

# 基于虚拟基准点的多测头 TCP 标定方法

郭文婷, 陈东生

(中国工程物理研究院 机械制造工艺研究所, 四川 绵阳 621900)

**摘要:** 以机械臂为本体的接触式测量系统末端携带多测针, 各测针相对于法兰的工具中心位置需要进行标定, 从而精准获得经多测头测量的目标点位在同一坐标系下的位置; 然而, 传统六关节机械臂末端 TCP 标定方法存在随机误差大, 标定可靠性低等问题; 为降低机械臂多测针协同标定误差, 提高接触式测量系统标定可靠性, 在经典四点标定法的基础上, 引入虚拟外部基准点的概念, 利用机械臂及测头自带的测量功能获取法兰中心坐标, 采用最小二乘法拟合球心, 建立虚拟基准点, 减少了人工对针带来的随机误差; 通过构建 TCP 标定解析模型, 以测量拟合的球心作为外部基准点解算 TCP 参数, 实现了多测针协同高精度 TCP 标定; 经实验验证对接触式测量系统多测针采用该方法进行测量后, 其测量误差降低, 能实现 0.08 mm 精度的 TCP 标定, 证明采用该方法进行标定具有高可靠性和高精度。

**关键词:** TCP 标定; 测量技术; 坐标测量; 接触式测量; 最小二乘法

## TCP Calibration Method for Multiple Probes Based on Virtual Reference Points

GUO Wenting, CHEN Dongsheng

(Institute of Mechanical Manufacturing Technology, China Academy of Engineering Physics,  
Mianyang 621900, China)

**Abstract:** The contact measurement system with a robotic arm as the main body carries multiple probes at the end, which needs to be calibrated at the tool center position (TCP) of each probe relative to the flange, so as to accurately obtain the position of target point measured by multiple probs in the same base coordinate system. However, traditional TCP calibration methods for six joint robotic arms have the problems of large random errors and low calibration reliability. To reduce the collaborative calibration error of multiple measurement probes for the robotic arm and improve the calibration reliability of the contact measurement system, based on a classic 4-point TCP calibration method, virtual external reference points is introduced, and the robotic arm and probe have the built-in measurement function of achieving the center coordinate of the flange. Least square method is used to fit the spherical center, reducing the random errors by manual operation. The high-precision TCP calibration of multiple collaborative probes are acquired by constructing a TCP calibration analytical model and using the fitted spherical center as an external reference point. Through experimental verification, the measurement system is reduced by using the method, with an accuracy of within 0.08 mm, which identifies that the method has high reliability and precision for calibration.

**Keywords:** contact measurement, plane fitting, coordinate measurement, contact measurement, least square method

## 0 引言

柔性接触式测量系统由工业机器人加装红宝石测头实现目标对接工件坐标测量, 然后通过拟合平面和圆心获取目标零件的位姿关系, 实现装配辅助对接。由于接触式测量系统测量过程中测量角度不确定, 测量需要加

装的测头数量多, 采用单一末端法兰坐标记录当前目标零件表面特征点无法满足实际测量位置, 因此需要对末端多 TCP 进行标定, 保证其 TCP 的高效率、高稳定性和高精度时 TCP 标定的重点。

传统的工具坐标系标定包括工具中心点<sup>[1]</sup> (TCP) 标定和工具坐标系位姿<sup>[2]</sup> (TCF) 标定, TCP 标定常用

收稿日期: 2023-11-24; 修回日期: 2024-01-03。

作者简介: 郭文婷(1999-), 女, 硕士。

通讯作者: 陈东生(1972-), 男, 博士, 研究员, 高级工程师。

引用格式: 郭文婷, 陈东生. 基于虚拟基准点的多测头 TCP 标定方法[J]. 计算机测量与控制, 2025, 33(1): 106-113.

最小二乘法实现标定, 而 TCF 标定通过矩阵变换实现。由于接触式测量系统测量角度和方向随机, 通过末端测头球心补偿半径得到实际坐标, 因此对于多个测头测量坐标系, 统一与末端法兰方向保持一致, 因此只分析 TCP 标定方法。TCP 标定的关键在于获取参数、构建约束和求解。其中根据其参数方式获取不同可分为超声波测距<sup>[3]</sup>和激光传感器测距<sup>[4]</sup>、激光跟踪仪<sup>[5]</sup>获取位姿、视觉系统获取坐标<sup>[6]</sup>及接触式测量<sup>[7]</sup>获取坐标的方式。根据 TCP 标定约束选取方式的不同可分为基于平板约束的标定方法<sup>[8-10]</sup>和基于运动学约束<sup>[11]</sup>的标定方法。基于运动学标定的方法以矩阵转换为基础, 通过构建基坐标系、法兰坐标系和工具坐标系之间的转换关系求解。获取标定参数后需要构建约束条件进行求解, 目前的求解方式包括基于最小二乘拟合球心法<sup>[12]</sup>和 SVD 分解法<sup>[13]</sup>求解 TCP 参数。

目前基于运动学约束的工业机器人工具标定方法有外部基准法<sup>[14]</sup>和多点标定法<sup>[15]</sup>。外部基准法包括标准试件法和固定基准试点法。使用外部基准法需要预先对外部基准与机器人基座坐标系之间的关系进行标定<sup>[16]</sup>, 从而获取基准在基座坐标系下的位置及其相对于法兰的关系, 由于不同位置机器人 TCP 标定的值会随着机器人本身绝对定位精度而影响<sup>[17]</sup>, 因此在不同位置进行标定时需要多次标定基准点坐标, 操作复杂。固定基准试点法常用于非接触式测量中, 通过外加摄像设备获取基准点位置<sup>[18-20]</sup>。标准试件法常用于精度要求不高的标定过程中, 朴永杰<sup>[21]</sup>、宋月娥<sup>[22]</sup>等利用标准件作为基准, 通过使工具对准测定好的基准点完成标定, 但对于高精度测量需求, 需保证基准点准确度高, 对准精度高, 实际操作依靠人眼, 随机性大, 精度可靠性难以保证。以最小二乘法为基础的多点标定法因其操作方便简单多被应用于工业机器人标定, 周星等提出了五点选优 TCP 标定算法<sup>[23]</sup>, 相较四点标定法精度有所提高。然而, 五点标定法为代表的多点标定法通过引入冗余点位采用误差最小优化算法的方式来降低 TCP 标定无法保证对点精度及对点可靠性, 其多次对点精度极其依赖于 TCP 标定操作人员的细致和耐心程度, 且对于接触式测量系统, 其末端测头为精细末端工具结构, 人为对针可能引入偶然误差或损坏工具或机械臂本体。对于焊接机器人等需要标定 TCP 和 TCF 的工具标定, 李亮玉提出了六点标定法, 介绍了六点标定法的机理及标定过程<sup>[24]</sup>。康存锋采用六点标定法<sup>[25]</sup>对焊接机器人进行 TCP 标定, 使得末端焊枪定位精度达到  $\pm 0.4$  mm。近年来, TCP 标定方法大量应用于高精密度测量和补偿, Li<sup>[26]</sup>等提出了基于虚拟 TCP 位置约束的概念, 将运动平台移动量转换为虚拟 TCP 的移动量, 大大提高了五轴机床精度, 牛锦东<sup>[27]</sup>等将 TCP 标定技术应用于手术

辅助机器人, 可以使手术机器人快速精准到达目标作业位置, 大大提高了手术成功率。

本文以 TCP 高精度高可靠性标定为研究目标, 建立了多工具 TCP 标定算法数学模型, 采用基于五点法拟合球心构建虚拟外部基准点, 结合经典四点法标定 TCP, 并对不同姿态, 不同位置 TCP 标定的误差进行综合分析, 最后通过接触式测量系统辅助装配验证了该方式的可靠性与精度。

## 1 TCP 标定方法

### 1.1 基本原理

传统四点法步骤如下: (1) 在机械臂工作空间内确定一固定基准点; (2) 控制机械臂以不同姿态运动, 使得末端 TCP 与该固定基准点重合四次; (3) 以四次 TCP 点在世界坐标系中坐标相等为条件构建方程组求解 TCP 参数。

在传统四点法中, 机械臂末端通过人工使用控制器对点或者示教拖动方式对点, 要求末端 TCP 与固定基准点重合, 而实际操作过程中需要人工精细调整, 人工操作势必会产生较大随机误差。

因此本文提出构建虚拟基准点的方式, 采用拟合球心获取虚拟基准点, 通过测针触碰球面停止运动获得对应法兰中心坐标拟合球心, 由于将原本的对点操作转化为测针针尖触碰标定球球面, 进而根据球面点位坐标拟合球心, 其对点准确程度和对点效率大大提高。

### 1.2 基本步骤

机械臂末端 TCP 标定系统构成示意图如图 1 所示, 图中标定球球心作为虚拟基准点, 通过拟合球心获取基准点坐标。

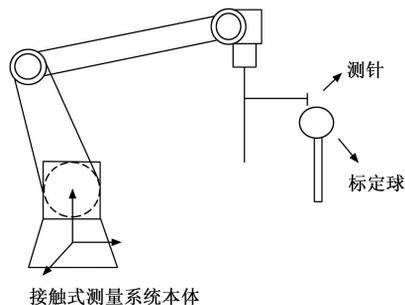


图 1 标定模型示意图

在该接触式测量系统中,  $\{B\}$  是世界坐标系, 又称基坐标系, 是描述其他坐标系的参考坐标系。 $\{E\}$  是末端法兰坐标系, 是描述其他工具坐标系的参考坐标系, 工具坐标系  $\{T\}$  用来定义工具中心点的位置及工具的姿态, 对于接触式测量系统有多个工具坐标系, 其相对关系精准与否直接影响到测量的精度。

具体标定步骤如下:

1) 根据接触式测量系统工作空间布置标定球位置, 固定标定球。

2) 将接触式测量系统以 4 种不同姿态接近标定球表面。使得测针在标定球附近沿某一方向移动, 当测针末端触碰到标定球球面时, 测头传感器发出信号, 机械臂控制器接收末端信号后立即停止机械臂运动, 此时上位机记录当前状态下末端法兰中心在基座坐标系下的坐标。

3) 利用最小二乘法求解 4 种姿态下对应的球心坐标, 记录 4 种姿态下分别对应的末端法兰欧拉角。基于最小二乘法构建运动学约束模型。

4) 构建 TCP 求解模型, 将对应的球心坐标和欧拉角参数带入模型, 求解 TCP 参数。将求解得到的 TCP 参数导入机械臂控制器。

## 2 TCP 标定算法

### 2.1 球心拟合模型

由 TCP 标定原理可知, 若要求解 TCP 参数, 需要使得机器人末端 TCP 以不同姿态接触同一个点, 为降低人工对点操作带来的误差, 保证对点精度, 将原有对点操作转换为对正球面操作, 使得机械臂末端工具中心点每次以不同姿态接触标定球球面, 记录当前法兰中心坐标, 拟合球心构建虚拟基准点。

由于机器人本身存在绝对定位精度差的问题, 在不同姿态下到达同一个点位, 其实测坐标存在偏差, 因此, 在实际球心拟合时, 以不同的姿态接近球心会产生一定位置坐标偏差。要原始模型通过构建 TCP 标定模型转化为基于运动学约束的空间距离优化求解问题, 通过获取不同姿态下测量拟合球心构建运动学约束方程, 通过最小二乘法构建超定方程组来求解  $AX=B$  的最优解。其中对于  $A$ 、 $B$  的构建转化为球心拟合问题。

如图 1 (a) 所示, 机械臂末端法兰附着工装, 工装上分别装有 3 个不同测针, 通过不同测针之间协同测量获取法兰中心在基座坐标系下的坐标。对接触式测量系统设置标定模型, 使得测头分别触碰球面五点, 通过最小二乘法拟合球心, 得到该姿态下球心对应的末端法兰在世界坐标系下的坐标<sup>B</sup> $P_T$ , 分别测量 4 种解耦姿态下的球心, 求解得到 TCP 坐标。

如图 2 所示, 该接触式测量系统含有 3 个不同测针, 分别为主测针、星型上测针和星型下测针, 设 TCP 标定结果分别为  $(P_{T_1}, R_{T_1})$ 、 $(P_{T_2}, R_{T_2})$  和  $(P_{T_3}, R_{T_3})$ , 由于测针末端为球形, 其沿各个方向均可实现测量功能, 无需构建相对于法兰的特殊工作方向, 因此默认末端工具工作方向与法兰方向一致, 因此标定的主要目标在于获得  $P_{T_i}(i=1,2,3)$ 。

如图 2 (b) 所示, 采集空间  $n$  点  $P_i(i=1,2,3,4,$

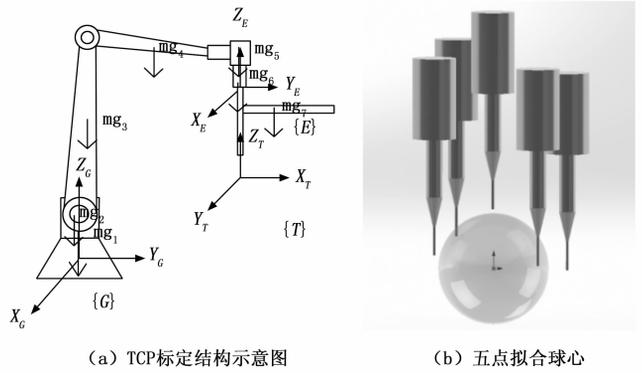


图 2 TCP 标定示意图

5), 由采样点和参考点拟合球面方程为:

$$\| (P_i - P_r) \|^2 = r^2 \quad (1)$$

展开得:

$$(x_i - x_r)^2 + (y_i - y_r)^2 + (z_i - z_r)^2 = R_i^2 \quad (2)$$

则球面任意一采样点到参考点的偏差为:

$$d_i = R_i - r \quad (3)$$

联立以上式子可以构建目标函数:

$$E = \sum_{i=1}^n d_i^2 = \sum_{i=1}^n (R_i - R_r)^2 \quad (4)$$

$$E = \sum_{i=1}^n ((x_i - x_r)^2 + (y_i - y_r)^2 + (z_i - z_r)^2 - R_i^2)^2 \quad (5)$$

使得目标函数值最小, 对函数求偏导线性化得:

$$\frac{\partial E}{\partial x_r} = -4 \sum_{i=1}^n (x_i - x_r) ((x_i - x_r)^2 + (y_i - y_r)^2 + (z_i - z_r)^2 - R_i^2) = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial E}{\partial y_r} = -4 \sum_{i=1}^n (y_i - y_r) ((x_i - x_r)^2 + (y_i - y_r)^2 + (z_i - z_r)^2 - R_i^2) = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial E}{\partial z_r} = -4 \sum_{i=1}^n (z_i - z_r) ((x_i - x_r)^2 + (y_i - y_r)^2 + (z_i - z_r)^2 - R_i^2) = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial E}{\partial R_i} = -4 \sum_{i=1}^n R_i ((x_i - x_r)^2 + (y_i - y_r)^2 + (z_i - z_r)^2 - R_i^2) = 0 \quad (9)$$

令  $u_i = x_i - \bar{x}, v_i = y_i - \bar{y}, w_i = z_i - \bar{z}$ , 则有:

$$\left( \sum_{i=1}^n u_i^2 \right) u_0 + \left( \sum_{i=1}^n u_i v_i \right) v_0 + \left( \sum_{i=1}^n u_i w_i \right) w_0 = \frac{\sum_{i=1}^n (u_i^3 + u_i v_i^2 + u_i w_i^2)}{2} \quad (10)$$

$$\left( \sum_{i=1}^n u_i v_i \right) u_0 + \left( \sum_{i=1}^n v_i^2 \right) v_0 + \left( \sum_{i=1}^n v_i w_i \right) w_0 = \frac{\sum_{i=1}^n (v_i^3 + u_i^2 v_i + v_i w_i^2)}{2} \quad (11)$$

$$\left(\sum_{i=1}^n u_i \omega_i\right) u_0 + \left(\sum_{i=1}^n v_i \omega_i\right) v_0 + \left(\sum_{i=1}^n \omega_i^2\right) \omega_0 = \frac{\sum_{i=1}^n (u_i^2 \omega_i + v_i^2 \omega_i + \omega_i^3)}{2} \quad (12)$$

$$\text{取 } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \left(\sum_{i=1}^n u_i^2\right) & \left(\sum_{i=1}^n u_i v_i\right) & \left(\sum_{i=1}^n u_i \omega_i\right) \\ \left(\sum_{i=1}^n u_i v_i\right) & \left(\sum_{i=1}^n v_i^2\right) v_0 & \left(\sum_{i=1}^n v_i \omega_i\right) \\ \left(\sum_{i=1}^n u_i \omega_i\right) & \left(\sum_{i=1}^n v_i \omega_i\right) & \left(\sum_{i=1}^n \omega_i^2\right) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{b} = 1/2 \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n (u_i^3 + u_i v_i^2 + u_i \omega_i^2) \\ \sum_{i=1}^n (v_i^3 + u_i^2 v_i + v_i \omega_i^2) \\ \sum_{i=1}^n (u_i^2 \omega_i + v_i^2 \omega_i + \omega_i^3) \end{bmatrix}$$

采用雅可比迭代法求解优化问题, 即转化为  $\mathbf{AX}=\mathbf{b}$  的最优值, 为构造迭代序列, 求解系数矩阵和载荷矩阵, 将  $\mathbf{AX}=\mathbf{b}$  改写为:

$$\mathbf{X}^{(k+1)} = \mathbf{BX}^{(k)} + \mathbf{f} \quad (13)$$

对  $\mathbf{B}$  进行 LU 分解构造雅可比迭代矩阵:

其中:  $\mathbf{B} = \mathbf{I} - \mathbf{D}^{-1}\mathbf{A} = \mathbf{D}^{-1}(\mathbf{L} + \mathbf{U})$ 。

设计初值, 对雅可比矩阵赋初值, 默认状态下迭代初值均为 0:

$$\mathbf{x}^{(0)} = (x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)})^T \quad (14)$$

$$x_i^{(k+1)} = \frac{b_i - \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j^{(k)}}{a_{ii}}, i = 1, 2, \dots, n \quad (15)$$

$k$  表示迭代次数。

迭代计算, 求解当满足精度要求时的球心坐标  $(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_n^{(k)})^T$ 。

## 2.2 TCP 求解模型

对机械臂进行运动学分析可以建立 D-H 模型。D-H 参数代表了工业机器人不同结构的特征, 根据 D-H 参数可以获得末端法兰中心相对于机械臂世界坐标系的坐标。

$$\mathbf{T}_6^0 = \mathbf{T}_1^0 * \mathbf{T}_2^1 * \mathbf{T}_3^2 * \mathbf{T}_4^3 * \mathbf{T}_5^4 * \mathbf{T}_6^5 = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

其中:  $\mathbf{T}_6^0$  表示末端法兰坐标系与基座坐标系的转换矩阵,  $\mathbf{T}_{i+1}^i (i = 0, 1, 2, 3, 4, 5)$  表示各连杆之间的转换矩阵, 取  $\mathbf{n} = [n_x \ n_y \ n_z]^T$ ,  $\mathbf{o} = [o_x \ o_y \ o_z]^T$ ,  $\mathbf{a} = [a_x \ a_y \ a_z]^T$ , 则有末端法兰坐标系与基座坐标系之

间的转换关系为:

$${}^E \mathbf{T} = \begin{bmatrix} {}^E \mathbf{R} & {}^B \mathbf{P}_{Eo} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{E} n & \vec{E} o & \vec{E} a & {}^B \mathbf{P}_{Eo} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

工具坐标系标定的基础是, 在机器人运动的全过程中, 工具坐标系相对于法兰坐标系固定不变。根据这一关系, 可以构建工具坐标系、末端法兰坐标系、基座坐标系三者之间的转换关系, 即:

$${}^B \mathbf{T} \cdot {}^E \mathbf{T} = {}^B \mathbf{T} \quad (18)$$

其中:  ${}^B \mathbf{T}$  表示基座坐标系与末端法兰之间的转换矩阵,  ${}^E \mathbf{T}$  表示末端法兰坐标系与工具坐标系之间的转换矩阵,  ${}^B \mathbf{T}$  表示工具坐标系与基座坐标系之间的转换关系。

将式 (18) 展开, 由矩阵第四列恒等可以得到以下关系:

$${}^E \mathbf{R}_i \cdot {}^E \mathbf{p}_T + {}^B \mathbf{p}_{Eo} = {}^B \mathbf{p}_T \quad (19)$$

其中:  ${}^E \mathbf{R}_i$  为末端法兰坐标系相对于基座坐标系的旋转矩阵,  ${}^E \mathbf{p}_T$  为待求 TCP 参数, 表示末端工具中心点在法兰坐标系中的坐标, 其中,  ${}^E \mathbf{p}_T = [p_x, p_y, p_z]^T$ ,  ${}^B \mathbf{p}_{Eo}$  为末端基座坐标系在基座坐标系中的坐标,  ${}^B \mathbf{p}_T$  表示末端工具中心点在基座坐标系中的坐标, 对于接触式测量系统而言, 其末端工具为球形测头, 为标定测头之间相对关系, 默认其工具坐标系方向与法兰方向保持一致而 TCP 点相对偏移。在进行 TCP 标定过程中, 始终使得末端 TCP 对准同一球面, 即对应球心 TCP 在世界坐标系下位置保持一致:

$${}^E \mathbf{R}_1 \cdot {}^E \mathbf{p}_t + {}^B \mathbf{p}_{1Eo} = {}^E \mathbf{R}_2 \cdot {}^E \mathbf{p}_t + {}^B \mathbf{p}_{2Eo} = {}^E \mathbf{R}_n \cdot {}^E \mathbf{p}_t + {}^B \mathbf{p}_{nEo} \quad (20)$$

联立相减可得:

$$\begin{bmatrix} {}^E \mathbf{R}_1 - {}^E \mathbf{R}_2 \\ {}^E \mathbf{R}_2 - {}^E \mathbf{R}_3 \\ \dots \\ {}^E \mathbf{R}_{n-1} - {}^E \mathbf{R}_n \end{bmatrix} \cdot {}^E \mathbf{p}_t = \begin{bmatrix} {}^B \mathbf{p}_{2Eo} - {}^B \mathbf{p}_{1Eo} \\ {}^B \mathbf{p}_{3Eo} - {}^B \mathbf{p}_{2Eo} \\ \dots \\ {}^B \mathbf{p}_{nEo} - {}^B \mathbf{p}_{(n-1)Eo} \end{bmatrix} \quad (21)$$

该式形如  $\mathbf{AX}=\mathbf{B}$ , 对于四点标定而言, 为超定方程组, 对应于四组状态联立时, 求解由 9 个独立方程组成的方程组可以获得待求的 TCP 参数。

1) 求解矩阵  $\mathbf{B}$  各项参数。基于多点迭代拟合球心后, 我们可以构建虚拟基准点, 以不同姿态拟合四组基准点, 以 4 种姿态重复测量拟合球心对应的末端法兰坐标, 即四组姿态下末端法兰中心在世界坐标系下的坐标  ${}^B \mathbf{p}_{Eo}$ , 求解式 (21) 所示超定方程组即可获得 TCP 参数  ${}^E \mathbf{p}_t ({}^E p_{tx}, {}^E p_{ty}, {}^E p_{tz})$ 。

设根据 2.1 所示算法计算求得四组姿态下球心坐标分别为  ${}^B \mathbf{p}_{1Eo} ({}^B x_{E1}, {}^B y_{E1}, {}^B z_{E1})$ ,  ${}^B \mathbf{p}_{2Eo} ({}^B x_{E2}, {}^B y_{E2}, {}^B z_{E2})$ ,  ${}^B \mathbf{p}_{3Eo} ({}^B x_{E3}, {}^B y_{E3}, {}^B z_{E3})$ ,  ${}^B \mathbf{p}_{4Eo} ({}^B x_{E4}, {}^B y_{E4}, {}^B z_{E4})$ 。

2) 求解矩阵  $A$  各项参数, 记录四组姿态下欧拉角分别如下:

表 1 不同姿态下末端法兰欧拉角

序号	A/(°)	B/(°)	C/(°)
1	-180	0	-180
2	0	0	-180
3	-180	0	180
4	-180	0	90

则将表 1 中四组欧拉角带入基座坐标系到法兰坐标系的旋转矩阵可得:

$$R_i = \begin{bmatrix} cA_i cB_i & cA_i sB_i sC_i - sA_i cC_i & cA_i sB_i cC_i + sA_i sC_i \\ sA_i cB_i & -sA_i cB_i sC_i + cA_i cC_i & sA_i sB_i cC_i cA_i sC_i \\ -sB_i & sB_i \sin C_i & cB_i cC_i \end{bmatrix} \quad (22)$$

其中:  $s(A_i, B_i, C_i)$  指代  $\sin(A_i, B_i, C_i)$ ,  $c(A_i, B_i, C_i)$  指代  $\cos(A_i, B_i, C_i)$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ .

由式 (22) 可以求得四组姿态下对应的转换矩阵  $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$ 、 $R_4$ 。

联立式 (21) 可求得:

$$A = \begin{bmatrix} R_2 - R_1 \\ R_3 - R_2 \\ R_4 - R_3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} {}^B P_{E2} - {}^B P_{E1} \\ {}^B P_{E3} - {}^B P_{E2} \\ {}^B P_{E4} - {}^B P_{E3} \end{bmatrix}$$

以经典四点标定法为基础, 在构建虚拟基准点后, 采用最小二乘法求解超定方程组  $AX = B$ , 其中  $A$  为  $9 \times 3$  矩阵,  $B$  为  $9 \times 1$  矩阵, 由于方程数大于未知量个数, 因此使得残差  $r = \|B - AX\|_2$  达到极小值, 构建约束方程组。

$$\frac{\partial [AX - B]^T [AX - B]}{\partial X} = 0 \quad (23)$$

$$X = (A^T A)^{-1} AB \quad (24)$$

$${}^E p_T = (p_x, p_y, p_z)^T = (A^T A)^{-1} AB \quad (25)$$

联立方程可以求得 TCP 参数为  ${}^E p_T = (p_x, p_y, p_z)^T$ 。

### 2.3 TCP 标定误差分析

由 2.2 中求解 TCP 参数模型分析可知, TCP 标定的误差来源于求解  $|AX - B = 0|$  时, 使得目标函数值最小的误差, 根据其来源于两部分: (1)  $A$  的系数矩阵带来的误差,  $A$  由旋转矩阵组成, 与当前法兰的旋转欧拉角对应, 误差来源包括 D-H 参数建模误差。(2)  $B$  的系数矩阵带来的误差, 主要由对点精度决定, 若采用人工对点, 会产生较大随机误差。此外, 由于控制器插补误差、机器人机构在不同构型下弹性变形产生的误差会导致实际坐标与控制器坐标不一致而带来误差。

因此, 提高 TCP 标定的精度主要从两方面进行:

(1) 建立准确的 D-H 模型, 为建立准确的 D-H 模型, 需要保证其 D-H 参数精准, 在本标定模型中, 机器人

本体控制器经过运动学标定, 能够保证 D-H 模型的准确性。(2) 减少人工参与, 提升对点精度。本文提出的基于虚拟基准点的多测头接触式测量系统 TCP 标定方法一方面通过协作机器人控制器记录当前欧拉角建立准确的 D-H 模型, 同时通过构造虚拟基准点, 机器人自动测量球面坐标进而求解球心位置解算 TCP 减少人工参与, 大大提高了 TCP 标定精度。

### 3 实验验证

为了对接触式测量系统本身测量精度和测量能力进行验证, 分别进行了以下三组实验。分别对实验可靠性和 TCP 标定精度进行测量计算。

#### 3.1 实验设备

实验设计并组装了接触式测量系统, 如图 3 所示, 选用高精度测头及配套测针、自制测杆工装协作机器人搭建了面向大部件位姿测量的柔性接触式测量系统。

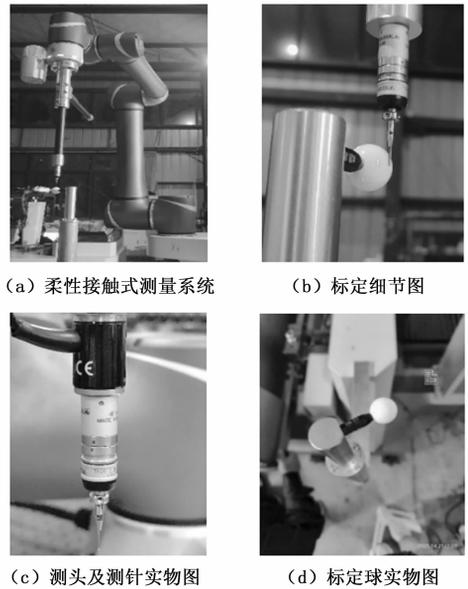


图 3 TCP 标定实验设备

为了验证 TCP 改进标定方法的可靠性和精度, 分别设计了三组实验验证其可靠性和精度。实验步骤及结果如下。

#### 3.2 验证 TCP 标定可靠性

为验证 TCP 标定的可靠性, 以主测针为研究对象, 分别采用传统四点标定法和改进 TCP 标定方法对主测针进行标定, 其标定结果如下:

其中采用传统四点法标定基于固定大头针针尖, 利用协作机器人末端夹持主测针作为工具端, 分别以四组不同姿态触碰大头针针尖, 在机器人内部自动计算其 TCP 参数, 采用改进 TCP 标定法进行标定时, 先将标定球固定, 然后示教固定程序使机器人沿预设轨迹以 4 种姿态分别触碰标定球表面, 获取法兰坐标拟合四组球心作为基准点, 然后根据四组基准点坐标及转换矩阵求

解 TCP 参数。

分析表 2 可知, 与传统四点法相比, 该方法采用接触式测针自带测量功能进行自动触碰采样获取数据, 并通过前述方法进行解算校准 TCP 参数, 全过程无需手动操作, 降低了人工对针导致的不确定性, 提升了标定可靠度。

表 2 TCP 标定可靠性验证 mm

序号	传统四点法			
	$x$	$y$	$z$	误差
1	-1.858	-0.031	389.426	0.177
2	-1.865	-0.124	389.314	0.083
3	-1.846	-0.085	388.912	0.341
4	-1.885	-0.030	389.358	0.114
平均	-1.863	-0.067	389.253	0.179

序号	改进 TCP 标定法			
	$x$	$y$	$z$	误差
1	-1.865	-0.029	389.322	0.012
2	-1.874	-0.016	389.317	0.009
3	-1.874	-0.016	389.308	0.010
4	-1.868	-0.031	389.306	0.011
平均	-1.870	-0.023	389.313	0.010

对采用传统四点标定法和本文提出的改进 TCP 标定方法分别对同一测针 TCP 进行标定, 求解得到的 TCP 数据进行无偏估计。如表 2 数据所示, 在不改变末端工装、测针安装情况等的条件下, 多次对同一测针进行 TCP 标定, 采用改进 TCP 标定方法, 其沿  $x$ ,  $y$ ,  $z$  方向的变化量均小于 0.03 mm, 其平均误差为 0.01 mm, 而传统四点法的平均误差为 0.179 mm, 可以看出, 传统四点法由于在人工操作中产生较大机械臂定位误差和人眼对针误差, 且人工对针产生的标定球位置晃动等也会加大 TCP 标定误差, 而改进 TCP 标定方法由于传统方法, 采用该方法, 其 TCP 定位可靠性大大提高。

### 3.3 验证 TCP 标定精度

TCP 标定的作用时为了保障接触式测量最终工作点位的准确性。为验证柔性接触式测量系统末端 TCP 标定精度, 设置多组实验对采用改进 TCP 标定方法进行标定后, 以标定 TCP 测量球面若干点拟合球心, 通过不同测针标定 TCP 后进行某一姿态下的球心测量探究其标定后的测量精度。实验结果如下:

1) 在 TCP 标定后, 用接触式测量系统主测针分别以任意姿态测量标定球表面点位, 拟合球心获取采用改进 TCP 标定方法标定 TCP 后, 实测球心坐标, 验证 TCP 标定的精度。

由表 3 所示, 对主测针进行 TCP 标定后以同一姿态测量拟合球心, 多次测量拟合球心, 其单方向位置精

度均在 0.02 mm 以内, 总体位置精度为 0.022 mm, 总体测量精度较高, 因此该 TCP 标定方法能保证测量系统在同一姿态下高精度的空间坐标测量。

表 3 TCP 标定后实测球心结果 mm

序号	$x/mm$	$y/mm$	$z/mm$
测量真值	245.113 5	907.839	284.055 3
1	245.219	907.882 2	284.039 4
	245.209 6	907.910 7	283.970 7
	245.207 7	907.880 3	284.045 9
	244.848 2	907.723 6	284.135 7
拟合位置 1	245.121 1	907.849 2	284.047 9
偏差	0.007 6	0.010 2	-0.007 4
2	245.212	907.869 8	284.041
	245.196 8	907.885 7	283.962
	245.211 3	907.855 4	284.053
	244.855 7	907.714 8	284.138 9
拟合位置 2	245.118 9	907.831 4	284.048 7
偏差	0.005 4	-0.007 6	-0.006 6
3	245.195 2	907.864	284.067 3
	245.191 4	907.898 5	283.987 2
	245.185	907.854 6	284.080 6
	244.830 3	907.728	284.142 1
拟合位置 3	245.100 5	907.836 3	284.069 3
偏差	-0.013	-0.002 7	0.014
偏差极值	0.013	0.010 2	0.014

2) 为验证不同测针分别标定后的相对关系, 对主测针和星型下测针分别进行标定后测量拟合球心坐标。

由表 4 所示, 对上下两副测针进行 TCP 标定后以同一姿态测量拟合球心, 根据无偏估计处理得到的结果可知, 其球心位置精度均在 0.03 mm 以内, 其中, 对比采用上、下两测针测量标定球拟合球心得数据可以看出, 两组数据在  $x$ ,  $y$  方向上偏差较小, 而在  $z$  方向上存在预行程误差, 总体上偏差在 0.08 mm 以内, 可以实现两测针高精度的协同测量。

表 4 多测针 TCP 标定后实测空间精度偏差 mm

序号	副下测针 TCP 标定后采样			
	$x$	$y$	$z$	误差
1	244.598	907.692	282.510	0.008
2	244.599	907.704	282.489	0.023
3	244.601	907.708	282.499	0.015
4	244.595	907.695	282.548	0.037
平均	244.598	907.700	282.512	0.021

序号	副上测针 TCP 标定后采样			
	$x$	$y$	$z$	误差
1	244.595	907.645	282.686	0.035
2	244.594	907.641	282.705	0.023
3	244.555	907.638	282.733	0.028
4	244.548	907.661	282.727	0.032
平均	244.573	907.646	282.713	0.030

## 4 结束语

传统四点法标定 TCP 容易引入人工误差, 标定精度不高且可靠性较差, 引入外部基准法标定会产生二次标定误差, 且外部摄像设备受环境影响大, 安装成本高, 不适用于该柔性接触式测量系统的标定。本文提出的基于球心拟合构建虚拟基准点的改进四点法不仅减少人工操作带来的随机误差, 提高了 TCP 标定精度和可靠性, 同时引入虚拟基准点的概念, 使得 TCP 标定可以根据测量需求在不同工位进行, 大大扩展了 TCP 标定的便捷性和适应性, 不在需要外部基准设备, 降低了 TCP 标定的工序和复杂度。经实验验证, 本文提出的方法在精度和可靠性上优于传统标定方法。(1) 标定准确度高, 无论是对单个 TCP 进行标定还是对多个 TCP 进行标定, 其标定精度高, 标定后以不同姿态测量具体点位, 结果验证其空间定位精度高。且对于同一套接触式测量系统, 采用该改进方法进行 TCP 标定后, 多个测针之间协同测量同一目标, 其相对偏差小, 在实际应用中可以保证接触式测量系统具有较高精度。(2) 标定可靠性高。传统的 TCP 标定用人工对点, 其标定精度受人工对点影响较大, 即使采用多点择优法仍无法避免产生较大随机误差, 而对本系统进行重复性标定实验发现, 其多次标定结果偏差小, 均在机器人固有重复定位精度范围内, 稳定性高, 可靠性好。因此采用该方法不仅可以实现自动化标定, 而且避免了人工对针带来的随机误差。

### 参考文献:

- [1] 熊 烁, 叶伯生, 蒋 明等. 机器人工具坐标系标定算法研究 [J]. 机械与电子, 2012 (6): 60-63.
- [2] YIN S, GUO Y, REN Y, et al. A novel TCF calibration method for robotic visual measurement system [J]. *Optik-International Journal for Light and Electron Optics*, 2014, 125 (23): 6920-6925.
- [3] 吴乐平, 顾晟吉, 程伟国, 等. 基于超声波测距的 TCP 标定方法研究 [J]. 机械制造与自动化, 2021, 50 (1): 209-210.
- [4] SOUSA D B G, OLABI A, PALOS J, et al. 3D metrology using a collaborative robot with a laser triangulation sensor [J]. *Procedia Manufacturing*, 2017, 11132-140.
- [5] 李广云, 罗豪龙, 王 力, 等. 机器人工具坐标系的快速标定方法 [J]. 光学精密工程, 2021, 29 (6): 1375-1386.
- [6] 陈 锋, 等. 焊接机器人 TCP 全自动标定方法研究 [J]. 长春师范大学学报, 2022, 41 (8): 30-35.
- [7] 朱晓鹏, 张 轲, 涂志强, 等. 基于球面拟合法的机器人与变位机位姿关系标定 [J]. 焊接学报, 2013, 34 (1):

41-44.

- [8] CAKIR M, DENIZ C. High precise and zero-cost solution for fully automatic industrial robot TCP calibration [J]. *The Industrial Robot*, 2019, 46 (5): 650-659.
- [9] 韩奉林, 江晓磊, 严宏志, 等. 基于可测距平板工具的机器人 TCP 标定方法 [J]. 计算机工程与应用, 2016, 52 (18): 18-23.
- [10] 韩奉林, 李 鹏, 谭冬和, 等. 基于平板标定工具的机器人工具中心点标定方法 [J]. 西南交通大学学报, 2020, 55 (1): 60-67.
- [11] 洪 磊, 杨小兰, 王保升, 等. 基于球面均匀分布的焊接机器人 TCP 标定方法 [J]. 焊接学报, 2020, 41 (8): 14-21.
- [12] 朱齐丹, 谢心如, 夏桂华, 等. 基于光轴约束的机械臂运动学标定方法 [J]. 哈尔滨工程大学学报, 2019, 40 (3): 433-439.
- [13] 李 恒, 陈 铸, 罗 阳, 等. SVD 分解在口腔手术机器人手眼标定中的应用 [J]. 机床与液压, 2023, 51 (3): 15-19.
- [14] 周祥等. 工业机器人工具及工件坐标系的标定研究 [D]. 南京: 南京理工大学, 2015.
- [15] 李福运. 工业机器人 TCP 自标定精度叠加方法的设计与应用 [J]. 机械, 2017, 44 (8): 50-53.
- [16] YANG Z Y, GONG L, LIU C L, et al. Efficient TCP calibration method for vision guided robots based on inherent constraints of target object [J]. *IEEE ACCESS*, 2021, 9: 8902-8911.
- [17] Yufei L, Bo L, Xidong Z, et al. Error similarity analysis and error compensation of industrial robots with uncertainties of TCP calibration [J]. *Applied Sciences*, 2023, 13 (4): 2722-2722.
- [18] YIN S, REN Y, ZHU J, et al. A Vision-Based Self-Calibration method for robotic visual inspection systems [J]. *Sensors*, 2013, 13 (12): 16565-16582.
- [19] 毛成林, 于瑞强, 宋爱国, 等. 一种结合 TCP 标定的深度相机手眼标定方法 [J]. 仪器仪表学报, 2023, 44 (3): 280-286.
- [20] Leifeng Z, Changle L, Yilun F, et al. Physician-Friendly tool center point calibration method for Robot-Assisted puncture surgery [J]. *Sensors*, 2021, 21 (2): 366-366.
- [21] 宋月娥, 吴 林, 田劲松, 等. 弧焊机器人工具参数标定 [J]. 焊接学报, 2001 (5): 1-4.
- [22] 朴永杰, 邱 涛, 陈善本, 等. 弧焊机器人 TCF 参数的标定 [J]. 机器人, 2001 (2): 109-112.
- [23] 周 星, 黄石峰, 朱志红, 等. 六关节工业机器人 TCP 标定模型研究与算法改进 [J]. 机械工程学报, 2019, 55 (11): 186-196.
- [24] 李亮玉, 李 香, 岳建锋, 等. FANUC 弧焊机器人系

- 统标定研究与实现 [J]. 天津工业大学学报, 2007 (2): 69-72.
- [25] 康存锋, 王红伟, 张鹏飞, 等. 焊接机器人工具坐标系标定的研究与实现 [J]. 北京工业大学学报, 2016, 42 (1): 30-34.
- [26] Mengyu L, Liping W, Guang Y, et al. A new calibration method for hybrid machine tools using virtual tool center point position constraint [J]. *Measurement*, 2021, 181: 1-18
- [27] 牛锦东, 栾楠, 桂海军, 等. 基于光学导航的手术辅助机器人快速自标定方法 [J]. *机械设计与研究*, 2019, 35 (3): 12-14.
- ⋮
- (上接第 98 页)
- [5] PENG H, ZHANG Y F, YANG S, et al. Battlefield image situational awareness application based on deep learning [J]. *IEEE Intelligent Systems*, 2020, 35 (1): 36-43.
- [6] 薛锦, 田增娴, 师庆科, 等. 针对新学习策略的弱小目标检测方法 [J]. *计算机测量与控制*, 2023, 31 (6): 34-39.
- [7] GIRSHICK R. Fast R-CNN [C] // *Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision*. Santiago, Chile, 2015: 1440-1448.
- [8] REN S, HE K, GIRSHICK R, et al. Faster R-CNN: Towards Real-Time Object Detection with Region Proposal Networks [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2017, 39 (6): 1137-1149.
- [9] HE K, GKIOXARI G, DOLLAR P, et al. Mask R-CNN [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2020: 386-397.
- [10] LIU W, ANGUELOV D, ERHAN D, et al. SSD: Single Shot MultiBox Detector [C] // *Proceedings of the European Conference on Computer Vision*. Amsterdam, Netherlands, 2016: 21-37.
- [11] REDMON J, FARHADI A. YOLOv3: An incremental improvement [J]. *ArXiv Preprint ArXiv: 1804.02767*, 2018.
- [12] BOCHKOVSKIY A, WANG C, LIAO H. YOLOv4: Optimal speed and accuracy of object detection [J]. *ArXiv Preprint, ArXiv: 2004.10934*, 2020.
- [13] JOCHER G. Yolov5 [EB/OL]. [2022-02-20]. <https://github.com/ultralytics/yolov5>.
- [14] TAN M, PANG R, LE Q. Efficient DET: scalable and efficient object detection [C] // *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. IEEE, 2020: 10778-10787.
- [15] LI C, LI L, JIANG H, et al. YOLOv6: A Single-Stage Object Detection Framework for Industrial Applications [J]. *Arxiv Preprint ArXiv: 2209.02976*, 2022.
- [16] WANG C Y, BOCHKOVSKIY A, LIAO H Y. YOLOv7: trainable bag-of-freebies sets new state-of-the-art for real-time object detectors [C] // *Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. Vancouver, BC, Canada. IEEE, 2023: 7464-7475.
- [17] REIS D, KUPEC J, HONG J, et al. Real-time flying object detection with YOLOv8 [J]. *Arxiv Preprint ArXiv: 2305.09972*, 2023.
- [18] CHENG J F, ZHONG Y J, GAO Y, et al. TOOD: Task-aligned one-stage object detection [C] // *Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision*. Montreal, QC, Canada, 2021: 3490-3499.
- [19] 张利丰, 田莹. 改进 YOLOv8 的多尺度轻量级车辆目标检测算法 [J]. *计算机工程与应用*, 2024, 60 (3): 129-137.
- [20] 王涛, 张笃振. DCT-YOLOv5: 从频率角度设计目标检测算法 [J/OL]. *计算机技术与发展*. <https://doi.org/10.20165/j.cnki.ISSN16-73-629X.2024.0197>.
- [21] 许德刚, 王双臣, 王再庆, 等. 改进 YOLOv8 算法的城市车辆目标检测 [J/OL]. *计算机工程与应用*. <https://link.cnki.net/urlid/11.2127.TP.20240705.1927.016>.
- [22] WANG C Y, HONG Y M, YE H I H, et al. CSPNet: A new backbone that can enhance learning capability of CNN [C] // *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. Virtual, Online, USA, 2020: 1571-1580.
- [23] LIN T Y, GOYAL P, GIRSHICK R, et al. Focal loss for dense object detection [J]. *IEEE Access*, 2020, 42 (2): 318-327.
- [24] LIN T Y, MAIRE M, BELONGIE S, et al. Microsoft COCO: Common Objects in Context [C] // *Springer International Publishing*, 2014: 740-755.
- [25] HU J, SHEN L, SUN G. Squeeze and excitation networks [C] // *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. Salt Lake City, UT, USA, 2018: 7132-7141.
- [26] PARK J, WOO S, LEE J Y, et al. Bam: Bottleneck attention module [J]. *Arxiv Preprint ArXiv: 1807.06514*, 2018.
- [27] WOO S, PARK J, LEE J Y, et al. CBAM: Convolutional block attention module [C] // *Proceedings of the 15th European Conference on Computer Vision*. Munich: Springer, 2018: 3-19.
- [28] GE Z, LIU S T, WANG F, et al. YOLOX: Exceeding YOLO Series in 2021 [J]. *Arxiv Preprint ArXiv: 2107.08430*, 2021.