

# 基于 Duffing 振子的铁路轨道移频信号测量系统设计

张玉霞

(陕西交通职业技术学院 轨道交通学院, 西安 710018)

**摘要:** 铁路轨道作为移频信号的传输载体, 其对于信号对象传输轨迹疏密度的辨别能力, 决定了轨道体系对移频信号的测量准确性; 为实现对信号对象传输频率的准确辨别, 设计基于 Duffing 振子的铁路轨道移频信号测量系统; 将电源模块输出的电量信号, 按需分配至 STM32F103 微处理器、移频信号辨别模块与 DSP 测量单元之中, 完善各级应用部件之间的连接关系, 实现铁路轨道移频信号测量系统的硬件方案设计; 确定移频信号的 Duffing 振子描述条件, 针对其定义形式, 构造移频信号的相空间, 完成对铁路轨道移频信号的提取; 求解铁路轨道的 Lyapunov 指数, 并构建移频信号的 Duffing 方程, 确定混沌测量参数的取值范围, 实现对铁路轨道移频信号的测量, 联合各级应用部件, 完成基于 Duffing 振子的铁路轨道移频信号测量系统设计; 实验结果表明, 上述系统测量所得信号传输轨迹疏密度与真实轨迹疏密度相似度较高, 并且测量结果准确率最高值达到了 84% 左右, 说明其能够实现对铁路轨道移频信号的准确测量。

**关键词:** Duffing 振子; 铁路轨道; 移频信号; 微处理器; 信号相空间; Lyapunov 指数; 混沌参数; Duffing 方程

## Design of Railway Track Frequency Shift Signal Measurement System Based on Duffing Oscillator

ZHANG Yuxia

(School of Rail Transportation, Shaanxi College of Communication Technology, Xi'an 710018, China)

**Abstract:** As the transmission carriers of frequency shift signals, railway tracks have the ability to distinguish the density of signal object transmission trajectories, which determines the accuracy of the track system on measuring frequency shift signals. To achieve the accurate identification of the transmission frequency on the signals, a railway track frequency shift signal measurement system based on Duffing oscillator is designed. Distribute the power signal output by the power module to the STM32F103 microprocessor, frequency shift signal identification module, and DSP measurement unit as needed, improve the connection relationship between various application components, and achieve the hardware design of the railway track frequency shift signal measurement system. Determine the Duffing oscillator description condition of the frequency shift signal, construct the phase space of the frequency shift signal according to its definition, and complete the extraction of the railway track frequency shift signal. Solve the Lyapunov exponent of railway tracks, construct the Duffing equation for frequency shift signals, determine the range of chaotic measurement parameters, achieve the measurement of railway track frequency shift signals, and combine various application components to complete the design of the railway track frequency shift signal measurement system based on the Duffing oscillators. The experimental results show that the signal transmission track density measured by the above system has a high similarity with the real track density, and the highest accuracy of the measurement results is about 84%, which shows that it can achieve the accurate measurement of railway track frequency shift signals.

**Keywords:** Duffing oscillator; railway tracks; frequency shift signal; microprocessor; signal phase space; Lyapunov exponent; Chaos parameters; Duffing equation

## 0 引言

在铁路轨道体系中, 利用数字信号离散取值特征来控制载波传输行为, 如果所得信号的载波频率符合二进制键控标准, 就可以将该信号称为移频信号。这种信号具有一些显著的特性, 在频率上的变化能够编码不同的信息状态或控制指令, 通过决定频率的变化模式和取值范围, 可以实现多个离散的状态, 从而支持数据传输和信号解码。从

功能性角度来看, 铁路轨道移频信号的最基本频谱特点就是基础载频信号为核心。对于移频信号的测量必须以基础载频作为标记中心, 向左、右两端延伸出两个完全对称的边带结构, 并通过细化边频参数的方式, 达到调节基频信号基础传输频率的目的<sup>[1]</sup>。移频信号还具有一定的抗干扰能力, 在铁路环境中, 存在诸如电机、通信设备、电磁干扰等噪声源和干扰源, 移频信号通常采用较低的频率以

收稿日期: 2023-06-25; 修回日期: 2023-08-02。

作者简介: 张玉霞(1985-), 女, 硕士, 讲师。

引用格式: 张玉霞. 基于 Duffing 振子的铁路轨道移频信号测量系统设计[J]. 计算机测量与控制, 2024, 32(6): 51-57.

及合适的调制方案,以提高与噪声和干扰的区分度,从而确保信号的可靠传输。相较于其他类型的信号对象,移频信号在铁路轨道体系中具有多个频率分量,且其基础方波的传输行为并不符合低频调制方波的频谱特点。因此,轨道体系运行主机为实现对移频信号载波频率的有效控制,对信号对象进行非线性调制。

随着移频信号输出量的增大,铁路轨道所承担的信号传输压力也在不断增大,而这也影响轨道主机对信号对象传输频率的辨别能力,使其无法对移频信号进行准确测量。由桂丹等<sup>[2]</sup>研究的 THD 全自动测量系统,根据总谐波失真真比率,判断移频信号输出波形,再通过快速傅里叶变换处理的方式,实现对高频信号的取样,再结合静态评估思想,实现对铁路轨道移频信号的针对性测量。孔佳莹等人<sup>[3]</sup>主要研究波法空间测量系统,分别从高压端、低压端两个角度着手,确定移频信号在铁路轨道体系中的传输行为,又在不外加高压的情况下,测量信号对象载波频率的波动区间,实现对铁路轨道移频信号传输频率的辨别。然而上述两类系统的辨别能力有限,并不满足准确测量的实际应用需求。

针对上述问题,提出一种基于 Duffing 振子的新型铁路轨道移频信号测量系统设计方法,其技术路线如下:

1) 在系统硬件模块设计中,将电源模块输出的电量信号按需分配至 STM32F103 微处理器、移频信号辨别模块与 DSP 测量单元之中,实现各个模块之间的关联,提升信号处理效果。

2) 构建移频信号的 Duffing 方程,确定混沌测量参数的取值范围,以此实现对铁路轨道移频信号的测量。Duffing 振子是描述强迫振动子对象传输行为的向量指标,可以用非线性微分方程来表示,由于该指标在实值区间内没有明确解析解(或具有无穷多个解析解),所以利用 Duffing 振子描述某个物理量时,并不需要确定该物理量的真实数值解。对于铁路轨道移频信号而言,应用 Duffing 振子定义数值方程,虽然不能确定信号对象的具体取值,但却可以掌握信号对象在实值区间内取值规律<sup>[4]</sup>。当轨道主机处于稳定运行状态时,联合 Duffing 振子方程测量移频信号,能够最大化保障轨道体系作为载体的传输能力,实现对信号对象传输频率的准确辨别。

## 1 移频信号测量系统硬件设计

铁路轨道移频信号测量系统的硬件应用体系由电源模块、STM32F103 微处理器、移频信号处理模块、DSP 测量单元共 4 部分组成,本章节针对其具体设计方法展开研究。

### 1.1 电源模块

性能稳定的电源模块是铁路轨道移频信号测量系统稳定工作的保障,因此设计出满足测量系统要求的电源模块十分重要。电源模块 TPS767D318 芯片采用高性能静态 CMOS 环接技术,在 ATypical 设备的配合下,串联在模块回路中,既负责调度下级 VD 终端阻值,也可以协调短期负载电阻两端的测量电压,使得电源模块具有按需分配铁路

轨道移频信号的能力<sup>[5]</sup>。TMS320F2812 部件作为测量系统电源模块的核心应用结构,连接于 +VDD、-VCC 终端之间,在电量信号负载数值不超过额定负载条件的情况下,TMS320F2812 部件在单位时间内转存的电信号总量越多,表示电源模块的供电能力越强。为实现对铁路轨道移频信号的准确测量,VD 终端组织由 4 个支路体系组成,且每个 VD 部件下端都必须串联一个电容元件。由 VD 部件和电容元件组成的 VD 终端支路负责消耗 TMS320F2812 部件输出的电量信号,由于该支路组织的存在,TPS767D318 芯片与 ATypical 设备不会承担过多的交流电量,所以在测量铁路轨道移频信号的过程中,电源模块始终保持稳定运行状态<sup>[6]</sup>。完整的测量系统电源模块连接结构如图 1 所示。

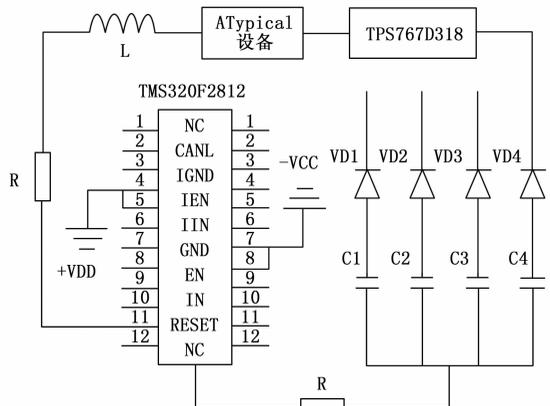


图 1 铁路轨道移频信号测量系统电源模块结构图

TMS320F2812 部件外部负载多个电量输出口,为交流电量在测量系统电源模块中的传输提供了完全开放的通路。电源模块的运行,在输出交流电量信号的同时,协调 TPS767D318 芯片、ATypical 设备等应用部件的运行状态,为移频信号 Duffing 振子测量程序的运行提供稳定的电量供应。

### 1.2 STM32F103 移频信号微处理器

STM32F103 移频信号微处理器是测试系统中最主要的控制部件,接收电源模块输出的电信号参量,可以在滤波器设备的配合下,辨别铁路轨道移频信号,并分别以定时脉冲、变频脉冲的形式,将完成测量的信号参量输出至移频信号处理模块、DSP 测量单元等下级应用结构之中。定时脉冲、变频脉冲是两种不同的微处理器运行模式,前者只对固定脉冲状态的铁路轨道移频信号具有辨别敏感性,而后者只对非固定脉冲状态的铁路轨道移频信号具有辨别敏感性。

1) 定时脉冲情况下的 STM32F103 微处理器:铁路轨道移频信号进入微处理器模块时,首先经过处理器主机的均分处理,并分别进入两个容量相同的 STM32F103 滤波器装置之中;然后,在移频信号累积量达到一定数值标准之后,分流后的信号对象分别进入包络检波装置之中,此时测量系统电源模块开始向抽样器传输定时脉冲状态的移频信号对象;最后,所有信号参量在移频信号包络检波装置抽样器中汇总,当 STM32F103 滤波器装置再次接收到系统主机输出的测量指令后,抽样器输出完成抽样的铁路轨道

移频信号<sup>[7]</sup>。完整的连接模型如图 2 所示。

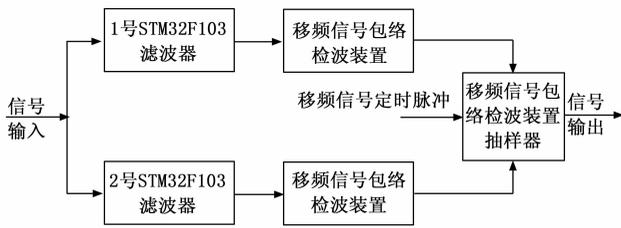


图 2 定时脉冲情况下的微处理器连接模型

2) 变频脉冲情况下的 STM32F103 微处理器：与定时脉冲情况下的 STM32F103 微处理器连接模型相同，变频脉冲情况下，移频信号也会在均分处理后，进入两个容量相同的 STM32F103 滤波器装置。不同的是，包络检波装置的运行受轨道相乘器的影响，这就表示抽样器不能无差别辨别变频脉冲形态的移频信号，只能根据移频信号处理模块、铁路轨道 DSP 测量单元对于变频脉冲信号的需求，完成对铁路轨道移频信号的辨别与测量处理<sup>[8]</sup>。具体的微处理连接模型如图 3 所示。

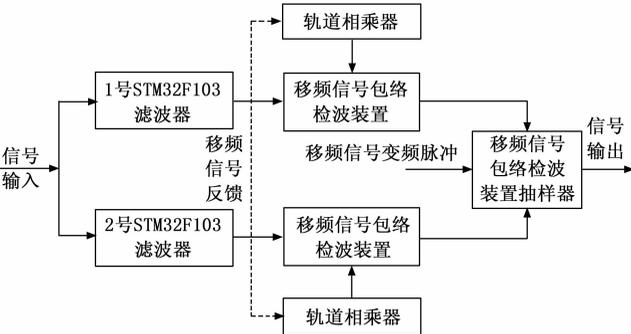


图 3 变频脉冲情况下的微处理器连接模型

铁路轨道移频信号测量系统运行过程中，基于 Duffing 振子所得辨别信号的脉冲形式并不固定，所以定时连接模型、变频连接模型同时存在于 STM32F103 移频信号微处理器之中。

### 1.3 移频信号辨别模块

移频信号辨别模块用于提取信号参量的负载频率、调制频率与传输强度。对于测量主机而言，其在辨别信号对象时，完全遵循 Duffing 振子的相空间描述条件，而在已知各项频率与强度指标的情况下，主机元件在单位移频区间内，可以得到更多的信号参量，不但可以凸显出铁路轨道作为移频信号传输载体的负载作用，还能够有效控制信号传输频率测量结果与真实结果之间的差值水平，达到准确测量的目的。在铁路轨道移频信号测量系统中，移频信号辨别模块连接于 CD4052 型 CPU 与 Fuse 辨别主机之间<sup>[9]</sup>。其中，CD4052 型 CPU 控制信号检测探头，随着铁路轨道移频信号传输量的增大，探头结构提取到的信号对象总量也会不断增大，但在 CPU 部件的控制下，这些信号对象的排列方式完全遵循 Duffing 振子表达式。Fuse 辨别主机与

RS485 总线机制相连，可以接收移频信号辨别模块输出的所有铁路轨道作为移频信号，并可以在辨别信号的过程中，将负载频率、调制频率与传输强度参数提取出来<sup>[10]</sup>。具体的移频信号辨别模块连接结构如图 4 所示。

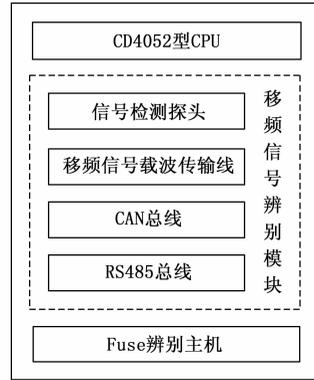


图 4 移频信号辨别模块结构示意图

移频信号辨别模块的核心部件由信号检测探头、移频信号载波传输线、CAN 总线、RS485 总线 4 部分组成。其中，检测探头直接提取铁路轨道中的移频信号参量；移频信号载波传输线、CAN 总线、RS485 总线是 3 个完全独立的信号传输环境，可以按照 DSP 测量单元对于移频信号的具体需求，完成对信号对象的按需传输。

### 1.4 铁路轨道 DSP 测量单元

对于铁路轨道移频信号测量系统而言，最核心的部分就是 DSP 测量单元，因为其应用性能对移频信号辨别程序的硬件实现起到了决定性的作用。DSP 测量单元是一类哈佛应用结构，具有独立的信号总线通路和辨别程序执行通路，可以同时访问铁路轨道移频信号对象与 Duffing 振子相空间，在保持主机元件对信号参量测量积极性的同时，能够确保移频信号在 STM32F103 移频信号微处理器与移频信号辨别模块之间保持稳定的传输状态<sup>[11]</sup>。完整的铁路轨道 DSP 测量单元运行模式如图 5 所示。

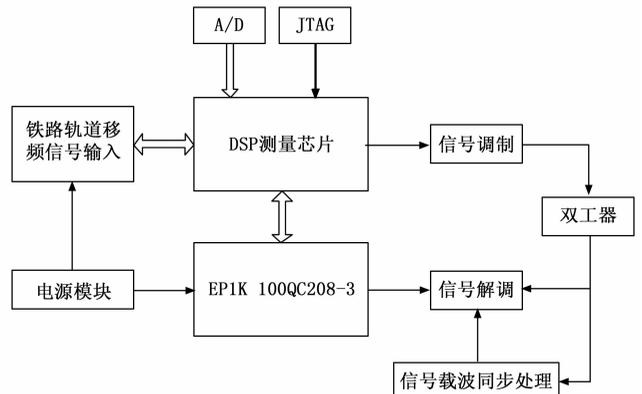


图 5 铁路轨道 DSP 测量单元运行模式

铁路轨道移频信号输入 DSP 测量芯片后，A/D 转换装置、JTAG 设备同时进入连接状态，此时 DSP 芯片对移频信号对象进行调制处理，并将完成调制的信号参量传输至双工

器元件之中。EP1K 100QC208-3 结构作为 DSP 测量芯片的下级应用部件, 接受双工器元件的直接调度。在电源模块的作用下, EP1K 100QC208-3 结构实施对铁路轨道移频信号的解调处理, 当前情况下, 双工器输出的信号对象、完成解调的信号对象保持同步载波状态<sup>[12]</sup>。由于测量系统运行过程中, Duffing 振子相空间对于铁路轨道移频信号的负载能力始终保持不变, 所以 DSP 芯片、EP1K 100QC208-3 结构中的信号调制与解调行为始终保持同频状态, 这也是基于 Duffing 振子所设计铁路轨道移频信号测量系统辨别所得信号传输频率与该信号实时传输频率完全相等的主要原因。

## 2 基于 Duffing 振子的铁路轨道移频信号提取

测量系统针对铁路轨道移频信号的提取, 发生在硬件应用体系之中, 其具体提取方法的设计, 应根据 Duffing 振子描述条件, 构造信号相空间, 再联合关键信号参量, 定义提取表达式。

### 2.1 移频信号的 Duffing 振子描述

在系统硬件应用体系中提取铁路轨道移频信号时, 应根据 Duffing 振子描述条件, 确定信号对象的传输范围。Duffing 振子条件描述了铁路轨道移频信号的传输轨迹, 对于测量系统主机而言, 所提取信号对象是否存在于轨迹曲线之内, 决定了当前信号是否符合相空间的构造需求, 而基于 Duffing 振子提取所得移频信号存在于传输轨迹之中, 就表示所得信号对象既符合 Duffing 振子描述条件, 又能够满足相空间构造需求<sup>[13]</sup>。

$o_1, o_2, \dots, o_n$  表示  $n$  个待取样的铁路轨道移频信号对象, 其取值满足式 (1):

$$o_1, o_2, \dots, o_n \in (0, +\infty) \quad (1)$$

由于移频信号对象取值恒大于零, 所以信号对象在相空间区域内的轨迹曲线具有正向传输的行为特征。

对于移频信号的 Duffing 振子描述, 就是指利用 Duffing 条件完成对信号对象的取样与筛选, 在信号对象所属轨迹区域完全统一的情况下, 符合 Duffing 振子描述条件的移频信号对象越多, 表示测量系统所能提取到的铁路轨道移频信号越多<sup>[14]</sup>。

利用公式 (1), 推导移频信号的 Duffing 振子描述表达式为:

$$P = \frac{\delta}{o_1 \cdot o_2 \cdot \dots \cdot o_n} \times \beta(\dot{I} - \tilde{u})^2 \quad (2)$$

其中:  $\delta$  为基于 Duffing 振子参数的信号对象标准筛选系数,  $\beta$  为移频信号轨迹区域的统一规划参数,  $\dot{I}$  为移频信号对象在轨迹区域内的分布特征,  $\tilde{u}$  为移频信号在轨迹区域内的波动传输向量。Duffing 振子描述条件决定了在构造移频信号相空间时, 只有在正向区间内完成对信号对象的取值, 才能保证信号描述结果符合测量系统对于移频信号的提取需求。

### 2.2 针对 Duffing 振子的移频信号相空间构造

单纯求解移频信号 Duffing 振子描述条件, 并不能完整反映信号对象在传输过程中的轨迹曲线, 因此在设计测量

系统时, 为了实现铁路轨道移频信号的按需提取, 在 Duffing 振子描述条件的基础上, 完成相空间构造。相空间中包含多个满足 Duffing 振子描述条件的铁路轨道移频信号, 其定义式满足时间序列对于信号对象的提取需求, 且能够准确描述出铁路轨道移频信号在系统测量区域内的运动学特征<sup>[15-16]</sup>。

利用移频信号 Duffing 振子描述条件, 划定信号对象的轨迹区域, 计算式为:

$$U = \frac{1}{r_\alpha - r_\chi} \times \ln \left[ \frac{(\dot{Y})}{|\gamma| \Delta T} \right]^2 \quad (3)$$

其中:  $\alpha, \chi$  为两个随机选取的铁路轨道移频信号轨迹标记参数, 其取值恒属于  $[1, +\infty)$  数值区间, 且  $\alpha \neq \chi$  的不等式取值条件恒成立,  $r_\alpha$  为基于参数  $\alpha$  的移频信号轨迹坐标测量值,  $r_\chi$  为基于参数  $\chi$  的移频信号轨迹坐标测量值,  $\dot{Y}$  为基于 Duffing 振子描述条件所选取的移频信号传输特征,  $\Delta T$  为铁路轨道移频信号的单位传输周期,  $\gamma$  为移频信号的初相赋值系数。

联立式 (2) (3), 推导针对 Duffing 振子的移频信号相空间构造表达式为:

$$W = \varphi \cdot \left( P \cdot \frac{\varphi \times U}{q} + 1 \right) \quad (4)$$

其中:  $\varphi$  为铁路轨道移频信号的相阈值,  $\hat{q}$  表示针对 Duffing 振子的信号相位取样特征,  $\varphi$  为相空间节点与铁路轨道移频信号的匹配参数。如果相空间节点与铁路轨道移频信号之间的匹配性较弱, 即  $\varphi$  参数取值较小, 则表示利用 Duffing 振子描述条件, 在单位时间内提取所得的铁路轨道移频信号量相对较少。

### 2.3 相空间中的移频信号提取

在相空间中提取铁路轨道移频信号, 就是根据 Duffing 振子描述条件, 完成对信号对象的取样。由于公式 (4) 所构造的全部相空间具有负载信号的能力, 所以为实现对铁路轨道移频信号的精准提取, 应按照 Duffing 振子描述条件, 依次完成对信号对象的初次取样、初次求导与最终取样处理<sup>[17-18]</sup>。对于相空间中铁路轨道移频信号的提取满足如下流程。

铁路轨道移频信号初次取样:

$$A_\epsilon = \left( \frac{\eta \cdot |\Delta Q|}{a_{\max}} \right)^2 a_\epsilon \quad (5)$$

其中:  $\epsilon$  为基于 Duffing 振子描述条件的铁路轨道移频信号取样特征, 且  $\epsilon \neq 0$  的不等式条件恒成立,  $\Delta Q$  为铁路轨道移频信号在单位测量周期内的传输总量, 其取值恒大于零,  $\eta$  为系统主机对铁路轨道移频信号的测量效率,  $a_{\max}$  为初次取样过程中铁路轨道移频信号的最大赋值,  $a_\epsilon$  为基于特征值  $\epsilon$  的信号赋值。

铁路轨道移频信号初次求导:

$$A'_\epsilon = \int_{s=1}^{+\infty} \ln \kappa \cdot \left( \frac{A_\epsilon}{\epsilon'} \right)^2 \quad (6)$$

其中:  $s$  为向量在 Duffing 振子描述条件下的最小取值,  $\kappa$  为相空间中的铁路轨道移频信号测量阈值,  $\epsilon'$  为一次求

导过程中的铁路轨道移频信号赋值参数。

相空间中的铁路轨道移频信号提取结果（最终取样）表示为：

$$D = \frac{\lambda}{f \times (\bar{d}^2 - 1)} \cdot (A_i \times W) \quad (7)$$

其中： $\lambda$  为铁路轨道移频信号在相空间中的传输向量， $f$  为基于 Duffing 振子描述条件所选择的信号相空间划分系数， $\bar{d}$  为铁路轨道移频信号在相空间中的表现特征。利用 Duffing 振子条件提取铁路轨道移频信号时，要求相空间中信号对象必须与相位节点保持一一对应关系。

### 3 铁路轨道移频信号测量

利用提取所得铁路轨道移频信号，求解 Lyapunov 指数，并在此基础上，构建移频信号的 Duffing 方程，确定混沌测量参数的取值范围，实现基于 Duffing 振子的铁路轨道移频信号测量。

#### 3.1 铁路轨道 Lyapunov 指数求解

Lyapunov 指数可以用来判断两条不同铁路轨道之间的发散或收敛程度。对于系统主机而言，其在测量移频信号对象时，Lyapunov 指数取值越大，就表示不同铁路轨道内传输信号的相互收敛关系越明显；反之，若 Lyapunov 指数取值相对较小，则表示不同铁路轨道内传输信号的相互发散关系越明显<sup>[19]</sup>。

对于铁路轨道 Lyapunov 指数的求解满足如下表达式：

$$g = \lim_{\mu \rightarrow \infty} \frac{1}{D} \ln \left| \frac{\sqrt{\nu \cdot \Delta G}}{(\bar{h} - 1)^2} \right| \quad (8)$$

其中： $\mu$  为铁路轨道取样参数， $\Delta G$  为移频信号在一条铁路轨道内的单位传输总量， $\nu$  为发散性或收敛性评定参数（通常情况下，若移频信号保持发散性传输状态，则参数  $\nu$  取值小于零；若移频信号保持收敛性传输状态，则参数  $\nu$  取值大于零）， $\bar{h}$  为铁路轨道移频信号的稳态传输特征。测量系统在辨别铁路轨道移频信号时，要求信号对象只能在轨道体系内传输，且由于信号传输行为具有稳定性特征，所以在整个检测过程中，移频信号的发散或收敛表现形态并不会发生变化，这就表示在求解 Lyapunov 指数之前，系统测量主机已经明确了移频信号在铁路轨道内的发散性或收敛性传输状态<sup>[20]</sup>。

#### 3.2 Lyapunov 指数下的移频信号 Duffing 方程构建

针对 Lyapunov 指数所求解的移频信号 Duffing 方程具有混沌性特征，所谓混沌性就是指非明确的描述条件，这就表示系统主机依照该条件完成移频信号测量时，并不需要准确分析信号对象的表现特征，只需根据 Lyapunov 指数所描述出的移频信号发散或收敛特性，就可以实现对铁路轨道移频信号的按需测量<sup>[21-22]</sup>。

基于 Lyapunov 指数计算移频信号在铁路轨道内的单位导流量为：

$$\Delta H = g(j) + \lambda \tilde{K} + (1 - \nu) \tilde{I} \quad (9)$$

其中： $j$  为移频信号的振动性传输特征， $\tilde{K}$  为信号对象在铁路轨道内的导流效率， $\tilde{I}$  为基于 Lyapunov 指数所选取

的移频信号传输导流向量， $\nu$  为移频信号的谐波振动参数。

利用式（9）推导 Lyapunov 指数下的移频信号 Duffing 方程表达式为：

$$F = \frac{1}{\vartheta} \left| \int_{z=1}^{+\infty} \tilde{\omega} \cdot \Delta H \cdot \tilde{L}^{1/z} \right| \quad (10)$$

其中： $\vartheta$  为 Duffing 振子系数在移频信号基础传输频率下的取值， $\tilde{\omega}$  为系统主机对铁路规定移频信号的测量阈值， $\tilde{L}$  为 Lyapunov 指数下的移频信号传输行为描述特征， $z$  为信号对象的混沌测量值。为保证移频信号 Duffing 方程求解结果的准确性，基于 Lyapunov 指数完成参数取样时，要求铁路轨道内所有传输信号的发散性与收敛性测量特征必须保持一致。

#### 3.3 基于 Duffing 方程的混沌测量参数计算

混沌测量参数决定了系统主机能否对铁路轨道移频信号进行准确测量，由于移频信号 Duffing 方程具有明显的混沌性特征，所以即便是取样所得信号对象具有明确特征，系统主机所执行的测量指令也满足混沌性原则<sup>[23]</sup>。在 Lyapunov 指数求解结果保持不变的情况下，Duffing 方程中混沌性特征指标的取值也保持不变，此时计算混沌测量参数，并限定其取值范围，则可以保障系统主机对信号对象的准确测量能力<sup>[24]</sup>。

设  $m$  表示 Lyapunov 指数下移频信号 Duffing 方程中所包含的信号对象混沌性标记系数， $\theta$  表示移频信号在铁路轨道内的混沌性波动向量， $b$  为基于 Duffing 振子的铁路轨道移频信号稳定性测量参数， $\bar{m}$  为单位测量周期内移频信号在系统主机中的累积均值， $\Delta M$  为系统主机在单位时间内测量所得的移频信号总量，联立公式（10），可将混沌测量参数计算结果表示为：

$$\nu = \frac{\sqrt{m}}{F \cdot \theta \sum_{b=1}^m \left( \frac{\bar{m}}{|\Delta M|} \right)^2} \quad (11)$$

基于 Duffing 振子铁路轨道移频信号测量系统的设计，要求主机元件在提取信号对象的同时，必须完成对其传输轨迹疏密度的辨别，且整个测量流程的实现，必须确保混沌测量参数的取值保持定值状态。

## 4 实验结果与分析

本次实验根据主机元件对信号对象传输轨迹疏密度的辨别能力，判断轨道体系对移频信号的测量准确性，实验过程中，默认移频信号传输行为始终在“1号”状态、“2号”状态之间来回变化。

### 4.1 实验准备

铁路轨道移频信号“1号”状态就是红色指示灯亮起的信号传输状态，当前情况下，信号灯所对应轨道内列车禁止通行，主机元件测量所得信号对象传输轨迹的真实疏密程度相对较低。铁路轨道移频信号“2号”状态就是绿色指示灯亮起的信号传输状态，当前情况下，信号灯所对应轨道内列车可以通行，主机元件测量所得信号对象传输轨迹的真实疏密程度相对较高。

由于实验过程中，移频信号传输行为始终在“1号”状态、“2号”状态之间来回变化，所以主机元件对信号对象传输轨迹疏密程度的测量结果也不断变化。

### 4.2 原理与设备

借助图 6 所示的设备元件测量铁路轨道移频信号，闭环供电电源控制开关，使“1号”“2号”信号分别进入不同的信号处理装置之中，当信号样本累积量达到一定数值水平之后，打开测量设备，使其对铁路轨道移频信号传输轨迹的疏密程度进行辨别。具体测量原理如图 6 所示。

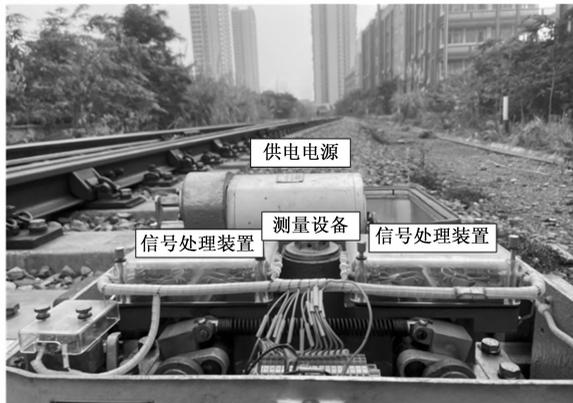


图 6 铁路轨道移频信号测量原理

铁路轨道作为移频信号的传输载体，在辨别不同信号对象时，对于其传输轨迹疏密度的测量结果有所不同。通常情况下，在列车频繁通过时段内，即移频信号传输行为表现为“2号”状态，信号对象的传输较为频繁，因此信号传输轨迹的疏密度也就相对较高；在列车停止通过时段内，即移频信号传输行为表现为“1号”状态，只有少数信号对象还具有传输能力，所以信号传输轨迹的疏密度也就相对较低。

### 4.3 技术参数

实验中，将传输轨迹疏密程度和准确率作为技术参数，对比不同系统的测量效果。

1) 传输轨迹疏密程度：是指测量所得信号轨迹疏密度与真实疏密度之间的相似程度，该值越高，表示铁路轨道移频信号的测量结果准确性越高。

2) 准确率：铁路轨道移频信号测量准确率是指测量结果与真实值之间的偏差程度，这个准确率能够体现出系统对于移频信号测量的精度和可靠性。

### 4.4 实验结果

图 7 为铁路轨道移频信号传输轨迹的真实疏密程度。分析图 7 可知，移频信号传输状态在广度距离等于 40 mm、纵度距离在 22.5~25.0 mm 之间时出现变化，其变化规律为由“2号”状态，转变为“1号”状态。

图 8 反映了基于 Duffing 振子的铁路轨道移频信号测量系统（第一组）、THD 全自动测量系统（第二组）、空间电荷测量系统（第三组）作用下，铁路轨道移频信号传输轨迹疏密程度的测量结果。

分析图 8 可知，第一组、第二组、第三组系统作用下，

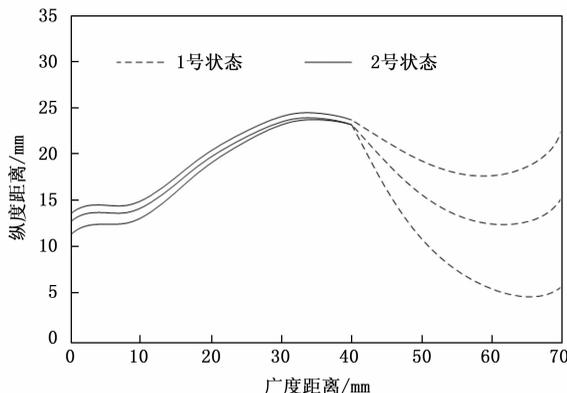


图 7 传输轨迹真实疏密程度

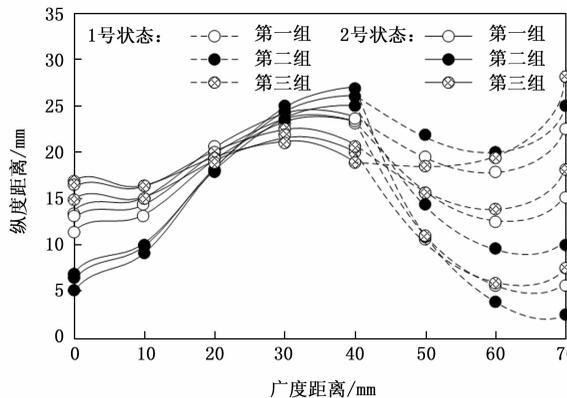


图 8 传输轨迹疏密程度测量结果

移频信号传输变化规律并未发生变化，但很明显只有第一组传输轨迹疏密程度的测量结果与真实结果基本保持一致，第二组、第三组测量结果都与真实结果出现了一定程度的偏离。说明本文所设计系统测量所得的信号轨迹疏密度与真实疏密度之间的相似程度较高，表示采用该方法对铁路轨道移频信号的测量准确度更高。这是因为本文方法根据 Duffing 振子描述条件，确定了信号对象的传输范围，Duffing 振子条件能够准确描述铁路轨道移频信号的传输轨迹，进而有效提升了铁路轨道移频信号测量结果的准确性。

为了更加直观地展示不同系统的铁路轨道移频信号测量准确性，对比 3 个系统的测量准确率，结果如图 9 所示。

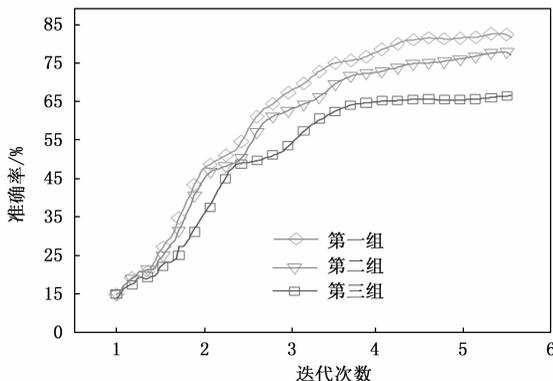


图 9 不同系统测量结果准确率对比结果

由图 9 可知, 在多次迭代中, 3 个系统的铁路轨道移频信号测量准确率均呈现出持续增长的趋势, 其中第一组的测量结果准确率最高值达到了 84% 左右, 第二组和第三组的测量结果准确率分别为 76% 和 69% 左右。通过对比可知, 基于 Duffing 振子的铁路轨道移频信号测量系统的测量准确率更高, 说明其测量结果更加可靠。

综上可知本次实验结论为:

1) THD 全自动测量系统的应用, 无法实现对信号对象传输轨迹疏密度的精准辨别, 因此该系统不能保障铁路轨道体系对移频信号的准确测量能力。

2) 空间电荷测量系统的应用能力与 THD 全自动测量系统并无明显差别, 都无法实现对铁路轨道移频信号的准确测量。

3) 基于 Duffing 振子的铁路轨道移频信号测量系统的应用, 可以保障传输轨迹疏密程度测量结果与真实测量结果之间的相似度较高, 且测量结果准确率最高值达到了 84% 左右, 对于轨道体系而言, 可以实现对移频信号的准确测量, 符合实际应用需求。

## 5 结束语

基于 Duffing 振子的铁路轨道移频信号测量系统重新规划了电源模块的连接状态, 又联合 STM32F103 处理器与 DSP 测量单元, 实现对移频信号对象的提取与处理。在 Duffing 振子描述条件的作用下, 在相空间中提取到的信号参量都可以被测量主机直接利用, 既保障了 Lyapunov 指数的混沌性影响能力, 又能够实现对混沌测量参数取值的有效控制。实用性方面, 这种新型测量系统的应用, 能够保障铁路轨道作为移频信号载体的传输作用, 可以突出主机元件对信号对象传输轨迹疏密度的精准辨别能力, 使得轨道体系能够对移频信号进行准确测量, 与 THD 全自动测量系统、空间电荷测量系统相比, 更符合实际应用需求。

## 参考文献:

- [1] 赵林海, 江浩, 孟景辉, 等. 考虑轨面设备的无绝缘轨道电路道砟电阻回归测量方法 [J]. 中国铁道科学, 2021, 42 (2): 154-163.
- [2] 桂丹, 喻宗杰. 小信号放大电路任意波形 THD 全自动测量系统研究 [J]. 计算机工程与科学, 2022, 44 (7): 1199-1206.
- [3] 孔佳莹, 曹泽宾, 潘佳萍, 等. 从接地端取信号的便携式压电压力波法空间电荷测量系统设计与实现 [J]. 电工技术学报, 2021, 36 (19): 3987-3992.
- [4] 唐建花, 李向红, 王敏, 等. 广义分数阶 van der Pol-Duffing 振子的动力学响应与隔振效果研究 [J]. 振动与冲击, 2022, 41 (1): 10-18.
- [5] 王宇, 马伟, 胡伟波, 等. 高频驱动电路与高效 GaN HEMT 电源模块的实现 [J]. 电子技术应用, 2021, 47 (7): 38-43.
- [6] 谭玉莲, 吴凤军, 王晓俊, 等. HIAF-BRing 电源样机模块故障联锁保护系统设计与实现 [J]. 强激光与粒子束, 2021, 33 (7): 108-116.
- [7] 朱银瑞, 吴浩, 王健. 基于 MC68360 微处理器的地铁列车 TCMS 部件测试引导系统设计 [J]. 城市轨道交通研究, 2021, 24 (1): 129-131.
- [8] 邓良, 陈章进, 乔栋, 等. 基于 FPGA 的指令集架构神经网络协处理器的设计与验证 [J]. 小型微型计算机系统, 2021, 42 (6): 1129-1135.
- [9] 李建国, 康耀军, 马尚鹏. ZPW2000 系列移频信号谐波干扰处理方法研究 [J]. 电子测量与仪器学报, 2022, 36 (3): 184-193.
- [10] 吴润发, 鄂振伟, 付东, 等. 基于声表面波技术的变压器无线温度传感器信号处理方法 [J]. 压电与声光, 2023, 45 (1): 82-88.
- [11] 林鑫, 张捷, 冯景怡, 等. 高鲁棒性两阶段激光雷达-惯性测量单元外参在线标定算法 [J]. 中国机械工程, 2022, 33 (24): 2980-2989.
- [12] 刘振宇, 惠泽宇, 郭旭, 等. 基于滑动窗口优化的激光雷达惯性测量单元紧耦合同时定位与建图算法 [J]. 科学技术与工程, 2022, 22 (21): 9167-9175.
- [13] 闫晓鹏, 王珂, 刘强, 等. 基于 Duffing 振子参数估计的伪码调相引信干扰信号设计 [J]. 兵工学报, 2022, 43 (4): 729-736.
- [14] 孙健华, 魏巍, 丁维高, 等. 两项分数阶微分控制的非线性 Duffing 振子共振特性研究 [J]. 机械设计与制造, 2021, 360 (2): 268-271.
- [15] 陈金林, 丁雪兴, 唐莉萍. 干气密封环磨合过程摩擦振动信号混沌特性分析 [J]. 工程科学与技术, 2021, 53 (3): 205-214.
- [16] 刘学, 孙翱, 李冬, 等. 时频流形自适应稀疏重构的遥测振动信号特征增强方法 [J]. 振动工程学报, 2022, 35 (1): 246-254.
- [17] 贺雅, 胡明辉, 卢子元, 等. 基于改进群延迟估计的同步压缩变换及其在冲击类振动信号提取中的应用 [J]. 机械工程学报, 2022, 58 (4): 22-33.
- [18] 孙抗, 李万建, 张静. 含窄带噪声和白噪声的复杂染噪局部放电信号提取及应用 [J]. 电子科技大学学报, 2021, 50 (1): 14-23.
- [19] 马召召, 杨庆超, 周瑞平. 一种基于摄动理论的不连续系统 Lyapunov 指数算法 [J]. 物理学报, 2021, 70 (24): 68-75.
- [20] 胡苗苗, 陶凯. 非退化 Gevrey 势能下拟周期 Jacobi 算子 Lyapunov 指数的正性与连续性 [J]. 吉林大学学报 (理学版), 2022, 60 (6): 1317-1325.
- [21] 宋娟, 王振辉, 程志波. 一类具有强弱奇性的 Duffing 方程周期正解的存在性 [J]. 应用数学, 2022, 35 (2): 440-445.
- [22] 成诚, 成红胜. 一类单侧有界不对称 Duffing 方程的对称周期解 [J]. 四川师范大学学报 (自然科学版), 2022, 45 (3): 363-369.
- [23] 郭媛, 王充, 杜松英. 基于广义变参 Fibonacci 混沌系统的压缩感知测量矩阵构造算法 [J]. 计算机工程与科学, 2021, 43 (3): 503-510.
- [24] 余慧杰, 朱悦晨, 王海华, 等. 基于多项式混沌展开的非线性系统试验不确定度评定方法 [J]. 机械强度, 2022, 44 (4): 772-780.