

航空弧齿锥齿轮风阻功率损失预测模型研究

张玉中¹, 李林林², 赵凯²

(1. 西安航空职业技术学院 人工智能学院, 西安 710089;
2. 西安航空职业技术学院 航空维修工程学院, 西安 710089)

摘要: 随着航空弧齿锥齿轮的转速越来越高, 由流体动力学行为引起的载荷无关风阻功率损失对传动效率影响越来越大, 为了从理论上分析和预测风阻, 从而更好地实现降阻目的; 基于流体动力学基本原理, 在流动边界条件和几何结构上做出相应假设, 建立简化的弧齿锥齿轮风阻功率损失预测模型, 过程中先建立圆盘的风阻损失预测模型, 分别考虑层流流动和湍流流动以及圆盘圆周面流体流动产生的功率损失, 再以此为基础建立旋转锥体的风阻损失预测模型, 在一定的假设条件下讨论齿轮周围流体在齿轮旋转过程中的流动特性, 最后建立弧齿锥齿轮风阻功率损失预测模型, 经算例验证表明: 该预测模型效果较好。

关键词: 航空弧齿锥齿轮; 风阻功率损失; 预测模型; 建立; 算例验证

Research on Prediction Model of Wind Resistance Power Loss of Aerospace Spiral Bevel Gears

ZHANG Yuzhong¹, LI Linlin², ZHAO Kai²

(1. School of Artificial Intelligence, Xi'an Aeronautical Polytechnic Institute, Xi'an 710089, China;
2. School of Aeronautical Maintenance Engineering, Xi'an Aeronautical Polytechnic Institute, Xi'an 710089, China)

Abstract: With the increasing rotational speed of aerospace spiral bevel gears, the load-independent wind resistance power loss caused by hydrodynamic behavior has an increasingly influence on transmission efficiency. To theoretically analyze and predict wind resistance and better reduce resistance, a simplified wind resistance power loss prediction model for spiral bevel gears based on the basic principle of fluid dynamics is established, with corresponding assumptions on flow boundary conditions and geometric structures. Firstly, by analyzing the power loss caused by laminar flow, turbulent flow, and the fluid flow around the disk respectively, a wind resistance loss prediction model for a disk is established. Then based on this, a wind resistance loss prediction model for a rotating cone is established, which discusses the flow characteristics of the fluid around the gear during its rotation under certain assumptions. Finally, a wind resistance power loss prediction model for spiral bevel gears is established. The verification by examples shows that the prediction model has a good effect.

Keywords: aerospace spiral bevel gear; wind resistance power loss; prediction model; establish; verification by examples

0 引言

旋翼系统、发动机和传动系统是直升机动力系统的三大主要部件, 其中传动系统的作用是将发动机和旋翼系统连接起来以传递运动和动力^[1]。主减速器是用于连接直升机发动机和后续传动部分的主要部件, 作为直升

机传动系统的主要组成部分, 主减速器是整个传动系统的第一级, 其输入级转速非常高, 一般达 20 000 r/min 以上, 因此主减速器的传动效率对整个直升机传动系统的效率来说至关重要, 采用合理的措施提高主减速器的传动效率, 能够提高传动系统的燃油经济性并降低减速箱的产热量, 减小冷却系统的整体结构^[2]。

收稿日期: 2025-04-14; 修回日期: 2025-05-26。

基金项目: 陕西省教育厅科研计划项目(24JR089); 2024 年度校级科研计划项目(重点项目)(24XHZZD-07); 2025 年度校级教育教学改革研究项目(25XHJG012)。

作者简介: 张玉中(1983-), 男, 硕士, 高级工程师。

引用格式: 张玉中, 李林林, 赵凯. 航空弧齿锥齿轮风阻功率损失预测模型研究[J]. 计算机测量与控制, 2026, 34(4): 164-172.

主减速器的主要组成部分为弧齿锥齿轮副, 齿轮是通过轮齿之间的连续啮合来传递旋转运动和动力的一种机械元件, 齿轮传动的精度较高且可以传递较大的功率^[3]。风阻损失是由于齿轮旋转过程中周围流体作用于其上的阻力(压力和粘性力)而产生的结果, 齿轮的风阻损失与齿轮的尺寸大小、形状和转速有关^[4]。综合来看, 在高速齿轮周围安装挡风罩较为方便, 且维护成本低, 是最合理的减小风阻方案^[5]。除了高速齿轮周围空气会对其产生阻力外, 考虑实际工作环境, 还应该考虑润滑油的存在对风阻的影响, 文献 [6] 对齿轮风阻的研究表明, 空气和润滑油对传动系统所产生的功率损失应单独计算, 但由于变速箱中空气的质量分数变化会影响润滑油的运动, 应该同时考虑空气和润滑油的存在, 因此计算齿轮风阻功率损失时就需要引入两相流动模型。

分析齿轮风阻损失时最简单的方法是忽略轮齿的存在对风阻的影响, 对于圆柱齿轮而言, 即把齿轮看作一个没有轮齿的圆盘, 文献 [7] 简化了旋转圆盘周围流场的 N-S 方程并得出了其理论解, 得到层流流动下流体对圆盘两端的摩擦力矩。文献 [8] 提出了在空气中旋转的圆盘的风阻损失计算公式, 该公式以马力为单位, 近似表示了风阻功率损失。文献 [9] 基于试验结果得出了低转速下大齿轮风阻功率损失模型, 但公式中并没有考虑齿轮模数对风阻的影响。文献 [10] 也提出了用于计算风阻功率损失的经验公式, 该经验公式将齿轮风阻功率损失分为齿轮端面损失和齿面损失, 同时将齿轮周围流体作用给齿轮的扭矩无量纲化。文献 [11] 提出了斜齿轮啮合区域的计算公式, 采用切片法将啮合区域进行分割计算, 并通过能量方程求解功率损失。但是啮合区域面积的计算存在一定误差。文献 [12] 在前人的研究基础上, 推导出新型斜齿轮啮合区域的计算公式, 通过积分法求解啮合区域面积, 面积计算结果的准确性大大增加, 但是采用积分法的计算量过大。

上述模型均是基于试验条件的拟合方程, 在试验条件下所得的数据有限, 且并不能考虑所有的影响因素, 这些齿轮风阻试验也都是在单轮运转下进行的, 并没有考虑啮合齿轮副的风阻效应, 这是因为啮合齿轮副的风阻功率损失影响因素过多, 如齿轮啮合摩擦损失会导致实际测量的风阻损失数值不准确等。

针对以上问题, 本文基于流体动力学基本原理, 在流动边界条件和几何结构上做出相应假设, 建立简化的弧齿锥齿轮风阻功率损失计算模型, 过程中先建立圆盘的风阻损失计算模型, 分别考虑层流流动和湍流流动以及圆盘圆周面流体流动产生的功率损失, 再以此为基础建立旋转锥体的风阻损失计算模型, 在一定的假设条件下讨论轮齿周围流体在齿轮旋转过程中的流动特性, 最

后建立弧齿锥齿轮风阻功率损失预测模型, 从中找到弧齿锥齿轮各参数对其风阻损失的影响。本文通过建立准确的风阻功率损失预测模型, 能够为齿轮结构优化提供理论依据, 有助于设计出更高效、更节能的弧齿锥齿轮, 进而提升整个直升机传动系统的性能, 增强直升机的经济性和环保性。

1 旋转圆盘的风阻功率损失计算模型

工程上有很多旋转件都可以简化为旋转圆盘, 如飞轮、切割盘、齿轮和叶轮等^[13], 在初始静止的空气中独立旋转的圆盘可称为自由旋转圆盘, 如图 1 所示, 假设半径为 r , 以角速度 ω 绕 z 轴旋转, 假设圆盘表面满足无滑移条件, 旋转的圆盘会通过剪切作用带动周围流体一同旋转, 在圆盘端面由于线速度 v_r ($v_r = \omega r$) 的存在会形成流动边界层, 靠近端面附近的流体切向速度接近于 v_r , 该速度沿轴向向外逐渐减小, 直到边界界面减小至零, 分析时只需要分析一个面即可, 另一个端面由对称性可得。

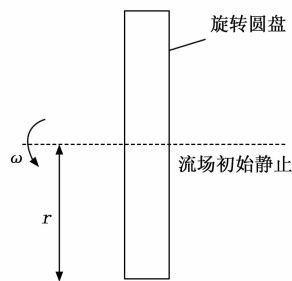


图 1 初始静止流场中独立旋转的圆盘

圆盘旋转时由于其和周围流体之间的剪切作用带动流体同时绕 z 轴以相应的速度旋转, 进而产生的离心力将导致边界层中流体的径向流动, 根据质量守恒原理, 流体必然沿轴向流入边界层, 流动原理如图 2 所示。

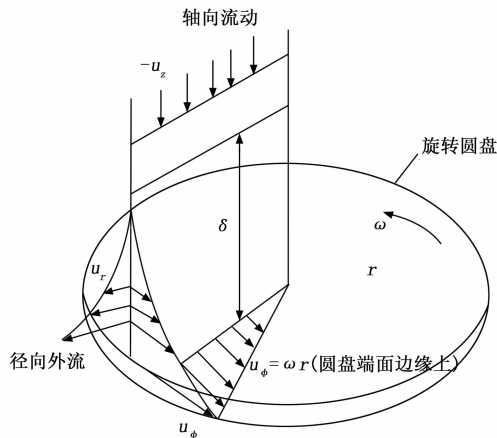


图 2 旋转圆盘端面的边界层及相关流动示意

在圆盘端面边界层内, 流动可能是层流也可能是湍流, 边界层内流动状态通过旋转雷诺数定义, 如公式

(1) 所示:

$$Re_\omega = \frac{\rho \omega r^2}{\mu} \quad (1)$$

越靠近旋转轴的流动越趋近于层流,若圆盘角速度足够大,靠近旋转轴附近的流动也将是湍流流动,并且在转轴附近存在层流和湍流的过渡区域,称为转捩区^[14],过渡区域将在后续考虑。

1.1 端面流动

首先利用圆柱坐标系讨论层流情况,如图 3 所示,定义 r 为任意点到坐标轴的距离, ϕ 为方位角, z 为沿轴线的轴向距离,在圆柱坐标系下的连续性方程如下所述:

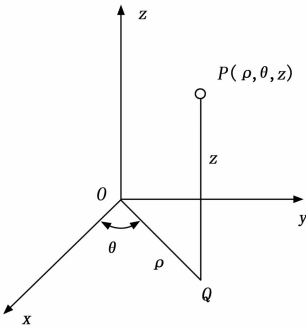


图 3 圆柱坐标系

$$\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \quad (2)$$

圆柱坐标系下的 N-S 方程组如下:

$$\rho \left(\frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_\phi}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \phi} + u_z \frac{\partial u_r}{\partial z} - \frac{u_\phi^2}{r} \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left(\frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_r}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_r}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_\phi}{\partial \phi} \right) + F_r \quad (3)$$

$$\rho \left(\frac{\partial u_\phi}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_\phi}{\partial r} + \frac{u_\phi u_r}{r} + \frac{u_\phi}{r} \frac{\partial u_\phi}{\partial \phi} + u_z \frac{\partial u_\phi}{\partial z} \right) = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \phi} + \mu \left(\frac{\partial^2 u_\phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\phi}{\partial r} - \frac{u_\phi}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_\phi}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 u_\phi}{\partial z^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_r}{\partial \phi} \right) + F_\phi \quad (4)$$

$$\rho \left(\frac{\partial u_z}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{u_\phi}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \phi} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_z}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right) + F_z \quad (5)$$

假设旋转过程中流场稳定并且具有轴对称的性质,即满足 $\partial/\partial\phi=0$, $\partial/\partial t=0$,在流动较稳定的层流时上述假设可以成立。但若圆盘角速度较大,周围流动为湍流或流动沿周向具有周期性时,此时 $\partial/\partial\phi=0$ 不成立^[15]。同时,N-S 方程组中 u_r/r^2 和 u_ϕ/r^2 两项与其它项相比较小,可忽略不计,若进一步假设作用于流体的体积力可以忽略,则惯性参考系中 N-S 方程组可简化为:

$$\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \quad (6)$$

$$\rho \left(u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + u_z \frac{\partial u_r}{\partial z} - \frac{u_\phi^2}{r} \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left(\frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2} \right) \quad (7)$$

$$\rho \left(u_r \frac{\partial u_\phi}{\partial r} + \frac{u_r u_\phi}{r} + u_z \frac{\partial u_\phi}{\partial z} \right) = \mu \left(\frac{\partial^2 u_\phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 u_\phi}{\partial z^2} \right) \quad (8)$$

$$\rho \left(u_r \frac{\partial u_z}{\partial r} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right) \quad (9)$$

当 $z>0$, $r<R$ 时,边界条件与圆盘表面无滑移条件一致,有:

$$u_r = 0, u_\phi = \omega r, u_z = 0 (z = 0) \quad (10)$$

$$u_r = 0, u_\phi (z \rightarrow \infty) \quad (11)$$

对旋转圆盘周围流场的分析目标是通过特定的边界条件将 N-S 方程组简化为常微分方程组,进而可以通过数值或其他方法求解^[16]。用参数下标 * 表示无量纲化的变量,例如, z^* 指无量纲的轴向位置, u_r^* 指无量纲的径向速度分量,对式 (6) ~ (9) 中的变量进行无量纲化可得:

$$z^* = z \sqrt{\frac{\omega}{\nu}} \quad (12)$$

$$u_r^* (z^*) = \frac{u_r}{\omega r} \quad (13)$$

$$u_\phi^* (z^*) = \frac{u_\phi}{\omega r} \quad (14)$$

$$u_z^* (z^*) = \frac{u_z}{\sqrt{\nu \omega}} \quad (15)$$

$$p^* (z^*) = -\frac{p}{\mu \omega} = -\frac{p}{\rho \nu \omega} \quad (16)$$

将式 (12) ~ (16) 代入式 (6) ~ (9) 中并化简,得经无量纲化的旋转圆盘周围流场 N-S 方程组为:

$$\frac{du_z^*}{dz^*} + 2u_z^* = 0 \quad (17)$$

$$\frac{d^2 u_r^*}{dz^{2*}} - u_z^* \frac{du_r^*}{dz^*} - u_r^{*2} + u_\phi^{*2} = 0 \quad (18)$$

$$\frac{d^2 u_\phi^*}{dz^{2*}} - u_z^* \frac{du_\phi^*}{dz^*} - 2u_r^* u_\phi^* = 0 \quad (19)$$

$$\frac{d^2 u_z^*}{dz^{2*}} - u_z^* \frac{du_z^*}{dz^*} - \frac{dp^*}{dz^*} = 0 \quad (20)$$

当 $z>0$, $r<R$ 时,边界条件与圆盘表面无滑移条件一致,有:

$$u_r^* = 0, u_\phi^* = 1, u_z^* = 0, p^* = 0 (z^* = 0) \quad (21)$$

$$u_r^* = 0, u_\phi^* = 0 (z^* \rightarrow \infty) \quad (22)$$

式 (21) 和 (22) 可以用数值方法求解,因为这些变量已经无量纲化,所以求解过程中不依赖于变量具体

的值, 通过 Matlab 的 ode45 求解得到旋转圆盘端面周围层流流动速度分布如图 4 所示, 由图 4 可以看出, 与圆盘端面接触的流体以与圆盘相同的角速度旋转^[17]。

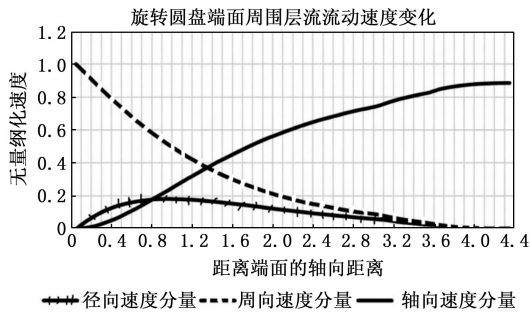


图 4 旋转圆盘端面周围层流流动速度变化图 (无量纲图)

当圆盘旋转时, 在其端面以上将形成流动边界层, 边界层中的流体也随之开始旋转, 且其旋转速度会低于圆盘转速, 并由于向心力的存在产生向外的径向速度分量^[18]。在超过边界层厚度的距离处, 流体不旋转, 因此根据质量守恒原理, 边界层外部必须有流入边界层的流体才能保证径向流出, 因此会存在反向的轴向流动, 且轴向流动速度离端面越远其数值越大, 这部分流体进入边界层后, 通过圆盘的旋转获得径向和周向流动速度并向外泵出, 圆盘周围流体的流动原理如图 2 所示^[19]。若假设流体切向速度为圆盘端面切向速度的 1% 处距离端面的轴向距离为边界层厚度, 也即 $u_{\phi} = 0.01\omega r$, 即 $u_{\phi} = u_z/\omega r = 0.01$, 由图 4 可得对应的 z^* 为 5.5, 将其代入式 (22) 中可得层流边界层厚度表达式为:

$$\delta \approx 5.5 \sqrt{\frac{\nu}{\omega}} \quad (23)$$

由式 (23) 可知, 圆盘端面的边界层厚度不依赖于其直径, 而是由转速和流体运动粘度确定。根据式 (13) 和 (14), 旋转圆盘周围流动速度的径向和切向分量随半径呈线性增加, 随着半径的增大, 表面与流体接触的面积也随着半径的平方而增大。

当圆盘转速较低时, 也即流体流动的旋转雷诺数较低, 此时的流动为层流, 随着旋转雷诺数的增加, 流动会变得不稳定, 进而产生小范围湍流或振荡涡扰动, 当旋转雷诺数达到临界值时, 小范围湍流或扰动将变位完全湍流, 实验证明, 雷诺数为 $1.78 \times 10^5 \sim 2.12 \times 10^5$ 时, 流动由稳定变得不稳定, 进而在过渡部分产生螺旋涡流, 如图 5 所示^[20]。在湍流过渡区域流体旋转雷诺数范围大致为 $2.7 \times 10^5 \sim 2.99 \times 10^5$, 此时流动向完全湍流发展, 完全湍流时雷诺数大致为 7×10^5 :

$$\text{Re}_{\phi} = \frac{\rho \omega r^2}{\mu} \approx 2 \times 10^5 \quad (24)$$

式中, Re_{ϕ} 表示由层流到湍流过渡时的雷诺数, 也称转捩雷诺数。其实际值取决于流动的局部条件和齿轮表面

粗糙度。

当不考虑空气的可压缩性时, 齿轮周围的流体可被看作为黏性亚音速不可压缩流体。针对航空高速齿轮周围的旋转流场, 综合考虑流场特点、湍流模型特点及计算机配置, SSTk- ω 湍流模型能提供与试验结果更接近的数据, 因此本文选用基于涡黏性假设的二方程模式的 SSTk- ω 模型。此模型能根据近壁区网格细密程度对近壁区流场控制方程组先自行判断后再进行计算, 以保证计算成功进行的前提下获得相对较高的计算精度。

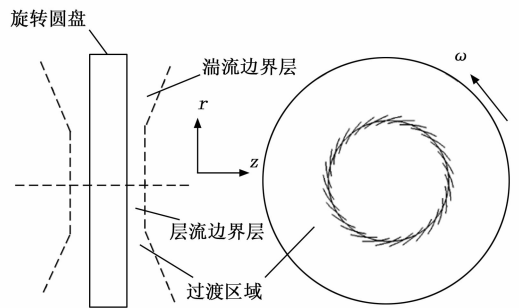


图 5 旋转圆盘端面边界层示意图

通过以上分析可知, 齿轮端面通过径向流出边界层的流体流量必然等于由轴向流入边界层的流量, 根据质量守恒, 流体从边界层径向流出的单位时间质量流量可表述为:

$$m_o = -2\pi\rho \int_0^r ru_z(z \rightarrow \infty) dr = -\pi\rho^2 \sqrt{(\omega\nu)} u_{z^*} \quad (25)$$

对于半径为 r 的圆盘, 由图 4 查得当 $z^* \rightarrow \infty$ 时相应的 u_{z^*} 为 -0.8845 , 将 $u_{z^*} = -0.8845$ 代入式 (25) 中, 为了方便将单位时间质量流量无量纲化, 进而得无量纲化的质量流量为:

$$C_w = \frac{m_o}{\mu r} \quad (26)$$

将 u_{z^*} 为 -0.8845 ($z^* \rightarrow \infty$) 代入公式 (26) 中, 得:

$$m_o = 2.779\rho r^2 \sqrt{\omega\nu} \quad (27)$$

将式 (27) 代入式 (25) 中可得:

$$C_w = -\pi u_{z^*} \text{Re}_{\phi}^{0.5} = 2.779\text{Re}_{\phi}^{0.5} \quad (28)$$

本文的目的是计算齿轮旋转需要克服的流体粘性阻力所做的功, 在本章中也即需要获得流体对圆盘一侧端面的摩擦力矩, 这可以通过对流体切应力的积分获得, 关于摩擦力矩表述如下:

$$T_q = \tau Ar \quad (29)$$

根据牛顿内摩擦定律, 切应力的切向分量表述如下:

$$T_{\phi} = \mu \left[\frac{\partial u_{\phi}}{\partial z} \right]_{z=0} \quad (30)$$

由式 (14) 可知, $u_\phi = \omega r u_{\phi'}$, 因此有:

$$\frac{\partial u_\phi}{\partial z} = \omega r \frac{\partial u_{\phi'}}{\partial z} \quad (31)$$

由式 (31) 可知, $z^* = z \sqrt{\frac{\omega}{\nu}}$, 进而微分方程的形式有:

$$\frac{dz^*}{dz} = \sqrt{\frac{\omega}{\nu}} \quad (32)$$

联立式 (31) 和 (32) 可得:

$$\frac{\partial u_\phi}{\partial z} = \frac{r\omega^{1.5}}{\sqrt{\nu}} \frac{\partial u_{\phi'}}{\partial z^*} \quad (33)$$

对圆盘端面上所受的切应力的切向分量进行积分, 选定微元面积为 $ds = 2\pi r dr$, 得圆盘一侧上所受的摩擦力矩为:

$$\begin{aligned} T_q &= - \int_0^R 2\pi r \times \mu \left[\frac{\partial u_\phi}{\partial z} \right]_{z=0} \times r dr = \\ &- \int_0^R 2\pi r^2 \times \mu \frac{r\omega^{1.5}}{\sqrt{\nu}} \left[\frac{\partial u_{\phi'}}{\partial z^*} \right]_{z^*=0} \times dr = \\ &- \int_0^R 2\pi r^3 \times \mu \frac{r\omega^{1.5}}{\sqrt{\nu}} \left[\frac{\partial u_{\phi'}}{\partial z^*} \right]_{z^*=0} \times dr \quad (34) \end{aligned}$$

对式 (34) 积分得:

$$T_q = - \frac{1}{2} \pi r^4 \rho \omega^{0.5} \nu^{1.5} \left[\frac{\partial u_{\phi'}}{\partial z^*} \right]_{z^*=0} \quad (35)$$

为了方便表示, 将摩擦力矩无量纲化, 假设圆盘半径为 R , 角速度为 ω , 周围流体密度为 ρ , 使用扭矩系数表示 T_q 为:

$$C_m = \frac{T_q}{0.5 \rho \omega^2 R^5} \quad (36)$$

对于层流流动, 当时 $z^* = 0$, $\partial u_{\phi'} / \partial z^* = -0.6159$, 将其代入式 (36) 中, 并联立式 (35) 得:

$$\begin{aligned} C_m^{(L)} &= - \pi \left[\frac{\partial u_{\phi'}}{\partial z^*} \right]_{z^*=0} \text{Re}_\phi^{0.5} = \\ &- \pi \times -0.6159 \text{Re}_\phi^{0.5} = 1.935 \text{Re}_\phi^{0.5} \quad (37) \end{aligned}$$

考虑圆盘有两个端面, 对一端所受扭矩乘二, 则层流流动时总功率损失为:

$$P_w^{(L)} = 2T_q \omega = 0.967R^4 \rho \omega^{0.5} \nu^{2.5} \quad (38)$$

式中, R 为圆盘半径 (mm); ρ 为周围流体密度 (kg/m^3); ν 为运动粘度 (m^2/s); ω 为旋转角速度 (rad/s)。

1.2 圆周面功率损失

圆盘在旋转时与周围流体接触的表面除了两端面外, 还有其圆周面, 圆周面与流体的接触情况如图 6 所示。

计算圆周面所受的阻力损失时, 假设稳流条件 $\frac{\partial v}{\partial t} = 0$, $\frac{\partial p}{\partial t} = 0$, 而流体压力只在圆盘直径方向上变化, 也即 $p = p(r)$, $\frac{\partial p}{\partial \phi} = 0$, 此外, 假设圆盘圆周面附近流

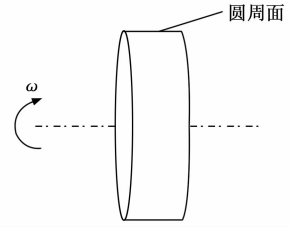


图 6 旋转圆盘的圆周面

体质点速度的径向分量 u_r 为零, 流体不可压缩, 密度不随压力变化而受影响。本文只考虑摩擦阻力, 不考虑形状阻力 (压差阻力) 的影响, 因为要考虑形状阻力的影响需要更多关于边界层分离和尾流区域之外的流体流动情况分析, 假设边界层分离时尾流区域可以忽略不计^[21]。对于气液两相流动, 假设其流动模型为均流模型, 此时介质具有均一的流动参数, 物性参数取气液两相介质相应参数的平均值, 以简化两相流动的求解复杂性。基于上述假设, 通过求解连续性方程, 可以确定流体沿圆盘圆周面的切向速度 u_ϕ 和其周围的压力分布, 简化后的 N-S 方程组为:

$$\begin{cases} \frac{\partial u_\phi}{\partial \phi} = 0 \\ \frac{\rho}{r} u_\phi^2 = \frac{\partial p}{\partial r} \\ \frac{d^2 u_\phi}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du_\phi}{dr} - \frac{u_\phi}{r^2} = 0 \end{cases} \quad (39)$$

式中, 边界条件为: $u_\phi = \omega r, u_\phi = 0 (r \rightarrow \infty), r \in (R, \infty]$, R 为圆盘半径。

应用上述边界条件, 求解式 (39) 所示的微分方程组, 得圆盘圆周面径向以外不同半径处旋转流体的切向速度为:

$$u_\phi(r) = \frac{\omega R^2}{r} \quad (40)$$

给定圆盘周围流体的动力粘度为 μ , 由于旋转运动而在外径为 r 处流体剪切应力的径向、轴向和切向分量用以下方式表述:

$$\begin{cases} \tau_r = 2\mu \frac{\partial u_\phi}{\partial r} = 0 \\ \tau_z = 2\mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial u_\phi}{\partial \phi} + \frac{u_r}{r} \right] = 0 \\ \tau_\phi = \mu \left[r \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\frac{u_\phi}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \phi} \right] = - \frac{2\mu \omega R^2}{r^2} \end{cases} \quad (41)$$

式 (41) 表明, 仅作用于圆盘圆周面径向以外的切向剪切应力非零, 同时作用于圆盘圆周面的切向剪切应力 (壁面剪切应力) 为 $\tau_\phi = 2\mu \omega$, 其上的流体阻力为:

$$F_\phi = A_s \tau_\phi = 2\pi R b \times 2\mu \omega = 4\pi \mu b R \omega \quad (42)$$

由式 (42) 描述的阻力引起的功率损失为:

$$P_w = 4\pi \mu b R^2 \omega^2 \quad (43)$$

2 旋转锥体的风阻功率损失计算模型

旋转锥体的风阻损失模型可参照旋转圆柱体, 如图 7 所示, 锥体与圆柱体都具有两个端面, 不同的是锥体两端面不相等, 分为大端面和小端面, 且锥体的圆周长沿轴向是倾斜的。

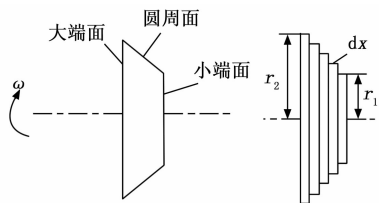


图 7 旋转锥体

对于锥体的小端面和大端面, 层流和湍流流动时, 锥体小端面或大端面的功率损失和扭矩系数分别为:

$$\begin{cases} C_{m1}^{(L)} = 1.935Re_{\phi}^{0.5} \\ P_{w1}^{(L)} = 0.484R^4 \rho v^{0.5} \omega^{2.5} \end{cases} \quad (44)$$

$$\begin{cases} C_{m2}^{(T)} = 0.07294Re_{\phi}^{1/5} \\ P_{w2}^{(L)} = 0.03657R^5 \omega^3 \rho^{1/5} \end{cases} \quad (45)$$

式中, R 为小端面或大端面半径。

下面讨论旋转锥体圆周面的风阻功率损失, 将锥体沿其轴向划分为若干份小锥体, 如图 7 所示, 当划分的宽度足够小时, 微元锥体可看做为微元圆柱体, 其宽度为 dx , 在此之上的圆周长所受微元切向力为:

$$dF_{\phi} = 4\pi\mu\omega r dx \quad (46)$$

记锥体小端面指向大端面为 x 正方向, 小端面处 $x=0$, 大端面处 $x=b$, 则任意 x 处对应的微元圆柱体半径为 $r = \frac{r_2 - r_1}{b}x + r_1$, r_1 为小端半径, r_2 为大端半径, 所以 dx 处的微元切向力为:

$$dF_{\phi} = 4\pi\mu\omega \left(\frac{r_2 - r_1}{b}x + r_1 \right) dx \quad (47)$$

整个锥体圆周面上流体阻力为:

$$F_{\phi} = \int_0^b dF_{\phi} = \int_0^b 4\pi\mu\omega \left(\frac{r_2 - r_1}{b}x + r_1 \right) dx = 2\pi\mu\omega (r_1 + r_2)b \quad (48)$$

以宽度中点处的速度为流体平均切向速度, 锥体圆周面上流体阻力引起的功率损失和扭矩系数为:

$$P_w = F_{\phi}u_{\phi} = \pi\mu\omega^2 b(r_1 + r_2)^2 \quad (49)$$

$$C_m = \frac{16\pi b}{r_1 + r_2} Re_{\phi}^{-1} \quad (50)$$

3 弧齿锥齿轮风阻损失预测模型建立

建立弧齿锥齿轮风阻损失模型时, 如图 8 所示, 将齿轮表面分为大端面、小端面、大端圆周长、小端圆周长和轮齿圆周长, 轮齿圆周长也即锥齿轮的面锥, 分别分析这些表面各自独立旋转时的风阻损失, 然后相加即为所有面造成的风阻损失之和, 同时, 还应该考虑轮齿

齿腔对风阻损失的影响, 根据前面几节的分析, 可以确定上述表面各自产生的风阻损失。

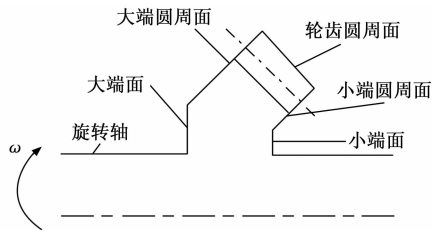


图 8 弧齿锥齿轮风阻分布

设齿轮大端面半径为 R_1 , 小端面半径为 R_2 , 忽略轴的圆周长造成的风阻损失, 层流流动和湍流流动时, 大端面产生的风阻损失为:

$$\begin{cases} P_{w1}^{(L)} = 0.484R_1^4 \rho v^{0.5} \omega^{2.5} \\ P_{w1}^{(T)} = 0.037R_1^5 \omega^3 \rho Re^{1/5} \end{cases} \quad (51)$$

小端面产生的风阻损失为:

$$\begin{cases} P_{w2}^{(L)} = 0.484R_2^4 \rho v^{0.5} \omega^{2.5} \\ P_{w2}^{(T)} = 0.037R_2^5 \omega^3 \rho Re^{1/5} \end{cases} \quad (52)$$

设弧齿锥齿轮的背锥和前锥宽度分别为 b_1 和 b_2 , 大端齿顶圆半径为 R_{a1} , 小端齿顶圆半径为 R_{a2} , 大端圆周长和小端圆周长产生的风阻功率损失为:

$$\begin{cases} P_{w1} = \pi\mu\omega^2 b_1 (R_1 + R_{a1})^2 \\ P_{w2} = \pi\mu\omega^2 b_2 (R_2 + R_{a2})^2 \end{cases} \quad (53)$$

式 (51) ~ (53) 给出了旋转中的弧齿锥齿轮除轮齿齿腔外其它面在空气作用下的风阻功率损失, 由早期关于单个弧齿锥齿轮风阻试验结论, 弧齿锥齿轮小端对整个轮齿产生恶风阻损失影响很大, 因此本节分析弧齿锥齿轮风阻损失时, 以此试验结论为指导, 后续在试验环节对此再进行验证。根据文献 [22] 的试验发现弧齿锥齿轮在旋转时, 流体通过轴向被吸入齿轮小端面附近, 流体到达小端面后, 在旋转离心力的作用下背离心向径向外流动, 径向外流动的流体一部分撞向锥齿轮小端圆周长, 一部分直接流向箱体环境中, 还有一部分通过弧齿锥齿轮小端流入齿腔内, 进入齿腔的流体分两部分流出, 一部分从大端处流出, 一部分从齿面流出, 齿轮旋转时轴向流动如图 9 所示, 流体从轴向流至小端的质量流量为 m_o , 假设有 k ($0 < k \leq 1$) 倍的 m_o 流入轮齿腔中, 即流入齿腔的流体总质量流量为 km_o , 设弧齿锥齿轮小端流入面积为 A_1 , 平均流速为 V_1 , 大端流出面积为 A_{21} , 平均流速为 V_{21} , 齿面流出面积为 A_{22} , 平均流速为 V_{22} , 由质量守恒可得:

$$\begin{cases} A_1 V_1 = A_{21} V_{21} + A_{22} V_{22} \\ \frac{km_o}{\rho} = A_1 V_1 \end{cases} \quad (54)$$

假设弧齿锥齿轮上每一个轮齿齿腔内的流入和流出情况相同, 齿腔内的流体流动情况也相同, 也即弧齿锥

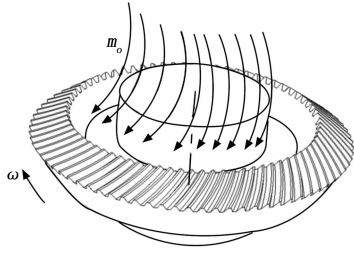


图 9 弧齿锥齿轮旋时轴向流动示意图

齿齿轮齿周围的流动具有轴对称型，流动过程稳定，N-S 方程中 $\partial/\partial t$ 项可忽略，同时考虑到轮齿相对于整个流场较小，齿槽内轴向方向的速度梯度变化不大， $\partial/\partial z \approx 0$ ，忽略流体体积力和二阶导数项，则惯性参考系下齿腔内流体运动的 N-S 方程为：

$$\begin{cases} \rho \left(u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_\phi^2}{r} \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\mu}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} \\ \rho \left(u_r \frac{\partial u_\phi}{\partial r} + \frac{u_r u_\phi}{r} \right) = \frac{\mu}{r} \frac{\partial u_\phi}{\partial r} \\ \rho u_r \frac{\partial u_z}{\partial r} = \frac{\mu}{r} \frac{\partial u_z}{\partial r} \end{cases} \quad (55)$$

式 (55) 的边界条件为：在齿面上 $u_\phi = \omega r$ ， $u_r = 0$ ， $u_z = 0$ ，若假设齿腔外压力为零，则流体入口和流体出口面压力为零，小端流入面 A_1 处的平均压力 $p_1 = 0$ ，大端流出面 A_{21} 处的平均压力 p_{21} ，齿面流出面 A_{22} 处的平均压力 p_{22} ，上述 4 个方程 4 个未知量，方程封闭，理论上可求解，但需要运用数值方法进行求解。为了简化计算，考虑齿腔内体积相比整个流场较小，因此这里将齿腔内的流体认为是一个整体流体团，联立方程 (55)，忽略 $\partial u_z/\partial r$ 项，也即忽略轴向速度在直径方向的变化，可得：

$$\begin{cases} \rho u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} - \omega^2 r = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\mu}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} \\ 2\rho u_r = \frac{\mu}{r} \end{cases} \quad (56)$$

上述方程组的初始条件为：大端出口处压力为零，将齿顶圆半径记为大端出口处的半径，即 $r = R_{a1}$ 时， $p = 0$ ，联立初始条件，由式 (56) 可解出压力表达式，弧齿锥齿轮齿槽内半径为 R 处对应的压力表达式为：

$$p = \frac{\mu^2}{8\rho} \left(\frac{1}{R^2} - \frac{1}{R_{a1}^2} \right) + \frac{1}{2} \omega^2 \rho (R^2 - R_{a1}^2) \quad (57)$$

由边界条件知齿槽流体出口（大端）位置压力为零，入口（小端）位置压力不为零，流体从齿槽小端流入，大端流出，压力梯度不为零，取齿槽内流体团所受平均压力为：

$$p = \frac{\mu^2}{16\rho} \left(\frac{1}{R_{a2}^2} - \frac{1}{R_{a1}^2} \right) + \frac{1}{4} \omega^2 \rho (R_{a2}^2 - R_{a1}^2) \quad (58)$$

式 (58) 压力的本质是齿槽内流体团所受两齿面的压力差，流体团所受力为：

$$F = \frac{A_2 + A_{22}}{2} p \quad (59)$$

式中， A_2 ， A_{21} 为齿槽两侧轮齿的面积。

齿槽内流体造成的齿轮功率损失为：

$$p_m = \frac{A_2 + A_{22}}{2} R \omega \left[\frac{\mu^2}{16\rho} \left(\frac{1}{R^2} - \frac{1}{R_{a1}^2} \right) + \frac{1}{4} \omega^2 \rho (R^2 - R_{a1}^2) \right] \quad (60)$$

综上所述，考虑弧齿锥齿轮齿数为 z ，层流和湍流下弧齿锥齿轮产生的总风阻功率损失为：

$$\begin{cases} P_w^{(L)} = z P_m + P_w^{(L)} P_{w2}^{(L)} + P_{w1} + P_{w2} \\ P_w^{(T)} = z P_m + P_w^{(T)} P_{w2}^{(T)} + P_{w1} + P_{w2} \end{cases} \quad (61)$$

由上式可知，本章讨论的弧齿锥齿轮风阻功率损失主要与齿轮尺寸和旋转速度有关，考虑齿轮箱体中润滑油的存在时，根据润滑油的体积分数，可以计算气液两相流混合物的密度和粘度，公式如下：

$$\rho_{mix} = \rho_1 (1 - f_m) + \rho_2 f_m, \mu_{mix} = \mu_1 (1 - \mu_m) + \mu_2 f_m \quad (62)$$

式中， ρ_{mix} ， μ_{mix} 为混合物的密度和动力粘度； ρ_1 ， ρ_2 为第一相、第二相的密度； f_m 为第二相的体积分数。

若箱体内存在润滑油，在已知各相体积分数的情况下，可用上述混合密度代替推导公式中的密度 ρ ，以考虑润滑油的影响。

4 预测模型算例及结果分析

以某航空弧齿锥齿轮为例计算齿轮的风阻功率损失值，齿轮基本参数如表 1 所示。

表 1 弧齿锥齿轮副基本参数

参数	主动轮	从动轮
齿数	27	81
大端模数/mm	3.85	
压力角/(°)	20	
螺旋角/(°)	35	
齿宽/mm	38	
外锥距/mm	164.31	
轴交角/(°)	69.77	
分锥角/(°)	16.91	52.86
旋向	左旋	右旋

主动弧齿锥齿轮结构模型（从动弧齿锥齿轮结构与此类似）如图 10 所示。

由图 10 可知，前锥面和背锥面轮缘厚可表示为：

$$\begin{cases} l_f = (r_{rf} - r_{sa}) / \cos \delta_p \\ l_h = (r_{hf} - r_{sh}) / \cos \delta_p \end{cases} \quad (63)$$

式中， l_f 和 l_h 分别为前锥面和背锥面的轮缘厚； r_{rf} 和 r_{hf} 分别为小端和大端的齿根圆半径； δ_p 为根锥角。

对于表 1 所示的弧齿锥齿轮副来说，当给定齿轮轮辐半径时，可计算得到齿轮的轮缘厚度值，齿轮的结构参数如表 2 所示。

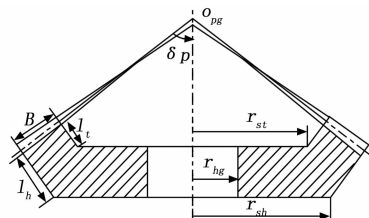


图 10 主动弧齿锥齿轮结构模型示意图

表 2 弧齿锥齿轮结构参数

参数	主动轮	从动轮
轮毂半径/mm	20	35
小端轮辐半径/mm	27	106.6
大端轮辐半径/mm	35	148.4
前锥面轮缘厚/mm	3.6	6
背锥面轮缘厚/mm	10	20

喷油嘴布局参数的初始值如表 3 所示。

表 3 喷油嘴布局参数

喷油嘴位置坐标			喷油嘴方位角度	
x_0 /mm	y_0 /mm	z_0 /mm	η /($^\circ$)	φ /($^\circ$)
120	90	50	100	90

齿轮周围箱体内流体的初始状态参数为：压强为 $1.0 \times 10^5 \text{ Pa}$ ；温度为 298 K；定容比热容为 $717 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ；定压比热容为 $1005 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ；空气密度为 $1.205 \text{ kg}/\text{m}^3$ ，动力粘度为 $1.81 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ ；润滑油密度为 $998 \text{ kg}/\text{m}^3$ ，动力粘度为 $6.04 \times 10^{-2} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ ；润滑油的体积分数为 0。喷油润滑一段时间后，当流场稳定后，根据文献 [23] 可知，空气与润滑油的体积分数比约为 1:33，然后根据式 (23) 可计算齿轮周围两相流体的当量密度，可同理计算当量动力粘度。

采用第 2 节所示的航空弧齿锥齿轮风阻功率损失预测模型计算方法和流程，计算表 1 所示齿轮副的风阻功率损失，结果如图 11 所示。

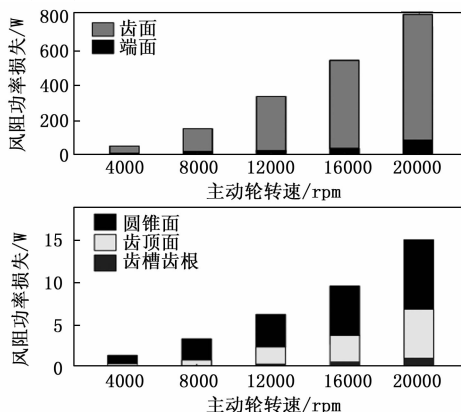


图 11 不同输入转速时齿轮风阻损失分布图

分析图 11 可知，对于单个弧齿锥齿轮来说，齿面射流冲击引起的风阻损失最大，占总风阻损失的约 92%；其次是大、小端面，这两端面产生的风阻功率损失占总风阻损失的 6% 左右；圆锥面、齿顶面及齿槽齿根涡流风阻功率损失占比较小，在整个转速范围内，风阻功率损失值约为几瓦到几十瓦；其中齿槽齿根涡流风阻损失最小，最大值也只有几瓦。这表明齿轮风阻功率损失的主要来源是齿轮高速旋转带动空气流体冲击齿面形成的压力差，即压力是产生风阻功率损失的主要原因，而粘性力的影响相对较小。这进一步说明齿轮风阻功率损失不仅仅与流体和齿轮各表面的接触面积大小有关，而在于造成风阻功率损失的力的来源。文献 [4]、[24] 和 [25] 对直齿轮和斜齿轮风阻功率损失的研究结果表明，齿面风阻功率损失远远大于齿顶面及端面风阻功率损失，且风阻功率损失的 90% 以上是由轮齿造成的。另外，文献 [26] 和 [27] 对弧齿锥齿轮风阻功率损失进行了准解析和数值仿真分析，其研究结论指出，齿面风阻最大，其次是大端面，最后是小端面（他们未研究齿轮其它表面对风阻功率损失的影响），且超过 90% 的风阻功率损失发生在齿轮齿部，并强调压差效应是齿轮风阻功率损失的主要贡献者。对比可知，本节得到的弧齿锥齿轮风阻功率损失分布规律与以上研究结论一致，验证了本文提出的风阻预测模型的合理性。

5 结束语

传统的功率损失模型均是基于试验条件的拟合方程得到的，在试验条件下所得的数据有限，且并不能考虑所有的影响因素，这些齿轮风阻试验也都是在单轮运转下进行的，并没有考虑啮合齿轮副的风阻效应。针对这一问题，本文在流动边界条件和几何结构上做出相应假设，建立简化的弧齿锥齿轮风阻功率损失计算模型，过程中先建立圆盘的风阻损失计算模型，分别考虑层流流动和湍流流动以及圆盘圆周面流体流动产生的功率损失，再以此为基础建立旋转锥体的风阻损失计算模型，在一定的假设条件下讨论轮齿周围流体在齿轮旋转过程中的流动特性，最后建立弧齿锥齿轮风阻功率损失预测模型，从中找到弧齿锥齿轮各参数对其风阻损失的影响，为进一步研究齿轮风阻功率损失的影响因素分析提供理论基础。

参考文献:

[1] PETRY J T T, KAHRAHAM A, ANDERSON N E, et al. An experimental investigation of spur gear efficiency [J]. Journal of Mechanical Design, 2008, 130 (6): 562 - 583.
 [2] HAN D, LI H, WEN S, et al. Prediction and control for

- local bearing contact-based collaborative grinding of non-orthogonal aerospace spiral bevel gears [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2021, 160 (3): 256–260.
- [3] KAHRAMAN A, SEETHARAMAN S. Load-independent spin power losses of a spur gear pair: model formulation [J]. *Journal of Tribology*, 2009, 131 (2): 56–62.
- [4] SEETHARAMAN S, KAHRAHAM A. A windage power loss model for spur gear pairs [J]. *Tribology Transactions*, 2010, 53 (4): 303–308.
- [5] CHEN S, MATSUMOTO S. Influence of relative position of gears and casing wall shape of gear box on churning loss under splash lubrication condition-some new ideas [J]. *Tribology Transactions*, 2016, 59 (6): 286–292.
- [6] JOHNSON G, CHANDRA B, FOORD C, et al. Windage power losses from spiral bevel gears with varying oil flows and shroud configurations [J]. *Journal of Turbomachinery*, 2009, 131 (4): 191–197.
- [7] LEPRINCE G, CHANGENET C, VILLE F, et al. Influence of aerated lubricants on gear churning losses-an engineering model [J]. *Tribology Transactions*, 2011, 54 (6): 300–306.
- [8] DAWSON P H. Windage loss in larger high-speed gears [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy*, 1984, 198 (1): 262–268.
- [9] 陈士焯. 航空齿轮传动系统的“风阻”问题 [J]. *航空动力学报*, 1993 (3): 303–306.
- [10] LOR D. Experimental investigation of geometric and oil flow effects on gear windage and meshing losses [D]. University of Wales Swansea, 1998.
- [11] TALBOT D, KAHRAMAN A. A helical gear pair pocketing power loss model [J]. *ASME. J. Tribol*, 2014, 136 (2): 021105.
- [12] YANG J, LIN T. Novel calculation method for windage power loss of double-helical gear transmission [J]. *ASME. J. Fluids Eng.*, 2023, 145 (12): 121201.
- [13] EASTWICK C N, JOHNSON G. Gear windage: a review [J]. *Journal of Mechanical Design*, 2008, 130 (3): 350–353.
- [14] 戴振东, 廖自灿. 直升机传动系统干运转能力的研究 [J]. *机械科学与技术*, 1999, 18 (2): 4–8.
- [15] LIU H, JURKSCHAT T, LOHNER T, et al. Determination of oil distribution and churning power loss of gearboxes by finite volume CFD method [J]. *Tribology International*, 2016, 109 (5): 103–106.
- [16] DANIELS W A, JOHNSON B V, GRABER D J. Aero-dynamic and torque characteristics of enclosed co/counter rotating disks [J]. *Journal of Turbomachinery*, 1991, 113 (1): 523–531.
- [17] PETRY J T T, KAHRAHAM A, ANDERSON N E, et al. An experimental investigation of spur gear efficiency [J]. *Journal of Mechanical Design*, 2008, 130 (6): 601–617.
- [18] DAILY J W, NECE R E. Chamber dimension effects on induced flow and frictional resistance of enclosed rotating disks [J]. *Journal of Basic Engineering*, 1960, 82 (1): 217–225.
- [19] MAROTI L A, DEAK G, KREITH F. Flow phenomena of partially enclosed rotating disks [J]. *Journal of Fluids Engineering*, 1960, 82 (3): 539–548.
- [20] VAN EETEN K M P, VAN DER S J, VAN HEIJST G J F, et al. Lyapunov-stability of solution branches of rotating disk flow [J]. *Physics of Fluids*, 2013, 25 (7): 233–252.
- [21] SCHLICHTING H, KESTIN J. *Boundary layer theory* [M]. New York: McGraw-Hill, 1961.
- [22] ANDERSON N E, LOEWENTHAL S H. Effect of geometry and operating conditions on spur gear system power loss [J]. *Journal of Mechanical Design*, 1981, 103 (1): 151–159.
- [23] ZENG Q L, SUN Z Y, WAN L R, et al. Research and comparative analysis of flow field characteristics and load-independent power losses of internal and external gear pairs [J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2020 (5): 1–19.
- [24] DIAB Y, VILLE F, VELEX P. Windage losses in high-speed gears preliminary experimental and theoretical results [J]. *Journal of Mechanical Design*, 2004, 126 (5): 941–947.
- [25] DAWSON P H. Windage loss in larger high-speed gears [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Power and Process Engineering*, 1984, 198 (1): 51–59.
- [26] ZHU X, DAI Y, MA F. On the estimation of the windage power losses of spiral bevel gears: an analytical model and CFD investigation [J]. *Simulation Modelling Practice and Theory*, 2021, 110 (3): 102334.
- [27] ZHU X, DAI Y, MA F Y. Development of a quasi-analytical model to predict the windage power losses of a spiral bevel gear [J]. *Tribology International*, 2020, 146: 106258.