

考虑回差精度的小模数齿轮高温下侧隙控制方法研究

熊伟^{1,2}, 徐佳佳^{1,2}, 王言徐^{1,2}, 马亚军^{1,2}, 要晋宇^{1,2}

(1. 北京精密机电控制设备研究所, 北京 100076; 2. 控制执行机构技术创新中心, 北京 100076)

摘要: 为解决齿轮在高温下会发生热膨胀从而导致侧隙变化, 产生齿轮卡滞, 传动滞后从而影响编码器读数精度的问题, 常采用设置齿轮齿厚偏差的方法来控制侧隙, 目的是通过设置齿厚偏差来补偿高低温下的齿侧间隙; 但齿厚偏差的增大会影响回差精度; 针对这一问题, 提出了一种考虑回差精度的齿轮侧隙控制方法, 该方法能够在满足齿轮热变形、安装误差、齿轮加工误差同时保证齿轮传动的回差精度; 通过理论计算, 以及采用有限元仿真分析方法对编码器齿轮的热变形量进行了计算, 验证了考虑回差精度的侧隙控制方法在能够有效补偿高低温变化带来齿侧间隙变化的同时保证回差精度, 为精密仪器中的小模数齿轮传动系统提供了有效的侧隙控制解决方案。

关键词: 小模数齿轮; 侧隙; 高温; 齿厚偏差; 回差精度

Research on High Temperature Side Clearance Control Method for Small Module Gears Considering Return Difference Accuracy

XIONG Wei^{1,2}, XU Jiajia^{1,2}, WANG Yanxu^{1,2}, MA Yajun^{1,2}, YAO Jinyu^{1,2}

(1. Beijing Institute of Precise Mechanical and Electronic Control Equipment, Beijing 100076, China;

2. Innovation Center for Control Actuators, Beijing 100076, China)

Abstract: In order to solve the problem of thermal expansion of gears at high temperature, which leads to change in side clearance, gear jamming, and transmission lag, it affects the accuracy of encoder reading, and a method for setting the gear tooth thickness deviation is often used to control the side clearance. The purpose is to compensate the side clearance at high and low temperatures by setting the tooth thickness deviation. But the increase of tooth thickness deviation will affect the precision of return difference. To solve this problem, a gear side clearance control method for considering the precision of return difference is proposed, which can meet thermal deformation, installation error and gear machining error while ensuring the precision of gear transmission. Through theoretical calculation and finite element simulation analysis, the thermal deformation of the encoder gear is calculated, and it is verified that the side clearance control method for considering the precision of return difference can effectively compensate the change of tooth side clearance caused by the change of high and low temperature, and ensure the precision of return difference, which provides an effective side clearance control solution for small module gear transmission systems in precision instruments.

Keywords: small module gear; side clearance; high temperature; gear thickness deviation; return difference

0 引言

在精密传动系统中, 齿轮的热变形对系统传动性能有着显著影响^[1]。在实际工作中, 齿轮会受到多种因素的影响, 其中温度变化是一个不可忽视的因素。由于材料具有热膨胀或收缩的特性, 当齿轮暴露于高温或低温环境中时, 会发生尺寸的变化, 这种变化会导致齿轮之

间的侧隙发生变化, 进而可能引起齿轮卡滞或传动滞后等问题^[2-3]。为了解决这些问题, 设计者在设计齿轮时会考虑温度因素对齿轮的影响, 并采取相应的措施来补偿由于温度变化引起的侧隙变化^[4]。目前, 国内外针对温度引起的齿轮侧隙变化, 有以下几种侧隙控制方法:

1) 增加齿侧间隙控制机构。如使用双片齿轮弹簧

收稿日期: 2024-12-31; 修回日期: 2025-02-19。

作者简介: 熊伟(1982-), 男, 硕士, 高级工程师。

引用格式: 熊伟, 徐佳佳, 王言徐, 等. 考虑回差精度的小模数齿轮高温下侧隙控制方法研究[J]. 计算机测量与控制, 2025, 33(4): 123-129.

控制侧隙^[5-6]，该方法原理是利用弹簧产生的张紧力使齿轮副在正反转的过程中保持贴合。然而，这种方法对装置体积有额外的要求，由于弹簧的存在，需要为齿轮副提供足够的空间来容纳这些弹簧组件，这可能导致整体装置的尺寸和重量增加，限制其在小型齿轮传动机构中的应用。

2) 使用两条传动链控制侧隙^[7-8]，即机构传动链分为正转和反转两条传动链控制机构。该方法同样会传动机构体积和质量增大，并增加成本。

3) 通过设置齿厚偏差来调整侧隙^[9-10]，以适应不同的工作温度。这种方法在一定程度上能够缓解由温度变化引起的问题，但它主要关注于温度和安装误差等因素，而没有充分考虑到齿轮的回差精度要求。对一般的受载齿轮，精度的影响可以忽略不计，但对精密小模数齿轮这类有很高精度的传动系统，必须考虑其回差精度，在一些特殊用途下，如太空和军用环境，精密仪器常工作在极端的高低温度下，这类仪器常采用小模数齿轮，对于精密仪器上的小模数齿轮而言，其对回差精度的要求非常高^[11-12]。回差是指齿轮在正转和反转过程中输出角度的差异，它是衡量齿轮传动精度的一个重要指标^[13]。如果采用过于保守的齿厚偏差设置方法，虽然可以在一定程度上补偿热变形，但过大的齿侧间隙会降低回差精度，影响齿轮传动的稳定性和准确性^[14-15]。

为了解决以上问题，本文提出了一种新颖的齿轮侧隙补偿方法，该方法不仅考虑了温度、安装误差因素，还特别考虑了回差精度的要求。具体来说，这种方法在设置齿厚偏差时，会根据要求的回差精度反过来调整齿厚偏差的大小，这样，计算得到的侧隙既能有效地补偿高温下的热变形，又能保证齿轮的回差精度不受影响。为了验证所提方法的有效性，本文采用了有限元方法对编码器齿轮系在高温下的热变形进行了计算，判断在考虑回差精度条件下设置的齿厚偏差能否满足高温变形带来的齿侧间隙变化，通过对仿真结果的分析，我们发现采用本文提出的计算方法得到的齿厚偏差能够有效地补偿高温下的热变形，同时满足了回差精度的要求。

1 齿轮副侧隙理论计算

1.1 齿轮编码器参数

本文研究的机械式编码器是一种高精度的测量设备，由 12 个精密齿轮构成，总传动比达到 140。第一个齿轮的轴孔直接与电机轴连接，输入额定转速设定为 8 000 rad/min。具体的传动链及各齿轮详细参数分别如图 1 和表 1 所示。考虑编码器设计精度要求，设计时精度为 6 级，考虑高温环境下的工作性能，编码器在工作时需要承受 70 ℃ 的高温，为了确保编码器的稳定性和可靠性，设计要求回差小于 7 分。

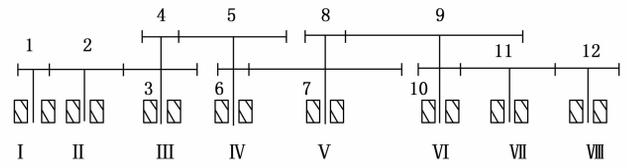


图 1 编码器齿轮传动链

表 1 齿轮轴系各级齿轮参数

齿轮	材料	有效齿宽/mm	模数	齿数	变位系数
1	AL7055	2	0.25	24	0
2	AL7055	2	0.25	60	0
3	AL7055	2	0.25	46	0
4	AL7055	2	0.25	23	0
5	AL7055	2	0.25	48	0
6	AL7055	2	0.25	17	0
7	AL7055	2	0.25	63	0
8	AL7055	2	0.25	20	0
9	AL7055	2	0.25	68	0
10	AL7055	2	0.25	18	0
11	AL7055	2	0.25	68	0
12	AL7055	2	0.25	50	0

在机械式编码器的设计中，齿轮 1 与电机轴直接相连，这使得第一级传动齿轮的啮合线速度最大。这种高速运转不仅增加了齿轮的磨损和发热，还对齿轮的制造精度提出了更高的要求。由于最后一级齿轮的齿侧间隙对回差的影响最大，因此需要特别关注这一级的设计和控制。为了验证提出的侧隙控制方法，本文详细列出了齿轮 1 和齿轮 2 法向弦齿厚极限偏差的计算过程。其余齿轮齿厚极限偏差计算方法同理。

1.2 最小法向侧隙 j_{\min}

齿轮侧隙是两个相互啮合齿轮的工作齿面相接触时，在两个非工作齿面之间形成的间隙。理论上，齿轮侧隙需等于零，然后齿轮副在运转过程中，工作齿面间和非工作齿面间都应留有侧隙，这是因为工作齿面之间有油膜润滑，以减少磨损并提高传动效率，而非工作齿面之间则要考虑温升变形的影响，故齿轮副的工作齿面间和非工作齿面间都应有足够而不过大的最小侧隙^[16]，用于储油以减小磨损和噪声，以及弥补热膨胀以避免齿轮副卡死或传动不稳定。这两者最小法向值称为齿轮副的最小法向齿侧间隙 j_{\min} ，然而为保证齿轮副始终呈单面啮合的正常运行，必须对其工作齿面和非工作齿面之间的最小侧隙进行合理设计。根据《JB-ZQ4074-97 圆柱齿轮齿厚极限偏差代号及数值》附录 A 中推荐的计算方法， j_{\min} 的计算公式为：

$$j_{\min} = 2a[\alpha_1(t_1 - 20^\circ\text{C}) - \alpha_2(t_2 - 20^\circ\text{C})]\sin\alpha_n + km_n \quad (1)$$

式中, a 为齿轮副中心距 (mm); α_1, α_2 为齿轮和箱体材料的线胀系数; t_1 为齿轮温度, 当无法知道确切值时, 可以采用略低于齿轮用润滑油闪点的温度作为计算温度 ($^{\circ}\text{C}$); t_2 为箱体温度 (当无法知道确切值时, 可以采取箱体内润滑油允许的最高温度值作为计算温度 ($^{\circ}\text{C}$); α_n 为法向压力角 ($^{\circ}$); m_n 为齿轮法向模数 (mm); k 为与润滑方式和齿轮圆周速度有关的系数, k 的取值参见表 2。

表 2 与润滑方式和齿轮圆周速度有关的系数 k

润滑方式	油池润滑	喷油润滑			
圆周速度 (m/s)		$V \leq 10$	$10 < V < 25$	$25 < V < 60$	$V \geq 60$
系数 k	0.005~0.01	0.01	0.02	0.03	0.03~0.05

式 (1) 中的等式右边由两项组成。第一项是考虑齿轮副温升变形的最小法向间隙, 这是为了补偿齿轮在工作过程中由于温度升高而产生的热膨胀, 以避免齿轮卡死或传动不稳定; 第二项是考虑齿轮副工作齿面间有正常油膜润滑的最小法向侧隙, 这主要是为了确保齿轮在运转过程中能够形成稳定的油膜, 从而减少磨损并提高传动效率。

根据表 1 中各级齿轮参数, 齿轮 1 齿数为 24, 齿轮 2 齿数为 60, 模数 m_n 为 0.25, 中心距 a_{12} 为 10.5 mm; 齿轮和箱体材料都采用铝合金 7 055, 线膨胀系数 α_1 为 11.5×10^{-6} ; 法向压力角 α_n 为 20° 。由于齿轮 1 和齿轮 2 啮合副线速度及接触应力最大, 接触温度最高。其它齿面接触温度比前者低且受自身触面发热量和其余齿轮副接触面发热量综合影响。简化处理, 保守的将减速器其它齿轮副温度按齿轮 1 和齿轮 2 齿轮的齿面接触温度计算。在本文中齿轮温度取齿面接触温度 70°C , 箱体温度取室温 25°C 。

按齿轮 1 最大转速 8 000 r/min 作为齿轮圆周速度, 计算圆速度 V_1 :

$$V_1 = 8000 \times 2 \times \pi / 60 \times (24 \times 0.001 \times 0.25 / 2) = 2.51 \text{ m/s} \quad (2)$$

该编码器齿轮轴系采用喷油润滑, 以确保其正常运转。由公式 (2) 计算结果, 得到齿轮的圆周速度 $V_1 = 2.51 \text{ m/s} < 10 \text{ m/s}$, 根据表 2, 取 $k = 0.01$, 由将其代入公式 (1) 计算得到最小法向侧隙 j_{min} 为:

$$j_{\text{min}} = 2a[\alpha_1(t_1 - 20^{\circ}\text{C}) - \alpha_2(t_2 - 20^{\circ}\text{C})] \sin \alpha_n + km_n = 2 \times 10.5 \times [11.5 \times 10^{-6} \times (70 - 20) - 11.5 \times 10^{-6} \times (25 - 20)] \times \sin 20 + 0.01 \times 0.25 = 6.2 \mu\text{m} \quad (3)$$

应控制编码器法向侧隙大于最小法向侧隙 j_{min} , 以保证编码器齿轮正常的润滑与补偿热膨胀。

1.3 齿轮副安装侧隙 j_n

在精密传动系统中, 齿轮副的安装侧隙对传动精度

和系统稳定性具有重要影响。安装侧隙过大会导致齿轮传动过程中产生冲击和噪音, 降低传动效率和精度; 而安装侧隙过小则可能导致齿轮卡死或磨损加剧, 影响系统的可靠性和使用寿命。因此, 合理确定齿轮副的安装侧隙是确保传动系统正常运行的关键。

2.2 节中齿轮副最小法向侧隙计算仅考虑系统温升与润滑因素影响, 在实际情况下, 齿轮的加工偏差如齿形、齿向、齿距等偏差, 以及齿轮副的安装误差即齿轮副轴线的平行度误差等, 都会对齿轮副侧隙产生影响^[17]。因此考虑齿轮加工、安装误差对齿轮侧隙的影响, 齿轮副安装侧隙 j_n 计算公式为:

$$j_n = j_{\text{min}} + j_{n1} + j_{n2} \quad (4)$$

式中, j_{min} 为最小法向侧隙 (μm); j_{n1} 为补偿齿轮加工误差和安装误差所引起侧隙减小的值 (μm); j_{n2} 为补偿中心距负偏差所引起侧隙减少的值 (μm)。

j_{n1} 计算公式为:

$$j_{n1} = \sqrt{f_{pb1}^2 + f_{pb2}^2 + 2(F_{\beta} \cos \alpha_n)^2 + (f_x \sin \alpha_n)^2 + (f_y \cos \alpha_n)^2} \quad (5)$$

式中, f_{pb1}, f_{pb2} 为两配合齿轮的基节极限偏差; F_{β} 为齿向公差; f_x, f_y 为齿轮副轴线 x 方向、 y 方向平行度公差。

当 $\alpha_n = 20^{\circ}\text{C}$; $f_x = 2f_y = F_{\beta}$ 时, 式 (5) 经化简后的计算公式为:

$$j_{n1} \approx \sqrt{f_{pb1}^2 + f_{pb2}^2 + 2.104F_{\beta}^2} \quad (6)$$

j_{n2} 计算公式为:

$$j_{n2} = 2 |f_a| \sin \alpha_n \quad (7)$$

式中, f_a 为中心距偏差。

由《GB-2363-90 小模数渐开线圆柱齿轮精度》中 6 级精度齿轮参数表, 得 $f_{pb01} = f_{pb02} = f_{pb11} = f_{pb12} = 7 \mu\text{m}$, $F_{\beta} = 6 \mu\text{m}$, 则:

$$j_{n1} \approx \sqrt{f_{pb1}^2 + f_{pb2}^2 + 2.104F_{\beta}^2} = \sqrt{7^2 + 7^2 + 2.104 \times 6^2} = 12.3 \mu\text{m} \quad (8)$$

又有 $f_a = 10 \mu\text{m}$, $\alpha_n = 20^{\circ}$ 则:

$$j_{n2} = 2 |f_a| \sin \alpha_n = 2 \times 10 \times \sin 20^{\circ} = 6.9 \mu\text{m} \quad (9)$$

根据式 (6) 和式 (7) 计算得到齿轮副安装侧隙 j_n :

$$j_n = j_{\text{min}} + j_{n1} + j_{n2} = 6.2 + 12.3 + 6.9 = 25.4 \mu\text{m} \quad (10)$$

2 齿厚极限偏差

2.1 齿厚上偏差

在设计过程中, 为了确保齿轮副能够正常运行并满足所需的侧隙要求, 通常会采用减薄齿厚的方法^[18]。这种方法的核心在于精确控制齿厚的减薄量, 使其既能满足最小所需侧隙的要求, 又不会过度削弱齿轮的强

度和功能。具体来说，齿厚减薄量介于齿厚上偏差与齿厚下偏差之间。齿厚上偏差是指从齿轮的名义齿厚（即设计规定的标准齿厚）出发，为了满足最小所需侧隙而允许的最小齿厚减少量。即使齿厚减少了这个上偏差值，齿轮副仍能保持必要的侧隙；齿厚下偏差与上偏差相反，这是齿厚可以减小的最大值，即在保证齿轮强度和功能的前提下，允许的最大齿厚减薄量。因此，齿厚介于齿厚名义值减去齿厚上偏差和减去齿厚下偏差之间。这种通过设置齿厚偏差补偿侧隙的优点在于它能够在满足侧隙要求的同时，最大限度地保留齿轮的强度和功能。

针对第 2 节中的编码器齿轮系，考虑齿轮加工误差和安装误差，计算得到齿轮 1 和齿轮 2 的安装侧隙，本计算方法是把齿轮副安装侧隙平均分配到两个相啮合的轮齿上进行计算的。因此，平均齿厚上偏差 E_s 为：

$$E_s = -j_n / (2 \cos \alpha_n) = -25.4 / (2 \times \cos 20^\circ) = -13.5 \mu\text{m} \quad (11)$$

2.2 齿厚下偏差

根据《JB-ZQ4074-97 圆柱齿轮齿厚极限偏差代号及数值》附录 A 中的推荐的计算方法，齿厚下偏差计算公式为：

$$E_s = E_s - T_s \quad (12)$$

式中， F_r 为齿圆径向跳动公差 (μm)；

$T_s = 2 \tan \alpha_n \sqrt{F_r^2 + b_r^2}$ 为齿厚公差； b_r 为径向进刀公差 (μm) (见表 3)。

表 3 径向进刀公差

切齿工艺	磨齿			滚插齿		铣齿
	4	5	6	7	8	
第 1 公差组精度等级	4	5	6	7	8	9
进刀公差 b_r	1.26IT9	IT8	1.26IT8	IT9	1.26IT9	IT10

注：IT——标准公差，按 GB1800。

由《GB-2363-90 小模数渐开线圆柱齿轮精度》中 6 级精度齿轮参数表，得齿圆径向跳动公差 $F_{r01} = 13 \mu\text{m}$ ， $F_{r02} = 14 \mu\text{m}$ ； $F_{r11} = 13 \mu\text{m}$ ， $F_{r12} = 14 \mu\text{m}$ ；进刀量为加工齿轮的全齿深即 $2.25 \div 0.3 = 0.675 \text{ mm}$ ，由表 3 得径向进刀公差 $b_r = 1.26IT8 = 1.26 \times 4 = 5 \mu\text{m}$ 。

由齿厚公差计算公式，则齿厚公差：

$$\begin{aligned} T_{S01} &= T_{S11} = 2 \tan \alpha_n \sqrt{F_{r1}^2 + b_r^2} = \\ &2 \times \tan 20^\circ \times \sqrt{13^2 + 5^2} = 14 \mu\text{m} \\ T_{S02} &= T_{S12} = 2 \tan \alpha_n \sqrt{F_{r2}^2 + b_r^2} = \\ &2 \times \tan 20^\circ \times \sqrt{14^2 + 5^2} = 15 \mu\text{m} \end{aligned} \quad (13)$$

式 (12) 计算齿厚下偏差：

$$\begin{aligned} E_{s01} &= E_{s11} = E_s - T_{S01} = -13.5 - 14 = -27.5 \mu\text{m} \\ E_{s02} &= E_{s12} = E_s - T_{S02} = -13.5 - 15 = -28.5 \mu\text{m} \end{aligned} \quad (14)$$

齿轮 1 齿厚上/下偏差为：-14/-28 μm ，齿轮 2 齿厚上/下偏差为：-14/-29 μm ，齿轮 11 齿厚上/下偏差为：-14/-28 μm ，齿轮 12 齿厚上/下偏差为：-14/-29 μm 。

3 回差精度计算分析

3.1 考虑温升与安装误差齿轮侧隙控制方法的回差计算

精密传动的空程误差称为回差，是衡量传动装置精度的重要指标之一。具体而言，它指的是当传动装置的输入轴改变旋转方向时，输出轴的实际转角与理论预期值之间存在的滞后量。这种滞后现象直接影响到传动系统的响应速度和定位精度，对于要求高精度控制的应用场景尤为关键。齿厚偏差会导致齿轮副之间的侧隙发生变化，进而影响整个传动链的回差表现。

在第 3 节中，通过设置齿厚偏差来补偿因温度和安装误差带来的侧隙变化，并未考虑齿厚偏差对齿轮副回差的影响，其计算结果可能无法满足编码器的回差要求。因此，有必要对回转误差进行计算。一对齿轮副啮合侧隙 j_i 与齿厚偏差的计算公式为：

$$j_i = |E_{s1}| + |E_{s2}| \quad (15)$$

式中， E_{s1}, E_{s2} 为齿轮实际齿厚偏差 (μm)。

齿轮副啮合侧隙引起的回转误差计算公式^[19]为：

$$\theta = \frac{j_i \times 180 \times 60}{r \times 1000\pi} \quad (16)$$

式中， θ 为回差 (arcmin)； r 分度圆半径， $r = \frac{mz}{2}$ ， m 为齿轮模数， z 为齿轮齿数。

计算得齿轮 11 齿厚上/下偏差为：-14/-28 μm ，齿轮 12 齿厚上/下偏差为：-14/-29 μm 。齿厚上偏差表示齿轮名义齿厚上的最小削薄量，将齿厚上偏差表示为齿轮的最小啮合侧隙，则齿轮 11 和齿轮 12 的最小啮合侧隙 $|E_{s11}| + |E_{s12}|$ ，齿厚下偏差表示齿轮名义齿厚上的最大削薄量，将齿厚下偏差表示为齿轮的最大啮合侧隙，最大啮合侧隙为 $|E_{s1}| + |E_{s2}|$ ，此时由输出端第一级齿轮啮合齿侧间隙引起的回转误差为：

$$\begin{aligned} \theta_{\min} &\approx (|E_{s11}| + |E_{s12}|) / r_{12} = (14 + 14) \times \\ &10^{-6} / (50 \times 0.25 / 2 \times 10^{-3}) / 3.14 \times 180 \times 60 = 17' \\ \theta_{\max} &\approx (|E_{s1}| + |E_{s2}|) / r_1 = \\ &(28 + 29) \times 10^{-6} / (24 \times 0.25 / 2 \times 10^{-3}) / \\ &3.14 \times 180 \times 60 = 65' \end{aligned} \quad (17)$$

经过计算，由最后一级齿轮啮合齿侧间隙引起的回转误差为 17~65 分，这一计算结果明显超出了设计要求中规定轴的回差 7 分。这表明，传统的设置齿厚偏差控制齿轮侧隙的方法无法满足系统回差的要求。分析其原因，可以归结为分度圆法向弦齿厚极限偏差的计算过于保守。这种保守主要体现在以下几个方面：

齿轮分度圆法向弦齿厚极限偏差计算过程中, 是将最大转速 8 000 r/min 和最大加速度 28 000 rad/s² 作为齿轮额定转速和额定加速度进行考虑, 然而, 在实际情况下, 实际额定转速和加速度往往会比最大转速和加速度低; 此外, 在箱体温度设置中, 将箱体温度设置为环境温度, 实际上齿轮传动系统中存在热传递现象, 齿轮接触面的热量会通过齿轮、齿轮轴、轴支架等零件散发到箱体上, 使得箱体实际温度比环境温度高。

本计算过程, 齿轮加工误差, 安装误差, 中心距负偏差, 齿圆径向跳动公差和径向进刀公差等参数都是按 6 级精度齿轮标准选取和计算的, 提高齿轮和减速器其余零件的加工质量可以显著降低减速器回差。

3.2 考虑系统回差的齿轮侧隙控制方法

仅考虑温升和安装误差的齿轮侧隙控制方法, 无法满足编码器所需的回差精度。在本节中, 我们提出了一种创新的齿轮侧隙补偿方法, 该方法不仅考虑了传统的齿轮制造误差和安装误差, 还特别关注了系统回差对齿轮侧隙的影响。这种方法的核心思想是通过计算系统回差, 然后根据回差值调整齿轮的齿厚偏差, 从而实现对在满足系统回差的同时, 对齿轮侧隙的有效补偿。

设计要求中减速器轴的回差小于 7 分, 假设减速器各级传动齿侧间隙相等, 均为 Δ , 由于齿轮传动链的齿侧间隙具有传递性^[20], 上一级啮合齿轮齿侧间隙差对下一级啮合齿轮副的齿侧间隙产生影响, 假设上一级啮合齿轮副的齿侧间隙为 Δ_i , 下一级啮合齿轮的齿侧间隙为 Δ_{i+1} 的可计算公式为:

$$\Delta_{i+1} = \Delta + \frac{\Delta_i}{i} \quad (18)$$

式中, i 为上一级啮合齿轮输出齿轮与下一级啮合齿轮输入齿轮的传动比。

从第一级齿轮开始, 采用公式 (18) 根据实际啮合情况进行递推, 传动比使用分度圆半径的比值表示, 根据表 1 各级齿轮参数得减速器各级齿侧间隙:

$$\begin{aligned} \Delta_{0102} &= \Delta \\ \Delta_{0203} &= \Delta + \Delta_{0102} = 2\Delta \\ \Delta_{0405} &= \Delta + r_4 \Delta_{0203} / r_3 = \Delta(1 + 2 \times 23/46) = 2\Delta \\ \Delta_{0607} &= \Delta + r_6 \Delta_{0405} / r_5 = \Delta(1 + 2 \times 17/48) = 1.7083\Delta \\ \Delta_{0809} &= \Delta + r_8 \Delta_{0607} / r_7 = \Delta(1 + 1.7083 \times 20/63) = 1.5423\Delta \\ \Delta_{1011} &= \Delta + r_{10} \Delta_{0809} / r_9 = \Delta(1 + 1.5423 \times 18/68) = 1.4083\Delta \\ \Delta_{1112} &= \Delta + \Delta_{1011} = 2.4083\Delta \end{aligned} \quad (19)$$

根据要求, 编码器回差 θ 小于 7 分, 编码器齿轮 11 与齿轮 12 侧隙与回差的关系式为: $\Delta_{1112} = \theta r_{12}$, 根据公式 (19) 有:

$$\Delta_{1112} = 2.4083\Delta = \theta r_{12} =$$

$$7/60/180 \times 3.14 \times 6.25 \times 10^{-3} \times 10^6 = 12.72 \mu\text{m}$$

$$\Delta = \Delta_{1112} / 2.4083 = 12.72 / 2.4083 = 5.2817 \mu\text{m} \quad (20)$$

当各级齿轮侧隙 < 5.2817 时, 编码器回差精度小于 7 分, 将齿侧间隙 Δ 作为齿厚偏差, 把齿轮加工误差和安装误差的齿轮副安装侧隙平均分配到两个相啮合的轮齿上进行计算则得齿轮 11 和齿轮 12 上偏差为:

$$E_{s11} = -\Delta / (2\cos 20^\circ) = -2.8 \mu\text{m} \quad (21)$$

根据公式 (12) 和公式 (13), 计算可得齿厚下偏差:

$$E_{s11} = E_{ss} - T_{s11} = -2.8 - 14 = -16.8 \mu\text{m}$$

$$E_{s12} = E_{ss} - T_{s12} = -2.8 - 15 = -17.8 \mu\text{m} \quad (22)$$

即齿轮 11 齿厚上/下偏差为: $-3/-17 \mu\text{m}$, 齿轮 12 齿厚上/下偏差为: $-3/-18 \mu\text{m}$ 。

4 有限元校核实验

4.1 有限元校核实验步骤和方法

为了验证第 4 节中采用考虑系统回差的齿轮侧隙控制方法所设计的齿厚极限偏差能够满足系统回差的要求, 并有效补偿因齿轮系统热变形引起的侧隙变化, 本文采用有限元仿真分析的方法。有限元仿真分析方法是一种先进的数值分析技术, 具有强大的模拟能力和高精度的计算结果, 能够给出编码器热变形情况, 为齿轮侧隙变化提供关键数据^[21]。具体过程为, 确定编码器各个零部件之间的接触关系, 设置好边界条件, 并对编码器施加热载荷, 模拟编码器在温度载荷作用下的热变形情况, 得到第一对齿轮和最后一对齿轮在受到温度载荷时的热变形情况。测量得出齿轮因热变形而产生的齿轮侧隙变化, 若齿侧间隙在设置齿厚间隙偏差之内, 则第 4 节中设计的齿厚极限偏差能够补偿热变形, 并满足回差精度要求。

下面, 通过有限元方法计算齿轮在 70 °C 高温下的热变形验证理论计算的结果, 使用的软件为 Ansys Workbench 19.0。在进行有限元仿真的过程中, 考虑将齿轮系和底板一起考虑, 假设齿轮轴和底孔始终不脱开, 将底板孔与齿轮轴的接触为绑定接触, 齿轮副设置为摩擦接触, 摩擦因子为 0.1。与理论分析一致, 齿轮设置 70 °C 的温度载荷, 而底板设置为 25 °C, 室温为 20 °C 所有材料均为铝合金。边界条件是在底板的齿轮的外沿圆柱面设置圆柱约束, 约束其切向和轴向方向的自由度, 而保留径向自由度, 这样设置是因为考虑到本研究主要研究编码器在受热时的膨胀, 它的主要变形是沿径向的, 更能反应实际情况。

4.2 有限元校核实验结果与分析

图 2 展示了底板在高温载荷作用下的热变形情况。从图 2 中可以看到底板在受高温载荷时, 整体往外扩张, 最大变形发生在底板外沿, 位移为 28 μm , 这种变形模式与实际物理现象相符合。图 3 和图 4 分别是第一对齿和第二对齿在高温下得热变形情况, 温升引起的热

变形主要发生在齿轮分度圆外侧齿轮工作面上，因此产生的热变形必然会齿侧间隙发生变化。由于有限元软件不能直接在变形云图上获取高温变形带来的齿侧间隙比变化，因此提前在齿轮分度圆上设置好相应节点，获取未变形和变形后的节点坐标，测量相应的距离以反映齿侧间隙变化。经测量，第一对齿和最后一对齿的齿侧间隙分别为 $13.8 \mu\text{m}$ 和 $14.2 \mu\text{m}$ 。

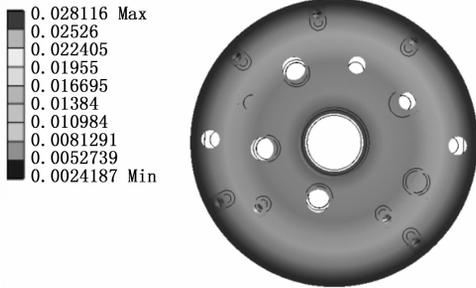
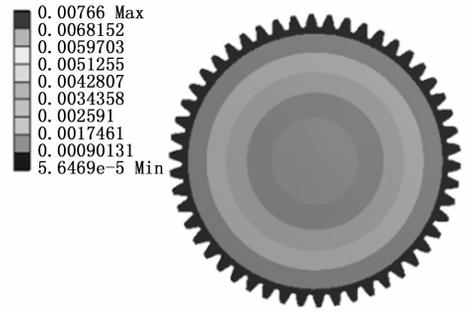
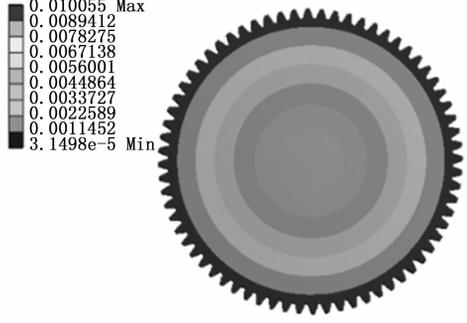


图 2 底板受热变形。黑色框线显示的是未变形前的齿轮轮廓

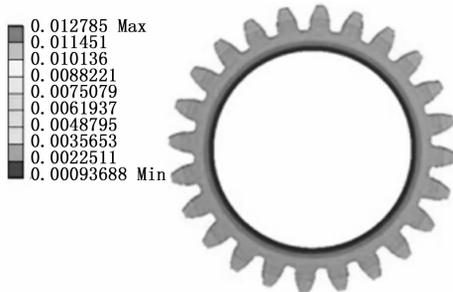


(a) 第11个齿轮热变形

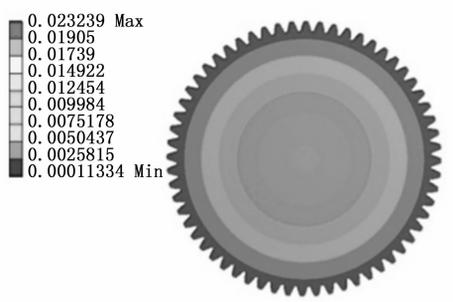


(b) 第12个齿轮热变形

图 4 最后第一对齿轮热变形



(a) 第一个齿轮热变形



(b) 第二个齿轮热变形

图 3 第一对齿轮热变形

由于 $3 \text{ m} < 13.8 \text{ m} < 17 \mu\text{m}$, $3 < 14.2 < 18 \mu\text{m}$, 第一对齿轮和最后一对齿轮的齿侧间隙在第 4 节中齿厚极限偏差之内，因此该间隙均可通过提出的齿厚偏差补偿方法补偿，通过有限元校核实验和理论计算的结合，可以证明考虑回差的齿轮侧隙补偿方法能补偿热变形，并能满足回差精度要求。

5 结束语

本文针对机械式编码器上的小模数齿轮传动系统在高温环境下的热变形问题，提出了一种考虑回差的齿

侧隙补偿方法。相较于仅考虑热变形与安装误差的齿厚偏差控制侧隙方法，考虑回差精度的侧隙补偿方法，在设计齿厚偏差时，除了考虑轮齿受热变形，加工和安装误差，齿轮系的回差也被考虑在内，通过理论计算可以得知，考虑回差的齿轮侧隙补偿方法能够满足编码器回差小于 7 分的要求。通过有限元校核，齿轮在高温 $70 \text{ }^\circ\text{C}$ 下的侧隙变化落在齿厚偏差内，能有效地补偿高温变形，同时也保证了整个齿轮传动系统的回差精度。

然而，本研究仍存在一些需要进一步完善和解决的技术问题。例如，当前的计算模型主要基于理论分析和有限元仿真，未来研究应结合实际应用场景，开展更多的实验测试，以验证和优化所提出的方法。此外，对于不同材料和不同工作环境下的齿轮系统，其热变形特性和侧隙控制策略可能需要进一步调整和优化。从应用前景来看，随着精密仪器和高性能机械设备的不断发展，对齿轮传动系统的精度要求越来越高。特别是在极端温度条件下工作的设备，如航空航天、军事装备和深海探测设备等，对齿轮系统的可靠性和精度提出了更高的要求。本文提出的考虑回差的齿轮侧隙补偿方法，有望在这些领域得到广泛应用，提高设备的整体性能和可靠性。总之，本文的研究为解决高温环境下小模数齿轮传动系统的热变形问题提供了一种新的思路和方法，具有重要的理论意义和应用价值。

参考文献：

[1] WANG Y N, SUN Z L, YIN M A. Considering thermal

- deformation in gear transmission error calculation [J]. Applied Mechanics and Materials, 2013, 281: 211-215.
- [2] 王虹,董蓉,胡秋波,等. 润滑脂流变特性与小模数齿轮运转性能相关性研究 [J]. 润滑与密封, 2019, 44 (8): 152-156.
- [3] 袁杰红,闫希杰,李源. 正常润滑条件下弧齿锥齿轮传动系统热变形对齿轮侧隙的影响 [J]. 国防科技大学学报, 2014, 36 (2): 186-191.
- [4] 苗恩铭. 齿轮侧隙热补偿的精确计算 [J]. 工具技术, 2005, 39 (9): 36-37.
- [5] 杨政,尚建忠,罗自荣,等. 扭簧加载双片齿轮消隙机构综合啮合刚度 [J]. 机械工程学报, 2013, 36 (1): 23-30.
- [6] YANG Z, SHANG J, LUO Z, et al. Nonlinear dynamics modeling and analysis of torsional spring-loaded antibacklash gear with time-varying meshing stiffness and friction [J]. Advances in Mechanical Engineering, 2013, 5: 203438.
- [7] ZHAO W, REN X, GAO X. Synchronization and tracking control for multi-motor driving servo systems with backlash and friction [J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2016, 26 (13): 2745-2766.
- [8] SUN L F. Anti-backlash control method of dual-motor driving system based on switching bias torque [J]. Electric Machines and Control, 2017, 21 (3): 89-96.
- [9] 杨学华. 机械设计中齿轮传动侧隙的解决方法 [J]. 昆明理工大学学报(理工版), 2007, 47 (5): 9-13.
- [10] YANG C, MA H, ZHANG T, et al. Calculation of tooth thickness errors and its adjustment on meshing backlash of harmonic drive [J]. International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, 2023, 24 (2): 289-301.
- [11] 左殿阁. 航空小模数齿轮传动误差及加工工艺研究 [J]. 现代制造技术与装备, 2024, 60 (3): 147-150.
- [12] SUN Y, LI Y, ZHANG Q, et al. Wear analysis and simulation of small module gear based on archard model [J]. Engineering Failure Analysis, 2023, 144: 106990.
- [13] 杜兴,周云耀,吕永清,等. 齿轮系统回差的分析及计算 [J]. 工具技术, 2017, 51 (11): 76-79.
- [14] 张磊磊,范元勋. 齿轮侧隙对齿轮传动精度的影响分析 [J]. 机床与液压, 2017, 45 (17): 114-116.
- [15] LI C, WANG J. Dynamic response analysis of spur gear system with backlash [C] //E3S Web of Conferences. EDP Sciences, 2021, 276: 01012.
- [16] 胡良斌,李必文,周湘衡,等. 调控齿轮啮合侧隙的齿厚控制参数精度设计与应用 [J]. 工具技术, 2017, 51 (1): 62-65.
- [17] 周广武,王家序,李俊阳,等. 滤波减速器回差精度分析与控制 [J]. 中国科技论文在线, 2010, 5 (8): 608-614.
- [18] 蔡宏宇,李威. 齿侧间隙极限值与齿厚减薄量分析 [J]. 设备管理与维修, 2013 (12): 39-40.
- [19] 黄康,朱凌坤,桑萌,等. 微线段3K-I行星齿轮回差分析 [J]. 机械传动, 2019, 43 (3): 28-34.
- [20] 陈璇,张立勇,张翰林,等. 圆周侧隙对小型舵机齿轮啮合传动精度的影响研究 [J]. 机械传动, 2024, 48 (5): 98-104.
- [21] 郭恒,刘卓婷,孙玉玖,等. 基于Workbench的齿轮稳态温度场和传动误差分析 [J]. 机械传动, 2023, 47 (5): 98-104.
- [12] 周冰,何邦华,曹良,等. 不同干燥方式下配方烟丝的保润性能 [J]. 烟草科技, 2021, 54 (4): 74-80.
- [13] 杨小明,吴岳明. 烧结混合料自适应前馈加水控制算法 [J]. 烧结球团, 2021, 46 (4): 20-24.
- [14] 侯加文,王海宇,杨龙飞,等. 基于分段预测前馈与EWMA反馈整合的松散回潮加水控制系统 [J]. 中国烟草学报, 2022, 28 (4): 25-30.
- [15] 王艺颖. 水厂精准混凝投药实时控制系统的构建 [J]. 给水排水, 2023, 59 (5): 156-164.
- [16] 秦雪刚,石江山,李昭蓉,等. 烧结混合料水含量自动控制系统的开发与应用 [J]. 中国冶金, 2022, 32 (12): 72-77.
- [17] 张殿宇. 基于PLC的核电循环水外购加药控制系统研发 [J]. 核科学与工程, 2023, 43 (1): 71-78.
- [18] 苏贵宁,雷海龙,李超,等. 造纸机水针精准移动控制策略分析 [J]. 中国造纸, 2021, 40 (12): 76-80.
- [19] 熊治敏,林娜,池荣虎,等. 含有未知扰动的阀控电液回转系统MFA-SM控制 [J]. 电子测量技术, 2022, 45 (14): 15-22.
- (上接第108页)
- [6] 刘穗君,刘颖,赵万莹,等. 薄板烘丝机出口含水率稳定性控制方法研究 [J]. 中国烟草学报, 2022, 28 (5): 41-46.
- [7] 常翔,张珍祺,王巍巍,等. 应用等温吸附曲线方程快速测定烟丝的含水率 [J]. 湖南农业大学学报(自然科学版), 2021, 47 (3): 356-360.
- [8] 沈晓晨,张华,王珂清,等. 应用动态水分吸附法比较不同烟丝解湿过程的差异 [J]. 烟草科技, 2021, 54 (5): 61-67.
- [9] 徐德龙,米强,付立伟,等. 基于烟丝填充值提升的滚筒干燥工艺参数优化 [J]. 轻工学报, 2021, 36 (1): 45-50.
- [10] 王鹏飞,郑晓耘,刘冬梅,等. 基于环境湿度影响分析的烟丝水分恒定控制方法和系统 [J]. 植物遗传资源学报, 2023, 24 (2): 585-586.
- [11] 朱波,陈智鸣,张旭升,等. 烟丝形态调控对中支卷烟卷制质量及稳定性的影响 [J]. 烟草科技, 2022, 55 (7): 66-72.