

# 基于凸优化的球冠阵列平顶波束高效赋形方法

李中勤<sup>1</sup>, 李润泽<sup>1,2</sup>, 张海瑛<sup>1</sup>

(1. 中国电子科技集团公司 第五十四研究所, 石家庄 050081;

2. 河北省电磁频谱认知与管控重点实验室, 石家庄 050081)

**摘要:** 为获得高增益和强方向性, 阵列天线得到广泛应用; 波束赋形作为其核心技术, 在抑制副瓣电平、扩展角度覆盖范围、增强抗干扰能力等方面具有关键作用; 其中, 凸优化方法因其强大的多约束处理能力和高效的求解特性, 成为实现复杂波束赋形的有效途径; 针对球冠阵列提出一种高效的平顶波束赋形凸优化方法, 在主瓣目标近似弓形的覆盖区域内施加约束以获得初始解, 通过引入特定的约束转化策略, 利用绝对值操作处理相位不确定性来进行迭代优化, 使计算复杂度显著降低; 同时应用角度域非均匀采样策略以减少优化变量数量; 研究表明, 此方案相较传统方法能更有效抑制波束方向图主瓣区域的增益波动, 且大幅缩短计算耗时, 提升赋形效率。

**关键词:** 球冠阵; 波束赋形; 凸优化; 平顶波束; 计算效率

## An Efficient Flat-Top Beamforming Method for Spherical Cap Arrays Based on Convex Optimization

LI Zhongqin<sup>1</sup>, LI Runze<sup>1,2</sup>, ZHANG Haiying<sup>1</sup>

(1. The 54th Research Institute, China Electronics Technology Group Corporation, Shijiazhuang 050081, China;  
2. Hebei Province Key Laboratory of Electromagnetic Spectrum Cognition and Control, Shijiazhuang 050081, China)

**Abstract:** To achieve high gain and strong directivity of antennas, array antennas are widely used. With beamforming as their core technology, it plays a crucial role in suppressing the level of sidelobe, expanding the coverage of angle, and enhancing anti-interference capabilities. Among them, convex optimization methods have become as an effective means to implement complex beamforming due to their ability to handle multiple constraints and efficient solution-finding characteristics. Therefore, an efficient flat-top beamforming convex optimization method for spherical cap arrays is proposed. Specifically, the constraints are imposed within the coverage area of the main lobe target that approximates an arch shape to obtain an initial solution. By introducing a specific constraint transformation strategy, absolute value operations are utilized to address phase uncertainty for iterative optimization, which significantly reduces computational complexity while decreasing the number of optimization variables by using an angular-domain non-uniform sampling strategy. Research results demonstrate that, compared with traditional methods, this scheme can more effectively suppress the gain fluctuation in the main lobe region of the beam pattern, while greatly shortening the computation time and improving the beamforming efficiency.

**Keywords:** spherical cap arrays; beamforming; convex optimization; flat-top beam; computational efficiency

## 0 引言

随着在轨互联网卫星数量的激增以及编队卫星群的快速发展, 卫星覆盖区域重叠加剧, 同频干扰问题严重。同时, 中低轨卫星的高速移动, 导致其与地面终端

之间的链路变化频繁, 这对通信的实时性、准确性和可靠性提出了更高的要求。在这种情况下, 为了更好地利用有限的卫星资源, 就需要阵列天线具备更高的精度和灵活性, 以实现更加高效的频谱利用, 提高抗干扰等性能。而波束赋形技术作为阵列天线系统的核心技术之

收稿日期: 2025-07-20; 修回日期: 2025-09-04。

基金项目: 国家自然科学基金(U20B2071)。

作者简介: 李中勤(1973-), 男, 硕士研究生。

通讯作者: 李润泽(1998-), 男, 硕士研究生。

引用格式: 李中勤, 李润泽, 张海瑛. 基于凸优化的球冠阵列平顶波束高效赋形方法[J]. 计算机测量与控制, 2026, 34(2): 189-194, 274.

一，其性能优劣直接影响阵列天线的性能和表现。波束赋形通过精确控制波束的形状与指向，提高了频谱利用效率。同时，由于波束赋形技术可以实时调整波束方向，适应了卫星的高速移动，可以进一步提高整个通信系统的稳定性。因此，波束赋形技术一直是阵列信号处理领域的重要研究方向和关键技术难点。

传统波束赋形算法经过数十年发展已形成完整技术体系，主要包括伍德沃德-劳森抽样法、傅里叶变换法、切比雪夫综合法、泰勒综合法和矩阵束法等<sup>[1-2]</sup>。这些算法效果较好且比较成熟，目前已有许多相关的研究，但是其应用场景往往是均匀的直线阵列或平面阵列，这些方法通常都需要先对其阵因子进行计算，然而对于非均匀阵列来说，它的阵因子往往难以直接表达。且这类传统阵列在全空域覆盖尤其是低仰角场景下存在显著缺陷：方向图增益不足导致波束成形困难，实际应用中往往需要多个阵列协同才能实现全空域覆盖<sup>[3-4]</sup>。

针对上述局限，相关三维立体阵列技术的研究逐渐兴起并成为焦点。其中，球冠阵因具备半空间观测的独特优势，通过与算法配合能够实现阵面的全空域覆盖，故而成为当下的研究热点。然而，该阵列中非规则排列的阵元布局给波束赋形带来了全新挑战：传统基于均匀阵列的解析算法在此场景下难以适用，无法满足实际需求。因此，为解决这一问题，需开发适配于球冠阵非规则阵元布局的新型算法，以实现更优的波束赋形效果，满足实际应用中的各类需求。

随着技术的持续发展和硬件性能的提升，涌现出诸多成熟且可靠的优化算法，诸如遗传算法（GA，genetic algorithm）、模拟退火算法（SA，simulated annealing）、粒子群算法（PSO，particle swarm optimization）、差分进化算法（DE，differential evolution）和入侵杂草优化算法（IWO，invasive weed optimization）<sup>[5-7]</sup>等。这些智能优化算法在解决波束赋形问题时，创新地将权值的实部与虚部设定为变量，把理想方向图作为优化目标，为该领域带来了全新的研究视角和解决思路。其优势在于能够以解空间中任意一个解作为起始点，通过独特的搜索机制探索出高效的搜索路径，进而快速定位到全局最优解。这种全局搜索能力使得它们在复杂的优化任务中展现出了强大的潜力。然而，尽管智能优化算法在理论研究和实际应用中都日趋成熟，但其求解过程耗时过长、收敛速度缓慢成为制约其广泛应用的主要瓶颈。尤其是当面对阵列天线阵元数量庞大、方向图设计复杂度极高的情况时，这些算法需要进行海量的计算和迭代，会消耗大量的计算资源，在实时性要求较高的应用场景中难以满足实际需求。

凸优化算法是一种常见的波束赋形方法，其全局最优解等价于凸集取得的局部最优解的特点导致它的解空

间较小<sup>[8]</sup>，所以算法效率一般都很高，能够大大降低计算负担，较少硬件成本。但是，关于波束方向图的主瓣是一个双边约束，无法直接转化为凸优化问题<sup>[9]</sup>。有研究采用二阶锥规划（SOCP）求解出满足特定主瓣形状要求的阵列加权系数<sup>[10-11]</sup>。然而，当面对稍微复杂的方向图形状时，该算法的局限性逐渐显现。不仅算法的收敛速度会显著降低，甚至可能陷入局部最优解，无法获得全局最优的赋形效果。基于凸优化的波束赋形是根据方向图结果来反推加权矢量，方向图的采样点数直接影响算法的整体效率。基于此，本文从线性规划的角度出发，通过非均匀采样的迭代凸优化算法，在将非凸问题转化为凸优化问题的同时，通过非均匀采样提高赋形算法的效率，为波束赋形的研究提供了一种高效、可靠的解决方案。

## 1 球冠阵数学模型分析

### 1.1 球冠阵排布分析

为了达到全空域内性能均匀一致的目标，首先需要对球面阵列进行布局设计，如图 1 所示。为了理论化球面阵元的排列形式，出现了包括投影法、螺旋法、同心圆环排布等方式。

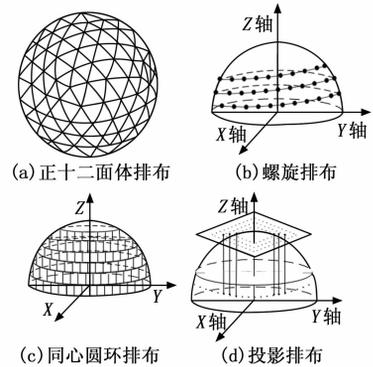


图 1 阵元排布模型示意图

从增益与来波仰角的关系曲线来看，上述这些阵元排布方式的变化趋势基本一致。然而，正二十面体六次剖分因阵元数量过多，在实际应用中存在局限性；投影法和螺旋分布法在低仰角区域的增益表现较差，难以满足特定需求。此外，投影分布、螺旋分布和正二十面体分布由于结构特性，均无法保证阵元间距的稳定性，从而影响其性能<sup>[12]</sup>。

因此，阵列排布从数学模型建立的复杂度、阵列天线辐射性能等因素综合考虑，最终选择同心圆环分布作为球面单元的排布方式。

对于一个阵列来说，其阵元间隔的距离公式为：

$$d_{kl} = \sqrt{(d_{kx} - d_{lx})^2 + (d_{ky} - d_{ly})^2 + (d_{kz} - d_{lz})^2} \quad (1)$$

其中： $d_{kl}$  表示阵元  $k$  和阵元  $l$  之间的间距，其值大

小通常不小于  $\lambda/2$ ;  $d_{kx}$ 、 $d_{ky}$ 、 $d_{kz}$  分别表示阵元  $k$  在三维直角坐标系中的坐标位置;  $d_{lx}$ 、 $d_{ly}$ 、 $d_{lz}$  分别表示阵元  $l$  在三维直角坐标系中的坐标位置。

考虑到阵元数太多导致运算时间过长的问题, 可通过将距离间隔转化为角度间隔的方法来进行优化, 即:

$$\min \cdot (d_i - d_j) \geq d_c, 1 \leq j < i \leq N$$

$$d_c = \arccos \cdot \left( \frac{2R^2 - d_0^2}{2R^2} \right) \quad (2)$$

$d_c$  表示阵元  $i$  与阵元  $j$  之间的最小角度间隔,  $d_0$  表示相邻两阵元的最小距离间隔,  $R$  表示半球的半径。

容易证明, 通过合理设计的坐标变换机制, 能够有效且可靠地满足阵列最小阵元间距的约束条件<sup>[13]</sup>。

为了保证阵元在位置发生改变后, 不会出现阵元之间距离过近的情况, 通常会对阵元的分布区域首先进行预划分处理, 并对不同区域可分布阵元数进行预计算<sup>[14]</sup>, 则圆环数  $M$  可由如下公式进行计算:

$$M = \left\lfloor \frac{\pi/2}{d_\varphi} \right\rfloor + 1 \quad (3)$$

式中,  $\lfloor \cdot \rfloor$  表示向下取整;  $d_\varphi$  为阵元最小间距。阵列排布切面如图 2 所示。

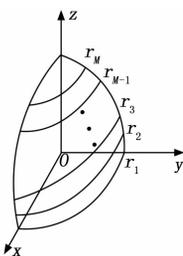


图 2 阵列排布切面图

其中:  $r_i$  为第  $i$  个圆弧的半径。

$\theta_n$  为两纬弧之间的夹角, 即:

$$\theta_n = d_\varphi \quad (4)$$

$$r_i = R * \sin(i\theta_n), i = 1, 2, \dots, M$$

每个圆弧上的阵元个数  $K_i$  为:

$$K_i = \left\lfloor \frac{2\pi}{d_\varphi} \right\rfloor, i = 1, 2, \dots, M \quad (5)$$

其阵元排布大致情况如图 3 所示。

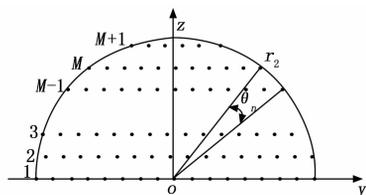


图 3 阵元排布切面图

### 1.2 球冠阵方向图函数

假设某一天线阵元  $n$  在空间中的位置矢量为:

$$\vec{r}_n = (r \sin\theta \sin\varphi, r \sin\theta \cos\varphi, r \cos\theta) \quad (6)$$

则阵元到观察点  $P$  与原点  $O$  到观察点  $P$  之间的波

程差为:

$$W_n = x_n \sin\theta \sin\varphi + y_n \sin\theta \cos\varphi + z_n \cos\theta \quad (7)$$

以原点  $O(0, 0, 0)$  为参考点,  $P$  点处的辐射强度为:

$$F_n(\theta, \varphi) = A_n f_n(\theta, \varphi) * \exp[j(\psi_n + kW_n)] \quad (8)$$

其中:  $A_n$  表示阵元  $n$  的激励幅度,  $\psi_n$  代表阵元  $n$  的初始相位,  $k = 2\pi/\lambda$  为波常数。则对于一个由图 4 所示的由  $N$  个阵元组成的球冠天线阵列, 阵元距离坐标原点的距离均为  $R$ , 初始相位为 0。

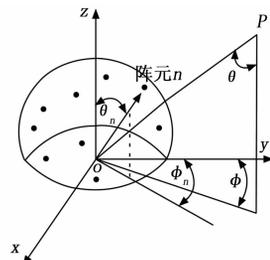


图 4 球冠阵列示意图

当主波束指向为  $(\theta_0, \varphi_0)$ , 则球冠形天线阵列的方向图函数为:

$$F = \sum_{n=0}^{N-1} A_n f_n(\theta, \varphi) e^{[-j(2\pi R/\lambda)(\alpha_n - \beta_n)]} \quad (9)$$

其中:

$$\alpha_n = \sin\theta \sin\theta_n \cos(\varphi - \varphi_n) + \cos\theta \cos\theta_n$$

$$\beta_n = \sin\theta_0 \sin\theta_n \cos(\varphi_0 - \varphi_n) + \cos\theta_0 \cos\theta_n$$

从现实角度出发, 天线阵元方向图通常不满足全向性, 因此可采用典型的有向阵元方向图:

$$f_n(\theta, \varphi) = \cos(\theta - \theta_i), |\theta - \theta_i| \leq 90^\circ \quad (10)$$

### 1.3 球冠阵阵元遮挡情况

在阵列天线方向图计算过程中, 由于实际场景中方向图形状存在遮挡情况, 会导致阵列在不同波束角度下参与工作的阵元数量出现差异。这种遮挡会直接改变各阵元对最终方向图形成的贡献权重<sup>[14]</sup>。以球冠阵列为例, 如图 5 所示。处于遮蔽区域的阵元, 其辐射信号会被显著削弱甚至完全阻断, 无法正常参与合成预期方向图。因此, 在计算方向图时, 必须充分考虑这一因素, 依据不同的波束指向准确判断阵元的遮蔽状态<sup>[15]</sup>。其中, 较为常用的处理方法是引入平行波束模型, 通过分析平行波束与阵列结构的切线关系, 来判定阵元是否能有效对方向图计算产生贡献, 从而提升方向图计算结果

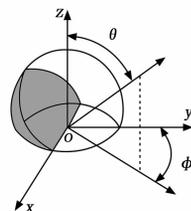


图 5 遮挡示意图

的准确性与可靠性。

当阵元接收到来波方向为  $(\theta, \varphi)$  时, 处于阴影部分的阵元被遮挡, 阴影内的阵元不参与工作。假设阴影内某阵元所在的切平面法向量为:

$$r_1 = (\sin\theta' \sin\varphi', \sin\theta' \cos\varphi', \cos\theta')^T \quad (11)$$

其中:  $\theta'$ ,  $\varphi'$  分别表示阵元的俯仰角和方位角。

来波方向的法向量为:

$$r_2 = (\sin\theta \sin\varphi, \sin\theta \cos\varphi, \cos\theta)^T \quad (12)$$

则当  $r_1 * r_2 < 0$  时, 便可认为该阵元被遮挡。通过这样的计算方法有助于确保方向图的准确性和可靠性。

## 2 凸优化与波束赋形算法理论分析

### 2.1 凸优化理论

凸优化理论的核心在于研究如何在满足特定数学性质的约束条件下, 高效寻找目标函数的全局最优解。凸集的数学定义具有深刻的几何直观性和广泛的应用价值, 其标准表述为: 在欧几里得空间或更一般的实赋范线性空间中, 若集合  $C$  满足对任意两个元素  $x_1, x_2$ , 以及任意标量  $\theta$  (其中,  $0 \leq \theta \leq 1$ ), 对应的凸组合  $\theta x_1 + (1-\theta)x_2$  始终属于集合  $C$ , 则称该集合为凸集<sup>[16]</sup>。

为了可以更清楚地理解凸集的概念, 图 6 显示了一些常见的简单凸集合和非凸集合。

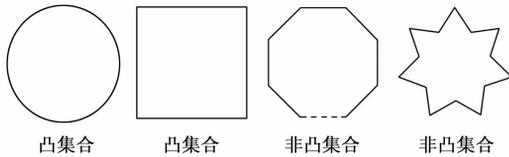


图 6 凸集合与非凸集合示意图

一个函数  $g$  的定义域为凸集, 且对于任意的  $x_1, x_2$  和任意  $0 \leq \theta \leq 1$  有:

$$g(\theta x_1 + (1-\theta)x_2) \leq \theta g(x_1) + (1-\theta)g(x_2) \quad (13)$$

则函数  $g$  为凸函数, 如图 7 所示。

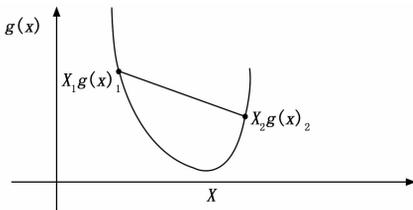


图 7 凸函数示意图

从图 7 可以看出, 凸函数具有一个特性: 在任何两点间, 连接这两点的直线都包含在其值域内, 意味着局部最优即为全局最优。基于这一原理, 算法如单纯形法、梯度下降等方法便是利用了这一特点高效地找到最优解, 避免陷入局部最优困境。

凸优化问题的数学模型可以表示为:

$$\min f_0(x)$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} f_i(x) \leq b, i = 1, 2, \dots, m \\ h_i(x) = 0, i = 1, 2, \dots, p \end{cases} \quad (14)$$

在进行计算应用的时候, 常通过移除或增加等式约束, 以及使用松弛变量, 将标准优化问题转化为凸优化问题, 其形式如下式所示:

$$\min f_0(x) \\ \text{s. t. } \begin{cases} f_i(x) \leq 0, i = 1, 2, \dots, m \\ a_i^T x = b_i, i = 1, \dots, p \end{cases} \quad (15)$$

在这样的公式条件下, 凸优化问题必须满足以下 3 个条件<sup>[17]</sup>:

- 1) 目标函数必须是凸函数;
- 2) 约束函数必须是凸函数;
- 3) 等式约束函数必须要是仿射的。

### 2.2 波束赋形算法

在单元模式和阵元位置是固定的条件下, 当面对低旁瓣或过顶波束等需求时, 便需要进行波束赋形工作。

对于主瓣区域  $\Omega_{ML}$  来说, 要求方向图幅度在上界  $U$  和下界  $L$  之间, 或以波纹系数  $\tau$  描述与目标方向图  $F(\theta)$  的容差范围, 其约束公式如下所示:

$$L(\theta) \leq |F(\theta)| \leq U(\theta), \theta \in \Omega_{ML} \quad (16)$$

该约束还可以写成:

$$| |a(\theta)^H w - F_d(\theta)| \leq \tau, \theta \in \Omega_{ML}, m = 1, 2, \dots, N \quad (17)$$

式中,  $a$  表示阵列流型,  $F_d(\theta)$  为目标放线图的模式值,  $\tau$  为主瓣区域的波纹系数。

这一约束的核心目标是确保主瓣增益稳定且动态范围适配硬件能力, 波纹系数取值范围因应用场景而异, 且主瓣区域  $\Omega_{ML}$  需覆盖目标覆盖范围。

在旁瓣区域  $\Omega_{SL}$ , 场方向图应该小于  $\Gamma_{SL}(\theta)$ , 即:

$$|a(\theta)^H w| \leq \Gamma_{SL}(\theta) \quad \theta \in \Omega_{SL} \quad m = 1, 2, \dots, N \quad (18)$$

为了满足国际电信联盟对卫星干扰管理的规范, 限制干扰能量泄露, 降低硬件实现复杂度等要求, 旁瓣电平通常不超过  $-20$  dB。

上述约束需协同优化: 严格的旁瓣抑制可能导致主瓣展宽或波纹增大, 需通过相关算法权衡性能。同时, 约束设置需考虑阵列硬件等限制。

将方向图的取值范围画图表示, 从图 8 可以看出, 由于主瓣的赋形问题是非凸问题, 因此需要将其转化为凸优化形式。

在这种情况下, 可考虑采取模值平方的方法, 公式变成:

$$\min_b \\ \text{s. t. } |w_r^H a(\theta) a(\theta)^H w_r - F_d(\theta)|^2 \leq b \\ \theta \in \Omega_{ML}, w_l = w_r = w \\ |a(\theta)^T w| \leq \Gamma_{SL}(\theta) \quad \theta \in \Omega_{SL} \quad (19)$$

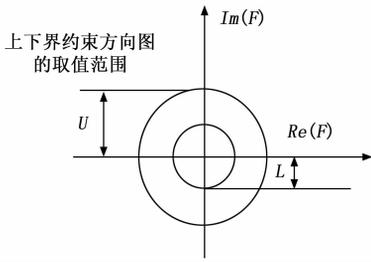


图 8 方向图取值范围

这时, 若权值  $\tau_i$  和权值  $\tau_r$  近似相等, 此时:

$$\begin{aligned} & \min_w b \\ & \text{s. t. } |c(\theta)^H \tau_w - F_d(\theta)^2| \leq b, \theta \in \Omega_{ML} \\ & |a(\theta)^T \tau_w| \leq \Gamma_{SL}(\theta) \\ & \theta \in \Omega_{SL} \end{aligned} \quad (20)$$

其中:  $c(\theta)^H = \tau_i^H a(\theta) a(\theta)^H$

因此, 如何获取一个初始权值就成了关键问题。

考虑到以实轴 (或虚轴) 与边界组成的弓形为最大的凸函数图形, 因此可以将初次赋形方向图取值范围控制在以实数轴 (或虚数轴) 所在的弓形范围内。此时, 约束函数如下式所示:

$$\begin{aligned} & \min_w \tau \\ & \text{s. t. } F_d(\theta) - \text{real}[a(\theta)^H \tau_w] \leq \tau, \theta \in \Omega_{ML} \\ & |a(\theta)^T \tau_w| \leq F_d(\theta), \theta \in \Omega_{ML} \\ & |a(\theta)^T \tau_w| \leq \Gamma_{SL}(\theta), \theta \in \Omega_{SL} \end{aligned} \quad (21)$$

或

$$\begin{aligned} & \min_w \tau \\ & \text{s. t. } F_d(\theta) - \text{imag}[a(\theta)^H \tau_w] \leq \tau, \theta \in \Omega_{ML} \\ & |a(\theta)^T \tau_w| \leq F_d(\theta), \theta \in \Omega_{ML} \\ & |a(\theta)^T \tau_w| \leq \Gamma_{SL}(\theta), \theta \in \Omega_{SL} \end{aligned} \quad (22)$$

此时, 方向图取值范围如图 9 所示。

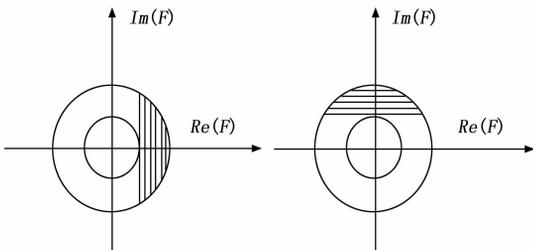


图 9 弓形约束法约束后的方向图取值范围

此外, 对馈电没有特殊要求的情况下, 这两种情况所得结果是相同的。

根据以上思路分析可知, 只需在通过式 (21) 或 (22) 获得初始权值后不断进行迭代, 直至满足实现方向图赋形。其算法流程如下:

- 1) 初次波束赋形。
- 2) 判断初次赋形是否满足所需。若满足则算法结束, 否则进入下一步。

3) 将初次赋形所得权值带  $\tau_{r_i}$  入式 (20) 获得  $C$  和  $\omega_i$ 。

4) 令  $I = \max |\tau_{r_i} - \tau_{i_i}|$ , 并设置激励差异门限值  $I_{\text{threshold}}$ , 权值更新次数  $L$ , 初始交叉权重  $\alpha$  和激励交叉权重增量  $\nabla a$ , 根据  $(\alpha + i\nabla a)\tau_{r_i} + (\alpha - i\nabla a)\tau_{i_i}$  获得新的权值  $\tau_{r_i}$ , 即:

$$\tau_{r_i} = (\alpha + i\nabla a)\tau_{r_i} + (\alpha - i\nabla a)\tau_{i_i}, i = 1, 2, \dots, L \quad (23)$$

5)  $I$  的初值为 0, 当  $I > I_{\text{threshold}}$  时,  $i = i + 1$ 。为了让两次权值尽可能的接近, 需要对权值的大小的范围进行一定约束。

6) 判断是否满足赋形要求, 若满足则结束迭代, 否则不断重复步骤 3) ~4) 直至赋形波束满足设计。

其流程如图 10 所示。

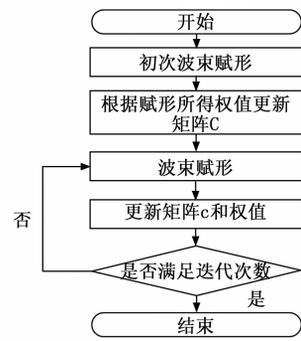


图 10 波束赋形算法流程图

### 2.3 本文提出的新优化算法

尽管上述方法可以实现波束赋形效果, 但是该算法不可避免的会进行多次迭代而占用大量的计算资源。在进行赋形时, 计算时间往往过长。

从上面赋形思路可以看出, 赋形时可从两方面进行优化。首先是迭代初始权值的计算。在计算初始权值时, 可通过去掉绝对值的优化的方法来计算进行权值的计算。此时, 约束函数如下式所示:

$$\begin{aligned} & \min_w \tau \\ & \text{s. t. } \max |F_d(\theta) - a(\theta)^H \tau_w| \leq \tau, \theta \in \Omega_{ML} \\ & |a(\theta)^T \tau_w| \leq F_d(\theta), \theta \in \Omega_{ML} \\ & |a(\theta)^T \tau_w| \leq \Gamma_{SL}(\theta), \theta \in \Omega_{SL} \\ & |\tau_w| \leq a \end{aligned} \quad (24)$$

其中:  $a$  为常数, 表示幅度加权的范围。此时, 方向图取值范围如图 11 所示。

此外, 在进行迭代计算时, 考虑到这种方法是根据方向图采样点来进行计算, 因此通过适当增加主瓣区域的采样点同时减少旁瓣区域的非均匀采样实现所需要的赋形效果。

### 3 实验仿真与性能分析

为衡量两种赋形算法的性能差异, 定义实际方向图

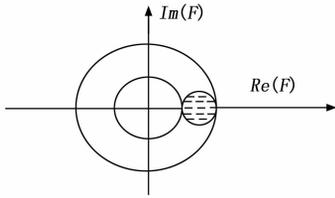


图 11 去绝对值法约束后的方向图取值范围

与理想方向图的均方误差为评估指标，即：

$$R = \|F_d - F\| \quad (25)$$

其中： $F_d$  为理想方向图， $F$  为实际计算所得方向图，二者计算所得误差越小则表示算法精度越高。

为了验证两种方法的赋形效果，进行如下仿真实验：以平顶波束设计为例，工作波长  $\lambda=0.15$  m。在波束俯仰角  $\theta$  指向  $45^\circ$  的条件下，要求主瓣在方位角  $120^\circ$  到  $240^\circ$  内保持平坦响应，同时旁瓣电平低于  $-20$  dB，将所有条件设置好后使用凸优化工具进行求解，最终优化仿真结果如图 12 所示。

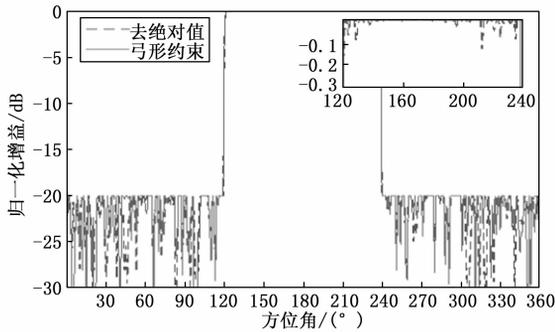


图 12 迭代后波束赋形结果

可以从图中看出，两种方法所得效果近似相同。但是去绝对值获取初值的方法主瓣区域拟合效果稍差，其原因在于其取值范围的减小而导致的精度降低。尽管如此，其波纹系数仍处于合理范围内，说明该方法依然具有有效性。

为了进一步减少算法的运行时间，采用非均匀采样点的优化方式进行仿真实验：以平顶波束设计为例，工作波长  $\lambda=0.15$  m。在波束俯仰角  $\theta$  指向  $45^\circ$  的条件下，要求主瓣在方位角  $120^\circ \sim 240^\circ$  内保持平坦响应。

综合考虑算法的精度与效率，将迭代次数设置为 40 次。为了避免权值更新时新旧权值数值差异较大的情况发生，在对幅度加权值进行限制的情况下，将权值更新次数  $L=45$ ，激励差异门限值  $I_{\text{threshold}}=0.001$ ，交叉权重初始值  $\alpha=0.5$ ，激励交叉权重增量  $\nabla\alpha=0.01$ 。

优化前的采样点数为 360 个，其中包括旁瓣区域采样点 240 个和主瓣区域采样点 120 个。优化后的采样点数为 330 个，其中，包括旁瓣区域采样点 220 个和主瓣区域采样点 140 个。将所有条件设置好后使用凸优化工

具进行求解，最终优化仿真结果如图 13 所示。

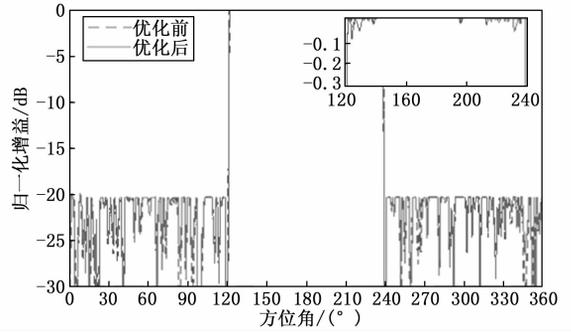


图 13 优化后的平顶波束赋形方向图

优化结果如表 1 所示。

表 1 两种算法结果对比

算法	拟合结果	用时/min
优化前	13.127 5	28.56
优化后	8.956 8	17.09

通过表格对比和仿真图像分析得知，两种方法各有优劣。优化前的方法增加了方向图取值范围，适用于方向图复杂度较高的情况。但是其公式约束较多，模型较复杂，导致赋形时间大大加长。而优化后的方法可行域比弓形更规则或对称，改善了内点法的收敛条件，从而减少运算次数。且由于其增加了主瓣区域的采样点数，使得其主瓣区域拟合程度更好。

为了验证旁瓣采样点数量对方向图的影响，在保持总采样点数不变的前提下，通过逐步减少旁瓣区域的采样点个数，开展了多组对比实验。实验结果如表 2 所示。

表 2 舍弃频点个数对旁瓣电平的影响结果

序号	旁瓣采样点个数	最大旁瓣电平/dB
1	240	-20.17
2	220	-20.01
3	200	-18.83
4	180	-17.52

通过表 2 发现，非均匀采样的去绝对值的方法可以更快地实现波束赋形效果，但是该算法是从方向图结果采点求取值，不可避免会出现未采点处的旁瓣电平有一定程度抬升，为了应对这种情况，需要将旁瓣采样点个数控制在一个合理范围内，此外还需要考虑减小幅度加权范围，增加主瓣采样点等方法，同时在设计时留有一定余量。

#### 4 结束语

实验仿真分析结果显示，在波束赋形领域中，采用弓形约束获取初始权值并进行迭代优化的方法，虽能使

(下转第 274 页)