文章编号:1671-4598(2024)04-0232-09 DOI:10.16526/j. cnki. 11-4762/tp.2024.04.033 中图分类号:TP212.9 文献标识码:A

# 一种简单的低成本航姿系统标定及修正方法

# 翟张斌<sup>1</sup>,张晓明<sup>2</sup>,安永泉<sup>1</sup>,薛英娟<sup>3</sup>

(1. 中北大学 信息与通信工程学院,太原 030051; 2. 中北大学 电子测量技术国家重点实验室, 太原 030051; 3. 中北大学 创新创业学院,太原 030051)

**摘要:**在对低成本航姿系统进行加速度计与磁力计的标定中,通常磁力计的信噪比更低,仅使用椭球拟合法标定传感器误差 参数结果是不够精确的;为了提高标定结果的准确性,提出了一种在多位置条件下基于椭球拟合约束和点积法的误差参数标定及 修正方法;首先,在静态多位置下获取15对低噪声的测量数据并进行椭球拟合标定,其次,用补偿后的磁力计数据分布特征构 建椭球约束条件,通过点积法计算地磁矢量与水平面夹角,并以其均方差来量化修正效果,对磁力计中可观性差的轴间不正交误 差参数和传感器间非对准误差参数进行修正,最终提升标定效果;仿真和实测的试验结果表明,在同等椭球拟合约束下,该方法 相比于独立使用椭球拟合法和点积不变法,地磁矢量与水平面夹角的均方差下降了25%以上,且具有简单易用的特点。 关键词:磁力计标定;静态多位置;椭球约束;点积法

# A Straightforward Calibration and Correction Technique for Inexpensive Attitude and Heading Reference Systems

ZHAI Zhangbin<sup>1</sup>, ZHANG Xiaoming<sup>2</sup>, AN Yongquan<sup>1</sup>, XUE Yingjuan<sup>3</sup>

(1. School of Information and Communication Engineering, North University of China, Taiyuan 030051, China;
 2. State Key Laboratory of Electronic Testing Technology, North University of China, Taiyuan 030051, China;

3. School of Innovation and Entrepreneurship, North University of China, Taiyuan 030051, China)

Abstract: In the calibration of accelerometers and magnetometers for inexpensive attitude and heading reference systems, due to the lower signal-to-noise ratio of magnetometers, it is not accurate enough to calibrate the error parameters of sensors by using only ellipsoidal fitting. Based on ellipsoid fitting constraints and dot product method, an error parameter calibration and correction method under multi-position conditions is proposed to improve the accuracy of the calibration results. Firstly, 15 pairs of low-noise measurement data are acquired at static multiple positions and calibrated by the ellipsoid fitting method. Secondly, the data distribution characteristics of the compensated magnetometer are used to construct the ellipsoidal constraints, the angle between the geomagnetic vector and horizontal plane is calculated by the dot product method, with a quantitative correction effect of its mean square error. It modifies the non-orthogonal error parameters between the inter-axes of magnetometers with a poor observable ability and the asymmetric error parameters between sensors. Finally, the calibration results are increased. Simulated and measured experimental results show that compared to the ellipsoid fitting and dot product invariant methods under the same ellipsoid fitting constraints, this method reduces the mean square error of the angle between the geomagnetic vector and horizontal plane by over 25%, and this method has the characteristics of simplicity and ease of use.

器在安装时也会不可避免地产生非对准误差,这就需要在

它们的敏感轴之间进行校准。因此,在使用前对传感器进

行了很多的研究。李翔与协同研究人员先后用点积不变

法[1]、常数夹角法[2]、绕轴旋转法[3]、双内积法[4]等算法来

联合标定传感器误差和传感器间非对准误差,提供了常用

的联合标定方法,但对于低成本传感器,绕轴方式更容易

增加噪声,影响标定结果;陆欣在通过采集正 20 面体下的

目前,国内外对加速度计与磁力计的联合标定问题进

行联合标定是十分必要的。

Keywords: magnetometer calibration; static multi-position; ellipsoidal constraints; dot product method

## 0 引言

三轴加速度计与三轴磁力计分别可以测量矢量加速度 信号与矢量磁信号,在导航和姿态估计等许多应用中,加 速度计和磁力计的测量通常相结合起来,构成航姿系统用 于得到姿态与航向信息。但由于制造、安装、数据采集及 环境等因素的影响,使用传感器测量时会出现测量误差。 加速度计的测量误差主要包括传感器零位误差、三轴灵敏 度误差、轴间不正交误差以及测量噪声等;磁力计除此之 外,还受环境中软硬磁材料引起的干扰;同时,不同传感

收稿日期:2023-11-25; 修回日期:2023-12-12。

通讯作者:张晓明(1976-),男,博士,教授,博士生导师。

引用格式: 翟张斌, 张晓明, 安永泉, 等. 一种简单的低成本航姿系统标定及修正方法[J]. 计算机测量与控制, 2024, 32(4): 232-240.

作者简介:翟张斌(1998-),男,硕士。

测量数据,利用约束范数求解得到磁强计误差校正参数, 引入四元数对非对准矩阵进行参数化,并基于点积不变原 理通过约束梯度下降估计出非对准误差参数<sup>[5]</sup>,但需要特 定的工装模具来实现均匀静态数据的采集;孙逸帆首先对 加速度计的误差参数使用极大似然法进行标定,再利用点 积不变的性质,通过递推最小二乘法估计磁力计的误差参 数和其与加速度计间的非对准误差参数<sup>[6]</sup>,但这种方法中 的传感器参数误差会影响到非对准误差参数的标定结果; Papafotis 将加速度计、磁力计与磁倾角信息构建在一个代 价函数中,通过最小二乘算法求解标定参数并进行轴向校 准<sup>[7]</sup>,但将所有的误差参数置于同一代价函数内进行修正, 运算较为复杂。

针对低成本航姿系统中加速度计和磁力计在无专业标 定设备进行辅助情况下的联合标定,本文提出了一种简便 易行的标定方法及误差参数修正方法。首先从减小数据源 噪声的方面,在静态多位置下进行采样,同时为了便于操 作,采取正交采样策略;接着研究了测量噪声在该采样策 略下椭球拟合标定过程中的误差传播,找到了误差传播过 程中可观性最差的磁力计误差参数,对该项的修正会最有 效地改善磁力计的标定效果;同时也对传感器间的非对准 误差进行标定与修正,在修正过程中,使用椭球约束条件 下点积法构造地磁矢量与水平面夹角的均方差来量化修正 效果,通过三维步进搜索方法进行寻优,最终完成了低成 本航姿系统的标定与修正。

# 1 标定原理

#### 1.1 传感器的误差模型

三轴加速度计和三轴磁力计的误差模型如式(1)所示,v为传感器的实际输出量,u为传感器的理想输出量<sup>[8]</sup>。 对于加速度计,v用f表示,u用f<sub>6</sub>表示;对于磁力计,v 用m表示,u用m<sub>8</sub>表示。

$$\mathbf{v} = \mathbf{K}\mathbf{u} + \mathbf{v}_0 + \boldsymbol{\varepsilon} \tag{1}$$

式中,矩阵 K 中体现灵敏度误差和轴间不正交误差、矢量  $v_0$  中体现零位误差(零偏)、矢量  $\varepsilon$  中体现传感器噪声及高 阶误差项。传感器噪声近似地满足高斯分布,在校准过程 中使用每个静态间隔的平均测量值,与高阶误差项视为小 量,所以  $\varepsilon$ 可忽略掉<sup>[9]</sup>。

如图 1 所示,理想传感器的测量轴为  $x_{xyx}$  轴,而实际传感器的测量轴为  $x_{1}, y_{1}, z_{1}$  轴,三者近似正交,但存在着轴间不正交角  $\alpha, \beta, \gamma$ 。

假设  $z_1$  与 z 轴重合,  $x_1$  位于 xOz 平面内与x 轴夹角为 $\alpha$ , 则  $y_1$  轴在 xOy 平面内的投影与 y 轴的夹角为 $\beta$ , 与 xOy 平面 的夹角为  $\gamma$ , 用  $k_{x1}$ 、 $k_{y1}$ 、 $k_{z1}$  分别表示实际传感器的三轴灵敏度 误差<sup>[10-11]</sup>,则矩阵 *K* 可以表示为:

	$k_{x1}$	0	07	$\int \cos \alpha$	0	sinα	
K =	0	$k_{y1}$	0	$\sin\beta\cos\gamma$	$\cos\beta \sin\gamma$	$\sin \gamma$	(2)
	0	0	$k_{z1}$	0	0	1	

通常轴间不正交角的角度都非常小,所以可以得到三 轴传感器的实际测量简化模型为:





$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} k_{x1} & 0 & \alpha k_{x1} \\ \beta k_{y1} & k_{y1} & \gamma k_{y1} \\ 0 & 0 & k_{z1} \end{bmatrix} \mathbf{u} + \mathbf{v}_0$$
(3)

#### 1.2 椭球拟合原理

因为同一地点的重力加速度和磁场强度都可视为常量, 所以有下式:

 $\|\boldsymbol{u}\|^{2} = (\boldsymbol{u})^{T}\boldsymbol{u} = (\boldsymbol{v} - \boldsymbol{v}_{0})^{T}(\boldsymbol{K}^{-1})^{T}(\boldsymbol{K}^{-1})(\boldsymbol{v} - \boldsymbol{v}_{0}) \quad (4)$ 

理想加速度计在任意静止姿态下测量的比力所构成的 三维坐标,全部分布在以原点为中心、当地重力加速度大 小为半径的标准球面上<sup>[12]</sup>,磁力计同理。但由于传感器误 差的影响,使得正球体发生偏离变为中心偏离原点的椭 球<sup>[13]</sup>。由于测量数据满足一个二次型椭球曲面方程,设该 曲面方程为<sup>[14]</sup>:

$$F(\xi, z) = \xi^{T} z = ax^{2} + by^{2} + cz^{2} + 2dxy + 2exz + 2fyz + 2px + 2qy + 2rz + g = 0$$
(5)

式中,  $\boldsymbol{\xi} = [a, b, c, d, e, f, p, q, r, g]^T$  为待求的椭 球拟合曲面参数向量;  $\mathbf{z} = [x^2, y^2, z^2, 2xy, 2xz, 2yz, 2x, 2y, 2z, g]^T$  为测量数据得运算组合向量。将式(5) 整理为矢量形式:

$$(\boldsymbol{X} - \boldsymbol{X}_0)^T \boldsymbol{A} (\boldsymbol{X} - \boldsymbol{X}_0)^T = 1$$
(6)

展开可得:

$$\boldsymbol{X}^{T}\boldsymbol{A}\boldsymbol{X} - 2\boldsymbol{X}_{0}^{T}\boldsymbol{A}\boldsymbol{X} + \boldsymbol{X}_{0}^{T}\boldsymbol{X}_{0} = 1$$

$$(7)$$

式中,  $\mathbf{A} = \begin{vmatrix} a & a & c \\ d & b & f \\ e & f & c \end{vmatrix}$ 是与椭球半轴及其旋转角度有关的椭

球形状矩阵; 
$$X_0 = -A^{-1} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}$$
为椭球的中心点坐标。

由式(4)展开的二次标准型方程与式(7)对比可得[15]:

$$\boldsymbol{K}\boldsymbol{K}^{T} = \frac{1}{\|\boldsymbol{u}\|^{2}}\boldsymbol{A}^{-1}$$

$$\boldsymbol{v}_{0} = \boldsymbol{X}_{0}$$
(8)

通过式(8)即可由最佳椭球拟合参数计算出三轴传感 器误差参数 k<sub>x1</sub>、k<sub>y1</sub>、k<sub>z1</sub>、α、β、γ和 v<sub>0</sub>。

#### 1.3 非对准误差

多个传感器在安装时会产生非对准误差,如图 2 所示, 理想传感器 1 坐标系 O - xyz 与理想传感器 2 坐标系  $O_2 - x_2 y_2 z_2$  之间存在着旋转误差,即非对准误差<sup>[10-11]</sup>。

该旋转矩阵可看作是依次绕三轴旋转特定角度。分别



图 2 传感器间非对准误差示意图

定义绕 X 轴、绕 Y 轴、绕 Z 轴的旋转角为 $\lambda$ 、 $\theta$ 、 $\varphi$ 。以传感器 1 坐标系为基准,依次绕 Z 轴、Y 轴、X 轴旋转得到传感器 2 坐标系。对应地,传感器 1 坐标系下的输出向量( $v_x$ , $v_y$ , $v_z$ )<sup>T</sup> 在传感器 2 坐标系下的输出为:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_{x2} \\ \mathbf{v}_{y2} \\ \mathbf{v}_{x2} \end{bmatrix} =$$

 $\begin{bmatrix} \cos\theta\cos\varphi & \cos\theta\sin\varphi & -\sin\theta\\ \sin\lambda\sin\theta\cos\varphi - \cos\lambda\sin\varphi & \sin\lambda\sin\theta\sin\varphi + \cos\lambda\cos\varphi & \sin\lambda\cos\theta\\ \cos\lambda\sin\theta\cos\varphi + \sin\lambda\sin\varphi & \cos\lambda\sin\theta\sin\varphi - \sin\lambda\cos\varphi & \cos\lambda\cos\theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{v}_x\\ \mathbf{v}_y\\ \mathbf{v}_z \end{bmatrix}$ (9)

# 1.4 点积法

磁倾角是地磁矢量与水平面之间的夹角,如图 3 所示, 在地球上的某一位置,磁倾角的大小是稳定的。



图 3 磁倾角示意图

磁倾角 ∂ 可以由导航坐标系中重力矢量 G"与地磁矢量 B"的归一化点积定义为<sup>[7]</sup>:

$$\sin\delta = \cos(\frac{\pi}{2} - \delta) = \frac{(\boldsymbol{G}^n)^T \boldsymbol{B}^n}{\|\boldsymbol{G}^n\| \cdot \|\boldsymbol{B}^n\|}$$
(10)

由静止姿态下理想加速度计与磁力计输出值的归一化 点积可以求得  $f_{G} = m_{B} \times f_{\varphi}$ 的余弦值:

$$\frac{\boldsymbol{f}_{G}^{T}\boldsymbol{m}_{B}}{\|\boldsymbol{f}_{G}\|\cdot\|\boldsymbol{m}_{B}\|} = \cos\varphi = \cos\left(\delta + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin\delta \quad (11)$$

在北东地一导航 n 坐标系、前右下一载体 b 坐标系中, 设  $\delta$  为地磁倾角(向下为正), $\chi$  为磁偏角(北偏东为正),g 为重力加速度, *B* 为地磁场强度。在导航坐标中,重力矢量可以表示为:

$$\boldsymbol{G}^{n} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & g \end{bmatrix}^{T}$$
(12)  
 $\boldsymbol{\Xi} \boldsymbol{\pi} \boldsymbol{\pi} \boldsymbol{\lambda}.$ 

地磁矢量可以表示为:

$$\boldsymbol{B}^{n} = R_{z}(\boldsymbol{\chi})R_{y}(\boldsymbol{\delta})\begin{bmatrix}\boldsymbol{B}\\0\\0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}B\cos\delta\cos\boldsymbol{\chi}\\B\cos\delta\sin\boldsymbol{\chi}\\B\sin\delta\end{bmatrix}$$
(13)

以加速度计作为基准,当存在非对准误差角时,在任 意静止姿态下:

$$\boldsymbol{f} = \boldsymbol{f}_G = -\boldsymbol{C}_n^{\prime} \boldsymbol{G}^n \tag{14}$$

$$\boldsymbol{m} = \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{n}}^{\boldsymbol{b}} \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{b}}^{\boldsymbol{b}\boldsymbol{2}} \boldsymbol{B}^{\boldsymbol{n}} \tag{15}$$

式中, C<sup>\*</sup>, 为导航 n 坐标系到加速度计载体 b 坐标系的方向 余弦矩阵, C<sup>\*\*</sup>, 为加速度计载体 b 坐标系到磁力计载体 b2 坐 标系的非对准误差旋转矩阵,计算它们的单位向量的点积 结果可得:

$$\frac{f^{T}m}{\|f\| \cdot \|m\|} = -\left(\cos\lambda\sin\theta\cos(\varphi + \chi) + \sin\lambda\sin(\varphi + \chi)\right)\cos\delta - \cos\lambda\cos\theta\sin\delta$$
(16)

结果表明,它们的单位矢量点积结果与载体姿态无关, 而与非对准误差角存在相关关系,且当非对准误差角 $\lambda$ 、 $\theta$ 、  $\varphi$ 为0时,有式(11)成立。

## 2 标定流程

图 4 给出了所采用的联合标定方法流程:首先采集 15 组 静止姿态下的传感器原始数据,其次对原始数据进行动静态 数据检测并分类,接着对加速度计和磁力计的测量数据使用 椭球拟合法进行标定,根据标定结果,以补偿后的加速度计 轴向作为基准,结合计算磁场矢量与水平面夹角均方差,最 后在椭球约束条件下对误差参数进行标定与修正。



#### 2.1 采样策略

由于加速度计测量值也对载体的运动加速度敏感,加速度计的测量值实际上是载体运动加速度与重力加速度负值的合矢量<sup>[16]</sup>。为了避免载体加速度的影响,这里使用多个姿态下的静止测量数据。

在标定加速度计的静止位置选择上,应选择尽可能多

且均匀分布在球面上的点<sup>[17]</sup>。这里选用最优 15 点位置 集<sup>[18]</sup>,该位置集考虑到了加速度计测量数据与标定参数间 的敏感度,当加速度计的敏感轴方向与重力矢量平行时, 加速度计测量对线性尺度因子、非线性尺度因子和偏置的 灵敏度最大;当重力矢量在加速度计轴向形成的平面内, 敏感轴与重力矢量夹角为 45°或 135°时,加速度计测量对 轴间不正交误差的灵敏度最大。

为了同时标定磁力计误差参数和传感器间的非对准误差,对原15位置法在水平面上进行了方向限制。因为重力 矢量垂直向下,绕重力矢量轴方向旋转时,不会对加速度 计的输出造成明显影响,但对于地磁矢量,磁力计绕重力 矢量轴方向旋转,在不同的水平方向下三轴输出会产生明 显变化。为了使磁力计测量数据也与标定参数间保持较高 灵敏度,限制其中一轴轴向需要朝向东西方向,其余两轴 即可获得对于性能参数较大灵敏度的测量数据。最后为了 标定过程的连贯性,重新设计了该15位置的顺序编排,如 图5所示。



图 5 多位置编排示意图

先将传感器的 x 轴在水平面上靠近东西方向, y 轴垂直 向上,得到第 1 个位置姿态;沿南北轴向上的 z 轴旋转 180° 得到第 2 个位置姿态;再沿东西轴向上的 x 轴逆时针旋转 135°得到第 3 个位置姿态,再继续沿东西轴向上的 x 轴逆 时针旋转 90°得到第 4 个位置姿态,再继续沿东西轴向上的 x 轴逆时针旋转 90°得到第 5 个位置姿态。传感器轴向与每 次旋转的角度不要求严格精确,可用手动的方式完成,各 位置需静置保持 30 s 以上。更替第 1 个位置姿态中的三轴 朝向作为第 6、第 11 个位置姿态,同理按第 1 个位置姿态 到第 5 个位置姿态的变动方式,最终完成 15 个不同静止姿 态下的数据采集。

#### 2.2 静态检测算法

椭球拟合标定只利用数据中的静态数据部分,这里采 用基于方差的静态检测器算子来判断静态数据<sup>[9]</sup>,给定一 个长度为奇数 N 的滑动窗,对于任意时刻的加速度数据 ( $f'_x$ , $f'_y$ , $f'_z$ )和磁力计数据( $m'_x$ , $m'_y$ , $m'_z$ ),计算以 t 为中心的 窗口内元素的方差大小<sup>[19]</sup>。

$$\begin{cases} \zeta_{f}(t) = \sqrt{\left[\operatorname{var}_{N}(f_{x}^{t})\right]^{2} + \left[\operatorname{var}_{N}(f_{y}^{t})\right]^{2} + \left[\operatorname{var}_{N}(f_{z}^{t})\right]^{2}} \\ \zeta_{m}(t) = \sqrt{\left[\operatorname{var}_{N}(m_{x}^{t})\right]^{2} + \left[\operatorname{var}_{N}(m_{y}^{t})\right]^{2} + \left[\operatorname{var}_{N}(m_{z}^{t})\right]^{2}} \end{cases}$$
(17)

式中, var<sub>N</sub>(f')和 var<sub>N</sub>(m')是计算各个分量方差的算子。当  $\zeta_f(t)$ 、 $\zeta_m(t)$ 均小于设定阈值时,判断该时刻为静止点,且

当静止点持续时间达 10 秒以上,判断该区间为静止姿态区间。实际应用中,滑动窗 N 的大小与阈值的大小都需要根据采样频率和传感器噪声大小进行适当的设置,利用该算法可以准确有效地将 15 个静止姿态的数据筛选出来。

# 2.3 椭球拟合标定过程中的误差传播

传感器性能参数与真实参数出现偏差时,会影响多位 置下计算地磁矢量与水平面的夹角的分布情况。使用 Matlab 软件仿真进行定性分析,按误差类别分别设置一定范围 的偏差,分别观察对地磁矢量与水平面夹角的均方差结果 的影响,发现当零位误差、轴间不正交误差和非对准误差 与真实误差参数的误差越小时,多位置下计算地磁矢量与 水平面夹角的均方差就越小。当三轴灵敏度误差的误差比 例大小越接近时,多位置下计算磁场矢量与水平面夹角的 均方差越小。所以可以使用计算磁场矢量与水平面夹角的 均方差来量化标定结果,对零位误差、轴间不正交误差和 非对准误差的修正可以减小多位置下计算磁场矢量与水平 面夹角的均方差,提高标定的效果。

接下来研究磁力计的零位误差和轴间不正交误差在椭 球拟合标定过程中的误差传播。因为过程中涉及复杂的计 算,从数学推导上不易计算推导出,所以通过 Matlab 软件 进行仿真计算分析。

按照本文前面所述的采样策略仿真出理想的 15 点归一 化数据,添加均值为 0、标准差为 0.05 的正态分布噪声, 对每点取 100 次的平均值进行椭球拟合标定,一共进行 100 000次的仿真计算,统计零位误差和轴间不正交误差的 标定结果分布特征。统计结果显示,它们的结果均符合正 态分布,零偏标定结果的标准差为 0.002 383 (单位为 1), 轴间不正交误差角标定结果的标准差为 0.007 485 (单位为 1 弧度),两者数值之比为 3.140 4,标准差数值特别接近 π 倍的关系。

接着仿真出理想球面上均匀的 10 000 个点,替代实际 姿态下的所有情况。分别只用零偏标定结果或轴间不正交 误差角标定结果进行"补偿"。因为零位误差属于线性误 差,不同次序下的结果补偿后的模值大小均符合正态分布, 标准差稳定不变。但轴间不正交误差属于非线性误差,不 同次序下的结果补偿后的模值大小均不符合正态分布,而 服从"介"字形的分布,且"介"字峰处的位置不固定, 所以标准差也不稳定,其均值也大于前者。这表明在该采 样策略下,轴间不正交误差的可观性相对较差,所以对它 的修正是更有必要的,仅对它进行修正更能简单且有效地 提升标定结果。

#### 2.4 误差参数修正

椭球拟合基本能精确计算出零位误差和灵敏度误差, 借助地磁矢量与水平面夹角的不变性就可以修正轴间不正 交误差和非对准误差。以补偿后的加速度计轴向为参考坐 标系,修正磁力计的轴间不正交误差参数和传感器间的非 对准误差,以如图6所示的流程进行误差参数修正。

以椭球拟合标定的磁力计误差参数作为初值,经过第1 次寻优迭代,得到非对准误差参数。接着以上一次寻优迭



• 236 •

图 6 误差参数迭代修正流程图

代后的非对准误差参数寻优得到轴间不正交角,再以新的 轴间不正交角寻优得到新的非对准误差角作为一次迭代, 如此进行迭代寻优,直至在椭球约束条件下计算磁场矢量 与水平面夹角的均方差减小到最小值,确定输出标定参数。

在上述流程两类参数的相互寻优中,每次仅需修正 3 个参数,且由该 3 个参数决定的三维函数中仅有一个极小 值点,对于这种简单的寻找最值问题,这里采取简单且直 观的三维步进搜索方法进行寻优。在初始点处计算函数的 值,并将其作为当前的最优值。然后,在某一维上向左和 向右分别移动一个步长,并计算函数在这两个位置的值, 比较这 3 个位置的函数值,更新当前的最优值,往复更新 3 个维度上的参数,使达到函数的最小值,即可得到取最小 值时的 3 个参数值。

地磁矢量与水平面的夹角可通过点积法计算得到:

$$\delta_k = -\arcsin \frac{\boldsymbol{f}_k^T \boldsymbol{m}_k}{\|\boldsymbol{f}_k\| \cdot \|\boldsymbol{m}_k\|}, k = 1, 2, \dots, n \quad (18)$$

其中: *f*<sub>k</sub>和*m*<sub>k</sub>分别为第*k*对数据点下加速度计和磁力 计经标定补偿后的测量值, *n*为总数据点对数,多位置下的 地磁矢量与水平面夹角的平均值为:

$$\overline{\delta} = \frac{\sum_{k=1}^{n} (\delta_k)}{n} \tag{19}$$

以均方差来量化修正效果,其值越小修正效果越好, 如下式:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{n} (\delta_k - \overline{\delta})^2}{n}}$$
(20)

定义式(21)为数据分布区间函数,描述数据的分布 特征,表示距均值一个标准差的区间范围,其中 mean 和 std 分别表示数据统计分布的均值与标准差。

F(mean, std) = [mean - std, mean + std](21)

为了保证修正后的磁力计误差参数仍能最大程度拟合 测量数据,将修正后距均值一个标准差区间的数据限制在 原数据距均值一个标准差区间的范围内,构造椭球约束条 件为:

$$F(mean_1, std_1) \subseteq F(mean_0, std_0)$$
(22)

式中, mean<sub>0</sub>和 std<sub>0</sub>为原椭球拟合标定补偿后模值分布的均 值与标准差, mean<sub>1</sub>和 std<sub>1</sub>为修正标定参数补偿后的模值分 布的均值与标准差。

# 3 仿真试验

本节通过 Matlab 软件完成仿真试验,验证该标定方法

的有效性。首先仿真出设定 15 个编排位置下加速度计与磁 力计的理想测量数据。接着对加速度计与磁力计分别设定 误差干扰及噪声,得到受误差影响下的仿真测量数据。分 别采用下面 2 种方法进行标定:1) 先使用椭球拟合法标 定,再使用点积不变法得到传感器的误差与非对准误差; 2)采用上述方法,先使用椭球拟合法标定,再利用磁场矢 量与水平面夹角及均方差标定并修正非对准误差与传感器 误差参数。最后对比分析不同方法的标定效果。

#### 3.1 数据仿真条件

假设某地的磁倾角为 30°,在两个理想的传感器间不存 在非对准误差的情况下,按上述 15 位置采样策略仿真出理 想的数据点,为方便分析对数据进行了归一化处理。接着, 对理想仿真数据添加传感器误差及噪声,误差参数设定值 见表 1,同时设定加速度计的归一化噪声标准差 $\sigma_{sc}$ = 0.005,磁力计的归一化噪声标准差 $\sigma_{mag}$ =0.05,每点取 10 次仿真的平均值作为该点测量数据。

★ 「○○□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□					
传感 器	性能 指标	设定值	椭球拟合标定值		
加速 度计	三轴 零偏	[0.03, -0.06, 0.05]	[0.033 4, -0.057 6, 0.051 3]		
	三轴灵 敏度	[1.002,1.005,0.995]	[1.003 0,1.004 1,0.995 6]		
	不正交 角/(°)	[0.8,0.4,-0.7]	[0.752 8,0.354 8,-0.829 3]		
磁力 计	三轴 零偏	[-0.11,0.07,0.09]	[-0.083 1,0.088 1,0.118 5]		
	三轴灵 敏度	[1.01,0.97,1.04]	[1.001 5,0.973 9,1.048 7]		
	不正交 角/(°)	[-0.8,2.4,1.7]	[-2.2079,1.4907,2.7303]		
传感器间非 对准角/(°)		[-1.1,0.5,2.1]	[-1.606 1,0.574 4,1.817 2]		

表1 传感器的仿真参数和椭球拟合标定结果

用圆点●表示加速度计测量的仿真值,用星点\*表示 磁力计测量的仿真值,理想的15对数据点分布如图7所示, 所有数据点均分布在单位球面上。此时由15对数据点计算 得地磁矢量与水平面夹角均为30°,均方差为0°。含误差的 15对数据点分布如图8所示。可以看出磁力计的部分数据 点已经偏离单位球的表面,此时由15对数据点计算得地磁 矢量与水平面夹角大小的平均值为30.5537°,均方差为 7.7808°。

#### 3.2 仿真结果分析

先对含误差的仿真数据点进行椭球拟合标定,椭球拟 合残差如图 9 所示,可以看出磁力计仿真数据较高的噪声 导致了较大的拟合残差。误差参数标定结果如表 1 所示, 可以看出噪声较低的加速度计标定结果更接近真实值。

因为加速度计性能参数标定得更为准确,所以将标定 补偿后的加速度计三轴轴向作为基准坐标系,分别通过点 积不变法和本文方法对非对准误差和磁力计的参数进行标





定与修正。使用点积不变法求得 3 个非对准角度数分别为: [-1.606 1, 0.574 4, 1.817 2]。通过本文的方法, 3 个非对 准角度数修正为: [-1.336 5, 0.331 2, 1.945 8], 轴间不 正交角度数分别修正为: [-1.535 8, 1.672 5, 2.374 2], 标定结果进一步接近设定值。表 2 对比了 3 种方法的标定 效果。

指标	仅椭球拟合	椭球拟合+ 点积不变	本文方法
磁力计不 正交角/(°)	[-2.2079, 1.4907, 2.7303]	[-2.2079, 1.4907, 2.7303]	$\begin{bmatrix} -1.5358, \\ 1.6725, \\ 2.3742 \end{bmatrix}$
传感器间 非对准角/(°)	/	[-1.606 1, 0.574 4, 1.817 2]	[-1.3365, 0.3312, 1.9458]
磁场矢量与水平 面夹角均值/(°)	30.307 5	30.156 9	30.202 3
磁场矢量与水平面 夹角均方差/(°)	1.683 4	0.893 0	0.646 6

表 2 标定效果对比



图 9 仿真数据拟合残差图

本文方法相比于椭球拟合+点积不变法,计算磁场矢 量与水平面夹角的均方差下降了 25%以上,进一步提升了 标定质量,15对数据点在不同标定方法下计算的地磁矢量 与水平面夹角大小如图 10 所示。可以看出,其数值大小围 绕 30°波动,经本文方法标定后的数值波动最小。经过标定 补偿后的加速度计与磁力计的数据分布位置如图 11 所示, 与图 7 比较可认为已完成标定补偿。



图 10 不同标定方法的结果对比

# 4 现场试验

#### 4.1 试验条件

现场试验采用深圳维特智能科技设计的 9 轴传感器记录仪 WT901SDCL 模块,该模块内部使用的 6 轴 IMU 传感器芯片型号为 ICM42607,使用的磁传感器芯片型号为



图 11 补偿后的仿真数据点分布图

MMC3630KJ。数据采集过程中,在磁屏蔽桶内使用磁通门 对锂电池工作时周围磁场进行了测量,结果显示会有约 3000 nT的干扰,所以对该模块进行了适当的改装,使用铜 材质螺钉替换了原铁材质螺钉,通过延长导线将锂电池置 于距离模块 50 cm 以外的位置,减少磁性材料与锂电池放 电时周围磁场对磁传感器的影响。

试验地点需要选择周围无强磁物质干扰的稳定磁环境 中,需要注意应避免借助路面或墙面等可能含铁氧体材质 性质的平台,在石质地面进行数据测量时观察到磁场出现 突变,研究称约占水泥熟料质量 15%左右的铁铝酸四钙属 于铁氧体性质<sup>[20-21]</sup>,铁氧体的相对磁导率为 3.0×10<sup>2</sup>~5.0 ×10<sup>3</sup>,在空气与墙面两种介质界面上,介质性质的突变会 引起磁场突变,理论可合理解释,所以最终选定在空旷的 草地上进行数据采集,使用 WT901SDCL 模块采集数据,按 上文的采样策略,每个位置分别静置采集约 30 s 的数据并存 储在 SD 卡中。9 轴传感器模块与测试环境如图 12 所示。



图 12 9 轴传感器模块与测试环境

借助 WT901SDCL 模块配套的上位机软件,对存储文件进行读取与格式转换,得到传感器的原始输出量。使用 Matlab 软件,先按照芯片手册对原始数据进行处理得到真 实物理量,接着完成剩余的数据处理及标定工作。

#### 4.2 标定结果分析

进行动静态数据分离后,分别对加速度计和磁力计的

实测数据,取不同静态区间的 15 个平均值作为待拟合数据 进行椭球拟合标定。因为磁传感器输出不受运动加速度的 影响,也可以使用所有数据点进行拟合,但需要注意筛选 后数据点的密度需要均匀,避免椭球拟合结果更"照顾" 数据点密集的区域,因为参与到椭球距离平方和的点数也 会变多,从而偏离真实的位置和形状<sup>[17]</sup>。



图 14 展示了未进行椭球约束下磁力计数据与磁场矢量 与水平面夹角数据在如上所述迭代中的变化情况。随着迭 代次数的增加,补偿后的磁场模值均值逐渐偏离原地磁场 均值,标准差也先减小后增大,第6次迭代后,修正补偿 后的数据已偏离原椭球补偿后数据的分布特征范围。在迭 代过程中,计算磁场矢量与水平面夹角大小的均值在 0.01°



图 14 实测数据标定结果对比分析

的量级轻微变动,几乎没有影响,虽在持续减小,但减小 的幅度逐渐减弱。根据约束条件,第6次迭代后的误差参 数即为最终的标定参数。

标定后磁场矢量与水平面夹角比较如表 3 所示,第1次 迭代结果和点积不变法标定结果等效,使用点积不变法标 定后的计算磁场矢量与水平面夹角均值为 54.391 8°,均方 差 0.752 7°。第6次迭代结果为本文方法标定结果,标定补 偿后的计算磁场矢量与水平面夹角均值为 54.408 4°,增加 了 0.016 6°,可视为几乎没有影响,因无法确定试验场地的 磁倾角准确值,故没有进行对比,计算磁场矢量与水平面夹 角均方差为 0.484 2°,相比于点积不变法降低了 30%以上。

	均值/(°)	均方差/(°)
椭球拟合+点积不变法	54.391 8	0.7527
本文方法	54.408 4	0.484 2

表 3 标定后磁场矢量与水平面夹角对比

考虑到实测环境中还存在着未知的磁干扰和使用的传 感器精度较低,可认为已完成了加速度计与磁力计的误差 参数标定和非对准误差参数标定,实测标定试验效果与仿 真试验标定效果一致,验证了该方法的有效性。

# 5 结束语

对于在无专业标定设备进行辅助情况下低成本航姿系 统中加速度计和磁力计的联合标定,本文提出了一种在静 态多位置下,基于椭球约束和点积法的标定与修正方法。 首先设计了一套快捷高效的多位置采样策略,通过该正交 采样策略进行数据采集,可以保证数据的高效性。接着通 过椭球拟合法对加速度计和磁力计进行标定,得到初始标 定参数,并将补偿后的加速度计坐标轴作为参考坐标轴。 最后在椭球约束条件下,根据计算磁场矢量与水平面夹角 均方差量化校正效果,对磁力计的轴间不正交角误差参数 和传感器间的非对准误差参数进行标定与修正。通过进行 仿真与实测试验,结果表明,在同等椭球拟合效果约束下, 使用此方法后计算地磁矢量与水平面夹角均方差相比于点 积不变法减小了 25%以上,提高了磁力计的标定效果与非 对准误差参数的准确性,该方法结合了静态位置法、椭球 拟合法和点积不变法的优点,且操作过程简便,标定效果 良好,具有一定的实际工程意义。该方法虽然有效降低了 计算地磁矢量与水平面夹角的均方差,但未对零位误差及 灵敏度误差进行修正,下一步将研究如何能够使用简单的 方法对其进行修正,进一步提升标定效果。

#### 参考文献:

- [1]李 翔,李 智. 航姿参考系统三轴磁强计校正的点积不变法
   [J]. 仪器仪表学报, 2012, 33 (8): 1813-1818.
- [2]李 翔,王勇军,李 智. 航姿系统矢量传感器非对准误差及 其校正[J]. 传感技术学报,2017,30(2):266-271.
- [3]李 翔,刘耀华,宋百麒. 航姿系统矢量场传感器的完全校正[J]. 压电与声光,2019,41 (1):157-160.
- [4]李 翔,宋百麒,王勇军. 航姿系统矢量场传感器校正的双内

积法 [J]. 传感技术学报, 2019, 32 (6): 852-857.

- [5] 陆 欣,刘忠,张宏欣,等. 三轴磁强计及其非对准误差校正
   算法 [J]. 华中科技大学学报:自然科学版,2018,46 (8): 83-88.
- [6] 孙逸帆,陈洋豪,李 凤,等. 基于递推最小二乘法加速度计信息辅助的磁力计标定方法 [J]. 传感技术学报, 2021, 34 (12): 1638-1643.
- [7] KONSTANTINOS P, PAUL P S. Accelerometer and magnetometer joint calibration and axes alignment [J]. Technologies, 2020, 8 (1): 11.
- [8] 刘轶凡,肖文栋,吴健康,等.基于牛顿迭代和椭球拟合的磁力和惯性传感器校准方法[J].仪器仪表学报,2020(8): 142-149.
- [9] TEDALDI D, PRETTO A, MENEGATTI E. A robust and easy to implement method for IMU calibration without external equipments [J]. 2014 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), Hongkong, China, 2014: 3042 - 3049.
- [10]张 仑,张晓明,马喜宏,等.磁张量测量系统非对准误差标定与校正 [J].传感器与微系统,2021,40 (12):137-140.
- [11] 王 创,梁 伟,管 启,等. 基于 IMU 阵列的标定方法 [J]. 计算机测量与控制, 2020, 28 (10): 135-139.

#### 3 结束语

由于北斗系统的强大功能及其优势,人们越来越依赖北斗 系统的存在。在日常生活中,人们利用北斗系统进行定位,然 而其应用不止于民用,就连军事领域都有所应用。为在其应用 中实现更加准确的定位,以提高工作效率和生活便利性,设计 一种基于 LSTM 的北斗卫星信号识别与抗干扰,既实现了北斗 卫星信号的识别,又基于识别结果实现了其有效的抗干扰处 理,以应对不断变化和复杂化的干扰环境,为北斗系统的稳定 运行和应用提供更好的支持,对于北斗系统应用的扩展有积极 意义。

#### 参考文献:

- [1] 马艳梅,章科峰. 基于 BPSK 调制的卫星移动通信遥测异常信 号识别系统设计 [J]. 电子器件,2023,46 (2):321-325.
- [2] 刘勇飞,杨春燕,赵露涵,等.基于微波-光波纠缠信号增强 卫星授时精度的研究 [J].激光与光电子学进展,2023,60
   (5):318-325.
- [3] 龚 佩, 李天昀, 章昕亮, 等. 利用联合特征参数的卫星单 混信号调制识别 [J]. 系统工程与电子技术, 2023, 45 (2): 589-596.
- [4] 闫文康,闫 毅,范亚楠,等.基于小波变换熵值及高阶累积
   量联合的卫星信号调制识别算法 [J].空间科学学报,2021,
   41 (6):968-975.
- [5] ZHANG J, HU S, DU Z, et al. Deep learning based digital signal modulation identification under different multipath channels [J]. IET Communications, 2021, 15 (15): 1950-1952.

- [12] 李 杰,田晓春,范玉宝,等.基于椭球拟合的弹载 MIMU
   现场快速标定技术 [J].弹箭与制导学报,2013,33 (1):
   10-12.
- [13] 冯凯强,李 杰,魏晓凯.一种弹载三轴加速度计现场快速 标定及补偿方法 [J]. 兵器装备工程学报,2019,40 (4): 186-189.
- [14] 高丽珍. 基于地磁/MEMS 陀螺信息融合的旋转弹药姿态估计 技术 [D]. 太原:中北大学,2021.
- [15] 张晓明. 地磁导航理论与实践 [M]. 北京: 国防工业出版 社, 2016.
- [16] 王勇军,李 智,李 翔.小型无人飞行器机动过程中航姿 互补滤波算法研究 [J].电子测量与仪器学报,2020,32
   (7):141-150.
- [17] 刘艳霞,李希胜,冯毅博,等. 三轴磁罗盘标定位置分布的 研究 [J]. 仪器仪表学报,2013,34 (3):684-690.
- [18] WANG Z, CHENG X, FU J. Optimized multi-position calibration method with nonlinear scale factor for inertial measurement units [J]. Sensors (Basel). 2019, 19 (16): 3568.
- [19] 王 坚,梁 建,韩厚增. 低成本 IMU 的多位置旋转现场标 定方法 [J]. 中国惯性技术学报,2017,25 (3):294-298.
- [20] 丁俊华. 物理 [M]. 沈阳: 辽宁大学出版社, 1999.
- [21] 李明豫,丁卫东.地方水泥企业化验室工作手册 [M].北 京:中国标准出版社,1993.

- [6] 赵辰乾,刘益辰,刘 欣. 有色噪声下 GNSS 空时抗干扰算法 的性能分析和改进 [J]. 电子与信息学报,2022,44 (4): 1388-1394.
- [7] 赵 毅,乔 凯,白鹤峰,等.静止轨道卫星通信系统抗干扰 计算分析方法 [J]. 航天器工程,2023,32 (1):16-22.
- [8]杨伟超,杜 宇,文 伟,等.基于多重分形谱智能分析的卫 星信号调制识别研究 [J].电子学报,2022,50 (6):1336 -1343.
- [9] 罗延钟,陆占国,王寒冰,等. 伪随机信号电法仪的抗干扰参数 [J]. 地球物理学进展,2023,38 (1):474-483.
- [10] 何其恢,朱立东. 一种基于双图案的卫星信号能量检测粗同 步方法 [J]. 电子学报,2022,50 (3):524-532.
- [11] 王瑞东,张彦龙,魏 鹏,等. 战术跳频系统智能抗干扰决 策[J]. 信号处理, 2023, 39 (1): 84-95.
- [12] 宋 捷,鲁祖坤,刘 哲,等. 卫星导航时域自适应抗干扰 技术综述 [J]. 系统工程与电子技术,2023,45 (4):1164 -1176.
- [13] 李振东,谭维凤,康成斌,等.直接序列扩频系统抗干扰能力研究[J].电子与信息学报,2021,43 (1):116-123.
- [14] 赵 耀,王世练,王 吴,等.基于云模型的卫星通信抗干 扰效能评估[J].电讯技术,2022,62(3):311-316.
- [15]郑雅萍,赵璐璐,龚文斌,等. 基于动态聚类的卫星导航信号多波束抗干扰方法[J].全球定位系统,2021,46(2):32-36.
- [16] 熊雪瑶,牛兰杰,马 捷,等. M 序列编码调频定距引信抗 干扰特性 [J]. 探测与控制学报,2023,45 (1):38-43.
- [17] 杨洪娟,时统志,李 博,等.基于联合特征参数的卫星单
   混信号调制识别研究 [J]. 电子与信息学报,2022,44
   (10): 3499-3506.