切向分量为:

$$\tau_\varphi = \mu \left(\frac{\partial u_\varphi}{\partial z} \right)_{z=0} \quad (17)$$

由式 (7), 有 $u_\varphi = r\omega u_\varphi^*$, 因此:

$$\frac{\partial u_\varphi}{\partial z} = r\omega \frac{\partial u_\varphi^*}{\partial z} \quad (18)$$

由式 (5), 有 $z^* = z \sqrt{\omega/\nu}$, 转化为微分方程为:

$$\frac{dz^*}{dz} = \sqrt{\frac{\omega}{\nu}} \quad (19)$$

联立式 (18) 可得:

$$\frac{\partial u_\varphi}{\partial z} = \frac{r\omega^{1.5}}{\sqrt{\nu}} \frac{\partial u_\varphi^*}{\partial z^*} \quad (20)$$

对圆盘端面上切应力的切向分量积分, 选微元面积为 $dA = 2\pi r dr$, 可以求得圆盘一侧端面所受的摩擦力矩为:

$$T_q = - \int_0^{r_b} 2\pi r \cdot \mu \left[\frac{\partial u_\varphi}{\partial z} \right]_{z=0} \cdot r dr = - \int_0^{r_b} 2\pi r^3 \mu \frac{\omega^{1.5}}{\sqrt{\nu}} \left[\frac{\partial u_\varphi^*}{\partial z^*} \right]_{z^*=0} dr \quad (21)$$

对式 (21) 进行积分, 得:

$$T_q = -\frac{1}{2}\pi r_b^4 \rho^{0.5} \omega^{1.5} \left(\frac{\partial u_\varphi^*}{\partial z^*} \right)_{z^*=0} \quad (22)$$

对于层流, 由图 2 (b) 可得, 当 $z^* = 0$ 时, $\partial u_\varphi^* / \partial z^* = -0.6159$, 对一端受力矩乘以二, 则层流流动时圆盘端面总功率损失为:

$$p_w^{(L)} = 0.308\pi \rho r_b^4 \nu^{0.5} \omega^{2.5} \quad (23)$$

1.1.2 自由圆盘端面湍流流动风阻损失

当圆盘高速旋转时, 越靠近圆盘的圆周面, 流体在端面的雷诺数越高, 当雷诺数增加到一定值时, 层流运动将变为湍流运动^[19]。

当流体所处位置距离圆盘的 Z 轴距离相对于其半径较小时, 做出以下假设:

- 1) 轴向流动速度 u_z 远小于径向流动速度 u_r 和切向流动速度 u_θ ;
- 2) 除压力外, 其余任何变量在轴向上的变化率远大于其在径向和切向的变化率;
- 3) 压力仅在径向变化。

根据以上假设, 圆盘端面定常轴对称湍流流动的边界层方程为:

$$\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \quad (24)$$

$$u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + u_z \frac{\partial u_r}{\partial z} - \frac{u_\varphi^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_r}{\partial z} \quad (25)$$

$$u_r \frac{\partial u_\varphi}{\partial r} + \frac{u_r u_\varphi}{r} + u_z \frac{\partial u_\varphi}{\partial z} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_\varphi}{\partial z} \quad (26)$$

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial z} \quad (27)$$

式中, τ_r 以及 τ_θ 分别为流体在湍流状态下的剪切应力的径向和切向分量为:

$$\tau_r = \mu \frac{\partial u_r}{\partial z} - \rho \overline{u_r' u_z'}, \tau_\theta = \mu \frac{\partial u_\theta}{\partial z} - \rho \overline{u_\theta' u_z'}$$

湍流运动下, 在单个圆盘的边界层中, 压力只沿着径向变化。因此, 边界层内的压力可以取 $p = p_\infty$:

$$p(r) = p_\infty \quad (28)$$

式中, p_∞ 为远离圆盘处的压力。

当圆盘处于自由空间中, 并且高速旋转时, 忽略其他位置的径向粘性效应, 只考虑圆盘边界层处的径向粘性效应^[20], 进而简化沿半径方向的能量方程, 最终得到如下关系式为:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{u_\varphi^2}{r} \quad (29)$$

则 N-S 方程组的前 3 个公式可化简为:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial r}(ru_r) + \frac{\partial}{\partial z}(ru_z) = 0 \\ \frac{\partial}{\partial r}(ru_r^2) + \frac{\partial}{\partial z}(ru_r u_z) - u_\theta^2 = -u_{\theta,\infty}^2 + \frac{r}{\rho} \frac{\partial \tau_r}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial r}(r^2 u_r u_\theta) + \frac{\partial}{\partial z}(r^2 u_\theta u_z) = \frac{r^2}{\rho} \frac{\partial \tau_\theta}{\partial z} \end{cases} \quad (30)$$

在研究旋转圆盘所涉及的湍流边界层问题时, 若运用动量积分法展开分析, 便能得到边界层厚度与圆盘所受流体的风阻力矩二者之间存在的内在关联。通过对式 (30) 进行积分运算, 得到如下常微分方程组:

$$\begin{cases} \frac{d}{dr}(r \int_0^\delta u_r dz) + ru_{z,\infty} = 0 \\ \frac{d}{dr}(r \int_0^\delta u_r^2 dz) - \int_0^\delta (u_\theta^2 - u_{z,\infty}^2) dz = -\frac{r}{\rho} \tau_{rT,o} \\ \frac{d}{dr}(r^2 \int_0^\delta u_\theta u_r dz) + r^2 u_{\theta,\infty} u_{z,\infty} = -\frac{r^2}{\rho} \tau_{\theta T,o} \end{cases} \quad (31)$$

式中, δ 湍流边界层厚度。

在对湍流剪切应力计算过程中, 基于相应的理论假设, 设定边界层处流体速度的变化规律遵循 Prandtl 七分之一幂律, 即:

$$u = u_{\max} \left(1 - \frac{r}{a} \right)^{1/7} \quad (32)$$

式中, a 为管道半径 (m); r 是与管道轴线之间的径向距离 (m)。

边界层动量积分方程中的速度解可以用如下形式的解来表示:

$$\begin{cases} u_r = \alpha(r)[u_{\theta,o}(r) - u_{\theta,\infty}(r)]f(z_\delta^*) \\ u_\theta = v_{\theta,o}(rr) - [u_{\theta,o}(r) - u_{\theta,\infty}(r)]g(z_\delta^*) \end{cases} \quad (33)$$

式中, $u_{\theta,o} = \omega r$, $u_{\theta,\infty} = 0$; z_δ^* 为 z 坐标关于边界层厚度 δ 的无量纲值, 即:

$$z_\delta^* = \frac{z}{\delta} \quad (0 \leq z_\delta^* \leq 1) \quad (34)$$

其中: $f(z_\delta^*)$ 和 $g(z_\delta^*)$ 分布为径向和切向速度分量的近似函数, 基于 z_δ^* 符合 1/7 幂律分布, 两者的表达式如下所示:

$$\begin{cases} f(z_\delta^*) = (z_\delta^*)^{1/7} (1 - z_\delta^*) \\ g(z_\delta^*) = (z_\delta^*)^{1/7} \end{cases} \quad (35)$$

$\alpha(r)$ 是一个待定函数, 其值为边界层中应力的径向分量和切向分量的比值, 即:

$$\alpha(r) = -\frac{\tau_{rT}}{\tau_{\theta T}} \quad (36)$$

由于壁面摩擦系数 C_f 和摩擦因数 f 满足以下关系:

$$\begin{cases} C_f = \frac{\tau_s}{(0.5\rho v^2)} \\ f = 4C_f \end{cases} \quad (37)$$

式中, τ_s 为壁面切应力。

根据壁面摩擦因数的 Blasius 方程, 有:

$$f = 0.316 \text{Re}_d^{-0.25} \quad (38)$$

式中, Re_d 为湍流流动的雷诺数。

为更清晰地研究在湍流条件下, 流体在高速圆盘表面的运动状态, 现参考 von Kármán 针对光滑圆管内湍流流动所做的研究成果, 以及壁面摩擦系数的 Blasius 方程, 倘若假定圆盘端面光滑, 便能推导出流体在旋转

圆盘的壁面径向应力 τ_{rT} 与切向应力 $\tau_{\theta T}$ 这两个分量各自的表达式:

$$\begin{cases} \tau_{rT} = 0.0225\alpha\left(\frac{\nu}{\delta}\right)^{1/4} [u_{\theta,o}(r) - u_{\theta,\infty}(r)]^{7/4} (1 + \alpha^2)^{3/8} \\ \tau_{\theta T} = -0.0225\rho\left(\frac{\nu}{\delta}\right)^{1/4} [u_{\theta,o}(r) - u_{\theta,\infty}(r)]^{7/4} (1 + \alpha^2)^{3/8} \end{cases} \quad (39)$$

将上述所得到的解,代入到边界层动量积分方程组里,基于此,便能得出圆盘端面湍流边界层厚度的表达式以及高速圆盘端面上的风阻力矩,具体如下:

$$\delta = 0.5261r\left[\frac{u}{(r^2\omega)}\right]^{1/5} \quad (40)$$

$$T_s^T = 2\pi r^2 \rho \int_0^\delta u_r u_\theta dz = 0.0116\pi \rho \omega^2 r^5 \left[\frac{u}{(\omega r^2)}\right]^{1/5} \quad (41)$$

因此,得到在流体处于湍流状态下,圆盘端面的总风阻损失解析式为:

$$p_w^{(T)} = 0.0116\rho r^5 \omega^3 \text{Re}_\theta^{-1/5} \quad (42)$$

1.1.3 自由圆盘圆周面风阻损失

在自由空间内,针对高速圆盘的圆周面进行风阻损失分析时,首先假定流体状态处于稳定,即 $\partial u_\varphi / \partial t = 0$, $\partial p / \partial t = 0$ 并且压力 p 仅沿半径方向变化,即 $p = p(r)$, $\partial p / \partial \varphi = 0$, 此外,假设圆盘圆周面周边流体速度的径向分量 u_r 和轴向分量 u_z 均为零,并且暂不考虑流体静压的影响。基于上述条件,则连续性方程 (23) 和式 (24) ~ (26) 可以简化为:

$$\frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} = 0 \quad (43)$$

$$\frac{\rho}{r} u_\varphi^2 = \frac{\partial p}{\partial r} \quad (44)$$

$$\frac{\partial^2 u_\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\varphi}{\partial r} - \frac{u_\varphi}{r^2} = 0 \quad (45)$$

式 (43) ~ (45) 的边界条件为 $u_\varphi = \omega r$ ($r=0$), $u_\varphi=0$ ($r \rightarrow \infty$), 其中 $r \in (r_b, \infty)$, 解得圆盘圆周半径处不同位置处旋转流体的切向速度为:

$$u_\varphi(r) = \frac{\omega r_b^2}{r} \quad (46)$$

圆盘在半径 r 处流体剪切应力的径向分量、轴向分量和切向分量为:

$$\tau_{rr} = 2\mu \frac{\partial u_r}{\partial r} = 0 \quad (47)$$

$$\tau_{rz} = \mu \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) = 0 \quad (48)$$

$$\tau_{r\varphi} = \mu \left(\frac{\partial u_\varphi}{\partial r} - \frac{u_\varphi}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \varphi} \right) = -\frac{2\mu\omega r_b^2}{r^2} \quad (49)$$

这表明在圆盘圆周面半径之外所受的剪切应力当中,仅有切向分量不为零,因此,作用于圆盘圆周面上的壁面剪切力如下所示:

$$\tau_\varphi = 2\mu\omega \quad (50)$$

则圆盘圆周面上的流体阻力为:

$$F_\varphi = A_\varphi \tau_\varphi = 2\pi r_b b \cdot 2\mu\omega = 4\pi\mu b r_b \omega \quad (51)$$

式中, b 为旋转圆盘厚度 (mm); A_φ 为圆盘圆周面的表面积 (mm^2)。

那么圆盘圆周面上的流体引起的风阻功率损失为:

$$P_w = 4\pi\mu b r_b^2 \omega^2 \quad (52)$$

2 单个人字齿轮风阻功率损失预测模型

鉴于流体是作用在齿轮表面的,因而可把单个人字齿轮的表面划分成多个区域,诸如齿轮表面、齿面圆周面、齿轮两侧端面以及退刀槽面等部分,如图 3 所示。再分别对处于开放空间中,单个人字齿轮的各表面构建风阻损失模型,各部风阻损失之和,便是整个人字齿轮的风阻损失。

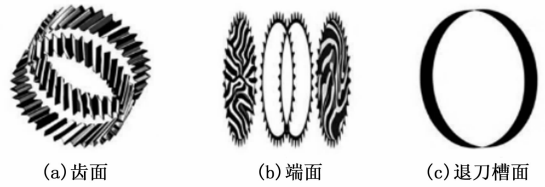


图 3 人字齿轮分割图^[21]

2.1 端面风阻损失计算

为简化分析过程,将人字齿轮的轴孔、圆角等结构进行省略,假设齿轮端面半径为 R , 根据本文第 1 节齿轮风阻分析基础预测模型,可知当两端面分别为层流流动和湍流流动时,齿轮功率损失计算公式为:

$$p_w^{(T)} + p_w^{(L)} = 0.0116\rho r^5 \omega^3 \text{Re}_\theta^{-1/5} + 0.308\pi\rho r c \nu^{0.5} \omega^{2.5} \quad (53)$$

式中, r_i 为人字齿轮端面流体处于湍流运动的半径, r_c 为人字齿轮端面的层流区域半径。

2.2 齿轮圆周面风阻损失计算

如图 4 所示,基于旋转体表面的无滑移特性,其表面必定会产生边界层。基于流体动力学,可分析得到单元圆柱外围的切向速度 $u_{\theta 2}$ 以及压力分布状态。

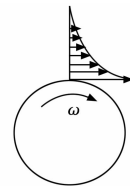


图 4 旋转单元圆柱体上的边界层流动

依据稳流条件能够得知, $\partial u / \partial t = 0$, $\partial p / \partial t = 0$ 。流体压力仅仅在单元圆柱的直径方向变化,换言之, $p_2 = p(r_2)$, $\partial p_2 / \partial \theta_2 = 0$ 。并且,假定单元圆柱齿顶面附近流体质点速度的径向分量 u_{r2} 为零^[22]。在本文的

研究范畴内, 仅考量摩擦阻力, 暂不涉及压力差所带来的影响。据此假设, N-S 方程简化为:

$$\begin{cases} \frac{\partial u_{\theta 2}}{\partial \theta_2} = 0 \\ \frac{\rho}{r_2} [u_{\theta 2}]^2 = \frac{\partial p_2}{\partial r_2} \\ \frac{d^2 u_{\theta 2}}{dr_2^2} + \frac{1}{r_2} \frac{du_{\theta 2}}{dr_2} - \frac{u_{\theta 2}}{r_2^2} = 0 \end{cases} \quad (54)$$

边界条件为:

$$\begin{cases} u_{\theta 2} = \omega r_{z2} \quad (as \ r_2 = r_{z2}) \\ u_{\theta 2} = 0 \quad (as \ r_2 \rightarrow \infty) \end{cases} \quad r_2 \in [r_{z2}, \infty) \quad (55)$$

式中, r_{z2} 为圆柱端面半径。

应用上述边界条件, 求解式 (54) 所示的微分方程组, 得单元圆柱齿顶面旋转流体的切向速度为:

$$u_{\theta 2} = \frac{\omega r_{z2}^2}{r_2} \quad (56)$$

从而可以得到, 由于旋转运动在圆周上形成的剪切应力的径向、轴向和切向分量分别为:

$$\begin{cases} \tau_{r2} = 2\mu \frac{\partial u_{\theta 2}}{\partial r_2} = 0 \\ \tau_{z2} = 2\mu \left[\frac{1}{r_2} \frac{\partial u_{\theta 2}}{\partial \theta_2} + \frac{u_{r2}}{r_2} \right] = 0 \\ \tau_{\theta 2} = \mu \left[r_2 \frac{\partial}{\partial \theta_2} \left(\frac{u_{\theta 2}}{r_2} \right) + \frac{1}{r_2} \frac{\partial u_{r2}}{\partial \theta_2} \right] = -\frac{2\mu\omega r_{z2}^2}{r_2^2} \end{cases} \quad (57)$$

则在单元圆柱体齿顶面形成的风阻阻力的微分形式为剪应力与圆周表面积的乘积, 即:

$$dF_{\theta 2} = \tau_{\theta 2} 2\pi r_2 dz_2 \quad (58)$$

故作用在圆周面圆柱齿顶面上的风阻功率损失的分形式为:

$$dP_{ch} = 4\pi\mu\omega^2 r_2^2 dz \quad (59)$$

对单元圆柱齿顶面的风阻功率损失沿齿轮轴向积分得整个面的风阻功率损失计算式为:

$$P_{ch} = 4\pi\mu\omega^2 r_2^3 \quad (60)$$

2.3 退刀槽面风阻损失计算

退刀槽面的计算根据 2.2 节可得:

$$P_t = \int_0^{r_t} 4\pi\mu\omega^2 r_T^2 dz = 4\pi\mu\omega^2 r_T^3 \quad (61)$$

式中, r_T 为退刀槽半径。

2.4 人字齿轮齿面风阻损失计算

由于人字齿轮附近的流体运动方向与人字齿轮的旋向、转向有关, 主要表现为沿着垂直于齿轮轮齿流动, 通过人字齿轮的两侧端面流入轮齿内, 再分别从靠近退刀槽的端面和齿轮圆周面流出。

流体被人字齿轮吸入轮齿之间后, 流动状态如图 5 所示, 现假设自端面流入齿间的流体质量为 km_0 , 其中 m_0 为流体质量, k ($0 < k \leq 1$)。设人字齿轮的流出面积

为 A_{21} , 平均流速为 V_{21} , 流体在人字齿轮圆周面处的流出面积为 A_{22} , 平均流速为 V_{22} , 流入面积为 A_1 , 平均流速为 V_1 , 齿轮轮齿与流体接触的一侧面积为 A_2 , 由质量守恒可得:

$$A_1 V_1 = A_{21} V_{21} + A_{22} V_{22} \quad (62)$$

$$\frac{km_0}{\rho} = A_1 V_1 \quad (63)$$

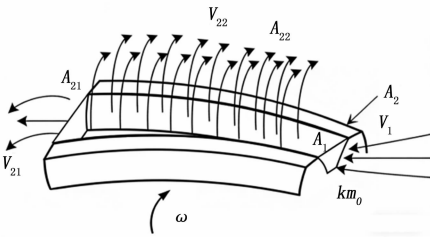


图 5 人字齿轮运转时流体的运动示意图

假定齿轮上各个轮齿之间流体的运动状态一致, 并且整个流动过程处于稳定, 那么 $\partial / \partial t$ 项便可不予考虑。与此同时, 鉴于轮齿之间的流体体积相较于整个流场区域而言相对较小, 因此轮齿之间流体的轴向速度梯度变化并不显著, $\partial / \partial z$ 近乎于 0, 可对轮齿之间流体的 N-S 方程可以简化为:

$$\rho \left(u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_{\theta}^2}{r} \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\mu}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} \quad (64)$$

$$\rho \left(u_r \frac{\partial u_{\theta}}{\partial r} + \frac{u_r u_{\theta}}{r} \right) = \frac{\mu}{r} \frac{\partial u_{\theta}}{\partial r} \quad (65)$$

$$\rho u_r \frac{\partial u_z}{\partial r} = \frac{\mu}{r} \frac{\partial u_z}{\partial r} \quad (66)$$

式 (64) ~ (66) 的边界条件为: 在齿面上 $u_{\theta} = \omega r$, $u_r = 0$, $u_z = 0$, 假设轮齿之外的区域压力 $p = 0$, 即流体流入面 A_1 处的平均压力 $p_1 = 0$, 流体流出的端面 A_{21} 处的平均压力 $p_{21} = 0$, 齿顶面 A_{22} 处的平均压力 $p_{22} = 0$, 将进入轮齿区域的流体视作一个整体, 联立式 (67) ~ (68), 忽略项 $\partial u_z / \partial r$, 可得:

$$\rho u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} - \rho \omega^2 r = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\mu}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} \quad (67)$$

$$2\rho u_r = \frac{\mu}{r} \quad (68)$$

对于式 (67) 和式 (68) 而言, 设定其边界条件如下: 齿顶面处出口位置的压强值为零, 若把齿顶圆半径当作齿顶面出口处的半径, 即 $r = R_{a1}$ 时, $p = 0$ 。在此基础上, 若以齿高中点处的压强作为平均压强, 能够求解得出轮齿之间流体的压强表达式:

$$p = \frac{\mu^2}{8\rho} \left(\frac{1}{R^2} - \frac{1}{R_{a1}^2} \right) + \frac{1}{2} \omega^2 \rho (R^2 - R_{a1}^2) \quad (69)$$

则轮齿内流体的受力为:

$$F = -\beta A_2 p \quad (70)$$

因此, 由轮齿中的流体对人字齿轮造成的风阻损

失为：

$$P_m = -2\beta Z A_2 R\omega \left[\frac{\mu^2}{8\rho} \left(\frac{1}{R^2} - \frac{1}{R_{a1}^2} \right) + \frac{1}{2} \omega^2 \rho (R^2 - R_{a1}^2) \right] \quad (71)$$

式中， Z 为齿数， β 为有效面积系数。

依据齿轮轮齿风阻损失的相关研究，当齿轮高速运转时，齿面受流体作用的实际面积，是由轮齿外形以及齿轮齿顶所决定的^[23]。因此有必要引入受力面积系数 $\beta \in (0, 1)$ 。根据人字齿轮模型，在此处将其取值设定为 $\beta=0.55$ 。

3 单个人字齿轮风阻损失仿真分析

为了检验所构建的单个人字齿轮的风阻功率损失预测模型是否精准，在本文当中，把预测模型得出的结果同 CFD 仿真结果展开对比。

$$P_{\text{总}} = P_w^T + P_w^L + P_{ch} + P_t + P_m \quad (72)$$

式中， p_w^T 为人字齿轮端面区域由流体湍流造成的风阻功率损失 (W)； p_w^L 为人字齿轮端面区域由流体层流造成的风阻功率损失 (W)； p_{ch} 为齿轮圆周边风阻功率损失 (W)； p_t 为退刀槽面风阻功率损失 (W)； p_m 为齿轮齿面风阻功率损失 (W)。齿轮参数如表 1 所示。

表 1 仿真人字齿轮参数

参数名称	参数值
主动轮齿数	34
从动轮齿数	36
法向模数	2
压力角/(°)	22.5
螺旋角/(°)	30
齿宽/mm	20
退刀槽宽/mm°	50
输入转速/(r/min)	24 000

3.1 单个人字齿轮仿真模型

人字齿轮模型如图 6 所示。

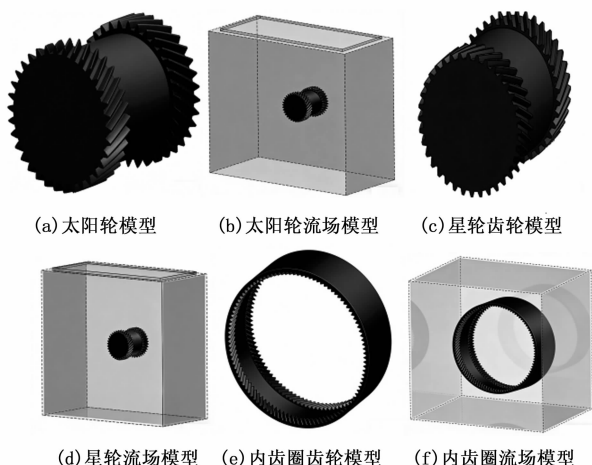


图 6 人字齿轮模型

由于人字齿轮形状复杂，轮齿附近区域网格形状变化大，为了使网格更好地适应齿轮轮齿，本文采用 ICEM CFD 软件配置网格，将最大网格长度设定为 4 mm，网格边界层厚度最大为 0.5 mm，层数则设置为 6 层。

采用 Fluent 软件进行模型求解：1) 选用瞬态分析下的压力基求解器耦合算法；2) 采用 RNG k-ε 湍流模型，可以更好地处理高应变率以及流线弯曲程度较大的流动；3) 将最大网格长度设定为 4 mm，齿面设置的边界层最大长度为 0.5 mm，层数则设置为 6 层，最后分配网格数量为 400 万，节点数量则为 60 万，在 Fluent 仿真软件中，使用 Profile 函数进行网格设计。4) 动量与湍流动能计算均保持默认。初始化后进行迭代求解。风阻功率为：

$$P_w = T_q \cdot \omega \quad (73)$$

3.2 网格离散及网格无关性验证

将齿轮风阻功率损失计算流场模型导入前处理软件 ANSYS ICEM CFD 中，对流体域划分非结构化四面体单元网格。为了防止网格过于密集而增加计算量，或者避免网格过于稀疏而降低精度，对齿面、端面、齿轮轴表面附近的网格进行局部加密细化。同时为了得到高质量的网格还需对网格进行光顺处理。由于齿顶与齿根区域面积较小，故在齿顶和齿根啮合区域处需要加密处理，以保证 y^+ 处于合理的区间范围内。

网格的质量和数量是影响数值模拟结果精度和可靠性的关键因素，因此需要进行网格无关性验证，以确保离散误差被量化和最小化。齿轮风阻功率损失值是通过 CFD 后处理软件提取齿轮各个表面的风阻转矩值并经过计算得到，因此，本文将齿轮的风阻转矩值作为齿轮网格独立性测试的标准。通过改变网格数量，测试齿轮转速为 18 000 rpm 时的风阻转矩值，结果如表 2 所示。

表 2 网格单元数与风阻转矩值

网格数量	风阻转矩值/Nm	变化量/%
1 096 000	0.281	-18.5
1 957 208	0.298	-13.6
2 143 395	0.321	-6.9
3 256 360	0.345	基准值
4 021 406	0.353	-2.3
5 340 300	0.365	-5.7
6 154 327	0.366	-6.0

由表 2 可知，当网格数量为 400 万左右时，计算值保持基本稳定，风阻转矩值基本保持在 6% 之内变化。因此从计算精度和计算成本综合考虑，本文选择网格单元数量为 402 万的网格模型计算齿轮的风阻功率损失值，试算结果表明，在此网格条件下可保证计算收敛且计算速度亦可接受。

3.3 单个人字齿轮仿真结果分析

分别对星型人字齿轮传动系统中的太阳轮、星轮以及齿圈进行理论计算和数值仿真分析, 如图 7 所示。齿轮的各项参数如表 1 所示, 计算各个齿轮在转速为 24 000 r/min 时的风阻损失值, 结果如表 3 所示。

表 3 风阻功率损失值

参数	太阳轮	星轮	内齿圈
风阻功率损失仿真值/W	657.2	446.7	916.4
风阻功率损失预测值/W	610.7	467.3	861.2

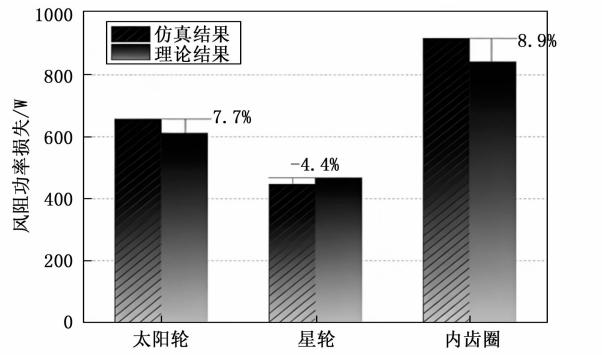


图 7 理论分析与仿真分析对比图

对太阳轮进行风阻分析仿真分析, 得到在不同转速以及不同雷诺数下, 齿轮的解析计算结果与 CFD 仿真分析结果的对比分析曲线, 如图 8 所示。

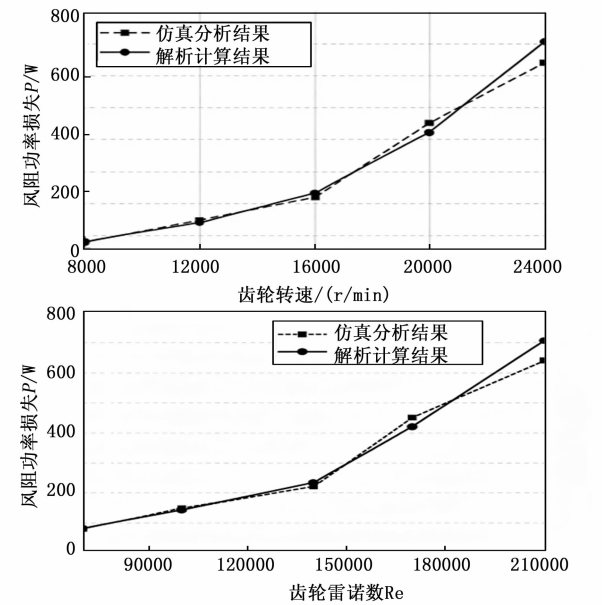


图 8 不同转速下齿轮风阻损失图

由图 8 可知, 本文采用的解析方法与仿真分析具有较好的一致性, 转速与雷诺数越大误差越大, 最大误差为 8.3%。而且当齿轮转速从 8 000 r/min 增加到 12 000 r/min 时, 风阻损失增加不足 100 w, 但是从 20 000 r/min 增加到 24 000 r/min 时, 风阻损失增加近

250 W, 说明齿轮线速度高于 50 m/s (16 000 r/min) 时, 风阻损失更为明显, 这与陈士焯^[1]的研究内容一致。

以太阳轮为例, 分别计算与仿真分析其在转速为 24 000 r/min 时齿面、退刀槽面、端面以及圆周面的风阻功率损失值, 如表 4 所示。

表 4 太阳轮各表面风阻功率损失值

参数	齿面	退刀槽面	端面	圆周面
风阻功率损失仿真值/W	595	4	32	26
风阻功率损失预测值/W	552	2	33	24

由表 4 可知, 对于单个人字齿轮来说, 齿面风阻功率损失最大, 占单个齿轮总风阻损失的约 90.6%; 其次是端面, 其值占总风阻损失的 5.3% 左右; 随后是圆周面, 其值占总风阻损失的 4% 左右; 退刀槽面风阻功率损失占比较小, 在整个转速范围内, 其值约为几瓦。

4 结束语

本文聚焦于单个人字齿轮, 着力构建其风阻损失的预测模型, 随后将该模型所得结果与 CFD 仿真分析所获成果展开对照, 以此校验结果的精准程度。为简化分析流程, 本文把人字齿轮的表面划分为端面、圆周面、退刀槽面以及齿面圆周面这 4 个关键部分, 单独构建各部分的风阻损失分析模型, 再将上述各部分的风阻损失数值相加, 如此, 便能得到单个人字齿轮的风阻总损失。本文通过创建人字齿轮仿真分析模型, 针对太阳轮、星轮以及齿圈逐一展开 CFD 仿真分析, 并与预测模型的结论进行对比分析, 进而检验本文所构建的人字齿轮风阻损失预测模型的合理性。

参考文献:

[1] 陈士焯. 航空齿轮传动系统的“风阻”问题 [J]. 航空动力学报, 1993 (3): 303-304.

[2] LI L L, WANG S M, ZOU H R. Windage loss characteristics of aviation spiral bevel gear and windage reduction mechanism of shroud [J]. Machines, 2022, 10 (5): 390.

[3] 刘瑞锐. 高速星型人字齿轮系统风阻分析及喷油润滑仿真 [D]. 重庆: 重庆大学, 2021.

[4] PETRY J T T, KAHRAMAN A, ANDERSON N E, et al. An experimental investigation of spur gear efficiency [J]. Journal of Mechanical Design, 2008, 130 (6): 60-625.

[5] LI L L, WANG S M, ZHANG X Y. Numerical calculation analysis and characteristic research on windage loss of oil-jet lubricated aviation gear pair [J]. International Journal of Aerospace Engineering. 2022, 7499587.

(下转第 206 页)