

基于多源信息融合的引信可靠性评估方法研究

张红勇, 王利

(中北大学 机电工程学院, 太原 030051)

摘要: 针对高价值弹药引信利用全弹飞行试验验证其可靠性弹药价格昂贵, 全弹的靶试试验量很小, 且引信的可靠性指标高于全弹的可靠性指标的问题, 充分地利用模拟试验数据对小子样进行重要数据补充; 采用继承因子、环境因子折算数据, 将不同类型的数据折合为成型试验数据, 再用 CMSR 方法根据系统串并联关系将多源数据融合, 并将所得的数据与靶试数据结合, 减少靶试试验样本量; 以混合 Beta 分布为先验分布, 得到了评估引信可靠性的 Bayes 方法, 该方法解决了模拟试验数据与靶试数据融合的问题; 以某引信为应用背景进行了可靠性评估, 证明该方法比经典方法减少了一定的靶场试验量。

关键词: 引信; 小子样; 可靠性评估; Beta 分布; Bayes 方法; CMSR 方法; 信息融合

Research on Reliability Evaluation Method for Fuse Based on Multi-source Information Fusion

ZHANG Hongyong, WANG Li

(School of Mechanical and Electrical Engineering, North University of China, Taiyuan 030051, China)

Abstract: To address the issues that, ammunition prices are expensive for full missile flight tests to verify their reliability of high value missile fuses, there is fewer target test for full missiles, and the reliability indexes of fuses are higher than those of full missiles. Therefore, it is necessary to make full use of the simulation test data to supplement the important data for small samples. The inherited factor and environmental factor are used to convert different types of data into the successful or failed experimental data. Then, the combined modified maximum likelihood (MML) sequential reduction (SR) (CMSR) method is used to fuse multi-source data based on the series parallel relationship of the system, and the obtained data is combined with the target experimental data to reduce the sample size of the target experimental data. By taking the mixed Beta distribution as a prior distribution, it obtains the Bayes method for evaluating the reliability of fuses, the method solves the problem of integrating simulated test data with target test data. The reliability evaluation is conducted using a certain fuse as the application background, proving that this method reduces a certain amount of target field testing compared to classical methods.

Keywords: fuse; small sample; reliability evaluation; Beta distribution; Bayes method; CMSR method; information fusion

0 引言

引信是利用目标、环境或指令信息, 在预定的条件下解除保险, 并在有利的时机或位置上起爆或引燃弹药战斗部装药的控制装置(或装置)。在武器系统中, 弹药起着举足轻重的作用, 各种作战平台对目标的最终作用都通过弹药来实现^[1]。引信是弹药的灵魂和核心。从世界范围看, 引信是弹药发展过程中的一个重要阶段, 也是当前世界各国高度重视、发展迅速的一个重要领域。目前, 世界各国对引信技术都高度重视, 在不断加大经费投入的同时, 也在不断推动引信技术的进步和创新, 从而促进弹药技术向更高水平发展。引信技术对武器系统、战术导弹及战略导弹等武器系统的作用都非常重要。现代战争中, 各类武器系统在使用时都要求有安全可靠、反应迅速、毁伤效能高、作用范围大和使用寿命长等特点。要做到这些就需要使用

性能先进、作用可靠和寿命长的引信。同时, 武器系统对弹药的使用环境和使用要求也很高, 尤其是现代战争中武器系统在恶劣的战场环境下作战时, 对弹药提出了许多特殊要求。这些都需要我们重视和研究引信技术, 以促进弹药技术向更高水平发展。这就对引信提出了更高的要求。一款高性能的引信, 不但可以保障战斗部甚至整个武器体系的安全性, 还可以使引信对目标产生足够的杀伤力。以美国为代表的几个主要国家, 为适应“高科技”的需求, 研制出了末端制导炮弹、炮射导弹和弹道修正弹等多种高附加值武器装备。终端敏感弹药, 空对空导弹, 巡航导弹等, 都要求有一个高可靠度的引信。因为可靠度较高, 不能用高值全弹试验来检验其可靠度。为节约研发经费、减少研发时间、减少在工业及军用上使用的风险性, 亟待研究出一套适用于小子样试验的可靠度评价方法。在保证其置信度不下降的前提下, 对其进行较为精确的评价, 从

收稿日期: 2023-10-17; 修回日期: 2024-01-04。

作者简介: 张红勇(1998-), 男, 硕士生。

通讯作者: 王利(1967-), 男, 博士, 教授, 硕士生导师。

引用格式: 张红勇, 王利. 基于多源信息融合的引信可靠性评估方法研究[J]. 计算机测量与控制, 2024, 32(5): 312-317, 333.

而保证了其在战场上的大规模制造和装备^[2-3]。

近几年, 国家对引信的可靠性指标提出了更高的要求。由于对高可靠度的需求, 使得其在研制与成形过程中面临着两个难题: 一是由于其工艺难度较高、结构较为复杂, 其可靠度远高于常规弹药引信。在此基础上, 提出了一种基于概率论的导弹引信可靠性评估模型^[4]。另外, 因弹药造价昂贵, 在成形和性能验证实验中的全弹试飞资料很少, 往往只有少量的实验结果; 由于引信的可靠度较大, 因此无法对其进行可靠度的检验。为此, 对高附加值弹药引信可靠性测试与评估问题进行了深入研究^[5]。该问题已经成为精确打击武器装备急需解决的一个重要技术难题。

当前, 针对引信小子样可靠性问题, 提出了基于计数数据变换的综合评估方法^[6-7]; 针对导弹小子样, 提出了动、静两种状态下的多源异质群体信息融合、以及基于贝叶斯理论的导弹样本, 实现了导弹的小子样。由于引信的复杂度高、结构上的继承程度高、仿真实验的内容多, 因此, 不太适合采用直接动力数据融合的方法^[7-8]。贝叶斯分析的研究成果很多, 但其核心问题在于: 多源数据的有效融合。这里有两种情况: 一种是先验知识为多个(异质)群体。二是对样本的估计, 样本的区间, 样本的分位数等。因此, 针对高价值弹药的特点^[9], 开展小子样的可靠度评价方法研究是十分必要的。

1 基于多源信息融合的 Bayes 评估方法

当前, 评价引信可靠性的主要挑战在于缺乏实际测试数据, 仅凭这些有限的信息难以准确定位产品可靠度的高低。为了克服这一难题, 现阶段国际国内普遍采用的方法就是运用预先收集到的信息^[10]。而就引信而言, 最为关键的前期资料莫过于地面对象仿真试验及动力学仿真试验所产生的数据了。

对引信进行可靠性评估, 先用环境因子将不同环境下的数据进行折合, 然后将引信的连续性数据折合为成组型数据方便进行计算, 再用基于修正极大似然和序贯压缩相合(combinedMML(modified maximum likelihood) & SR(sequential reduction) method, CMSR)的方法计算引信的虚拟系统试验数据, 最后根据上述方法得到的数据进行可靠性计算, 进而评估引信可靠性。

1.1 不同环境下试验数据的折合

对于导弹引信可靠性试验得出的数据, 需要模拟导弹环境进行试验, 就会导致出现不同环境下的试验数据。由于计算可靠度需要数据为同一环境下的, 所以要将不同环境下的试验数据折合为同一种环境下的试验数据, 便于计算。

1.1.1 连续型数据试验的环境因子

将高、低温下的试验数据折合到常温下的试验数据。当数据为连续型数据时, 辨别数据是正态型数据还是指数型数据时的方法为: 将数据从小到大排序, 然后切成相等的若干份, 看不同位置处的值。比如正态分布, x 轴为样本值, 从左到右 x 是逐渐增大的, y 轴是每个样本值对应出现

的概率, 概率先上升后下降, 且在中间位置达到最高。由此可以通过 Matlab 来拟合出相应的分布参数。

1.1.1.1 试验数据为正态型

当试验数为正态性时, 设: $X_1^{(1)}, X_2^{(1)}, \dots, X_{n_1}^{(1)}$ 是来自总体 $X_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ 的样本, 都服从正态分布; $X_1^{(2)}, X_2^{(2)}, \dots, X_{n_2}^{(2)}$ 是来自总体 $X_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$ 的样本。若两总体中各参数的估计量分别取为样本均值 \bar{X} 和方差 S , 环境因子 (k, b) 可取为^[11]:

$$k = \frac{S_1}{S_2}, b = \bar{X}_1 - \frac{S_1}{S_2} \bar{X}_2 \quad (1)$$

已知 x_2 , 可求出折合后的数据 x_1 :

$$\ln x_1 = k \ln x_2 + b \quad (2)$$

1.1.1.2 试验数据为指数型

当试验数据为指数型试验数据时, 先求出环境因子的点估计值, 然后利用折合方法将不同环境下的指数型试验数据折合为同一种环境下的试验数据。

1) 点估计指数型环境因子:

在环境 1 的条件下, 产品的累计试验时间 T_1 以及相应的故障数量 r_1 (也叫失败数 f) 已经被确定为指数型数据 (T_1, r_1) ; 而在环境 2 的条件下, 同样存在这些数据, 也就是指数型数据 (T_2, r_2) 。因此, 可以得出产品环境因子的点估计公式:

$$\hat{\pi}_E = \frac{\hat{\lambda}_2}{\hat{\lambda}_1} = \frac{T_1 r_2}{T_2 r_1} \quad (3)$$

为使该公式具有工程意义, 原则上两种环境条件下的故障数 r 都不能等于零。鉴于在产品开发过程中, 如果导弹的发射样本数量较少, 那么在现场工作环境 2 下的失败数据可能为零, 因此应该进行近似处理, 取 $r_2 \approx 1$ 。

2) 折合指数型数据的方法:

当已经知道环境因子的预测值 π_E 时, 可以将环境 1 条件下的实验数据转化为在环境 2 条件下的等效数据。通常会使用一个相同的方法来推导出等效数据的转换公式。

在 t 的产品工作时间内, 环境 1 条件下的累积试验时长是 T_1 , 令 $E_1 = \frac{T_1}{t}$, 那么, 在环境 2 条件下的等效可靠度则是^[12]:

$$R'_2 = e^{-\lambda'_2 t} = e^{-\pi_E \lambda_1 t} = e^{-\pi_E r_1 / T_1} = e^{-\pi_E r_1 / E_1} \quad (4)$$

在环境 2 条件下的等效数据为 (E'_2, r'_2) 时, 等效可靠度为:

$$R'_2 = e^{-r'_2 / E'_2} \quad (5)$$

由上述 R'_2 两个公式导出:

$$E'_2 = \frac{r'_2 E_1}{\pi_E r_1} = \frac{r'_2 T_1}{\pi_E r_1 t} \quad (6)$$

一般情况下, 将实验环境 (1) 中的一次故障, 同样应用到工作环境 (2) 中, 即 $r'_2 = r_1$ 。也就是说, 由此推导出等效任务数的计算公式为:

$$E'_2 = \frac{E_1}{\pi_E} = \frac{T_1}{\pi_E t} \quad (7)$$

在环境 2 条件下的原有试验数据为 (E_2, r_2) , 它与等效

数据(E'_2, r'_2)的综合数据为(E, r):

$$E = E_2 + E'_2 = \frac{T_2}{t} + \frac{T_1}{\pi_E t} \quad (8)$$

$$r = r_1 + r_2 \quad (9)$$

1.1.1.3 试验数据为成败型

将严酷环境(比如高低温环境)下的导弹试验信息折合成到良好环境时,用到置信下限 $K_L \circ f_{oi} \circ s_{oi}$ 分别为先验的累计失败次数和成功次数。设试验结果为:

$$\begin{aligned} (f_i, s_i), \quad & i = 1, 2 \\ f'_i = f_{oi} + f_i \quad & i = 1, 2 \\ s'_i = s_{oi} + s_i \quad & i = 1, 2 \\ n'_i = f'_i + s'_i \quad & i = 1, 2 \end{aligned}$$

贝叶斯置信下限 K_L 为:

$$K_L \approx \frac{\chi^2_{1-\gamma}(2\alpha)}{2\beta} \quad (10)$$

其中: α, β 可有公式求得:

$$\begin{cases} \alpha = \mu\beta \\ \beta = \frac{\mu}{h - \mu^2} \end{cases} \quad (11)$$

式中 μ, h 由公式求得:

$$\begin{cases} \mu = \frac{f'_1(n'_2 - 1)}{n'_1(f'_2 - 1)} \\ h = \frac{f'_1(f'_1 + 1)(n'_2 - 1)(n'_2 - 2)}{n'_1(n'_1 + 1)(f'_2 - 1)(f'_2 - 2)} \end{cases} \quad (12)$$

将严酷环境下的试验信息折合成到良好环境:

$$\begin{aligned} (f'_1, n'_1) &\rightarrow (f'_1, n'_1 \cdot K_L) \\ (\text{严酷环境}) &\quad (\text{良好环境}) \end{aligned}$$

最后综合成良好环境下的试验信息:

$$(n', s') \leftarrow (f'_2 + f'_1, n'_2 + n'_1 \cdot K_L)$$

1.2 不同数据类型之间的折合

在可靠性模拟试验中,由于单元试验的不同,会得出近炸高度、时间等连续型数据,需要将连续型数据折合成成败型数据用于可靠度的计算中。在引信可靠性评估中,数据类型多数为正态型数据与指数型数据,其折合方法如下。

1.2.1 正态型数据折合为成败型数据

以单侧下规格限 L 为例。 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 样本量为 n_0 , 样本均值 \bar{x} , 样本无偏方差 s^{*2} 。正态单元可靠性为 $R_N = P\{X \geq L\}$ 。

$$K = \begin{cases} \frac{\bar{x} - L}{s^*}, \text{对于 } L \\ \frac{U - \bar{x}}{s^*}, \text{对于 } U \\ \min\left\{\frac{U - \bar{x}}{s^*}, \frac{\bar{x} - L}{s^*}\right\}, \frac{U - \bar{x}}{s^*} \geq 4, \text{对于 } (L, U) \end{cases} \quad (13)$$

可以证明;在 n_0 较大时,在 (μ, σ^2) 无信息先验分布下,可靠性 R 的贝叶斯近似下限为^[13]:

$$R_{L,B} = \Phi\left(K - u_\gamma \sqrt{\frac{1}{n_0} + \frac{K^2}{2(n_0 - 1)}}\right) \quad (14)$$

由于

$$\begin{aligned} F(R') &\triangleq P(R \leq R') \\ F(R_{L,B}) &= 1 - \gamma \end{aligned}$$

故在纵轴取 $(1 - \gamma)$, 横轴取 $R_{L,B}$ 的坐标系中, 点出诸不同置信度 γ 下的可靠性下限, 联成曲线, 即为 R 的信赖(Fiducial)分布函数 $F(x)$ 。此时, R 的一、二阶矩为^[14]:

$$\begin{aligned} \mu &= \int_0^1 x dF(x) = xF(x) \Big|_0^1 - \int_0^1 F(x) dx = \\ &1 - \int_0^1 F(x) dx \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} h &= \int_0^1 x^2 dF(x) = x^2 F(x) \Big|_0^1 - 2 \int_0^1 x F(x) dx \\ &= 1 - 2 \int_0^1 x F(x) dx \end{aligned} \quad (16)$$

一般 $F(x)$ 以 $F(x) = 0$ 及 $R_{L,B} = 1.0$ 两直线为渐近线, 对于正态分布, 可经验地取:

$$y = F(x) = ax^b$$

当然, 也可以选 $F(x)$ 为其他形式的函数。

由 $x = R_{L,B}, y = 1 - \gamma$ 的若干组值, 用曲线拟合方法(如最小二乘法)获得 $F(x)$ 中 a 与 b 的值, 从而得到 μ 和 h , 因此求得折合后的试验数据 (n, f) 。

$$\begin{cases} n = \frac{\mu - h}{h - \mu^2} \\ f = n(1 - \mu) \end{cases} \quad (17)$$

1.2.2 指数型数据转为成败型数据

在导弹引信可靠评估中, 要先把有关单元的指数型数据转换为成败型数据, 然后再用上一节的方法折合成有关单元的等效数据, 即进行二次折合。

已知单元试验的失败数为 r , 等效任务时间为 E , 当 $r \neq 0$ 时, 由前两阶矩对应相等的原理, 可推出成败型数据 (n, s) :

$$n = \frac{E^2}{r} (e^{r/E} - 1) \quad (18)$$

$$s = ne^{-r/E} \quad (19)$$

1.3 用 CMSR 方法计算引信的虚拟系统试验数据

对可靠性系统测试的数据整合需思考以下问题: 每个组件所做的多个独立试验等同于整个系统完成的相应试验。以引信为例, 一系列引信执行了各种模拟测试, 这实际上就等于引信完成了相应的真实操作。此处指的是引信系统真正经历的试验次数与成功的数量, 而非各个部件模拟测试结果相加得出的总量, 即称之为“虚拟系统试验数据”。根据系统可靠性框图与模型, 确立各单元之间得串并联关系, 进行相应的数据折合计算。

串联系统是一种由多个成败型单元组成的基本系统, 它既简单又至关重要。一旦我们学会了可靠性综合方法来处理串联系统, 我们就可以将这些方法同样应用于并联系统(与串联系统相反)和混联系统(包括串并联和并串联), 以解决它们的可靠性综合问题。这就说明了可靠性综合方法在不同系统类型中的适用性。

1.3.1 串联系统的数据折合方法分析

针对 MML 法和 SR 法的局限性, 1990 年朱小波等学者提出将 MML 法和 SR 法进行改进后的一种综合方法, 简记为 CMSR (Combined MML and SR) 法^[15]。其算法步骤为:

1) 构建了以 k 个组件构成的链式系统, 其规模至少需要达到三倍以上, 将每个组件的成功与否的数据按照实验次数 n 的大小依次排序, 标记为 (n_i, s_i) ($i = 1, 2, \dots, k$), 其中成功的数量是 s , 包含了一个没有失败记录的单元, 并且这个单元的实验次数是最少的; 另外还有 m 个非零失败数的单元, 因此总共有 $k = m + l$ 个单元。

2) 压缩零失败数单元, 只保留试验数最小的一个单元, 数据序列变成:

$$(n_1, s_1), (n_2, s_2), \dots, (n_m, s_m), (n_k, s_k)$$

其中: 前 m 个单元均是非零失败数的单元。

3) 对试验数最小的零失败数单元 (n_k, s_k) 和非零失败数单元 (n_m, s_m) 进行一次 SR 法的压缩, 等效数据为 (n'_m, s'_m) , 折算公式如下。

若 $s_m > n_k$ 时, 则:

$$\left. \begin{aligned} n'_m &= (n_m \times n_k) / s_m \\ s'_m &= s_k = n_k \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

若 $s_m \leq n_k$ 时, 则:

$$\left. \begin{aligned} n'_m &= n_m \\ s'_m &= s_m \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

(4) 对得到的 m 个非零失败数单元的等效数据序列:

$$(n_1, s_1), (n_2, s_2), \dots, (n'_m, s'_m)$$

使用 MML 法计算系统的等效数据 (n, r) 。

为了使 MML 法公式表达方便, 令 $n'_m = n_m, s'_m = s_m$ 则:

$$n = \frac{\prod_{i=1}^m \frac{n_i}{s_i} - 1}{\prod_{i=1}^m \frac{1}{s_i} - \prod_{i=1}^m \frac{1}{n_i}} \quad (22)$$

已知各单元的可靠度为 \hat{R}_i , 由 k 个单元组成的串联系统的可靠度点估计为:

$$\hat{R} = \prod_{i=1}^k \hat{R}_i = \prod_{i=1}^k \frac{s_i}{n_i} \quad (23)$$

$$f = r = (1 - \hat{R}) = n \left(1 - \prod_{i=1}^k \frac{s_i}{n_i} \right) \quad (24)$$

注意: 当 $n_1 = n_2 = \dots = n_m$ 时, 取 $n = n_1, (n, f)$ 用上式求得。

1.3.2 并联系统的数据折合方法分析

在火箭弹的总体设计过程中, 有些使用了双发火装置, 有些采用了双保险机构, 还有些使用了双引信结构。这些都是由 k 个 ($k \geq 2$) 独立单元组成的并联系统^[16]。也就是说, 已经知道了各单元的成功或失败数据 (n_i, s_i) ($i = 1, 2, \dots, k$)。可求得系统的成败型等效数据为 (n, r) 或 (n, s) 。

已知各单元的可靠度为 \hat{R}_i , 由 k 个单元组成的并联系统的可靠度点估计为:

$$\hat{R} = 1 - \prod_{i=1}^k (1 - \hat{R}_i) = \prod_{i=1}^k \frac{r_i}{n_i} \quad (25)$$

点估计方差:

$$D(\hat{R}) = D \left[\prod_{i=1}^k (1 - \hat{R}_i) \right] = \frac{\hat{R} - (1 - \hat{R})}{n}$$

$$DR = \prod_{i=1}^k \left[1 - 2R_i + R_i^2 + \frac{R_i - (1 - R_i)}{n_i} \right]$$

由此推导出的折合公式为:

$$n = \frac{\hat{R}}{\left[\prod_{i=1}^k \left(\frac{r_i}{n_i} + \frac{s_i}{n_i^2} \right) - (1 - \hat{R}) \right]} \quad (26)$$

$$r = n(1 - \hat{R})$$

1.4 使用混合先验分布的贝叶斯方法求解可靠度

基于 CMSR 方法将模拟试验数据折合为虚拟系统试验数据, 再结合靶试数据, 求解可靠度。根据靶试数据与求得虚拟系统试验数据, 计算引信的继承因子, 然后确定先验分布, 包括求得超参数 a, b , 进而求得引信的后验密度, 再根据给出的置信度求出引信可靠度值。

1.4.1 计算继承因子

根据靶试数据和虚拟试验数据, 计算 K , 数据见表 1。(K 为皮尔逊分布 χ^2 统计量, 它依分布收敛到自由度为 1 的 χ^2 的分布)

表 1 靶试数据和虚拟试验数据表

试验项目	成功数	失败数	试验数
靶试	s_0	f_0	n_0
虚拟试验	s	f	n
和	$s + s_0$	$f + f_0$	$n + n_0$

$$K = \frac{[|s_0 \cdot f - s \cdot f_0| - (n + n_0) / 2]^2 (n + n_0)}{(s + s_0) \cdot (f + f_0) \cdot n \cdot n_0} \quad (27)$$

$$Q(K) = P\{\chi^2 > K\} \quad (28)$$

式中, χ^2 是遵循自由度为 1 的 χ^2 分布的一种变数。

得到继承因子:

$$\rho = Q^{1/2} \quad (29)$$

1.4.2 确定混合先验分布

混合先验分布为:

$$\pi_\rho(R) = \rho \text{Beta}(a, b) + (1 - \rho) \quad (30)$$

式中, ρ 代表着继承因子, 而 $1 - \rho$ 是更新因子; Beta (a, b) 是贝塔分布的密度函数, 可表示成:

$$\text{Beta}(a, b) = \frac{1}{B(a, b)} R^{a-1} (1 - R)^{b-1} \quad (31)$$

其中: $B(a, b)$ 为贝塔函数, 可以表示为^[21]:

$$B(a, b) = \Gamma(a)\Gamma(b) / \Gamma(a + b)$$

确定式中的 a, b 。

[超参数 a 和 b 是由先验信息得到的, 采用矩方法, 方法如下]

矩方法: 根据先验信息能够获得成功概率 R 的若干个估计值, 记为 R_1, R_2, \dots, R_k , 一般它们是从历史数据中得到的。例如, 对于已批量生产的产品, R_1, R_2, \dots, R_k 。来自前 k

批产品的试验数据^[17]。由此可算得先验均值 \bar{R} 和先验方差 S_R^2 ：

$$\bar{R} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k R_i \quad (32)$$

$$S_R^2 = \frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^k (R_i - \bar{R})^2 \quad (33)$$

然后令其分别等于 $\text{Beat}(a, b)$ 的期望和方差：

$$\begin{cases} \frac{a}{a+b} = \bar{R} \\ \frac{a \cdot b}{(a+b)^2(a+b+1)} = S_R^2 \end{cases} \quad (34)$$

解之可得超参数的估计值：

$$\begin{cases} \hat{a} = \bar{R} \left(\frac{(\bar{R})\bar{R}}{S_R^2} - 1 \right) \\ \hat{b} = (\bar{R}) \left(\frac{(\bar{R})\bar{R}}{S_R^2} - 1 \right) \end{cases} \quad (35)$$

1.4.3 计算后验密度

取得样本 (n_0, s_0) 后，可推导出后验密度为^[18]：

$$\pi_\rho(R | n_0, s_0) = \frac{\text{MBeta}(s_0 + 1, n_0 - s_0 + 1) + \text{NBeta}(s_0 + a, n_0 - s_0 + b)}{M + N} \quad (36)$$

$$M = (1 - \rho)B(a, b)B(s_0 + 1, n_0 - s_0 + 1) \quad (37)$$

$$N = \rho B(s_0 + a, n_0 - s_0 + b) \quad (38)$$

1.4.4 计算可靠度（成功率）下限

给定置信水平 $1 - \alpha$ 后， R_L 从下式解出^[19]：

$$\int_{R_L}^1 \pi_\rho(R | n_0, s_0) = 1 - \alpha \quad (39)$$

如果模拟实验结果显示“非 0 失效”，则其最小可靠度极限的最后评价就是 R_L 。

1.4.5 先验数据“0 失效”的处理

若先验数据出现“0 失效”，令失效数 $f = 1$ ，成功数 s 为原成功数减 1，确定可靠度下限。

当试验环境保持一致且预设的数据集 (s_0, f_0) 大小也相同时，“无故障发生时”，其预测结果应大于“有故障出现的情况下的预期数值”^[20]，因此，假设可靠度 R 的先验分布为 $(R_L, 1)$ 上的均匀分布。由贝叶斯公式， R 的后验分布密度为：

$$R^s (1 - R)^{f_0} / \int_{R_L}^1 R^s (1 - R)^{f_0} dR \quad (40)$$

因此，最后的可靠度下限估计值 R_{L1} 可以通过下列公式得出：

$$\int_{R_{L1}}^1 R^s (1 - R)^{f_0} dR / \int_{R_L}^1 R^s (1 - R)^{f_0} dR = 1 - \alpha \quad (41)$$

2 某引信小子样可靠性评估应用案例

某导弹是陆军现役装备中的重要组成部分，具备射程遥远、命中精度高、毁伤威力巨大、反应速度快、机动性优秀等特点。该导弹采用了很多先进技术，使其结构比传统弹药更为复杂，价格昂贵且生产规模较小。这种导弹配备了精巧的引信，其结构复杂，工作环境多样，对可靠性

要求较高，靶试数据量较少，因此非常适合作为可靠性评估的典型案例。引信的模拟试验量较大，因此使用上述评估方法非常合适。

2.1 某引信的可靠性模型

图 1 是某导弹引信的可靠性框图和模型，包括串并联结构，属于混联，其复杂度较高。

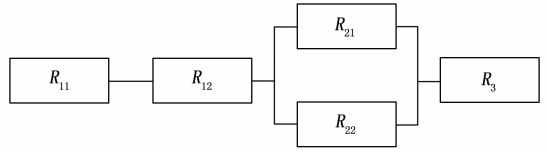


图 1 某引信可靠性框图

某引信可靠性模型：

$$R = R_{11} \cdot R_{12} \cdot (R_{21} + R_{22} - R_{21} \cdot R_{22}) \cdot R_3$$

2.2 试验数据处理

由于模拟试验项目测出的数据有成败型、连续型数据，需将连续型数据折合为成败型数据，以方便计算。试验数据见表 2。

表 2 试验数据

可靠度	模拟试验项目	试验数据
R_{11} (单元 1)	试验 1	$(n, f) = (24, 0)$
R_{12} (单元 2)	试验 2	$(n, f) = (24, 0)$
R_{21} (单元 3)	试验 3	$(n, f) = (24, 0)$
R_{22} (单元 4)	试验 4	常温:15.9、18.3、19.8、21.6、24.7、27.6(ms) 高温:16.5、18.3、22.6、18.5、12.2(ms) 低温:27.8、17.3、25.8、23.6、24.3(ms)
R_3 (单元 5)	试验 5	高度:34.59、37.39、36.85、35.41、36.04、 36.53、36.32、27.62、27.75、36.35(m)

对于试验 4 中的试验数据，用公式 (1) 与 (2) 将高、低温下的试验数据折算成常温下的试验数据，再用公式 (13) ~ (17) 求解出折合后的成败型试验数据 $(n, f) = (119.53154, 1.46258)$ ；对于试验 5 中的试验数据，使用公式 (13) ~ (17) 求出折合后的试验数据 $(n, f) = (63.15286, 0.13562)$ 。

引信各单元的试验数据如表 3。

表 3 试验数据表

	单元 1	单元 2	单元 3	单元 4	单元 5
试验数	24	24	24	119.53154	63.15286
失败数	0	0	0	1.46258	0.13562

用 CMSR 方法求虚拟系统试验数据。

在引信里，单元 3 与单元 4 并联，这个并联系统与其他三个单元串联。计算引信的可靠度点估计值：

根据式 (25) 求出 R_{21} 、 R_{22} 并联系统的点估计值 $\hat{R}_2 = 1$ 。

因此求出并联系统的折合数据 $(n, s) = (50.92715,$

50.927 15)。

引信的点估计值:

$$\hat{R} = \prod_{i=1}^4 \hat{R}_i = \frac{24}{24} \cdot \frac{24}{24} \cdot \frac{50.92751}{50.92751} \cdot \frac{60.46382}{60.62969} = 0.99726$$

1) 5 个单元可以看作由 4 个单元串联而成的系统, 按照试验数量 n 对各个部分的成功或失败的数据进行了由高至低的排序: (63.152 86, 63.017 24)、(50.927 15, 50.927 15)、(24, 24)、(24, 24);

2) 压缩零失败数单元, 只保留试验数最小的一个单元, 数据序列变成: (63.152 86, 63.017 24)、(24, 24);

3) 压缩 (63.152 86, 63.017 24)、(24, 24)。

由于 $63.017\ 24 > 24$, 所以采用公式压缩:

$$n'_2 = 63.15286 \times 24 \div 63.01724 = 24.05165$$

$$s'_2 = 24$$

由于只有一个非零失败数的试验数据, 因此用 CMSR 方法得到折合的系统试验数据 $(n', s') = (24.051\ 65, 24)$ 。

靶试数据和虚拟试验数据见表 4。

表 4 靶试数据和虚拟试验数据表

试验项目	成功数	失败数	试验数
靶试	14	0	14
虚拟试验	24	0.051 65	24.051 65
和	38	0.051 65	38.051 65

由式 (27) 计算得到: $K = 0.265\ 89$

由式 (28) 计算得到: $Q(K) = 0.613\ 25$

于是得到继承因子: $\rho = Q^{1/2} = 0.783\ 1$

利用式 (35) 求得超参数 $(\alpha, b) = (2.404\ 22, 0.511\ 19)$

由式 (38) 确定后验密度

$$\pi_p(R | n_0, s_0) = 33333R^{27} (1-R)^2 + 0.09933R^{38.40422} (1-R)^{1.51119}$$

确立后验分布后, 由式 (39) 可得在 $1 - \alpha = 0.95$ 时, $R = 0.926\ 91$ 由经典方法评估, 在置信水平 $1 - \alpha = 0.95$ 时, 可靠度下限 0.92 时, 靶试样本约为 (30, 0) 或 (50, 1)。

采用混合贝叶斯方法对模拟试验和靶试试验的数据进行评估, 该方法在模拟试验数据中得到了应用。样本量为 (14, 0) 时, 采用上述方法, 结合模拟试验数据, 置信度 $r = 0.95$ 、可靠度下限为 0.92。如果无故障, 只需要 14 个样本; 这就意味着引信的可靠性达到了预定的标准。与传统方法相比, 也降低了一些样本量。

小子样可靠性评估方法不仅适用于对导弹引信进行可靠性评估, 还可用于制定弹药引信的试验方案, 从而为产品试验方案的论证和制定提供关键证据。由于高价值引信所进行的靶试试验量很小 (小于 8 发), 所以可以根据确定的可靠度、置信度、靶试试验量, 以及大量案例经验令虚拟系统试验数据 s' 为 1 (或 2) 发, 根据上述计算方法进行反推, 求得虚拟系统试验数据, 进而确定模拟试验的试验量。

3 结束语

根据引信的结构功能, 可靠性框图与模型, 确定引信模拟试验方法, 然后利用可靠性评估方法, 在已知要求的可靠度、置信度、靶试试验量范围后, 反推出模拟试验量, 以便进行模拟试验。基于不同环境下数据的折合、不同数据类型之间的折合方法, 将模拟试验数据折合为可靠度计算直接可用的数据, 再利用 CMSR 方法根据系统串并联关系计算出模拟试验的虚拟系统试验数据, 用于可靠度计算。通过采用多源信息融合的方法对数据进行处理, 本研究利用混合 Beta 分布作为先验分布, 结合模拟试验的虚拟系统试验数据, 成功实现了对引信可靠度的评价。应用此方法得到的结果表明, 相对于传统方式, 能够减少样本量。这一创新性方法有效解决了模拟试验数据和目标试验数据融合的难题。

参考文献:

[1] 陈宝庆, 况飞飞, 彭 霓, 等. 火工品可靠性评估小样本试验方法综述 [C] // 中国兵工学会民用爆破器材专业委员会. 民用爆破器材理论与实践——中国兵工学会民用爆破器材专业委员会第七届学术年会论文集, 兵器工业出版社, 2012: 466-470.

[2] 孙 博. 基于多源信息融合的数控机床关键功能部件可靠性评估 [D]. 长春: 吉林大学, 2022.

[3] 曹 浪, 李银军, 李献锋, 等. 基于小样本 Bayes 理论的可靠性评估方法 [J]. 电子质量, 2010 (10): 25-27.

[4] 董海平, 赵 霞, 蔡瑞娇. 基于信息量等值的火工品可靠性评估小样本方法 [J]. 兵工学报, 2011, 32 (5): 554-558.

[5] 王 焯. 民机产品可靠性评估技术研究 [D]. 南京: 南京航空航天大学, 2009.

[6] 孙慧玲, 胡伟文. 小样本条件下参数估计方法比较研究 [J]. 统计与决策, 2014 (24): 4-6.

[7] 戴邵武, 高华明, 肖支才. 基于自助法的小样本数据分析方法研究 [J]. 海军航空工程学院学报, 2009, 24 (1): 27-30.

[8] 孙慧玲, 胡伟文, 杨美妮. Bayes Bootstrap 方法在小样本参数估计中的应用 [J]. 计算机与数字工程, 2016, 44 (5): 788-790.

[9] 李 刚, 鲜 勇, 王明海. 弹道导弹最大射程评定的 Bayes 方法 [J]. 弹道学报, 2009, 21 (3): 74-76.

[10] 于 江, 柳 洋. 一种采用自定义参量实现小样本评估可靠性的方法 [J]. 火工品, 2022 (5): 13-16.

[11] 席战伟. Bayes 方法在鱼雷系统可靠性试验与评定分析中的应用 [J]. 电子制作, 2014 (3): 19.

[12] 李 涂. 基于小子样理论的新型弹药储存可靠性评估 [D]. 石家庄: 军械工程学院, 2007.

[13] 董军超, 朱重阳, 陈津虎. 战斗部飞行可靠性评估方法研究 [J]. 装备环境工程, 2022, 19 (5): 73-78.

[14] 王有元. 基于 Bayes 方法及其改进的无失效数据和小子样产品可靠性评估 [D]. 成都: 电子科技大学, 2023.

(下转第 333 页)