

基于自适应滑模控制的异轴两轮自平衡车

叶青, 田杰

(南京林业大学 汽车与交通工程学院, 南京 210037)

摘要: 对异轴两轮自平衡车 (DATWSBV) 进行了研究, 将其简化为具有陀螺效应的倒立摆系统 (IPS), 采用拉格朗日方程建立非线性数学模型, 并设计了滑模控制器 (SMC) 和自适应滑模控制器 (ASMC); 对无控制、SMC 控制以及 ASMC 控制的 3 种模型分别进行仿真, 结果表明, 无控制的异轴两轮自平衡车仅在陀螺仪的作用下无法恢复直立和完成转向; 相较于 SMC, ASMC 能使 IPS 直行受到干扰时更快地恢复直立, 且能达到期望的侧倾角以实现转向; 此外, 在 BikeSim 中建立了 DATWSBV 的实车模型, 验证了此 Bikesim 模型和 IPS 数学模型的一致性, 并基于 BikeSim 和 Matlab/Simulink 的联合仿真进一步验证了 ASMC 的控制效果; 结果表明, ASMC 能够保证异轴两轮自平衡车辆的抗干扰能力和转向能力。

关键词: 异轴两轮自平衡车; 陀螺效应; 倒立摆; 滑模控制; 自适应滑模控制

Different-axis Two-wheeled Self-balancing Vehicles Based on Adaptive Sliding Mode Control

YE Qing, TIAN Jie

(College of Electromechanical Engineering, Qingdao University of Science and Technology, Qingdao 210037, China)

Abstract: A study is conducted on a different-axis two-wheeled self-balancing vehicle (DATWSBV), which is simplified as an inverted pendulum system (IPS) with gyroscope effect, a nonlinear mathematical model is established by using an Lagrange equation, and a sliding mode controller (SMC) and an adaptive sliding mode controller (ASMC) are designed. The three uncontrolled, SMC controlled and ASMC controlled models are simulated separately, the results show that the uncontrolled two-wheeled self-balancing vehicle can not restore the upright and complete the steering with a gyroscope. The ASMC can make the IPS straight faster than the SMC with a disturbance, and achieves a desired roll angle for steering. In addition, the actual vehicle model of the DATWSBV is established in the BikeSim, which verifies the consistency between the BikeSim model and the IPS mathematical model, and further verifies the control effect of ASMC based on the joint simulation of the BikeSim and Matlab/Simulink. The results show that the ASMC can ensure the anti-interference ability and steering ability of heteroaxial two-wheeled self-balancing vehicles.

Keywords: heteroaxial two-wheeled self-balancing vehicle; gyroscopic effect; inverted pendulum; sliding mode control; adaptive sliding mode control

0 引言

近年来, 两轮自平衡车 (TWSBV, two-wheeled self-balancing vehicle) 作为一种绿色交通工具, 越来越受到环保爱好者的欢迎。它们不仅节能环保, 还具有结构简单、机动灵活、易于操作和便携等优点^[1-2]。特别是同轴两轮自平衡车 (CATWSBV, co-axial two-wheeled self-balancing vehicle), 这种左右轮平行布局的车型, 以清洁能源为动力, 结合微型计算机控制, 是一种智能终端设备^[3]。它打破了传统车辆的静态平衡概念, 能感知周围环境并自动保持平衡, 甚至能实现零半径回转, 显示出极高的灵活性^[4]。目前, 这类车辆的研究主要集中在建模和控制技术上, 以保证车辆的稳定性。

另一方面, 异轴两轮自平衡车 (DATWSBV, different-axis two-wheeled self-balancing vehicle) 作为 TWSBV 的另一种形式, 至少可以容纳两名乘客, 相比于 CATWSBV 有着更大的乘坐空间。它的封闭式车身设计不仅提供了更好的乘坐体验, 还在恶劣天气条件下提供了额外的保护。与四轮汽车相比, DATWSBV 更加轻巧便携, 拥有更长的电池寿命和更优秀的加速性能, 使其成为短途旅行和日常通勤的理想选择。随着技术的不断进步, DATWSBV 有潜力取代传统的四轮汽车, 成为城市环境中更便捷、更环保的交通工具。

在两轮自平衡车领域的发展历史中, 多个里程碑式的发明和创新不断推动着这一技术的进步。起初, 文献 [5] 中设计的双轮同轴移动机器人奠定了自平衡技术的基础, 而后文献 [6] 中首次成功生产的两轮自平衡车赛格威人类运输车 (Segway Human Transporter) 标志着这项技术在

收稿日期: 2023-09-06; 修回日期: 2023-11-29。

作者简介: 叶青 (1995-), 男, 硕士研究生。

通讯作者: 田杰 (1971-), 男, 博士, 副教授。

引用格式: 叶青, 田杰. 基于自适应滑模控制的异轴两轮自平衡车[J]. 计算机测量与控制, 2024, 32(11): 169-176.

消费市场的首次亮相。赛格威的成功不仅证明了两轮自平衡车在实际应用中的可行性，还激发了对这类交通工具的广泛兴趣。

到了 2009 年，一款名为 PUMA 的概念车的诞生进一步拓展了两轮自平衡车的设计理念。与早期的赛格威等自平衡车相比，PUMA 的设计中增加了两个传统汽车座椅，使得车辆更加适合日常交通使用，提供了更舒适的乘坐体验。

随着同轴两轮自平衡车 (CATWSBV) 研发的深入，设计师和工程师开始探索将两个车轮前后置的异轴两轮自平衡车 (DATWSBV) 的可能性。2012 年，这一想法最终实现，全球首款异轴两轮自平衡电动车——Lit Motors C1 问世^[7]。这款车型的出现不仅是技术上的一个重大突破，还为两轮自平衡车的实用性和舒适性开辟了新的道路。

紧接着在 2014 年，中国的凌云汽车公司也成功研发出了自己的异轴两轮自平衡电动车，产品名为 V0.5。这款车在 MDCC 2014 移动开发者大会上的展出，不仅展示了中国在这一领域的技术进步，也证明了这种新型车辆在全球范围内的影响力和受欢迎程度。

至今，各式各样的两轮自平衡车辆正不断地在市场上普及。从专业的工业应用到日常的个人出行，这些车辆以其独特的设计、环保的特性和便利的使用体验，赢得了越来越多人的关注和喜爱。随着技术的不断进步和创新，我们可以预见两轮自平衡车将在未来的交通领域扮演越来越重要的角色。与此同时，许多研究人员也在致力于两轮自平衡车辆的建模和控制系统的的设计，从理论层面对两轮自平衡车展开研究。

在近年来的建模领域，两轮自平衡车的研究表现出了显著的进步和创新。文献 [8] 中的研究采用了滑模控制技术来设计控制器，这种方法以其对系统的鲁棒控制和高度适应性而著称，为两轮自平衡车提供了更稳定和有效的动态调节机制。

文献 [9] 则聚焦于对两轮倒立摆机器人的运动学建模，并设计了相应的运动控制器。通过详细的仿真分析，研究者探讨了倾斜表面和转弯运动对这种两轮机器人的影响，从而为理解和优化其运动特性提供了宝贵的洞见。进一步地，文献 [10] 提出了一种新颖的两轮自平衡框架系统。这项研究利用了拉格朗日方程来推导出动力学模型，进而设计了一种基于信息融合技术的并行双模糊控制器。文献 [11] 则介绍了一种结合了参数优化和改进 PID 技术的自平衡车控制策略。通过运用自适应算法进行优化调整，这种策略显著提升了自平衡车的转向精度、控制平衡和抗干扰能力。在文献 [12] 中，提出了一种新的两轮移动机器人稳定机制，其中特别强调了反应轮作为控制重心位置的新思路。最后，文献 [13] 提出了一种离散最优控制技术来跟踪时变的期望轨迹，并与离散 PID 和模糊控制器的性能进行了比较。为了设计离散最优控制器，根据建立的两

轮移动机器人动力学离散时间线性模型，求解一个 Riccati 方程。

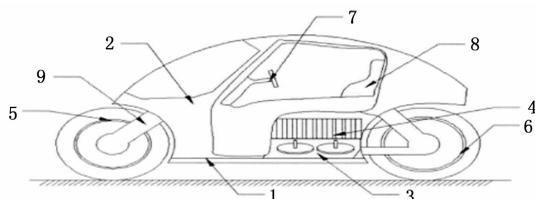
综上所述，这些文献中的研究不仅展示了两轮自平衡车在控制和建模方面的最新进展，也为未来的研究和应用开辟了新的路径。随着这些技术的进一步发展和完善，我们可以期待在两轮自平衡车的性能和可靠性方面取得更大的突破。

在控制领域，闭环 PID、模糊 PD 控制算法、滑模控制、自适应控制、鲁棒控制、最优控制和其他控制策略都可用于维持二轮电动车平衡^[14]。文献 [15] 开发了一种低成本的硬件平台，并设计了闭环 PID 控制器以维持车辆平衡。文献 [16] 设计了模糊 PD 控制器，通过模糊控制器控制位移和速度作为输入变量，并通过 PD 控制器控制倾斜角和角速度。实验表明，该系统具有良好的鲁棒性和较高的实时响应。

本文将重点研究 DATWSBV 的建模与控制。创新点如下：1) 将 DATWSBV 简化为具有陀螺效应的倒立摆系统 (IPS, inverted pendulum system)；2) 建立坐标系，并运用拉格朗日方法建立其数学模型；3) 分别设计了滑模控制器 (SMC, sliding mode controller) 和自适应滑模控制器 (ASMC, adaptive sliding mode controller) 对系统进行控制，并对 3 种模型的仿真结果进行对比分析；4) 用 Bikesim 建立 IPS 模型，予以验证后，与 Simulink 联合仿真以考察 ASMC 的控制效果。

1 动力学模型的建立

异轴两轮自平衡车 (DATWSBV) 的结构设计是其稳定性和操作性的关键所在。如图 1 所示，这种车辆的主要结构包括底盘、车轮、驾驶室、电池以及两个陀螺仪。这些组件共同工作，提供了一个高效且稳定的运输解决方案。特别值得注意的是，DATWSBV 中的两个陀螺仪在车辆的稳定控制中起着至关重要的作用。这两个陀螺仪被设计为以相同的速度沿相反方向旋转，这种独特的配置有效地消除了旋转质量对两轮电动车偏航动力学的不利影响。此外，两个陀螺仪产生的最大有效扭矩是每个陀螺仪扭矩的总和，这为车辆提供了额外的稳定性，特别是在进行急转弯或遇到不平衡载荷时。



1. 底盘；2. 驾驶室；3. 陀螺仪；4. 电池；5. 前轮；6. 后轮；7. 方向盘；8. 座椅；9. 车轮支撑架。

图 1 异轴两轮自平衡车示意图

这些陀螺仪安装在平衡环上，并分别由两个直流电机

驱动。另有两个直流电机用于旋转这些平衡环, 以确保陀螺仪能够以适当的速度和方向旋转。通过利用陀螺效应, 这两个高速自转的陀螺仪能够产生一定的有效合力矩, 这种力矩作用于车身, 有助于驾驶员在各种骑行模式下稳定车辆。在实际应用中, 这种先进的稳定系统使得 DATWSBV 在不同的骑行条件下都能保持良好的平衡性能。无论是在高速行驶还是在复杂的路面条件下, DATWSBV 都能提供稳定可靠的骑行体验。这种设计不仅增加了车辆的安全性, 还提高了驾驶的舒适度和乐趣。随着技术的进步和市场的不断发展, DATWSBV 有望成为未来城市出行和个人交通的重要组成部分。

对于单个的陀螺仪 (如图 2 所示), 当具有惯性矩 I 的陀螺仪绕其 z 轴以角速度 $\dot{\varphi}$ 自转并且进动角速度 $\dot{\beta}$ 受到控制时, 陀螺仪将沿轴产生扭矩, 方向和大小可以定义为^[17]:

$$\vec{T} = -\dot{\beta} \times I \dot{\varphi} \quad (1)$$

在进动角 β 处, 陀螺仪绕水平轴和垂直轴产生的扭矩分别为:

$$T_H = -\dot{\beta} I \dot{\varphi} \cos\beta \quad (2)$$

$$T_V = -\dot{\beta} I \dot{\varphi} \sin\beta \quad (3)$$

其中: T_H 是陀螺仪让车辆维持稳定甚至回正的扭矩, T_V 是陀螺仪引起车辆偏航的扭矩。由于 T_H 的大小取决于进动角 β 的余弦, 所以它应尽可能小以沿水平轴产生更大的有效扭矩。

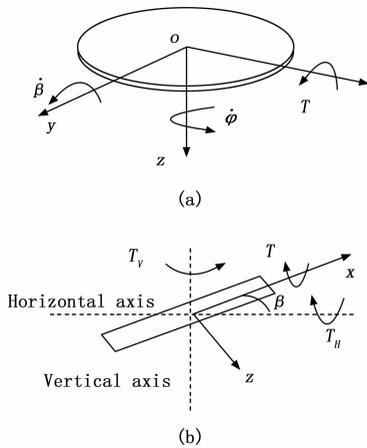


图 2 陀螺仪力矩的大小及方向

假设车辆直行时 x 方向是正方向, 陀螺仪的初始状态为水平状态。当车辆启动时, 直流电机驱动两个陀螺仪围绕其 z 轴以相同大小的速度沿相反方向旋转, 如图 3 下方箭头所示。当车身受到围绕 x 方向的外部力矩 (如外侧逆时针箭头所示), 陀螺仪将分别绕 y 轴产生进动角度 (如上方箭头所示)。由于陀螺效应, 两个陀螺仪将产生大小相等, 方向与绿色箭头相反的扭矩, 即 T_H 。并且这两个 T_H 的总和可以维持车身稳定甚至将车身恢复到直立位置。

DATWSBV 数学模型是一个较为复杂的多自由度系统, 需要对其进行简化。考虑到车轮质量、自平衡车电

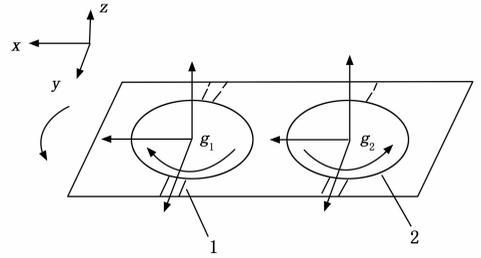


图 3 双陀螺仪工作原理

池、陀螺仪及加速度传感器等均安装在车体上, 故将它们统称为车身质量 m_b 。假设 DATWSBV 的车轮为在路面上具有点接触的滚动圆盘, 且接触点处没有纵向或横向滑动, 从而将其简化为倒立摆系统, 如图 4 所示。其中, h 为作用力 F 的离地高度, α 为自平衡车在作用力 F 下产生的车身侧倾角。

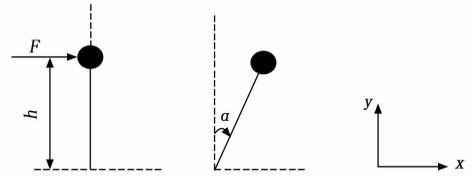


图 4 倒立摆在 F 作用下的倾斜示意图

根据受外力时自平衡车和陀螺仪的运动特性, 本文采用欧拉角作为衡量车身侧倾角 α 、陀螺仪进动角 β 以及陀螺仪自转角 φ 的独立变量。

如图 5 所示, 以陀螺仪倒立摆的接地点为原点建立 ($O-XYZ$) 坐标系, 作为参考坐标系并固定于地面。坐标系 ($o-x_b y_b z_b$) 是 ($O-XYZ$) 绕 X 轴旋转 α 角后的位置, 第一次旋转对应的余弦矩阵为:

$$C_b = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \quad (4)$$

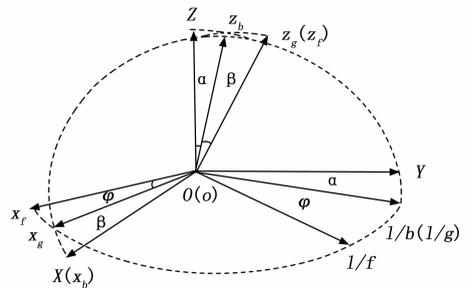


图 5 坐标系转换图

($o-x_g y_g z_g$) 是 ($o-x_b y_b z_b$) 围绕 y_b 轴旋转 β 角后的坐标系, 且 z_g 轴是陀螺仪的自转轴。对应的第二次旋转的余弦矩阵为:

$$C_g = \begin{pmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{pmatrix} \quad (5)$$

($o-x_g y_g z_g$) 绕 z_g 轴旋转 φ 角后的坐标系 ($o-x_f y_f z_f$), 第三次旋转的余弦矩阵为:

$$C_f = \begin{pmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0 \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (6)$$

那么, 当自平衡车受到外力作用而侧倾时, 车身、平衡环以及陀螺仪的角速度 $\omega_b, \omega_g, \omega_f$ 可分别表示为:

$$\omega_b = [\dot{\alpha} \quad 0 \quad 0]^T \quad (7)$$

$$\omega_g = C_g \omega_b + [0 \quad \dot{\beta} \quad 0]^T = [\dot{\alpha} \cos\beta \quad \dot{\beta} \quad \dot{\alpha} \sin\beta]^T \quad (8)$$

$$\omega_f = \omega_g + [0 \quad 0 \quad \dot{\varphi}]^T = [\dot{\alpha} \cos\beta \quad \dot{\beta} \quad \dot{\alpha} \sin\beta + \dot{\varphi}]^T \quad (9)$$

车身、平衡环及陀螺仪的质心线速度 v_b, v_g, v_f 分别为:

$$v_b = \dot{a}h_b \quad (10)$$

$$v_g = \dot{a}h_g \quad (11)$$

$$v_f = \dot{a}h_f \quad (12)$$

其中: h_b, h_g 和 h_f 分别为自平衡车质心、平衡环质心和陀螺仪质心距离地面的高度。

自平衡车、单个平衡环及单个陀螺仪的动能可表示如下:

$$T_b = \frac{1}{2} m_b v_b^2 + \frac{1}{2} I_{bx} \omega_b^2 = \frac{1}{2} m_b (\dot{a}h_b)^2 + \frac{1}{2} I_{bx} \dot{\alpha}^2 \quad (13)$$

$$T_g = \frac{1}{2} m_g v_g^2 + \frac{1}{2} (I_{gx} \omega_{gx}^2 + I_{gy} \omega_{gy}^2 + I_{gz} \omega_{gz}^2) = \frac{1}{2} m_g (\dot{a}h_g)^2 + \frac{1}{2} [I_{gx} (\dot{\alpha} \cos\beta)^2 + I_{gy} \dot{\beta}^2 + I_{gz} (\dot{\alpha} \sin\beta)^2] \quad (14)$$

$$T_f = \frac{1}{2} m_f v_f^2 + \frac{1}{2} (I_{fx} \omega_{fx}^2 + I_{fy} \omega_{fy}^2 + I_{fz} \omega_{fz}^2) = \frac{1}{2} m_f (\dot{a}h_f)^2 + \frac{1}{2} [I_{fx} (\dot{\alpha} \cos\beta)^2 + I_{fy} \dot{\beta}^2 + I_{fz} (\dot{\alpha} \sin\beta + \dot{\varphi})^2] \quad (15)$$

其中: T_b, T_g, T_f 分别为自平衡车、单个平衡环以及单个陀螺仪的动能, m_b, m_g, m_f 分别为自平衡车、单个平衡环以及单个陀螺仪的质量, I_{bx} 为自平衡车关于 x 轴的惯性矩, I_{gx}, I_{gy}, I_{gz} 分别为平衡环关于 x_g, y_g, z_g 轴的惯性矩, $\omega_{gx}, \omega_{gy}, \omega_{gz}$ 分别为平衡环的角速度沿 x_g, y_g, z_g 轴的分量, I_{fx}, I_{fy}, I_{fz} 为陀螺仪关于 x_f, y_f, z_f 轴的惯性矩, $\omega_{fx}, \omega_{fy}, \omega_{fz}$ 分别为陀螺仪的角速度沿 x_f, y_f, z_f 轴的分量。

自平衡车系统总动能 T 和总势能 U 可表示为:

$$T = T_b + 2T_g + 2T_f =$$

$$\dot{\alpha}^2 \left(\frac{1}{2} m_b h_b^2 + \frac{1}{2} I_{bx} + m_g h_g^2 + m_f h_f^2 \right) + \dot{\beta}^2 (I_{gy} + I_{fy}) + (\dot{\alpha} \cos\beta)^2 (I_{gx} + I_{fx}) + (I_{gz} + I_{fz}) (\dot{\alpha} \sin\beta)^2 + I_{fz} \dot{\varphi} + 2I_{fz} \dot{\alpha} \dot{\beta} \sin\beta \quad (16)$$

$$U = U_b + 2U_g + 2U_f = (m_b h_b + 2m_g h_g + 2m_f h_f) g \cos\alpha \quad (17)$$

自平衡车、平衡环及陀螺仪的非线性动力学方程可通过以下的拉格朗日方程计算而得:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i, i = 1, 2, 3 \quad (18)$$

其中: L 为拉格朗日函数, 且 $L = T - U$, q_i 为第 i 个广义坐标, Q_i 为各广义坐标对应的广义力。

则 L 可表示为:

$$L = T - U = \dot{\alpha}^2 \left(\frac{1}{2} m_b h_b^2 + \frac{1}{2} I_{bx} + m_g h_g^2 + m_f h_f^2 \right) + \dot{\beta}^2 (I_{gy} + I_{fy}) + (\dot{\alpha} \cos\beta)^2 (I_{gx} + I_{fx}) + (\dot{\alpha} \sin\beta)^2 (I_{gz} + I_{fz}) + I_{fz} \dot{\varphi}^2 + 2I_{fz} \dot{\alpha} \dot{\beta} \sin\beta - (m_b h_b + 2m_g h_g + 2m_f h_f) g \cos\alpha \quad (19)$$

基于以上条件可获得关于 α, β 的拉格朗日方程:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \alpha} = Fh \cos\alpha \quad (20)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\beta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \beta} = 0 \quad (21)$$

将 L 拉格朗日函数代入以上两个方程求解可得:

$$\ddot{\alpha} = \{ (m_b h_b + 2m_g h_g + 2m_f h_f) g \sin\alpha - 2I_{fz} \dot{\varphi} \dot{\beta} \cos\beta + 4\dot{\alpha} \dot{\beta} \sin\beta \cos\beta [(I_{gx} + I_{fx}) - (I_{gz} + I_{fz})] + Fh \cos\alpha \} / \{ m_b h_b^2 + I_{bx} + 2m_g h_g^2 + 2m_f h_f^2 + 2\cos^2\beta (I_{gx} + I_{fx}) + 2\sin^2\beta (I_{gz} + I_{fz}) \} \quad (22)$$

$$\ddot{\beta} = \{ 2I_{fz} \dot{\alpha} \dot{\varphi} \cos\beta + 2\dot{\alpha}^2 \sin\beta \cos\beta (I_{gz} + I_{fz}) - 2\dot{\alpha}^2 \sin\beta \cos\beta (I_{gx} + I_{fx}) \} / \{ 2(I_{gy} + I_{fy}) \} \quad (23)$$

2 控制器设计

由于陀螺效应的存在, 采用双陀螺仪的 IPS 具有一定的抗干扰能力^[18]。但当作用在 IPS 上的外力矩较大时, 两个陀螺仪在水平轴上产生的有效力矩之和不足以保证 IPS 的平衡。因此, 需要使用额外的控制器。因此, 本文提出了两种滑模控制算法 (SMC 和 ASMC), 具体控制框图如图 6 所示。其中, α_{ref} 为理想的车身侧倾角, 根据实际车身侧倾角 α 与 α_{ref} 的差值 e 通过 SMC 或 ASMC 使系统状态从超平面之外向切换超平面收束, 当 IPS 达到滑动模式后, 误差 e 将趋近于 0, 系统达到稳定。

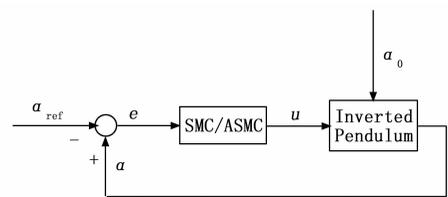


图 6 SMC/ASMC 的控制框图

2.1 滑模控制器设计

对式 (22) 进行线性化后可以得到:

$$\ddot{\alpha} = \frac{(m_b h_b + 2m_{g1} h_{g1} + 2m_{f1} h_{f1}) g \alpha - 2I_{f1z} \dot{\varphi} \dot{\beta}_1}{m_b h_b^2 + I_{bx} + 2m_{g1} h_{g1}^2 + 2m_{f1} h_{f1}^2 + 2(I_{g1x} + I_{f1x})} \quad (24)$$

令 $K_0 = m_b h_b^2 + I_{bx} + 2m_{g1} h_{g1}^2 + 2m_{f1} h_{f1}^2 + 2(I_{g1x} + I_{f1x})$, $K_1 = m_b h_b + 2m_{g1} h_{g1} + 2m_{f1} h_{f1}$, 则式 (24) 可改写为:

$$\ddot{\alpha} = \frac{K_1}{K_0} g \alpha - \frac{2I_{f1z} \dot{\varphi}}{K_0} U \quad (25)$$

定义跟踪误差 e 为:

$$e = \alpha - \alpha_{ref} \quad (26)$$

设计滑模控制器的过程中, 为了确定滑模控制器的增

益, 构造以下滑模面:

$$s = ce + \dot{e} \quad (27)$$

其中: c 为闭环系统收敛到滑模面的常值。滑模面的导数可以表示为:

$$\begin{aligned} \dot{s} &= \dot{ce} + \ddot{e} = c(\dot{\alpha} - \dot{\alpha}_{ref}) + \ddot{\alpha} - \ddot{\alpha}_{ref} = \\ &\dot{\alpha} - \dot{\alpha}_{ref} + \frac{K_1}{K_0}g\alpha - \frac{2I_{fl}\dot{\varphi}}{K_0}U - \ddot{\alpha}_{ref} \end{aligned} \quad (28)$$

定义控制律为以下形式:

$$U = -|k_1\alpha + k_2\dot{\alpha}| \text{sign}(s) \quad (29)$$

将式 (29) 代入 (28) 可以得到:

$$\begin{aligned} K_0\dot{s} &= K_0\dot{\alpha} - K_0\dot{\alpha}_{ref} + \\ &K_1g\alpha + 2I_{fl}\dot{\varphi}|k_1\alpha + k_2\dot{\alpha}| \text{sign}(s) - \ddot{\alpha}_{ref} \end{aligned} \quad (30)$$

假设 $\dot{\alpha}_{ref} = 0, \ddot{\alpha}_{ref} = 0$, 当满足以下条件时, 将保证系统全局渐近稳定:

$$\begin{cases} \dot{s} < 0, \text{sign}(s) > 0 \\ \dot{s} > 0, \text{sign}(s) < 0 \end{cases} \quad (31)$$

因此, 选择的控制增益将满足以下条件:

$$\begin{cases} k_1 > \left| \frac{K_1g}{2I_{fl}\dot{\varphi}} \right| \\ k_2 > \left| \frac{K_0c}{2I_{fl}\dot{\varphi}} \right| \end{cases} \quad (32)$$

根据有限时间 Lyapunov 稳定性理论^[19-20], s 将在有限时间内收敛到原点。

2.2 自适应滑模控制器设计

定义 $u = \beta_1$, 通过变换 (27) 可以得到:

$$\frac{K_0}{2I_{fl}\dot{\varphi}}\ddot{\alpha} = \frac{K_1g}{2I_{fl}\dot{\varphi}}\alpha - u \quad (33)$$

为了实现无需物理模型的自适应控制, 将物理参数按下式进行整理:

$$\varphi_1 = \frac{K_0}{2I_{fl}\dot{\varphi}}, \varphi_2 = \frac{K_1g}{2I_{fl}\dot{\varphi}} \quad (34)$$

则 (34) 表示为:

$$\varphi_1\ddot{\alpha} = \varphi_2\alpha - u \quad (35)$$

可见, IPS 模型中物理参数都包含在 φ_1 和 φ_2 中。取 $x_1 = \alpha, x_2 = \dot{\alpha}$, 扰动为 dt , 则 (37) 可描述为:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \varphi_1\dot{x}_2 = \varphi_2x_1 - u - dt \end{cases} \quad (36)$$

定义跟踪误差 e_1 表示为:

$$e_1 = x_1 - \alpha_{ref} \quad (37)$$

设计自适应滑模控制器的过程中, 为了确定控制器的增益, 构造以下滑模面:

$$s_1 = c_1e_1 + \dot{e}_1 \quad (38)$$

其中: c_1 为常值。

令 Lyapunov 函数为:

$$V = \frac{1}{2}\varphi_1s_1^2 + \frac{1}{2\gamma_1}(\varphi_1 - \hat{\varphi}_1)^2 + \frac{1}{2\gamma_2}(\varphi_2 - \hat{\varphi}_2)^2 \quad (39)$$

其中: $\gamma_j > 0, (j = 1, 2), \hat{\varphi}_j$ 为 φ_j 的估计值。则:

$$\dot{V} = \varphi_1s_1\dot{s}_1 - \frac{1}{\gamma_1}(\varphi_1 - \hat{\varphi}_1)\dot{\hat{\varphi}}_1 - \frac{1}{\gamma_2}(\varphi_2 - \hat{\varphi}_2)\dot{\hat{\varphi}}_2 \quad (40)$$

定义 $V_1 = \varphi_1s_1\dot{s}_1$, 则:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= s_1[\varphi_1(c_1\dot{e}_1 - \ddot{\alpha}_{ref}) + (\varphi_2x_1 - u - dt)] = \\ &\varphi_1s_1(c_1\dot{e}_1 - \ddot{\alpha}_{ref}) + \varphi_2s_1x_1 - s_1(u + dt) \end{aligned} \quad (41)$$

设计控制律为:

$$u = \eta \text{sgn}(s_1) + \hat{\varphi}_1(c_1\dot{e}_1 - \ddot{\alpha}_{ref}) - \hat{\varphi}_2x_1 \quad (42)$$

将式 (41) 代入式 (42) 中, 得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= -\eta|s_1| - s_1dt + (\varphi_1 - \hat{\varphi}_1)\left[s_1(c_1\dot{e}_1 - \ddot{\alpha}_{ref}) - \frac{1}{\gamma_1}\dot{\hat{\varphi}}_1\right] + \\ &(\varphi_2 - \hat{\varphi}_2)\left(s_1x_1 - \frac{1}{\gamma_2}\dot{\hat{\varphi}}_2\right) \end{aligned} \quad (43)$$

设计自适应律为:

$$\begin{cases} \dot{\hat{\varphi}}_1 = \gamma_1s_1(c_1\dot{e}_1 - \ddot{\alpha}_{ref}) \\ \dot{\hat{\varphi}}_2 = \gamma_2s_1x_1 \end{cases} \quad (44)$$

则:

$$\dot{V} = -\eta|s_1| - s_1dt \leq 0 \quad (45)$$

根据 Lasalle 不变原则, 闭环系统是渐近稳定的, 即当 $t \rightarrow \infty, s_1 \rightarrow 0$ 。

3 仿真分析

为研究所设计控制器的效果, 本文通过 MATLAB/Simulink 对 3 种模型, 即不带控制器的 IPS、带 SMC 的 IPS 和带 ASMC 的 IPS (分别表示为 No control, SMC 和 ASMC) 进行了直行和转向工况的仿真。而 Bikesim 用于构建 IPS 模型, 并与 Matlab/Simulink 联合仿真以考察 ASMC 的控制效果。

3.1 基于 Simulink 的仿真分析

3.1.1 直行工况

在本次仿真中, 以相同的初始倾角 5.7° 对上述 3 种模型进行仿真, 仿真结果如图 7 所示。

图 7 (a) 显示了 3 种模型的车身侧倾角 α 。可以看出, 无控制器的 IPS 的侧倾角始终为 5.7° , 这说明 IPS 在两个陀螺仪的陀螺效应下不能恢复直立, 仍然需要额外的控制来抵抗外部干扰。事实上, 图 7 (a) 的另外两条曲线表明, 带有 SMC 的 IPS 和带有 ASMC 的 IPS 的侧倾角在很短的时间内可以恢复到零, 而 ASMC 可以让 IPS 在更短的时间内恢复直立, 说明它可以更有效地保证 IPS 的自平衡性能。图 7 (b) 显示了 3 种模型的陀螺仪进动角 β_1 。可以看出, 对于无控制器的 IPS, 其进动角 β_1 从 0 直线增长; 对于带有 SMC 的 IPS, 进动角 β_1 从 0° 增加到 2.3° 后保持不变; 对于带有 ASMC 的 IPS, 进动角 β_1 从 0° 增加到 6.4° , 然后减小到 3.9° 并保持不变。

图 7 (c) 显示了 3 种模型的对应控制输入。对于无控制器的 IPS, 控制输入在 0.1 rad/s 附近波动; 对于带有 SMC 的 IPS, 控制输入增加到 0.23 rad/s 后减小, 然后在 0 rad/s 附近振荡, 并且 1.4 s 后保持 0 rad/s ; 对于带有 ASMC 的 IPS, 控制输入从 1 rad/s 迅速减小到 -0.06 rad/s , 然后缓慢增加到 0 rad/s 并保持不变。图 7 (d) 显示了陀螺仪的回正

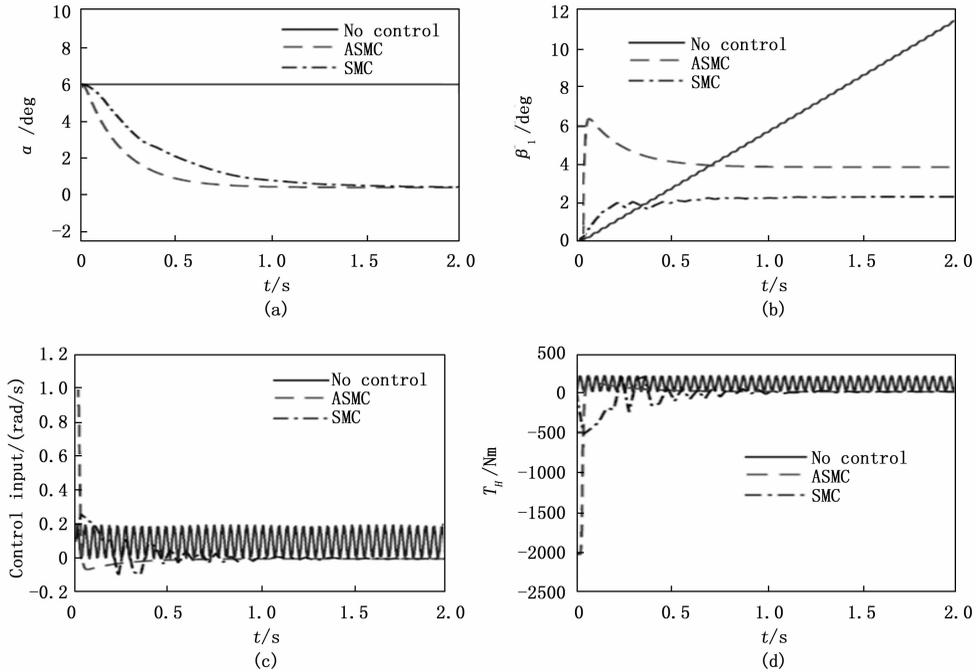


图 7 直行工况下仿真结果图

扭矩 T_H 。对于无控制器的 IPS，陀螺效应产生的回正扭矩 T_H 在 100 Nm 左右波动，最大值为 200 Nm，无法使 IPS 直立；对于带有 SMC 的 IPS，控制器使得陀螺仪产生的回正扭矩 T_H 在 0 Nm 附近振动，并从 0 Nm 变为 500 Nm 后，之后在 1.4 s 内保持 0 Nm；对于带有 ASMC 的 IPS，控制器使得陀螺仪产生的回正扭矩 T_H 从 -2 000 Nm 变为 125 Nm，然后逐渐减小，0.8 s 后达到 0 Nm。

从以上分析可以看出，ASMC 对 IPS 的控制效果更好，因为它可以让陀螺仪产生更大的回正扭矩，使 IPS 恢复直立的速度更快。

3.1.2 转向工况

当 DATWSBV 以纵向速度 v ，侧倾角 α ，转弯半径 r 进行转向时，车辆的平衡状态可以表示为：

$$m_b g h_b \sin\alpha = F_c h_b \cos\alpha \quad (46)$$

$$F_c = \frac{m_b v^2}{r} \quad (47)$$

其中： F_c 为作用于车辆上的离心力。

联立式 (46) 和 (47)，可得所需的参考侧倾角 α_{ref} ：

$$\alpha_{ref} = \arctan \frac{v^2}{rg} \quad (48)$$

当车速为 25 km/h，转弯半径为 57.86 m 时，通过式 (47) 和 (48) 计算得到离心力和参考侧倾角

分别为 302.36 N 和 5° 。相同车速下，转向半径为 13 m 时，计算得到的离心力和参考侧倾角分别为 1 344.88 N 和 20.7° 。

本次仿真中，设定车速为 25 km/h，转向半径为 13 m 时，在此种转向工况下对上述 3 种模型进行仿真，结果如图 8 所示。图 8 (a) 显示了 3 种模型的车身侧倾角 α 。对于不带控制器的 IPS，其侧倾角始终为 0° ，这意味着 IPS 不会产生侧倾，无法实现转向；对于带有 SMC 的 IPS，其侧倾角在 1.5 s 可达到参考侧倾角 20.7° ，并保持恒定；对于带

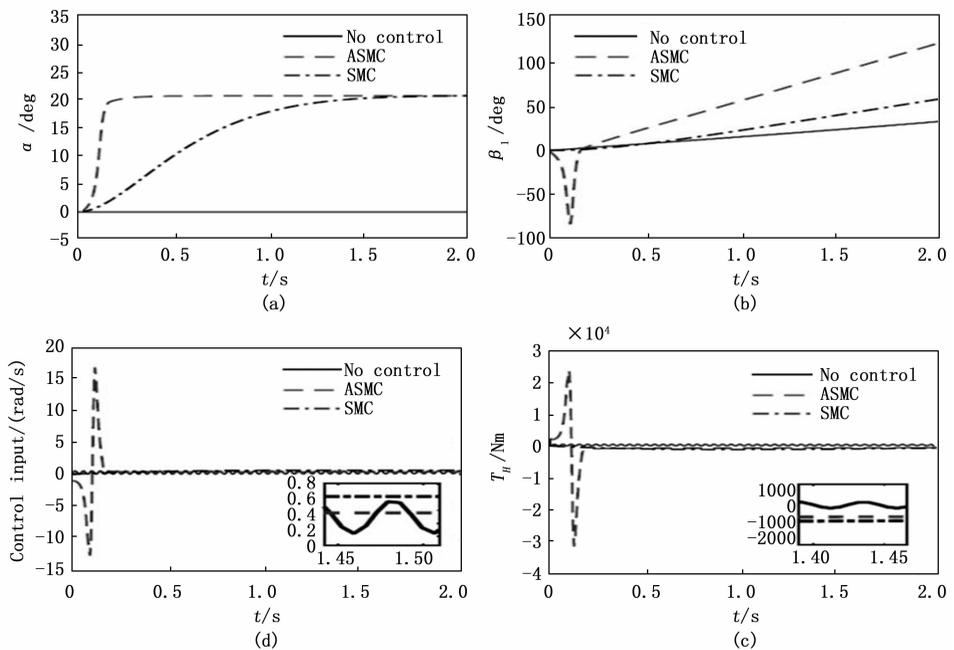


图 8 转向工况下仿真图

有 ASMC 的 IPS, 其侧倾角在 0.15 s 内达到参考侧倾角 20.7°, 然后保持恒定。

图 8 (b) 显示了 3 种模型的陀螺仪进动角 β_i 。对于不带控制器的 IPS, 进动角从零开始较为缓慢地线性增加; 对于带有 SMC 的 IPS, 进动角从零开始较为缓慢线性增加, 比不带控制器的 IPS 增长趋势更大; 对于带有 ASMC 的 IPS, 刚开始时, 进动角变化很大, 然后直线增加, 其增加幅度是最大的。

图 8 (c) 显示了 3 种模型的对控制输入。对于无控制器的 IPS 控制输入在 0.07 rad/s 附近震荡; 对于带有 SMC 的 IPS, 控制输入从 0 rad/s 增加到 0.6 rad/s 附近震荡; 对于带有 ASMC 的 IPS, 短时间内剧烈变化, 之后在 0.04 rad/s 左右振荡。

图 8 (d) 显示了陀螺仪产生的回正扭矩 T_H 。对于无控制器的 IPS, 陀螺效应产生的最大回正扭矩为 125 Nm, 无法使 IPS 达到理想的转向效果; 对于带有 SMC 的 IPS, 控制器使得陀螺仪产生的回正扭矩 T_H 从 0 Nm 变为 -300 Nm; 对于带有 ASMC 的 IPS, 控制器使得陀螺仪产生的最大回正扭矩可达到 5 681 Nm。

由以上分析可知, 当参考侧倾角较小时, SMC 和 ASMC 都能保证 IPS 达到所需的侧倾角值, 而 ASMC 可以为 IPS 提供更大的扭矩, 且所需的调整时间更短。

3.2 基于 Bikesim 和 Simulink 的联合仿真分析

为验证 ASMC 的控制效果, 在 BikeSim 软件中选用 sports bike 模型, 并设置了相关参数作为 DATWSBV 的实

车模型, 我们称之为 BikeSim 模型^[21-22]。考虑到两个陀螺仪的功能是产生车身回正力矩, 我们定义了作用在车辆质心处的侧倾力矩作为输入, 用于为车辆提供陀螺仪所产生的的回正力矩。并定义了车身侧倾角作为输出。

在初始侧倾角为 5.7° 时, 将没有控制器的 IPS 系统的陀螺仪所产生的的回正力矩输入给 BikeSim 模型, 无控制的 BikeSim 模型和 IPS 模型的仿真结果如图 9 所示。

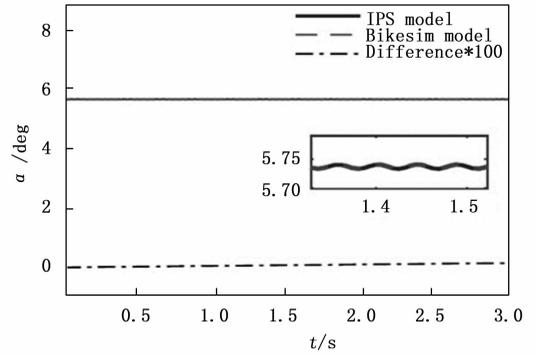


图 9 IPS 模型与 BikeSim 模型比较

从图 9 可以看出, 无控制器的 BikeSim 模型和 IPS 模型的响应几乎完全相同, 两者之间最大偏差仅为 0.016°。可见, 所建立的 BikeSim 模型可以准确描述 IPS 模型。在此基础上, 在相同条件下, 对带 ASMC 的 BikeSim 模型和 IPS 模型进行了仿真, 结果如图 10 所示。

由图 10 (a) 和 10 (b) 可以看出, 在不同初始侧倾角下带 ASMC 的 BikeSim 模型直线行驶时, 其侧倾角均可快速

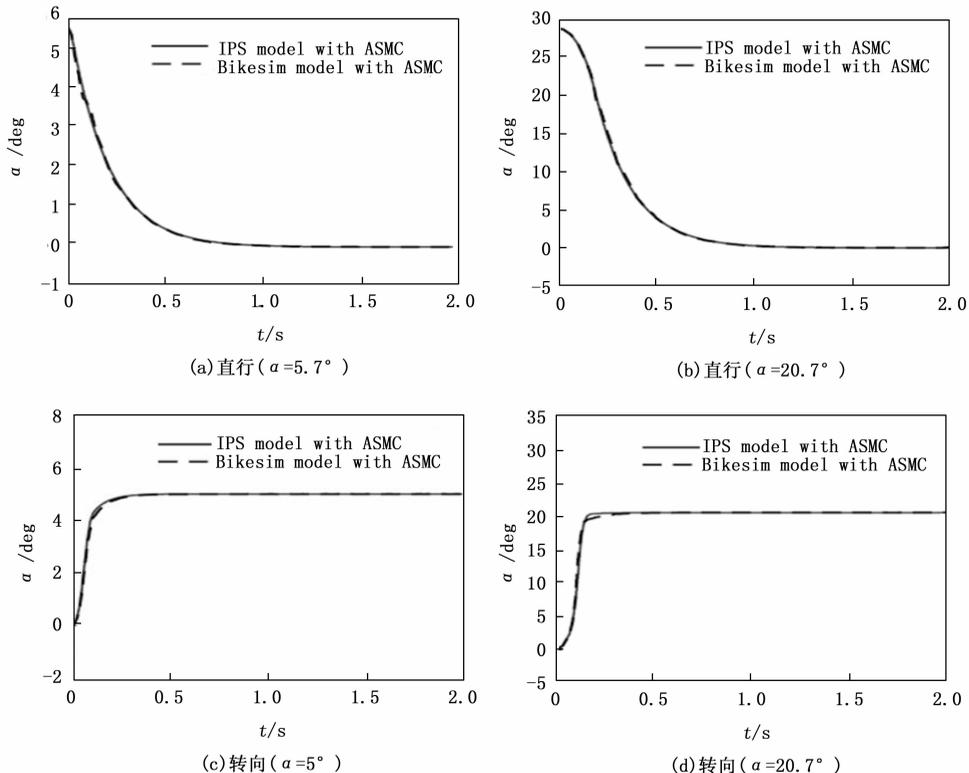


图 10 联合仿真图

回到 0° 并保持不变。且 Bikesim 模型的侧倾角曲线与带 ASMC 的 IPS 模型的非常接近, 说明 ASMC 能够保证 DATWSBV 在直线行驶时的自平衡功能。

图 10 (c) 和 10 (d) 分别显示了参考侧倾角分别为 5° 和 20.7° 时两种模型的侧倾角曲线。可以看出, 带有 ASMC 的 Bikesim 模型的侧倾角可以从 0 快速增加到参考值, 然后保持不变, 从而保证车辆平稳转弯。并且结果表明, Bikesim 模型在转弯条件下的响应与带 ASMC 的 IPS 模型相同, 因此 ASMC 可以有效保证 DATWSBV 的转弯能力。

4 结束语

1) 采用拉格朗日法建立了 DATWSBV 的数学模型, 设计了 SMC 和 ASMC, 基于 Matlab/Simulink 的仿真结果表明, ASMC 可以使 DATWSBV 直行受到干扰时快速恢复直立, 转向时能产生相应的侧倾角以实现转向。

2) 在 BikeSim 中建立了 DATWSBV 实车模型, 验证了此 BikeSim 模型的有效性, 并基于 ikesim 和 Simulink 联合仿真验证了 ASMC 对实车的控制效果。

综上所述, 所设计的自适应滑模控制器不仅展示了卓越的抗干扰能力, 而且在转向控制方面表现出色。这些研究成果不仅加深了对 DATWSBV 动力学和控制原理的理解, 而且为实现更安全、更稳定、更高效的两轮自平衡车提供了坚实的技术基础。随着这些技术的不断发展和完善, DATWSBV 在未来城市交通和个人出行中的应用潜力将更加明显。

参考文献:

- [1] 高志伟, 代学武. 自平衡小车 LQR-PID 平衡与路径跟踪控制器设计 [J]. 控制工程, 2020, 27 (4).
- [2] BZDZIUCH D, GRZEGOZEK W. A two-wheeled, self-balancing electric vehicle used as an environmentally friendly individual means of transport [J]. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 2016, 148 (1).
- [3] 胡帆. 两轮载人自平衡车的实现与运动控制的优化研究 [D]. 桂林: 广西师范大学, 2018.
- [4] YANG C Z, WANG H B. Study on two-wheeled self-balancing electric vehicle based on fuzzy PD control algorithm [J]. Advanced Materials Research, 2014, 3632 (1056 - 1056).
- [5] 梁文字, 周惠兴, 曹荣敏, 等. 双轮载人自平衡控制系统研究综述 [J]. 控制工程, 2010, 17 (s2): 139 - 144.
- [6] 陈鹏展, 朱年华, 李杰. 两轮自平衡车姿态检测与平衡控制 [J]. 控制工程, 2017, 24 (8): 1574 - 1578.
- [7] 佚名. 不倒翁电动车靠陀螺仪与电机保持平衡 [J]. 汽车实用技术, 2014, (4): 45.
- [8] 赵明翰, 周郁, 赵桂军, 等. 纵向双轮平衡车滑模控制设计

- 与仿真 [J]. 自动化技术与应用, 2022, 41 (3): 7 - 11.
- [9] 张金学, 掌明. 两轮自平衡机器人的 LQR 实时平衡控制 [J]. 自动化与仪表, 2013, 28 (5): 5 - 9.
- [10] 何军虎, 鞠剑平. 自平衡车控制方法研究及仿真分析 [J]. 机械设计与制造, 2019, (7): 144 - 146.
- [11] KIEN N V, DUY T N, DU H D, et al. Robust optimal controller for two-wheel self-balancing vehicles using particle swarm optimization [J]. International Journal of Mechanical Engineering and Robotics Research, 2023, 12 (1): 16 - 22.
- [12] HUANG J, DING F, FUKUDA T, et al. Modeling and velocity control for a novel narrow vehicle based on mobile wheeled inverted pendulum [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2013, 21 (5): 1607 - 1617.
- [13] ROBOTICS. Studies from syed ammal engineering college update current data on robotics (positioning of two-wheeled mobile robot to control wheelslip by using the wheel rotate planning technique) [J]. Journal of Robotics Machine Learning, 2020.
- [14] YANG Z C, WANG B H. Study on two-wheeled self-balancing electric vehicle based on fuzzy PD control algorithm [J]. Advanced Materials Research, 2014, 3632: 162 - 165.
- [15] MOMANI A F, TAMIMI A A, JARRAH A A, et al. Tracking control for a two-wheel differentially driven nonholonomic mobile robot: performance comparison [J]. IJMERR, 2022, 11 (10): 724 - 736.
- [16] TRUNG-DUNG C, CHIH-KENG C. Design and implementation of model predictive control for a gyroscopic inverted pendulum [J]. Applied Sciences, 2017, 7 (12): 1272 - 1272.
- [17] 卢克文, 王新龙, 李群生, 等. 基于陀螺仪/BDS 的多飞行器编队相对定姿方法 [J]. 航空兵器, 2022, 29 (2): 80 - 86.
- [18] 张强, 李昊洋, 孟祥飞, 等. 基于 Lyapunov 理论考虑不确定扰动的船舶自适应跟踪控制 [J]. 上海海事大学学报, 2023, 44 (1): 8 - 16.
- [19] GOKUL P, RAKKIYAPPAN R. New finite-time stability for fractional-order time-varying time-delay linear systems: a lyapunov approach [J]. Journal of the Franklin Institute, 2022, 359 (14): 7620 - 7631.
- [20] 陈硕, 李萍, 赵峰, 等. 新型电导增量与自适应滑模控制的最大功率跟踪算法研究 [J]. 现代电子技术, 2023, 46 (15): 147 - 154.
- [21] 方毅芳, 吴达远, 刘涛, 等. 基于滑模理论的轧机异步电机模型预测电流控制 [J]. 北京航空航天大学学报, 2023, 576.
- [22] 姚俊, 窦颖艳. 基于自适应滑模控制器的 Stewart 平台运动轨迹控制的研究 [J]. 中国工程机械学报, 2020, 18 (5): 395 - 399.