

具有输入约束和扰动补偿的四旋翼无人 人机姿态稳定模型预测控制

郑 潇, 何德峰, 王巧灵, 马家腾

(浙江工业大学 信息工程学院, 杭州 310023)

摘要: 为了解决四旋翼无人机飞行过程中的姿态控制问题, 考虑受到执行器输入约束和外界未知扰动影响, 设计了一种具有输入约束和扰动补偿的四旋翼无人姿态稳定模型预测控制方法; 设计简化的四旋翼无人姿态动力学模型, 降低控制器设计的复杂程度, 设计带有输入约束的控制器, 模拟饱和输入现象, 实现饱和输入下的四旋翼姿态稳定控制; 设计风扰观测器, 实现对外部未知扰动的估计, 有效跟踪外部持续扰动, 并由此设计扰动补偿律; 围绕代价函数设计带有扰动补偿律的最优控制律, 作用于四旋翼姿态系统, 实现四旋翼无人姿态的稳定控制; 最后进行数值仿真, 设置风扰观测器参数 λ_i 为 0.25, 预测时域 N_p 为 10, 控制时域 N_c 为 9, 仿真测试文章方法与不带观测器的非线性预测控制方法 (NMPC), 验证文章控制方法的有效性和优越性。

关键词: 输入约束; 扰动补偿; 四旋翼; 姿态稳定; 模型预测控制

Predictive Control for Quadrotor UAV Attitude Stabilization Model with Input Constraints and Disturbance Compensation

ZHENG Xiao, HE Defeng, WANG Qiaoling, MA Jiateng

(College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023, China)

Abstract: In order to solve the problem of attitude control during the flight of quadrotor unmanned aerial vehicles (UAVs), and consider the influence of actuator input constraints and external unknown disturbances, a model predictive control method for quadrotor UAV attitude stability with input constraints and disturbance compensation is designed; the quadrotor UAV attitude dynamics model is simplified to reduce the complexity of controller, design the controller with the input constraints, simulate the saturated input phenomena, and realize the quadrotor attitude stability control under the saturated input; The wind disturbance observation is designed to realize the estimation of external unknown disturbances, effectively track the external continuous disturbances, and implement the disturbance compensation law; it achieves the optimal control law with the disturbance compensation law around the cost function, which applies in the quadrotor attitude system to realize the quadrotor UAV attitude stabilization control; Finally, the numerical simulation results show that the designed method and nonlinear predictive control without observer method (NMPC) are simulated and tested, with a wind disturbance observer parameter λ_i of 0.25, prediction time domain N_p of 10, and control time domain N_c of 9, it verifies the effectiveness and superiority of the control method.

Keywords: input constraints; disturbance compensation; quadrotor; attitude stabilization; model predictive control

0 引言

四旋翼无人机作为旋翼飞行器^[1]的一种, 有着许多旋翼机的优点, 诸如小巧灵活、反应迅速等。同时又比传统的单旋翼飞行器有着更多的优势, 例如四旋翼无人机的整体框架为十字型对称分布, 旋翼之间可以相互抵消回旋影响; 各个姿态角的控制输入是由 4 个旋翼上电机转速来调节, 因此就可以将传统旋翼上倾角调节装置去掉, 使得机械制造便捷许多。正是因为四旋翼无人机有着诸多的使用便捷性, 现如今其被广泛应用于各大领域中, 比如遥感处

理、无线通信和空中监测等^[2-4]。四旋翼无人机最早是应用于军事领域^[5], 其飞行的灵活性可以有效替代战争中的侦察兵一职, 只需外接聚焦摄像头, 即可在几百米的空中监测到对方阵营的兵力部署等可视信息。随着无人机的快速发展, 其逐步出现在民用及科研领域, 例如地形测绘^[6]、飞行航拍等。四旋翼无人机的发展研究已逐步火热, 吸引了越来越多的科研人员对其展开研究, 其模型建立、控制策略、抗干扰等问题成为多方学者研究的热点。

具有输入约束的执行器会引发饱和输入问题, 而饱和

收稿日期: 2023-05-15; 修回日期: 2023-07-05。

基金项目: 国防科技创新项目(2022-4b5s-wwht-0041)。

作者简介: 郑 潇(2001-), 男, 大学本科在读。

何德峰(1979-), 男, 教授, 博士生导师。

引用格式: 郑 潇, 何德峰, 王巧灵, 等. 具有输入约束和扰动补偿的四旋翼无人姿态稳定模型预测控制[J]. 计算机测量与控制, 2024, 32(5): 94-101.

输入问题是一种非线性约束问题, 会出现在几乎所有拥有执行器的工程控制问题中, 由于实际的执行器不可能拥有无穷大的力矩, 因此在研究的过程中, 饱和输入问题就成为了学者不可避免要考虑的问题。自 20 世纪 90 年代以来, 已经有许多专家学者展开了对饱和输入问题的研究, 文献 [7] 为了解决工业温度控制中的不对称饱和输入问题, 提出了一种抗饱和和扩张状态观测器, 可以有效提供抗饱和和补偿, 文献 [8] 将双积分器的时间最优控制设计推广到补偿输入饱和的有限时间稳定设计, 实现有限时间下的抗饱和和控制, 文献 [9] 从非线性系统的角度提出一种具有饱和输入和不可微测量函数下的输出反馈控制。从反馈当中可以获得系统的饱和程度, 再在控制器中加入相应的抗饱和和补偿成为广大饱和输入问题的有效解决措施。

在实际的工程控制问题中一般都存在扰动问题, 针对四旋翼无人机而言, 产生扰动的因素有很多, 包括瞬时的碰撞、持续的风力扰动、变化的风力扰动等等。面对不同的扰动, 诸多学者展开了不同的研究, 文献 [10] 介绍了一种时变扰动下的四旋翼无人机有限时间预定性能控制方法, 能够解决在时变的外界未知扰动作用下的四旋翼轨迹跟踪问题, 但是该方法的控制律没有添加扰动补偿, 只能解决部分瞬时扰动问题; 为了解决持续扰动问题, 扰动观测器应运而生, 其中较为常见的当属干扰观测器 (DOB, disturbance observer), 文献 [11] 设计了基于扰动观测器的六旋翼无人机轨迹跟踪控制, 解决了持续扰动下的无人机跟踪问题, 文献 [12] 将四旋翼受到的风力扰动模型化, 提出一种由正弦激励和组成的阵风扰动模型, 进而在控制器设计中实现对扰动的有效控制, 但阵风模型较难匹配复杂的风力扰动, 有一定的局限性。

四旋翼无人机的姿态控制问题是四旋翼执行飞行任务过程中的一大核心问题, 稳定且良好的飞行姿态决定了四旋翼无人机是否能有效完成飞行任务, 其重要性着重体现在地形测绘、贴地飞行、障碍躲避等一系列任务中。国内外已有许多学者对四旋翼姿态控制问题展开研究, 文献 [13] 采用了模糊 PID 控制方法对四旋翼的姿态轨迹进行跟踪, 相较于一般的 PID 控制有更好的性能, 文献 [14] 提出一种自适应四旋翼姿态控制, 利用一种形态感知自适应控制器来解决扰动和模型不确定性问题, 文献 [15] 提出一种自抗扰解耦的四旋翼姿态控制器, 相较于传统的控制器, 具有较好的姿态解算控制效果, 从模型角度较好地地实现了模型的准确性, 增强了姿态控制能力。

模型预测控制开始于 20 世纪 70 年代的工业过程控制领域, 其有诸多的预测算法, 而核心区别在于使用的预测模型不同, 有采用参数模型的预测函数控制, 有模型的广义预测控制, 以及采用动态矩阵控制等非参数模型的模型算法控制, 这 3 种方法虽然利用的信息不同, 但均被统称为模型预测控制, 因为其本质都是预测未来时域内的输出量来计算控制序列并只选取第一个时刻控制量的算法, 这也是模型预测控制算法的核心优势所在。自 21 世纪以来, 国

内外对于模型预测控制算法的研究已经进入一个全新的时代, 不乏诸多创新改进, 文献 [16] 设计了一种鲁棒的时变模型预测控制器, 用于控制四旋翼的平移和姿态系统, 以一种在线优化的方式解决软硬约束问题, 极大增强其控制性能, 文献 [17] 提出一种基于四元数方向的模型预测控制器, 将成本函数与四元数相结合, 具有更优的控制效果。文献 [18] 提出了一种具有避障功能的非线性模型预测控制方法, 有较高的轨迹跟踪性能, 但同时有较高的计算量, 影响控制时效性。

综合现有的成果, 本文提出一种具有输入约束和扰动补偿的四旋翼无人机姿态稳定模型预测控制方法, 考虑饱和输入问题、外部未知扰动问题, 设计相应的非线性模型预测控制器, 主要的工作内容如下: 1) 考虑饱和输入问题, 针对非线性耦合的四旋翼模型设计相应的带约束非线性模型预测控制器; 2) 考虑外部风力扰动问题, 设计扰动观测器, 对外部扰动进行估计; 3) 设计带有补偿律的预测控制器, 实现持续扰动下的四旋翼姿态角的稳定控制。最后采用 Matlab 对本文的预测控制方案进行仿真实验, 与传统 PID 控制方案相比较, 验证本文方案的优越性和有效性。

1 问题描述

1.1 参考坐标系

一般的数学模型都是直接在地球固定坐标系上建立的, 而这样建立的模型往往是用于研究其整体与地面之间位置关系, 比如一个物体的位置控制等等。四旋翼无人机的姿态模型需要同时考虑到地球固定坐标系和四旋翼固定架的机体坐标系, 通过矩阵旋转和姿态转换才能得出实际姿态角与地球坐标系之间的关系。地球固定坐标系在本文中又可称作惯性坐标系, 首先建立惯性坐标系, 以地面上某一点为惯性坐标系原点 O , 以地理位置上的东方为 x 轴正方向, 以地理位置上的北方为 y 轴正方向, 以垂直于地面向上为 z 轴正方向。然后再建立机体坐标系, 以四旋翼十字钢架的正中央为机体坐标系的原点 O , 以旋翼 2 与旋翼 4 的连线为 x 轴, 且正方向指向旋翼 4, 以旋翼 1 与旋翼 3 的连线为 y 轴, 且正方向指向旋翼 3, 以垂直于 x 轴和 y 轴所形成的平面为 z 轴, 且正方向垂直于机体向下。

1.2 飞行原理

四旋翼无人机凭借其四轴旋转的特点摆脱了传统单旋翼上姿态控制复杂且低效的问题, 四旋翼通过调整 4 个旋翼电机的转速, 进而改变对不同姿态角的力矩大小, 无须在旋翼底端装载倾角调节装置, 大幅提高了姿态调整的便捷性。在实际飞行过程中, 一般使旋翼 1 和旋翼 3 的旋转方向定为顺时针, 使旋翼 2 和旋翼 4 的旋转方向定为逆时针, 从而消除旋翼之间的相互影响。四旋翼无人机姿态飞行的一般动作则包括滚转飞行、俯仰飞行、偏航飞行。

滚转飞行, 四旋翼以 x 轴和 y 轴正方向的角平分线为轴做角运动。滚转角度的控制输入与旋翼 2 和旋翼 4 的电机转速有关, 旋翼 2 提供顺时针方向转矩, 旋翼 4 提供逆时针方向转矩, 在飞行过程中, 旋翼 2 和旋翼 4 转速保持一致即可

保持滚转角恒定。如果要面相前进方向朝顺时针旋转，可以增加旋翼 2 的电机转速、减少旋翼 4 的电机转速，从而增加滚转角正方向的旋转转矩，使得滚转角向顺时针方向旋转；如果要面相前进方向朝逆时针旋转，可以减少旋翼 2 的电机转速、增加旋翼 4 的电机转速，从而增加滚转角负方向的旋转转矩，使得滚转角向逆时针方向旋转。

俯仰飞行，四旋翼以 x 轴负方向和 y 轴正方向的角平分线为轴做角运动。滚转角的控制输入与旋翼 1 和旋翼 3 的电机转速有关，旋翼 3 提供顺时针方向转矩，旋翼 1 提供逆时针方向转矩，在飞行过程中，旋翼 1 和旋翼 3 转速保持一致即可保持滚转角恒定。如果要面相前进方向仰角旋转，可以增加旋翼 3 的电机转速、减少旋翼 1 的电机转速，从而增加俯仰角正方向的旋转转矩，使得俯仰角向仰角旋转；如果要面相前进方向俯角旋转，可以减少旋翼 3 的电机转速、增加旋翼 1 的电机转速，从而增加俯仰角负方向的旋转转矩，使得俯仰角向俯角旋转。

偏航飞行，四旋翼以 z 轴为轴做角运动。偏航角的控制输入与 4 个旋翼的电机转速均有关系，与旋翼 1 和旋翼 3 的电机转速平方成正比，与旋翼 2 和旋翼 4 的电机转速平方的负值成正比。在飞行的过程中，如果要俯视图向下顺时针旋转偏航角，则可以同时增加旋翼 1 和旋翼 3 的转速，同时减少旋翼 2 和旋翼 4 的转速，从而增加偏航角正方向的转矩，使得偏航角朝顺时针方向旋转；如果要俯视图向下逆时针旋转偏航角，则可以同时减少旋翼 1 和旋翼 3 的转速，同时增加旋翼 2 和旋翼 4 的转速，从而增加偏航角负方向的转矩，使得偏航角朝逆时针方向旋转。通过上述操作，可以在不改变滚转角和俯仰角的前提下，改变偏航角角度，有更优的控制性能。

1.3 数学模型

本文通过选取地球固定坐标系，即惯性坐标系来描述四旋翼无人机的姿态运动过程，四旋翼的中心架构可以简化成一个十字型的钢架结构，在每个十字钢架的末端装载一个无刷电机，提供实际的控制输入，基于一个简化的转子模型^[18]，利用转速矢量 $\omega \in R^3$ ，可以得到映射的控制输入^[19]

$$\begin{bmatrix} u_\varphi \\ u_\theta \\ u_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & k_T l & 0 & -k_T l \\ -k_T l & 0 & k_T l & 0 \\ k_D & -k_D & k_D & -k_D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中， u_i ($i = \Phi, \theta, \Psi$) 表示滚转角、俯仰角、偏航角的控制输入， l 表示四旋翼无人机的中心到电机的距离， k_T 表示推力系数， k_D 表示阻力系数。

四旋翼无人机的姿态动力学模型可以用如下公式表示

$$\begin{cases} \dot{\varphi} = \bar{\varphi}, \\ \dot{\varphi} = \frac{J_{yy} - J_{zz}}{J_{xx}} \bar{\theta} \bar{\psi} + \frac{1}{J_{xx}} u_\varphi + k_\varphi d_\varphi, \\ \dot{\theta} = \bar{\theta}, \\ \dot{\theta} = \frac{J_{xx} - J_{zz}}{J_{yy}} \bar{\varphi} \bar{\psi} + \frac{1}{J_{yy}} u_\theta + k_\theta d_\theta, \\ \dot{\psi} = \bar{\psi}, \\ \dot{\psi} = \frac{J_{xx} - J_{yy}}{J_{zz}} \bar{\varphi} \bar{\theta} + \frac{1}{J_{zz}} u_\psi + k_\psi d_\psi. \end{cases} \quad (2)$$

式中， Φ, θ, Ψ 分别为滚转角、俯仰角、偏航角， $\bar{\varphi}, \bar{\theta}, \bar{\psi}$ 分别为滚转角速度、俯仰角速度、偏航角速度， J_{xx}, J_{yy}, J_{zz} 分别为绕机体坐标系 x 轴、 y 轴、 z 轴的转动惯量 d_i ($i = \Phi, \theta, \Psi$) 表示滚转角、俯仰角、偏航角方向上受到的外部未知扰动， k_i ($i = \Phi, \theta, \Psi$) 表示外部未知扰动增益。

假设 1：四旋翼无人机受到的外部未知扰动仅有瞬时震荡扰动和风力扰动，且扰动有界，即满足 $|d_i| \leq d_{\max}$ ($i = \Phi, \theta, \Psi$)， d_{\max} 为扰动上界。

假设 2：四旋翼无人机受到的风力扰动为慢时变扰动。

2 具有输入约束和扰动补偿的 MPC 设计

本文设计一种具有输入约束和扰动补偿的四旋翼无人机姿态稳定模型预测控制方法，考虑到执行器存在饱和和输入问题和系统受到外部未知扰动问题，设计相应的约束预测控制器来模拟饱和和输入问题，设计干扰观测器对外部未知扰动进行估计，并在控制输入中加入补偿律来实现持续扰动下的姿态角稳定控制。

2.1 四旋翼状态空间模型

状态变量的选择不同所导出的系统状态方程也不同。本文选取系统的状态变量向量：

$$\mathbf{x} = [\varphi \ \bar{\varphi} \ \theta \ \bar{\theta} \ \psi \ \bar{\psi}]^T$$

则四旋翼姿态系统的状态空间模型可以按如下表示：

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{x} + \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{u} + \mathbf{G}d \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} \end{cases} \quad (3)$$

即一般表示形式为：

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}, d) \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} \end{cases} \quad (4)$$

式中， $\tilde{\mathbf{A}} \in R^{6 \times 6}$ 为系统的状态矩阵， $\tilde{\mathbf{B}} \in R^{6 \times 3}$ 为系统的控制矩阵， $\mathbf{G} \in R^{6 \times 6}$ 为系统的扰动增益矩阵， $\mathbf{C} \in R^{3 \times 6}$ 为系统的输出矩阵， \mathbf{y} 为系统的输出且 $\mathbf{y} = [\Phi, \theta, \Psi]^T$ 。

上述的模型为线性化的状态空间模型，而在实际控制的过程中需要将时间离散化，则离散化后的状态空间模型可获得如下：

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_k + \mathbf{B}\mathbf{u}_k + \mathbf{G}d_k \\ \mathbf{y}_k = \mathbf{C}\mathbf{x}_k \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} \mathbf{A} = \mathbf{I}^{6 \times 6} + \tilde{\mathbf{A}} \cdot t_s \\ \mathbf{B} = \tilde{\mathbf{B}} \cdot t_s \end{cases} \quad (6)$$

式中， $\mathbf{A} \in R^{6 \times 6}$ ， $\mathbf{B} \in R^{6 \times 3}$ 为离散化之后的状态矩阵和控制矩阵， t_s 为采样时间。

由于四旋翼姿态系统为非线性、耦合的系统，而非线性模型预测控制的状态矩阵和控制矩阵无法直接得到，因此，本文利用泰勒展开将系统的非线性表达在期望值附近展开，随后利用拉格朗日方程可获得系统的状态矩阵和控制矩阵，即采用：

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{A}} = \left. \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} \right|_{(x, u)}, \\ \tilde{\mathbf{B}} = \left. \frac{\partial f}{\partial \mathbf{u}} \right|_{(x, u)}, \end{cases} \quad (7)$$

式中， x_r, u_r 均为期望值，即可获得状态矩阵和控制矩阵：

$$\tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & (J_{zz} - J_{xx})x_6/J_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & (J_{xx} - J_{yy})x_4/J_{zz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ (J_{yy} - J_{zz})x_6/J_{xx} & 0 & (J_{yy} - J_{zz})x_4/J_{xx} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (J_{zz} - J_{xx})x_2/J_{yy} \\ 0 & 0 & 1 \\ (J_{xx} - J_{yy})x_2/J_{zz} & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1/J_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/J_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/J_{zz} \end{bmatrix},$$

且系统的输出矩阵为:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

由于四旋翼在飞行的过程中, 外部扰动会直接作用在姿态角速度上, 进而对姿态角进行影响, 因此, 设计的扰动增益矩阵为:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_\varphi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_\psi \end{bmatrix}$$

2.2 输入约束

执行器饱和是所有工程控制问题中普遍存在的现象。在四旋翼姿态系统中, 控制输入是由 4 个旋翼上装载的电机旋转而产生的转矩输入, 而电机旋转具有转速限制, 因此, 四旋翼姿态系统的控制输入具有约束限制。

依据式 (1), 可以获得控制输入与电机转速之间的关系如下:

$$\begin{cases} u_\varphi = k_T l \omega_2^2 - k_T l \omega_4^2, \\ u_\theta = k_T l \omega_3^2 - k_T l \omega_1^2, \\ u_\psi = k_D (\omega_1^2 + \omega_3^2 - \omega_2^2 - \omega_4^2). \end{cases} \quad (8)$$

由于 4 个电机采用的是相同型号规格的无刷电机, 因此, 其转速限制相同, 则可获得如下控制输入约束:

$$\begin{cases} k_T l \omega_{\min}^2 - k_T l \omega_{\max}^2 \leq u_\varphi \leq k_T l \omega_{\max}^2 - k_T l \omega_{\min}^2, \\ k_T l \omega_{\min}^2 - k_T l \omega_{\max}^2 \leq u_\theta \leq k_T l \omega_{\max}^2 - k_T l \omega_{\min}^2, \\ 2k_D \omega_{\min}^2 - 2k_D \omega_{\max}^2 \leq u_\psi \leq 2k_D \omega_{\max}^2 - 2k_D \omega_{\min}^2, \end{cases} \quad (9)$$

式中, ω_{\max} 和 ω_{\min} 为电机的最大转速和最小转速。

2.3 风扰观测器设计

外部风力扰动作为一种持续扰动作用在四旋翼系统上, 会影响四旋翼系统对于姿态的控制, 且由于其方向和大小都不确定, 很难通过传感器将其准确测出, 因此, 本文设计了风扰观测器对外部的持续风力扰动进行估计, 并针对估计结果设计相应的补偿律加入到实际控制律中, 实现对持续风力扰动的补偿。

针对式 (5), 设计一个风扰观测器:

$$\begin{cases} \hat{d}_k = \mathbf{K}x_k - z_k \\ z_{k+1} = z_k + \mathbf{K}\{(\mathbf{A} - \mathbf{I})x_k + \mathbf{B}u_k + \mathbf{G}\hat{d}_k\} \end{cases} \quad (10)$$

式中, $\hat{d} \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$ 为观测器对外部扰动的估计, 矩阵 $z \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$ 是一个中间矩阵变量, 且初始值 $z_0 = [0 \ 0 \ 0]^T$, 矩阵 $\mathbf{K} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ 是观测器矩阵, 且依据文献 [20], 矩阵 \mathbf{K} 被设计为:

$$\mathbf{K} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{G}^+ \quad (11)$$

式中, 矩阵 \mathbf{G}^+ 为 \mathbf{G} 的左伪逆矩阵, 矩阵 $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ 表示为 $\mathbf{A} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6)$, 且系数 $|\lambda_i| < 1$ ($i = 1, 2, \dots, 6$)。

扰动估计获得之后, 需要加入到原有的控制律中, 因此需要设计扰动补偿增益矩阵 \mathbf{K}_d 。由于状态矩阵 \mathbf{A} 和控制矩阵 \mathbf{B} 行列数不同, 首先对控制矩阵 \mathbf{B} 进行如下操作:

$$\mathbf{B}u_k = \mathbf{B}_1\mathbf{B}_2u_k \quad (12)$$

式中, $\mathbf{B}_1 \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$, $\mathbf{B}_2 \in \mathbb{R}^{6 \times 3}$, 将 \mathbf{B}_2u_k 作为新的控制输入而 \mathbf{B}_1 作为新的控制矩阵, 则可以实现矩阵 $\mathbf{C}(\mathbf{A} + \mathbf{B}_1)^{-1}\mathbf{B}$ 满秩, 即:

$$\text{rank}(\mathbf{C}(\mathbf{A} + \mathbf{B}_1)^{-1}\mathbf{B}) = N_x \quad (13)$$

式中, N_x 为系统的状态个数。

则扰动补偿增益矩阵 \mathbf{K}_d 可以依据文献 [21] 获得如下:

$$\mathbf{C}(\mathbf{A} + \mathbf{B}_1)^{-1}\mathbf{B}\mathbf{K}_d = -\mathbf{C}(\mathbf{A} + \mathbf{B}_1)^{-1}\mathbf{G} \quad (14)$$

因此可以设计相应的补偿律为:

$$u_d = \mathbf{K}_d\hat{d} \quad (15)$$

则实际的控制律为:

$$u = u_c + u_d \quad (16)$$

式中, u_c 为预测控制器的控制输出, 可由后续得出。

2.4 MPC 设计

四旋翼的姿态模型作为一种非线性、耦合的模型具有一定的特殊性, 为了进一步研究其模型, 并设计相应的预测控制器, 依据式 (2) 的特点与式 (5) 结合组成新的姿态系统表达式:

$$\begin{cases} \bar{x}_1 = x_2 \\ \bar{x}_2 = f(\Theta) + \mathbf{B}u + \mathbf{G}d \end{cases} \quad (17)$$

式中, $x_1 = [\Phi, \theta, \Psi]^T$, $f(\Theta)$ 是关于姿态角的函数, 且:

$$f(\Theta) = \begin{bmatrix} (J_{yy} - J_{zz})\bar{\theta}\dot{\psi}/J_{xx} \\ (J_{xx} - J_{zz})\bar{\varphi}\dot{\psi}/J_{yy} \\ (J_{xx} - J_{yy})\bar{\varphi}\dot{\theta}/J_{zz} \end{bmatrix}$$

设计期望姿态 $x_d = [\Phi_d, \theta_d, \Psi_d]^T$, 则姿态误差如下:

$$x_{1e} = x_1 - x_d \quad (18)$$

令 $x_{2e} = \bar{x}_{1e}$, 则:

$$\begin{cases} \bar{x}_{1e} = x_{2e} = \bar{x}_1 - \bar{x}_d = x_2 - x_d \\ \bar{x}_{2e} = \bar{x}_2 - \bar{x}_d = f(\Theta) + Bu + Gd - \bar{x}_d \end{cases} \quad (19)$$

定义非线性预测控制器的控制输入 u 和输出 y 向量如下:

$$u = [u(k)^T \quad u(k+1)^T \quad \dots \quad u(k+N_c-1)^T]^T$$

$$y = [y(k+1|k)^T \quad y(k+2|k)^T \quad \dots \quad y(k+N_p|k)^T]^T$$

在优化中选取代价函数:

$$J = x_{1e}^T Q x_{1e} + x_{2e}^T Q x_{2e} \quad (20)$$

式中, Q 为正定对称加权阵, 将式 (20) 左右两边同时求导得:

$$\bar{J} = Q(x_{1e}^T x_{1e} + x_{1e}^T x_{1e} + x_{2e}^T x_{2e} + x_{2e}^T x_{2e}) \quad (21)$$

将式 (19) 代入式 (20) 中, 令 $\bar{J} = 0$, 可获得代价函数 J 最小的最优控制律:

$$u = -B^{-1}[f(\Theta) + x_{1e} + x_{2e} + Gd - \bar{x}_d] \quad (22)$$

由于外部扰动无法直接获得, 因此采用扰动观测器对外部扰动进行估计, 即将扰动估计 (10) 和扰动补偿增益 (14) 代入式 (22) 中, 将扰动估计替换实际的扰动, 即可获得改造的最优控制律:

$$u = -B^{-1}[f(\Theta) + x_{1e} + x_{2e} - \bar{x}_d] + K_d \hat{d} \quad (23)$$

3 稳定性分析

控制器能否实现四旋翼姿态的控制收敛直接决定了四旋翼系统是否具有稳定性, 同时, 风扰观测器作为对外部扰动的估计装置, 其能否有效跟踪外部扰动, 实现跟踪收敛直接决定了最优控制器的控制效果好坏, 因此需要同时对风扰观测器和姿态系统进行稳定性分析。

针对观测器系统 (10) 设计扰动估计偏差:

$$d_e = d - \hat{d} \quad (24)$$

设计相应的 Lyapunov 函数:

$$V_1 = \frac{1}{2} d_e^2 \quad (25)$$

同时设计第二个 Lyapunov 函数:

$$V_2 = \frac{1}{2} x_{1e}^2 + \frac{1}{2} x_{2e}^2 \quad (26)$$

定理 1 满足假设 1 和假设 2 条件下, 系统 (17) 存在外部风力扰动问题, 在受到最优控制律 (23) 作用下, 同时满足输入约束 (9) 以及观测器约束 $|\lambda_i| < 1 (i = 1, 2, \dots, 6)$ 可以实现对四旋翼姿态角的稳定控制。

证明: 设计四旋翼姿态系统的 Lyapunov 函数:

$$V = V_1 + V_2 = \frac{1}{2} d_e^2 + \frac{1}{2} x_{1e}^2 + \frac{1}{2} x_{2e}^2 \quad (27)$$

对式 (27) 左右两边同时求导, 得:

$$\bar{V} = d_e \bar{d}_e + x_{1e} \bar{x}_{1e} + x_{2e} \bar{x}_{2e} =$$

$$\begin{aligned} & d_e(\bar{d} - \hat{d}) + x_{1e} x_{2e} + x_{2e}[f(\Theta) + Bu + Gd - \bar{x}_d] = \\ & d_e(\bar{d} + z - Kx - KGd_e) + x_{2e}[f(\Theta) + Bu + Gd + \\ & \quad x_{1e} - \bar{x}_d] = \\ & d_e(\bar{d} + z - Kx) - KGd_e^2 + x_{2e}[f(\Theta) + Bu + Gd + \end{aligned}$$

$$x_{1e} - \bar{x}_d] =$$

$$\begin{aligned} & -d_e(\bar{d} - \hat{d}) - KGd_e^2 + x_{2e}[f(\Theta) + Bu + Gd + \\ & \quad x_{1e} - \bar{x}_d] = \end{aligned}$$

$-d_e \hat{d} - KGd_e^2 + x_{2e}[f(\Theta) + Bu + Gd + x_{1e} - \bar{x}_d]$ (28) 将最优控制律 (23) 代入式 (28) 中:

$$\begin{aligned} \bar{V} = & -d_e \hat{d} - KGd_e^2 + x_{2e}[f(\Theta) + B(-B^{-1}[f(\Theta) + \\ & \quad x_{1e} + x_{2e} - \bar{x}_d] + K_d \hat{d}) + Gd + x_{1e} - \bar{x}_d] = \\ & -d_e \hat{d} - KGd_e^2 + x_{2e}[f(\Theta) - f(\Theta) - x_{1e} - \\ & \quad x_{2e} + \bar{x}_d + BK_d \hat{d} + Gd + x_{1e} - \bar{x}_d] = \\ & -d_e \hat{d} - KGd_e^2 + x_{2e}[-x_{2e} + BK_d \hat{d} + Gd] \end{aligned} \quad (29)$$

将式 (14) 代入式 (29) 中:

$$\begin{aligned} \bar{V} = & -d_e \hat{d} - KGd_e^2 + x_{2e}[-x_{2e}] = \\ & -d_e \hat{d} - KGd_e^2 - x_{2e}^2 \leq 0 \end{aligned} \quad (30)$$

由此, 完成证明。

4 仿真结果与分析

本节采用 Matlab 仿真验证本文所提出方法的有效性, 同时与传统 PID 控制比较, 验证本文方法的优越性。仿真实验中, 四旋翼无人机采用中航恒拓的四旋翼样机, 模型参数和初始化参数如表 1 所示, 和控制器参数参考文献 [21] 选取如表 2 所示。

表 1 模型参数和初始化参数

参数	大小	单位
转动惯量 J_{xx}	0.029	kg / m ²
转动惯量 J_{yy}	0.029	kg / m ²
转动惯量 J_{zz}	0.055	kg / m ²
臂翼长度 l	0.255	m
初始姿态角	[0; 0; 0]	rad
初始姿态角速度	[0; 0; 0]	rad / s
推力系数 k_T	5.48×10^{-6}	N/rad · s ⁻¹
阻力系数 k_D	1.168×10^{-7}	N/rad · s ⁻¹

表 2 控制参数

参数	数值
Λ	diag (0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5)
k_ϕ	0.25
k_θ	0.25
k_ψ	0.25
预测时域 N_p	10
控制时域 N_c	9
采样时间 t/s	0.1 s
输出偏差加权阵 Q	diag (30, 30, 30, 30, 30, 30)
控制增量加权阵 R	diag (2, 2, 2, 2, 2, 2)

仿真实现步骤如下。

1) 依据姿态期望值 x_d 计算得到状态矩阵 A 、控制矩阵 B ;

2) 基于当前状态值 $x(k)$ 和已获得的矩阵 A 、矩阵 B , 利用 fmincon 函数计算得到当前时刻的控制输入 u_c 。

(k);

3) 基于当前状态值 $x(k)$ 和已获得的矩阵 A 、矩阵 B 、当前时刻的控制输入 $u_c(k)$ 计算得到下一时刻的状态值 $x(k+1)$, 计算公式满足式 (5);

4) 基于当前状态值 $x(k)$ 和已获得的矩阵 A 、矩阵 B 、当前时刻的控制输入 $u_c(k)$ 、下一时刻的状态值 $x(k+1)$ 计算得到当前时刻的扰动估计 $\hat{d}(k)$, 计算公式满足式 (10);

5) 利用获得的扰动 $\hat{d}(k)$, 计算得到带有风扰补偿律的控制律 $u(k)$, 计算公式满足式 (15)、式 (16);

6) 基于当前状态值 $x(k)$ 和已获得的矩阵 A 、矩阵 B 、当前时刻的带有风扰补偿律的控制输入 $u(k)$ 计算得到下一时刻的状态值 $x(k+1)$, 计算公式满足式 (5);

7) 重复循环步骤一至六, 直至所有采样点都完成计算, 结束循环。

实际工作过程, 旋翼电机转速限制在 805 rad/s~1100 rad/s, 通过式 (9) 可以获得控制输入约束

$$\begin{aligned} u_{\min} &= [-1.182; -1.182; -0.131], \\ u_{\max} &= [1.182; 1.182; 0.131] \end{aligned} \quad (31)$$

将输入约束加入到控制器中进行仿真。

仿真 1: 存在输入约束与无输入约束下的姿态控制对比如图 1~2 所示。

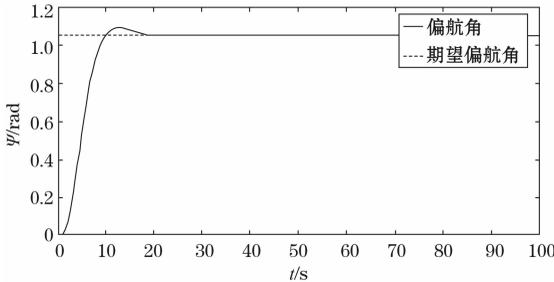


图 1 有输入约束偏航角控制图

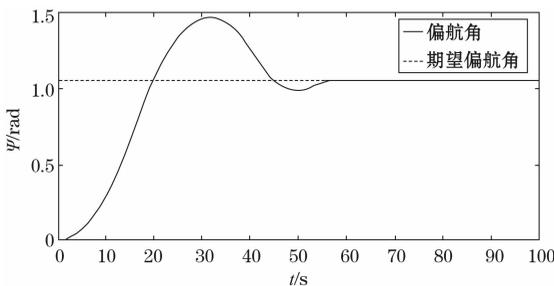


图 2 无输入约束偏航角控制图

从图 1 和图 2 中可以看到偏航角在无输入约束下反应时间较短, 大约在 1 s 左右到达目标期望, 大约在 2.2 s 左右进入稳态, 超调量约在 5% 左右; 在受到输入约束之后, 反应时间显著增长、超调量增加、震荡时间增长, 大约在 6 s 左右进入稳态, 因此在实际飞行过程中, 偏航角的期望变化率不宜过快, 否则容易出现饱和输入问题, 解决方法

可以降低期望变化率或者在控制律中加入饱和补偿律进行抗饱和控制。

仿真 2: 风扰观测器扰动跟踪效果如图 3~4 所示。

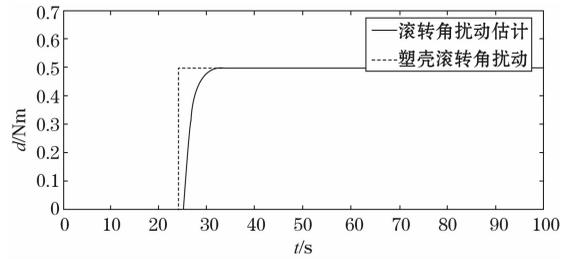


图 3 滚转角扰动估计

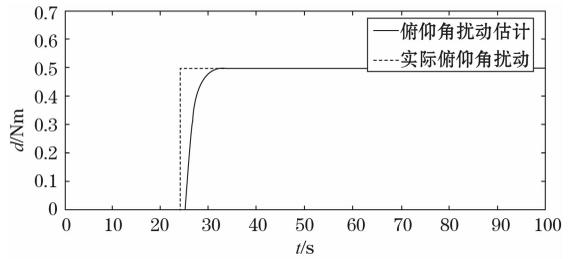


图 4 俯仰角扰动估计

从图 3、图 4 中可以看出大约在 2.5 s 之后系统会受到一个外部持续扰动影响, 观测器会迅速进行跟踪观测, 大约在 1 s 之后到达实际扰动值附近, 然后进入稳态, 并且跟踪效果良好, 非常准确地实现了外部持续扰动的稳定跟踪。

仿真 3: 有无观测器的姿态角非线性预测控制对比。

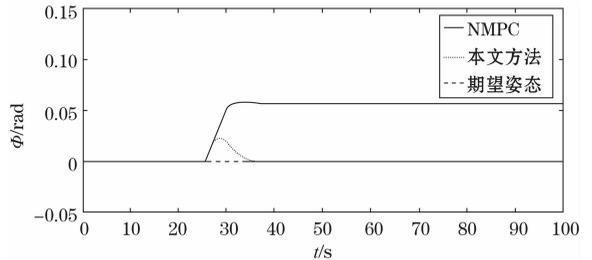


图 5 受持续扰动的滚转角控制效果

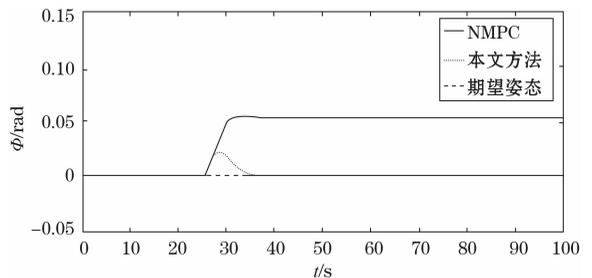


图 6 受持续扰动的俯仰角控制效果

从图 5、图 6 中可以看出, 不带观测器的非线性预测控制方法 (NMPC) 会在受到持续扰动之后震荡到另一稳态, 而本文方法在受到持续扰动之后, 经过短暂震荡会回归到

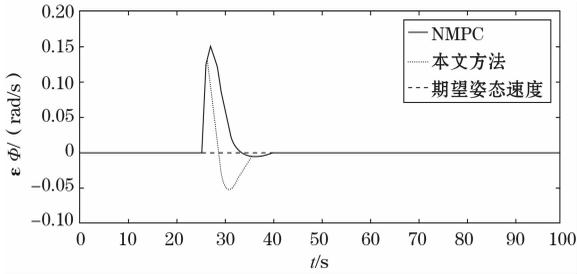


图 7 受持续扰动的滚转角速度控制效果

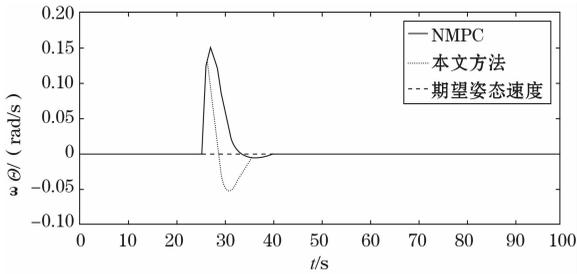


图 8 受持续扰动的俯仰角速度控制效果

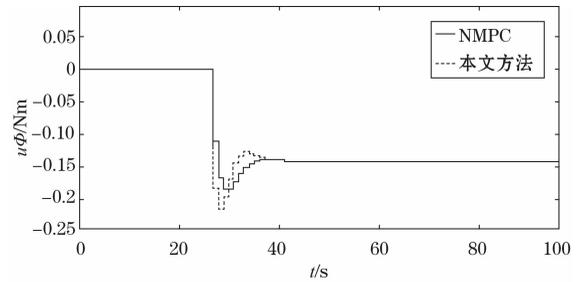


图 9 受持续扰动的滚转角控制序列

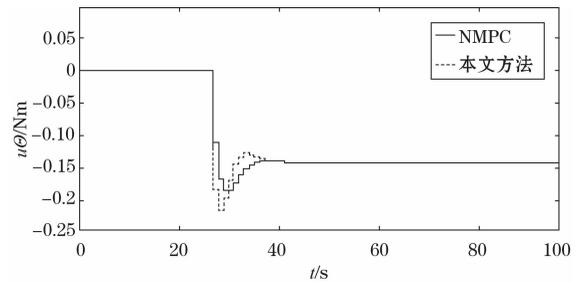


图 10 受持续扰动的俯仰角控制序列

目标稳态,且反应时间较短,抗干扰性较强。从图 7、图 8 姿态角速度中可以看出本文方法能够更加快速对扰动进行反应,且在震荡过程中产生部分负方向的速度,从而将姿态角修正回目标姿态上,且回归稳态的时间较短。从图 9~图 10 的姿态控制序列中可以看出,本文方法在遇到持续扰动之后,控制量的调整幅度更大,且反应更迅速。综上,本文提出的方法能够有效实现目标姿态角的稳定控制,且抗干扰性较强,控制性能更优。

5 结束语

本文为了解决四旋翼无人机飞行过程中的姿态控制问

题,同时考虑到饱和输入问题和外部未知扰动问题,设计一种具有输入约束和扰动补偿的非线性模型预测控制方法。首先考虑饱和输入问题,在控制器中加入输入约束,调整姿态控制器,实现饱和输入下的姿态角稳定控制;然后考虑外部未知扰动问题,设计风扰观测器,实现对外部持续扰动有效跟踪估计,同时设计扰动补偿律,将扰动补偿律加入到最优控制器中,作用在四旋翼系统上,实现对四旋翼无人机姿态角的稳定控制。最后在 Matlab 仿真平台上进行仿真,与 NMPC 方法相比,本文提出的方法具有一定的优越性和有效性。

参考文献:

- [1] 胡佳依, 杜 鹏. 微型旋翼飞行器的现状分析和发展趋势初探 [J]. 科技视界, 2014 (7): 77-77.
- [2] JEONGHOON K, JONG H P, YUNSICK S. Emerging ICT UAV applications and services: design of surveillance UAVs [J]. International Journal of Communication Systems, 2019, 34 (2): 1-10.
- [3] YAO H, QIN R J, CHEN X Y. Unmanned aerial vehicle for remote sensing applications: a review [J]. Remote Sensing, 2019, 11 (12): 1-22.
- [4] PETER J B. Demonstration and application of diffusive and ballistic wave propagation for drone-to-ground and drone-to-drone wireless communications [J]. Scientific Reports, 2020, 10: 1-12.
- [5] 相亮亮. 无人机在军事中的应用与发展 [J]. 科技展望, 2016, 26 (14): 292.
- [6] WIDODO B, EDY I, JAROT S. S, et al. Mapping and 3D modelling using quadrotor drone and GIS software [J]. Journal of Big Data, 2021, 48 (8): 1-12.
- [7] HAO S, LIU T, GENG X, et al. Anti-windup ADRC design for temperature control systems with output delay against asymmetric input constraint [J]. ISA Transactions, 2023, 137: 519-530.
- [8] YE H W, LI M, YANG C H, et al. Finite-time stabilization of the double integrator subject to input saturation and input delay [J]. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica, 2018, 5 (5): 1017-1024.
- [9] MENG Q T, MA Q. Output feedback control for stochastic nonlinear systems with nondifferentiable measurement function and input saturation [J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2021, 8: 1-11.
- [10] 呼忠权, 华长春, 张柳柳. 具有时变扰动的四旋翼无人机有限时间预定性能控制 [J]. 控制与决策, 2022, 37 (12): 3215-3222.
- [11] ZHAO B, DONG Y. Disturbance observer based nonlinear robust attitude tracking controller for a hexarotor UAV [C] // 2018 37th Chinese Control Conference (CCC), Wuhan, China, 2018.
- [12] SHI D, WU Z, CHOU W S. Super-twisting extended state ob-

server and sliding mode controller for quadrotor UAV attitude system in presence of wind gust and actuator faults [J]. *Electronics*, 2018, 7 (8): 1–21.

[13] HUANG T P, HUANG D Q, LUO D. Attitude tracking for a quadrotor UAV based on fuzzy PID controller [C] // 2018 5th International Conference on Information, Cybernetics, and Computational Social Systems, Hangzhou, China, 2018.

[14] PATNAIK K, ZHANG W L. Adaptive attitude control for foldable quadrotors [J]. *IEEE Control Systems Letters*, 2023, 7: 1291–1296.

[15] 施 建. 基于自抗扰解耦模型的四旋翼姿态控制器设计 [J]. *计算机测量与控制*, 2020, 28 (12): 90–94.

[16] ALIYARI M, WONG W K, BOUTERAA Y, et al. Design and implementation of a constrained model predictive control approach for unmanned aerial vehicles [J]. *IEEE Access*, 2022, 10: 91750–91762.

[17] ISLAM M, OKASHA M, SULAEMAN E. A model predic-

tive control (MPC) approach on unit quaternion orientation based quadrotor for trajectory tracking [J]. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 2019, 17: 2819–2832.

[18] SONG Y, LUO B, MENG Q H. A rotor-aerodynamics-based wind estimation method using a quadrotor [J]. *Measurement Science and Technology*, 2018, 29 (2): 25801–25812.

[19] ABDELMAAMID T, STEPHEN M. Attitude stabilization of a VTOL quadrotor aircraft [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2006, 14 (3): 562–571.

[20] KIM K S, REW K H. Reduced order disturbance observer for discrete-time linear systems [J]. *Automatica*, 2013, 49 (4): 968–975.

[21] LI B, WANG Y X. An enhanced model predictive controller for quadrotor attitude quick adjustment with input constraints and disturbances [J]. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 2022, 20 (2): 648–659.

(上接第93页)

2) 因试验路段有限速要求, 出于交通安全考虑, 地面试验车辆速度仅为 20 m/s, 当道路条件和载具条件允许时, 可适当提高速度。

3) 和风洞数据相比, 运动模型式气动力测量方法所得数据误差偏大, 原因是气动力和惯性力相比量值较小, 未得到理想的修正结果, 通过采用高精度惯性测量元件可有效提高数据质量。

4) 运动模型式测试系统具有较好的扩展性和通用性, 可使用火箭橇、电磁橇等多种载具进行空气动力学试验, 例如飞机降落模拟试验。

参考文献:

[1] 黄 丹. 多功能大载荷风洞天平静校系统的研制 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2017.

[2] 段丕轩, 彭长英, 晋荣超. 低速风洞试验数据库系统 [J]. *流体力学试验与测量*, 2003, 17 (4): 92–95.

[3] 范洁川. 世界风洞 [M]. 北京: 航空工业出版社, 1992.

[4] 恽起麟. 风洞试验 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2000.

[5] 恽起麟. 风洞试验技术 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1991.

[6] 谭 展. CFD技术在航空工程领域的应用挑战与发展 [J]. *现代制造技术与装备*, 2023, 4: 189.

[7] 罗 磊, 高振勋, 蒋崇文. CFD技术发展及其在航空领域中的应用进展 [J]. *航空制造技术*, 2016, (20): 1–4.

[8] MASON W H, KNILL D L, GIUNTA A A, et al. Getting the full benefits of CFD in conceptual design [R]. AIAA 98–2513, 1998.

[9] 战培国. 国外风洞天平技术研究进展 [J]. *飞航导弹*, 2018 (10): 63.

[10] 范洁川. 风洞试验手册 [M]. 北京: 航空工业出版社, 2002.

[11] 李周复. 风洞特种试验技术 [M]. 北京: 航空工业出版社, 2010.

[12] 王 帆, 施洪昌, 盖 文, 等. 风洞测控技术 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2019.

[13] 方宝瑞. 飞机气动布局设计 [M]. 北京: 航空工业出版社, 1997.

[14] 方振平, 陈万春, 张曙光. 航空飞行器飞行动力学 [M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2005.

[15] ANDY KO, WILLIAM H. Mason, bernard grossman, transonic aerodynamics of a wing/pylon/strut juncture [R]. AIAA 2003–4062, 2003.

[16] 邓 晨, 陈 功, 王文正, 等. 基于飞行试验和风洞试验数据的融合算法研究 [J]. *空气动力学学报*, 2022, 6 (40): 1–2.

[17] 国防科学技术工业委员会. 高速风洞和低速风洞测力试验精度指标: GJB 1061–91 [S]. 北京: 中国标准出版社, 1991.

[18] JOHN FARAGHER. Probabilistic methods for the quantification of uncertainty and error in computational fluid dynamics simulations [R]. DSTO Platforms Sciences Laboratory, 2004, 10.

[19] 章 鹏, 李 鹏, 穆日敏, 等. 多通道七孔探针测速系统研究 [J]. *电子测量技术*, 2017, 5, 40 (5): 51–52.

[20] 李 鹏. 七孔探针动态测量技术研究 [J]. *测试技术学报*, 2013, 27 (4): 288–289.

[21] 王 蕾, 等. 七孔探针风洞试验技术研究 [D]. 南京: 南京理工大学, 2009.

[22] 马 涛, 王树民, 潘华焯, 等. 六分量大阻力复合式结构天平研制与应用 [J]. *电子测量与仪器学报*, 2021, 12, 35 (12): 198–199.

[23] ULBRICH U. Combined load diagram for a wind tunnel strain-gage balance [R]. AIAA, 2010: 4203.

[24] HUFNAGEL K, Quade M. The 2nd generation balance calibration machine of darmstadt university of technology (TUD) [R]. AIAA, 2007: 148.