

随机多智能体系统的多率协同控制

张云清, 冯江涛, 范晓宇, 谢云飞

(山西大学 自动化与软件学院, 太原 030031)

摘要: 针对一类带有非线性动力学的随机多智能体系统研究了基于多率采样机制的一致性控制问题; 引入多率采样机制异步地对智能体的状态进行采样, 使用缓存器将不同时刻的采样数据进行存储以同步智能体不同分量的状态信息; 提出了一种基于边的事件触发传输机制将每个智能体的状态信息定向传输给邻居智能体, 从而减少通信资源的使用和控制器的更新频率; 根据所设计的边事件触发传输机制设计了相应的控制协议使得随机多智能体系统可以实现均方一致性; 因为每条边上的事件都是独立发生的, 所以智能体的邻居之间不需要保证信息的时钟同步; 根据所研究的系统给出了对应的数值仿真例子; 通过将系统在同步采样机制、异步采样机制和多率采样机制下的状态响应轨迹进行比较, 说明了所提出的边事件触发机制在多率采样机制下可以使得多智能体系统更好地实现一致性。

关键词: 非线性; 多智能体系统; 多率采样; 边事件触发; 均方一致性

Multi-Rate Cooperative Control of Stochastic Multi-Agent Systems

ZHANG Yunqing, FENG Jiangtao, FAN Xiaoyu, XIE Yunfei

(School of Automation and Software Engineering, Shanxi University, Taiyuan 030031, China)

Abstract: Aimed at a class of stochastic multi-agent system with nonlinear dynamics, a consensus control problem based on multi-rate sampling mechanism is studied. A multi-rate sampling mechanism is introduced to asynchronously sample the agent's state, and a buffer is used to store the sampled data at different times to synchronize the state information of different components of the agent. An edge-based event-triggered transmission mechanism is proposed to transmit the state information of each agent to its neighbors in a directional manner, thereby reducing the use of communication resources and update frequency of the controller. According to the designed edge-based event-triggered transmission mechanism, the corresponding control protocol is proposed to make the stochastic multi-agent system achieve the consistency of root mean square. Since the events on different edges occur independently of each other, there is no need for clock synchronization among neighbors. According to the studied system, a corresponding numerical simulation example is given. By comparing with the state response trajectories of the system under the synchronous sampling mechanism, asynchronous sampling mechanism and multi-rate sampling mechanism, the results show that the proposed edge-based event-triggered mechanism can achieve the consistency better under the multi-rate sampling mechanism.

Keywords: nonlinearity; multi-agent systems; multi-rate sampling; edge-based event-trigger; root mean square consistency

0 引言

近几十年, 多智能体系统因其有着广泛的应用, 受到了众多学者的关注和研究, 如生物集群行为, 社交网络^[1]、多机器人协同工作^[2-3]、航天器姿态控制^[4]、多区域电网的经济调度^[5]等。而一致性作为多智能体系统的基本问题, 其多样性已经从理论和应用的角度得到了广泛的研究。一致性控制是指通过设计一个合适的控制协议, 使得多智能体系统中所有的智能体的状态或输出在有限时间内收敛至目标值。目前, 一阶、二阶乃至高阶的线性动力学系统已经得到了广泛的研究^[6-11]。此外, 部分学者还针对系统可能

会受到自身固有的非线性动力学以及外部干扰的影响, 研究了更为一般的随机多智能体系统的一致性^[12-15]。

在连续时间下, 多智能体系统能够实现一致性的前提条件是每个智能体都能与自己的邻居智能体持续通信。然而与邻居智能体持续通信将消耗大量的网络资源, 并且对网络环境也提出了相当高的要求。因为一旦通信堵塞, 就会不可避免地造成网络时延、进而产生丢包现象, 最终将破坏多智能体系统的一致性。所以这仅仅在理论上可以实现。使用采样控制方法, 可以将连续信息变为离散信号, 减少每个智能体的计算负担以及节省网络通信资源, 进而

收稿日期: 2023-04-19; 修回日期: 2023-05-29。

基金项目: 国家自然科学基金(61973201)。

作者简介: 张云清(1998-), 男, 硕士研究生在读。

通讯作者: 冯江涛(1969-), 女, 副教授。

引用格式: 张云清, 冯江涛, 范晓宇, 等. 随机多智能体系统的多率协同控制[J]. 计算机测量与控制, 2023, 31(11): 151-158.

减少控制器的更新频率和执行器的动作次数, 延长设备的使用寿命, 同时确保期望的系统性能。

在过去的时间内, 采样控制方法已经得到了广泛研究。至今, 针对多智能体系统使用恰当的采样机制来设计通信协议, 在保证系统理想性能的前提下节省通信资源仍是热点话题。在现有的有关多智能体系统的研究成果中, 有两种采样控制方法得到了广泛应用, 即同步采样机制^[16-17]和异步采样机制^[18-20]。同步采样机制指的是多智能体系统中所有智能体的所有状态都使用相同的采样器进行采样, 即采样周期相同。而异步采样机制指的是不同的智能体使用不同采样周期的采样器进行采样, 即采样周期不尽相同。但不管是同步采样还是异步采样, 针对单个智能体而言, 他们都假设其状态分量或者输出分量是以相同的采样周期 T 进行采样。该种采样方式又称为单率采样。然而, 在实际中, 单个智能体的状态量或输出量往往包含着多组分量, 且不同的分量一般表示着不同的物理特性。此时若以相同的采样周期来对所有分量进行采样, 不仅很难确定采样周期, 同时也不符合实际应用。因此应该根据实际情况, 针对具体的物理特性以恰当的采样周期进行采样, 即状态分量或输出分量不同, 采样周期不尽相同。该种采样机制又称为多率采样。显然, 相比较于单率采样, 多率采样由于针对不同物理特性进行采样, 采样器更具有针对性, 采样数据更及时更精确, 控制器更新也更加高效, 从而可以实现更好的控制性能。

文献 [21] 针对不同的系统研究了多率采样机制下的网络化控制问题; 文献 [22] 研究了在欺骗网络攻击下, 多智能体系统基于多率采样机制的安全一致性控制问题; 文献 [23] 研究了多智能体系统在多率采样机制下的二分一致性控制问题。然而, 在多智能体系统领域中, 关于多率采样机制的研究才刚刚起步, 还有很大的发展空间, 这也是本文研究的动机所在。

在多智能体系统中, 智能体的采样信息将通过无线网络进行传输。然而在实际应用中, 每个智能体的计算资源以及智能体之间的通信网络带宽都是有限的。因此, 如何设计合适的大规模分布式控制方案, 在保证理想控制性能的前提下, 又能节省通信和计算资源是近几十年来的热点话题。事件触发方案因其比时间触发方案在减少对有限的通信和计算资源的使用方面更有优势而受到人们的青睐, 尤其是在带宽有限的网络环境中, 该方法的优势更为明显。与传统的采样传输方法相比较, 基于采样的事件触发控制方案的显著特征是, 应当执行传输动作和控制更新的时刻由与系统测量 (例如, 系统状态或输出) 或性能水平密切相关的预定义事件触发条件确定^[24]。该传输方案的核心思想是事件检测仅在每个采样时刻进行, 而不是连续进行。因此, 每次进行事件检测的时间间隔本质上是一个采样周期的下界, 这意味着该方案能够绝对排除芝诺行为^[25]。文献 [26] 首次提出了一种用于多智能体系统的事

件触发控制协议, 它通过将邻居之间的连续通信改为离散通信来减少通信负担。然后, 文献 [27-29] 中提出了用于更普遍的 n 阶线性多智能体系统的事件触发控制协议。此外, 文献 [30] 针对带有非线性动力学和外部干扰的随机多智能体系统研究了事件触发一致性控制问题。

然而, 以上所研究的事件触发方案都是在某个智能体满足触发条件后, 该智能体将自身的信息广播给所有的邻居智能体。这种广播式的传输方式难免会造成一些资源浪费。因为在多智能体一致性控制过程中, 有时可能仅有某几个邻居智能体状态偏离较大, 需要获得新的邻居信息来更新控制器, 而其余智能体已经达到了理想的位置状态。基于此, 有学者提出了一种基于边的事件触发控制协议^[31-32], 该协议是在相邻的两个智能体之间设计触发函数, 当两个相邻的智能体之间的状态误差信息满足了一定的触发条件后, 有且仅有这两个智能体互相传输信息。相比较一般的广播式的事件触发传输机制, 该机制对具体邻居信息的误差更为敏感, 控制调节更为及时。此外, 传统的事件触发控制协议需要同时与所有邻居进行通信, 因此需要在邻居之间保持时钟同步, 这意味着需要消耗更多的通信资源, 而基于边的事件触发控制协议因为只针对与具体边相连的两个智能体设计而非某个智能体的所有邻居智能体, 因此不需要保证所有的邻居智能体之间时钟同步, 而且智能体之间的通信是非周期性且异步的, 可以大大降低通信成本, 这在文献 [31-32] 中的仿真结果中都有很好地体现。文献 [33] 分别针对安全的网络环境和遭受重放攻击的网络环境, 利用边事件触发方案设计了弹性控制协议, 使得多智能体系统在实现一致性目标的前提下, 能够节省大量通信资源。

受上述讨论的启发, 本文针对带有非线性动力学的随机多智能体系统研究多率采样机制下基于边事件触发机制的一致性控制问题。主要贡献点总结如下:

- 1) 针对带有非线性动力学的随机多智能体系统引入多率采样机制, 采用不同的传感器组对智能体的不同状态变量进行采样, 使得采样数据能够更符合实际应用。
- 2) 设计了一种新的边事件触发传输机制和相应的控制协议以实现随机多智能体系统的均方一致性控制, 同时排除了芝诺行为。
- 3) 通过数值仿真实例对同步采样、异步采样以及多率采样对系统性能的影响做了比较。充分说明了采用多率采样机制和边事件触发机制可以获得很好的系统性能。

1 预备知识和问题描述

1.1 预备知识

具有 n 个智能体的多智能体系统可以用一个无向连通拓扑图 $G = (V, E)$ 来描述, 其中 $V = \{1, \dots, N\}$ 表示节点集合, $E \subseteq V \times V$ 表示边集合。如果边 $(i, j) \in E$, 则称节点 j 是节点 i 的一个邻居节点。由节点 i 的邻居节点组成的集合定义为 $N_i = \{j \mid (i, j) \in E\}$ 。 $A = [a_{ij}]_{n \times n}$ 表示邻接矩阵,

此外, 假设拓扑图中没有自环, 即 $a_{ii} = 0$ 。定义 Laplace 矩阵 $L = D - A$, D 表示入度矩阵, 其对角元素为 $d_{ii} = \sum_{j=1}^N a_{ji}$ 且对任意的 $i \neq j$ 都有 $d_{ii} = 0$ 。

引理 1: 如果 G 是一个无向图, 那么

$$\min_{x \neq 0, \mathbf{1}^T x = 0} \frac{x^T L x}{\|x\|^2} = \lambda_2(L)$$

当 G 是连通图时, 有 $\lambda_2(L) > 0$ 。令 $\hat{L} = (L + L^T)/2$ 。根据引理 1, 可知

$$x^T L x = x^T \hat{L} x \geq \lambda_2(\hat{L}) x^T x, \text{ 其中 } x^T \mathbf{1}_N = 0。$$

1.2 问题描述

考虑由 N 个智能体组成的带有非线性动力学的随机多智能体系统, 每个智能体的动力学表示如下:

$$dx_i(t) = [f(x_i(t)) + u_i(t)]dt + g(x_i(t))d\omega(t) \quad (1)$$

其中: $i = 1, \dots, N$, $x_i(t) \in \mathbf{R}^{n \times 1}$, $f(x_i(t)) \in \mathbf{R}^{n \times 1}$, $u_i(t) \in \mathbf{R}^{n \times 1}$ 和 $g(x_i(t)) \in \mathbf{R}^{n \times m}$ 分别表示智能体 i 的状态、固有的非线性动力学、控制输入以及随机扰动。 $\omega(t) = [\omega_1(t), \dots, \omega_m(t)]^T \in \mathbf{R}^{m \times 1}$ 表示 m 维的布朗运动且满足 $E[d\omega(t)] = 0$, $E[d\omega^2(t)] = dt$ 。对于所有的 $i \neq j, i, j = 1, \dots, N$ 都有 $\omega_i(t)$ 独立于 $\omega_j(t)$ 。

考虑每个智能体状态 $x(t)$ 是通过多率采样机制进行采样的。具体而言, 第 i 个智能体的状态 $x_i(t)$ 的 n 个元素被相应的传感器组分成 r 个子向量, 即:

$$x_i(t) = [x_i^{1^T}(t), x_i^{2^T}(t), \dots, x_i^{r^T}(t)]^T$$

$x_i \in \mathbf{R}^n, x_i^1 \in \mathbf{R}^{n_1}, \dots, x_i^r \in \mathbf{R}^{n_r}$ 。其中 $r \in \mathbf{N}^+, r \leq n$ 且 $n_1 + \dots + n_r = n$ 。对于每个状态子向量 $x_i^a, a = 1, \dots, r$, 可以将其由传感器组采样得到的采样序列表示为:

$$\{x_i^a(0), x_i^a(T_i^a), \dots, x_i^a(k_i^a T_i^a), \dots\} (k_i^a \in \mathbf{N})$$

不同传感器组将采样后的数据传给缓存器, 并在缓存器中对这些采样时刻以先后顺序进行重排。我们以两组传感器组为例, 对照图 1 进行说明。

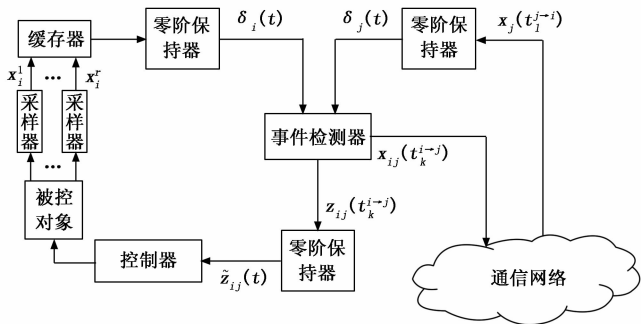


图 1 多率采样机制下多智能体系统的结构

如图 1 所示, 在多智能体系统中, 每个智能体主要包含六部分: 被控对象、采样器、缓存器、事件检测器、零阶保持器(零阶保持器)和控制器。不同的传感器组以不同的采样周期对被控对象进行采样。设第一组传感器组以

周期 T_i^1 进行采样, 采样序列为:

$$\{x_i^1(0), x_i^1(T_i^1), \dots, x_i^1(k_i^1 T_i^1), \dots\} (k_i^1 \in \mathbf{N})$$

第二组传感器组以周期 T_i^2 进行采样, 采样序列为:

$$\{x_i^2(0), x_i^2(T_i^2), \dots, x_i^2(k_i^2 T_i^2), \dots\} (k_i^2 \in \mathbf{N})$$

缓存器将不同的采样时刻按照时间先后顺序进行重排, 并将每个采样时刻对应的系统状态储存起来。两组传感器的采样时刻重新排序后的序列为 $\{\tau_i^1, \tau_i^2, \dots, \tau_i^h, \dots\}, h \in \mathbf{N}$ 。则智能体 i 的状态在 τ_i^h 时刻的值储存为:

$$x_i(\tau_i^h) = [x_i^{1^T}(k_i^1 T_i^1), x_i^{2^T}(k_i^2 T_i^2)]^T$$

其中: $\tilde{k}_i^1 = \max\{k_i^1 \mid k_i^1 T_i^1 \leq \tau_i^h\}, \tilde{k}_i^2 = \max\{k_i^2 \mid k_i^2 T_i^2 \leq \tau_i^h\}$ 。

然后零阶保持器将上述采样的序列零阶保持可得: $\delta_i(t) = x_i(\tau_i^h), t \in [\tau_i^h, \tau_i^{h+1})$ 。在整个拓扑图中, 为了避免邻居智能体之间连续地通信, 我们为每一条通信链路设计一种基于边的事件触发传输机制。具体来说, 在每一个智能体内部设计一个事件检测器来测量智能体自身的状态信息和邻居智能体的状态信息。当自身的状态信息与某一邻居智能体的状态信息的误差超过预设的阈值, 智能体会将自身当前的状态信息定向地发送给该邻居智能体, 并使用当前的相对状态误差信息及时地更新控制器。为了方便描述智能体发送信息的时刻, 把每条边 (i, j) 上与事件触发相关的时间序列表示为:

$$T_{ij} \triangleq \{t_k^{i-j} \mid k \in \mathbf{N}^+\} \quad (2)$$

智能体 i 在采集自身状态的同时, 也接收邻居智能体 j 的状态信息 $x_j(t_k^{j-i})$, 并将离散信息连续化为 $\delta_j(t)$, 如图 1 所示, 其中 $\delta_j(t) = x_j(t_k^{j-i}), t \in [t_k^{j-i}, t_{k+1}^{j-i})$ 。事件检测器判断相对状态误差是否满足预设的触发条件, 其中相对状态误差 $z_{ij}(t) = \delta_i(t) - \delta_j(t)$ 。若满足触发条件, 则将当前触发时刻智能体 i 的状态 $x_i(t_k^{i-j})$ 发送给邻居智能体 j 。同时检测器将相对误差 $z_{ij}(t_k^{i-j})$ 发送给零阶保持器, 再由零阶保持器将连续信号 $\tilde{z}_{ij}(t)$ 发送至控制器用于更新控制信号, 其中:

$$\tilde{z}_{ij}(t) \triangleq z_{ij}(t_k^{i-j}), t \in [t_k^{i-j}, t_{k+1}^{i-j}) \quad (3)$$

本文的目的是构建一个合适的控制协议, 使得经过多率采样后的随机多智能体系统可以指数地实现均方一致性, 即对于任意给定的初值, 所有智能体的状态都可以实现:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E(x_i(t) - x_j(t))^2 = 0 \quad (4)$$

其中: $i, j = 1, \dots, N$ 。为了实现控制目标, 首先给出如下假设。

假设 1: 对于时间 $t \geq 0$, 存在一个非负常数 ρ 使得下式成立:

$$\|f(x_1(t)) - f(x_2(t))\| \leq \rho \|x_1(t) - x_2(t)\|, \forall x_1(t), x_2(t) \in \mathbf{R}^{n \times 1}$$

假设 2: 对于时间 $t \geq 0$, 存在一个非负常数 θ 使得下式成立:

$$\text{trace}\{[g(z_1(t)) - g(z_2(t))]^T \cdot [g(z_3(t)) - g(z_1(t))]\} \leq \theta (\|z_2(t) - z_1(t)\|^2 + \|z_3(t) - z_1(t)\|^2)$$

注 1: 假设 1 和假设 2 是随机近似中常用的标准假设, 文献 [34] 提出该假设后, 通过一个满足正态分布的协议来实现对具有状态依赖的噪声干扰和可修复的故障执行器的非线性多智能体系统的一致性控制。

2 多率采样机制下随机多智能体系统的控制设计

这一部分, 设计了一种基于边的事件触发控制协议以保证多智能体系统能够实现指数均方一致性。在两个连续的事件时刻 $t_k^{i^*j}$ 和 $t_{k+1}^{i^*j}$ 之间, $\tilde{z}_{ij}(t)$ 是常数。基于以上, 可以将控制器设计为:

$$u_i(t) = \alpha \sum_{j \in N} a_{ij} \tilde{z}_{ij}(t) \quad (5)$$

其中: α 是正常数, 可以根据定理一来确定取值范围。定义智能体 i 的状态误差和边 $(i, j) \in E$ 上的状态测量误差分别为: $e_i(t) = \delta_i(t_k^{i^*j}) - x_i(t)$ 和 $e_{ij} = x_i(t) - x_j(t)$ 。通过结合表达式 (1), (3) 和 (5), 可得出:

$$\begin{aligned} dx_i(t) &= [f(x_i(t), t) + \alpha \sum_{j \in N} a_{ij} \tilde{z}_{ij}(t)] dt + \\ &g(x_i(t), t) d\omega(t) = [f(x_i(t), t) - \\ &\alpha \sum_{j \in N} l_{ij} (e_j(t) + x_j(t))] dt + g(x_i(t), t) d\omega(t) \quad (6) \end{aligned}$$

进一步, 提出如下的边事件触发条件:

$$t_{k+1}^{i^*j} = \min\{t \geq t_k^{i^*j} \mid H_{ij}(t) > 0\} \quad (7)$$

$$H_{ij}(t) \triangleq \frac{1}{2\beta} \sum_{i=1}^N a_{ij} (\|\xi_j(t) - \xi_i(t)\|^2 - \beta \|\zeta_{ij}(t)\|^2) \quad (8)$$

其中: $\xi_i(t) = \delta_i(t_k^{i^*j}) - \delta_i(t)$, $\xi_j(t) = \delta_j(t_k^{i^*j}) - \delta_j(t)$, $\zeta_{ij}(t) = \delta_i(t) - \delta_j(t)$ 。其中 β 为正常数, 可以通过定理一得到。

假设 3: G 是一个包含有向生成树的平衡图。

引理 2: 针对下述非线性随机微分方程:

$$\begin{aligned} dx(t) &= \varphi(x(t)) dt + \psi(x(t)) d\omega(t), \\ t &\in [t_0, \infty), x(t_0) = x_0 \quad (9) \end{aligned}$$

假设存在一个函数 $V(x(t))$, 使得对于所有的 $x(t) \in \mathbf{R}^d \times [t_0, \infty)$, 都有 $r_1 |x(t)|^2 \leq V(x(t)) \leq r_2 |x(t)|^2$ 和 $\bar{V}(x(t)) \leq -r_3 V(x(t))$ 成立, 其中 r_1, r_2 和 r_3 都是正常数, 那么表达式 (9) 的平凡解是指数均方稳定的。

针对基于多率采样机制下的随机多智能体系统, 提出定理一来解决其均方一致性问题。

定理一: 如果随机多智能体系统满足假设 1, 2 和 3, 并且存在标量 α 使得

$$\alpha > \frac{\rho + 4\theta}{\lambda_2(\hat{L}) - \beta \max_{i \in V} (l_{ii}^2 + l_{ii}^2)}$$

其中: $\beta < \{(\omega \lambda_2(\hat{L}) - \rho - 4\theta) / (\alpha \max_{i \in V} (l_{ii} + l_{ii}^2))\}, i = 1, \dots, N$ 。那么随机多智能体系统将指数地实现均方一致性。

证明: 令 $\bar{x}(t) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_j(t), y_i(t) = x_i(t) - \bar{x}(t)$ 。

其中: $y(t) = [y_1^T(t), \dots, y_n^T(t)]^T$ 。可以推出 $y(t) = x(t) - 1_N \otimes \bar{x}(t) = Mx(t)$, 其中 $M = (I_N - 1_N 1_N^T / N) \otimes I_n$ 。因为图 G 是平衡图, 所以有:

$$\begin{aligned} (L \otimes I_n) &= [(I_N - 1_N 1_N^T / N) \otimes I_n] (L \otimes I_n) = \\ &L(I_N - 1_N 1_N^T / N) \otimes I_n = (L \otimes I_n) M \quad (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} dy(t) &= M dx(t) = \\ &[Mf(x(t)) - \alpha M(L \otimes I_n)(x(t) + e(t))] dt + \\ &Mg(x(t)) d\omega(t) = \\ &[Mf(x(t)) - \alpha M(L \otimes I_n)y(t) - \alpha M(L \otimes I_n)e(t)] dt + \\ &Mg(x(t)) d\omega(t) \quad (11) \end{aligned}$$

选择 Lyapunov 函数如下:

$$V = \frac{1}{2} y^T(t) y(t) \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \dot{V} &= y^T(t) [Mf(x(t)) - \alpha M(L \otimes I_n)y(t) - \\ &\alpha M(L \otimes I_n)e(t)] + \frac{1}{2} \text{trace}[g^T(x(t)) M^T M g(x(t))] = \\ &y^T(t) \{1_N \otimes f(\bar{x}(t)) - [((1_N 1_N^T) / N) \otimes I_n] f(x(t))\} - \\ &\alpha y^T(t) (L \otimes I_n) y(t) + y^T(t) [f(x(t)) - 1_N \otimes f(\bar{x}(t))] - \\ &\alpha y^T(t) M(L \otimes I_n) e(t) + \\ &\frac{1}{2} \text{trace}[g^T(x(t)) M^T M g(x(t))] \quad (13) \end{aligned}$$

因为 $1_N^T 1_N = 1$, 所以有:

$$\begin{aligned} y^T(t) [((1_N 1_N^T) / N) \otimes I_n] f(x(t)) &= \\ x^T(t) [((1_N 1_N^T) / N) - \\ &(1_N 1_N^T 1_N 1_N^T) / N^2] \otimes I_n] f(x(t)) = 0 \quad (14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y^T(t) [1_N \otimes f(\bar{x}(t))] &= \\ x^T(t) [(1_N - (1_N 1_N^T 1_N) / N) \otimes f(\bar{x}(t))] &= 0 \quad (15) \end{aligned}$$

根据假设 1, 可得:

$$y^T(t) [f(x(t)) - 1_N \otimes f(\bar{x}(t))] \leq \rho y^T(t) y(t) \quad (16)$$

进一步可得:

$$\begin{aligned} -y^T(t) M[L \otimes I_n] e(t) &= -y^T(t) [L \otimes I_n] e(t) = \\ &\sum_{i=1}^N y_i^T(t) \sum_{j=1}^N a_{ij} [\delta_j(t_k^{i^*j}) - \delta_j(t) - \\ &(\delta_i(t_k^{i^*j}) - \delta_i(t)) - (\delta_i(t) - \delta_j(t))] + \\ &\sum_{i=1}^N y_i^T(t) [\sum_{j=1}^N a_{ij} (y_i(t) - y_j(t))] \quad (17) \end{aligned}$$

令 $\xi_i(t) = \delta_i(t_k^{i^*j}) - \delta_i(t), \xi_j(t) = \delta_j(t_k^{i^*j}) - \delta_j(t), \zeta_{ij}(t) = \delta_i(t) - \delta_j(t)$, 有:

$$\begin{aligned} -y^T(t) M[L \otimes I_n] e(t) &= \\ &\sum_{i=1}^N y_i^T(t) \sum_{j=1}^N a_{ij} [\xi_i(t) - \xi_j(t) - \zeta_{ij}(t)] + \\ &\sum_{i=1}^N y_i^T(t) [\sum_{j=1}^N a_{ij} (y_i(t) - y_j(t))] \quad (18) \end{aligned}$$

根据不等式 $\|\varphi\| \|\varphi\| \leq \beta/2 \|\varphi\|^2 + 1/(2\beta) \|\varphi\|^2$ 得:

$$\begin{aligned} -y^T(t) M[L \otimes I_n] e(t) &\leq \\ &\beta \max_{i \in V} (l_{ii} + l_{ii}^2) y^T(t) y(t) + \\ &\sum_{i=1}^N \frac{1}{2\beta} (\|\xi_i(t) - \xi_j(t)\|^2 - \beta \|\zeta_{ij}(t)\|^2) \quad (19) \end{aligned}$$

根据假设 2, 可以推出:

$$\begin{aligned} \text{trace}[g^T(x(t)) M^T M g(x(t))] &= \\ \sum_{i=1}^N \text{trace}\{[g(x_i(t)) - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N g(x_j(t))]^T \cdot \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \{ [g(x_i(t)) - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N g(x_j(t))] = \\
 & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \frac{1}{N^2} \text{trace} \{ [g(x_i(t)) - g(x_j(t))]^T \cdot \\
 & [g(x_i(t)) - g(x_k(t))] \} = \\
 & \theta \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \frac{1}{N^2} [\|y_i(t) - y_j(t)\|^2 + \|y_i(t) - y_k(t)\|^2] \leq \\
 & \theta \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \frac{1}{N^2} [4\|y_i(t)\|^2 + 2\|y_j(t)\|^2 + 2\|y_k(t)\|^2] = \\
 & 8\theta \sum_{i=1}^N \|y_i(t)\|^2 \tag{20}
 \end{aligned}$$

根据引理一, 可得:

$$-\alpha y^T(t)(L \otimes I_n)y(t) \leq -\alpha \lambda_2(\hat{L})y^T(t)y(t) \tag{21}$$

根据表达式 (14) 和 (16) ~ (20), 可得:

$$\begin{aligned}
 \bar{V} & \leq [\rho + 4\theta + \alpha\beta \max_{i \in V} (l_{ii}^+ + l_{ii}^-) - \alpha \lambda_2(\hat{L})]y^T(t)y(t) + \\
 & \sum_{i=1}^N \frac{1}{2\beta} (\|\xi_i(t) - \zeta_i(t)\|^2 - \beta \|\zeta_{ii}(t)\|^2) \tag{22}
 \end{aligned}$$

最后根据边事件触发条件, 可以推出:

$$\begin{aligned}
 \bar{V} & \leq [\rho + 4\theta + \alpha\beta \max_{i \in V} (l_{ii}^+ + l_{ii}^-) - \alpha \lambda_2(\hat{L})] \\
 & y^T(t)y(t) \leq \kappa V \tag{23}
 \end{aligned}$$

其中: $\kappa = \min \{ \alpha[\lambda_2(\hat{L}) - \beta \max_{i \in V} (l_{ii}^+ + l_{ii}^-) - \rho - 4\theta], \beta < (\alpha \lambda_2(\hat{L}) - \rho - 4\theta) / (\alpha \max_{i \in V} (l_{ii}^+ + l_{ii}^-)) \}, i = 1, \dots, N$. 因此, $E(y_i^2(t))$ 指数地趋近于 0, 即多率采样机制和边事件触发机制 (5) 和 (7) 下, 随机多智能体系统可以以收敛率 κ 指数地实现均方一致性。

注 2: 当智能体 i 在时刻 t 满足有向边 $(i, j) \in E$ 的事件触发条件时, 智能体 i 将更新自己控制器的控制输入信号, 并把自身的状态信息定向发送给智能体 j . 智能体 j 将在时刻 t 收集智能体 i 状态信息用于自身的事件触发判断并在下一次智能体 j 满足事件触发条件时用于控制器的更新。如果边 $(i, j) \in E$ 且边 $(j, i) \in E$, 则边 $(i, j) \in E$ 是无向的。当在时刻 t 无向边 $(i, j) \in E$ 满足事件触发条件时, 智能体 i 和智能体 j 将分别收集彼此在时刻 t 的状态信息, 并通过无向边 $(i, j) \in E$ 相互传输其状态信息。

注 3: 虽然智能体 i 有着多个邻居, 但当智能体 i 满足事件触发条件即每次控制器更新时, 有且仅有一条边 $(i, j) \in E$ 会有信息传输, 所以本文的事件触发传输方案比传统的基于节点的广播式传输方案 (在智能体 i 满足事件触发条件时所有的 $(i, j) \in E$ 都会发生信息传输) 更能节省通信资源。此外, 由于使用零阶保持器将离散的控制输入信号保持为连续的信号, 所以控制输入仅在智能体的事件触发时刻才会发生变化。因此所设计的控制方案可以减少控制器的更新频率, 延长控制器的使用寿命。

由于使用了多率采样机制来对智能体的状态进行采样, 所以事件触发的时刻一定是缓存器重排后的时间序列 $\{\tau_1^i, \dots, \tau_l^i, \dots\}$ 中的某一时刻, 所以相邻触发事件的时间间隔 $\Delta T \geq \min\{\tau_i^{h+1} - \tau_i^h\} > 0$, 即不存在芝诺行为。

3 仿真结果与分析

为了说明所提出的边事件触发机制 (5) 和 (7) 可以实现系统的均方一致性以及多率采样机制可以获得更好的系统性能, 给出以下的数值仿真例子。在实际中, 智能体本身可能具有复杂多样的非线性动力学, 而复杂多变的状态又会受到不同的干扰。这里选取典型的非线性函数——正弦函数作为智能体的动力学模型。

考虑一个包含 4 个多智能体的随机多智能体系统, 其通讯拓扑图如图 2 所示。每个智能体都根据不同的边事件触发条件异步地向自己的两个邻居智能体发送信息。

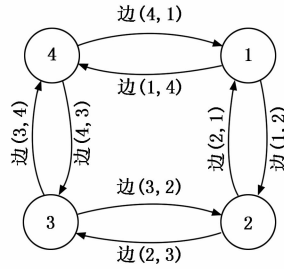


图 2 通讯拓扑结构

由图 2 知, 系统的邻接矩阵 A 和 Laplacian 矩阵 L 分别如下:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

显然 Laplacian 矩阵 L 满足假设 3。

将系统固有的非线性函数选取为:

$$f(x_i(t)) = \begin{pmatrix} -1 * x_{i1}(t) + 0.6 * \sin(x_{i1}(t)) \\ -0.8 * x_{i2}(t) + 0.4 * \sin(x_{i2}(t)) \end{pmatrix},$$

相应的, 与状态相关的随机干扰 $g(x_i(t))$ 选取为:

$$g(x_i(t)) = \begin{bmatrix} -0.05 * \sin(x_{i1}(t)) & 0 \\ 0 & 0.08 * \sin(x_{i2}(t)) \end{bmatrix}$$

通过计算, 可得到 $\lambda_2(L) = 2$ 。以二维空间为例, 4 个智能体的初始状态 (横向位置状态和纵向位置状态) 坐标分别选择如下:

$x_1(0) = (-3, -4)^T, x_2(0) = (-2, -1)^T, x_3(0) = (2, 1)^T, x_4(0) = (3, 2)^T$. 根据定理一, 选择参数如下: $\beta = 0.08, \rho = 1, \theta = 1, \alpha = 3.5$. 在多率采样下, 智能体的子状态向量 $x_1^1(t), x_2^1(t), x_3^1(t), x_4^1(t), x_1^2(t), x_2^2(t), x_3^2(t), x_4^2(t)$ 分别由采样周期为 $T_1^1 = T_2^1 = 0.06$ s, $T_1^2 = T_2^2 = 0.11$ s, $T_3^1 = T_4^1 = 0.09$ s, $T_3^2 = T_4^2 = 0.15$ s 的传感器组进行采样; 在异步采样下, 4 个智能体的采样周期选取为: $T_1 = T_2 = 0.11$ s 和 T_3

$= T_4 = 0.15 \text{ s}$; 在同步采样下, 采样周期选取为 $T_1 = T_2 = T_3 = T_4 = 0.13 \text{ s}$ 。通过使用 Matlab 软件模拟 4 个智能体的运动状态轨迹, 可得图 3~5。

图 3 表示在多率采样机制和边事件触发机制下系统的状态响应曲线。智能体的横向位置状态在 0.5 秒时就已经实现了一致性, 纵向位置状态大致在 1.8 秒左右实现一致性。图 4 表示在异步采样机制和边事件触发机制下系统的状态响应曲线。从图中可以看出, 智能体的横向位置状态在 1.8 秒左右才实现一致性, 比多率采样慢了 1.3 秒左右, 而纵向位置状态变化曲线与图 3 并无明显区别, 都是在 1.8 秒左右实现一致性。图 5 表示在同步采样机制和边事件触发机制下系统的状态响应曲线。图中显示, 智能体的横向位置状态在 2.2 秒实现一致性, 比多率采样慢了 1.7 秒, 比异步采样慢了 0.4 秒。而纵向位置状态在 3 秒后才实现一致性, 比多率采样和异步采样慢了 1.2 秒。

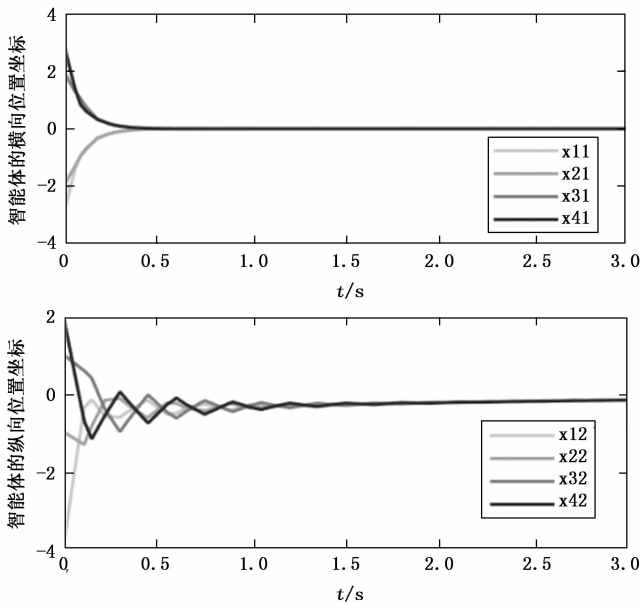


图 3 多率采样机制下智能体的运动状态轨迹

从曲线的振荡次数和衰减速度角度来看, 图 3 的振荡次数最少, 衰减速度最快, 说明控制更及时, 控制效果也更好。图 4 比图 3 总体来说振荡次数更多, 衰减更慢, 控制效果略差。图 5 的振荡次数最多, 衰减速度最慢, 控制效果最差。

结果表明, 不管系统以何种方式采样, 所设计的边事件触发机制 (5) 和 (7) 都可以保证系统最终实现一致性。但不同的采样周期对系统的状态响应很大的影响。在同步采样下, 系统一致性的收敛速度最慢, 状态响应也最差, 异步采样其次, 多率采样最快, 并且所表现出的系统性能也最好。

4 结束语

本文针对具有非线性动力学的随机多智能体系统研究

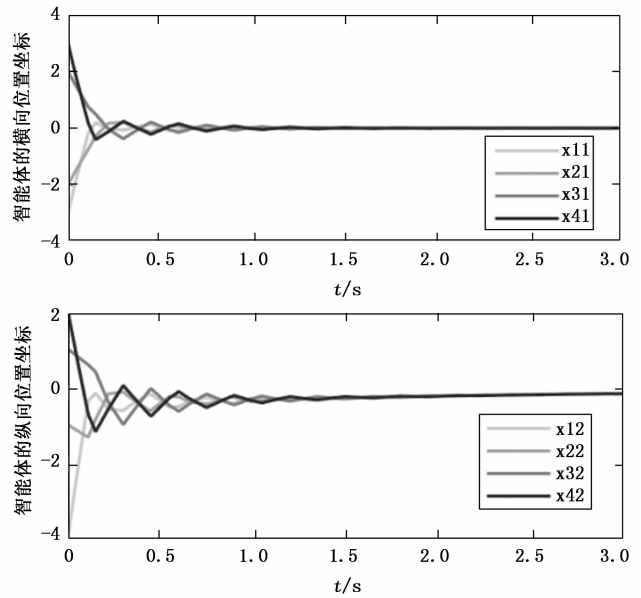


图 4 异步采样机制下智能体的运动状态轨迹

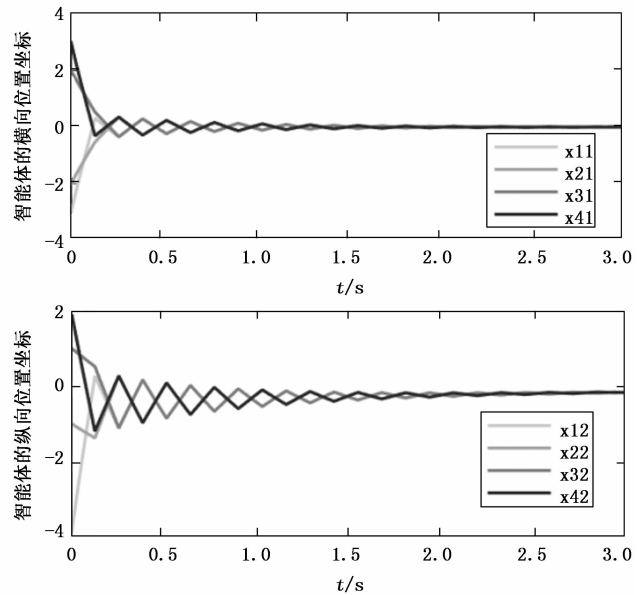


图 5 同步采样机制下智能体的运动状态轨迹

了一致性控制问题。在对被控对象采集信息时引入了多率采样机制。通过利用多率采样的数据设计了基于边的事件触发控制协议。该协议避免了智能体之间的同步通信, 使得系统可灵活地调度每条边上的信息, 从而减少了网络通信资源。通过李亚普诺夫稳定性理论, 证明了在所提出的边事件触发机制下, 随机多智能体系统可以指数地实现均方一致性。此外, 通过数值仿真例子验证了在所提出的边事件触发机制下, 随机多智能体系统可以很好地实现一致性。并通过比较在多率采样机制、异步采样机制和同步采样机制下系统的状态响应曲线, 分析了不同采样机制对曲线的震荡次数, 衰减速度和收敛速度的影响, 充分说明在

多率采样机制下, 系统会有更好的响应。在未来, 我们将针对更为一般的或受到网络攻击的随机多智能体系统研究在多率采样机制下完全分布式的边事件触发控制协议, 并从理论的角度证明其优势。

参考文献:

- [1] LI K, WU S, WEN Y, et al. Task Allocation of multi-agent groups in social networked systems [J]. *IEEE Internet of Things Journal*, 2021, 9 (14): 12194 - 12208.
- [2] CHENG B, WU Z, LI Z. Distributed edge-based event-triggered formation control [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2019, 51 (3): 1241 - 1252.
- [3] NING B, HAN Q L. Prescribed finite-time consensus tracking for multiagent systems with nonholonomic chained-form dynamics [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2018, 64 (4): 1686 - 1693.
- [4] HU Q, SHI Y, WANG C. Event-based formation coordinated control for multiple spacecraft under communication constraints [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2019, 51 (5): 3168 - 3179.
- [5] WEN G, YU X, LIU Z W, et al. Adaptive consensus-based robust strategy for economic dispatch of smart grids subject to communication uncertainties [J]. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2017, 14 (6): 2484 - 2496.
- [6] CHENG F, YU W, WANG H, et al. Second-order consensus protocol design in multi-agent systems: A general framework [C] // *Proceedings of the 32nd Chinese Control Conference*. IEEE, 2013: 7246 - 7251.
- [7] 陈世明, 邵 赛, 姜根兰. 基于事件触发二阶多智能体系统的固定时间比例一致性 [J]. *自动化学报*, 2022, 48 (1): 261 - 270.
- [8] TIAN Y, LIU S. Consensus of second-order multi-Agent system with queuing mechanism and second-order neighbors' information [C] // *2019 Chinese Control Conference (CCC)*. IEEE, 2019: 6064 - 6069.
- [9] SU S, LIN Z. Distributed consensus control of multi-agent systems with higher order agent dynamics and dynamically changing directed interaction topologies [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2015, 61 (2): 515 - 519.
- [10] LI P, XIONG Q, YANG C. Containment control for high-order multi-agent systems with nonuniform communication delays and switching topologies [J]. *IEEE Access*, 2019, 7: 47577 - 47581.
- [11] REZAEI H, ABDOLLAHI F. Average consensus over high-order multiagent systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2015, 60 (11): 3047 - 3052.
- [12] REN C E, SHI Z, DU T. Distributed observer-based leader-following consensus control for second-order stochastic multi-agent systems [J]. *IEEE Access*, 2018, 6: 20077 - 20084.
- [13] LI T, Zhang J F. Consensus conditions of multi-agent systems with time-varying topologies and stochastic communication noises [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, 55 (9): 2043 - 2057.
- [14] CHANG J, SHI H, ZHU S, et al. Time cost for consensus of stochastic multi-agent systems with pinning control [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2022, 53 (1): 94 - 104.
- [15] WANG H, YOU Y, LI W. Distributed Output-Feedback Tracking for Stochastic Nonlinear Multiagent Systems With Time-Varying Delays [J]. *IEEE Access*, 2022, 10: 69323 - 69332.
- [16] GUO G, DING L, HAN Q L. A distributed event-triggered transmission strategy for sampled-data consensus of multi-agent systems [J]. *Automatica*, 2014, 50 (5): 1489 - 1496.
- [17] LIU S, LI T, XIE L, et al. Continuous-time and sampled-data-based average consensus with logarithmic quantizers [J]. *Automatica*, 2013, 49 (11): 3329 - 3336.
- [18] LIU W, HUANG J. Leader-following consensus for linear multiagent systems via asynchronous sampled-data control [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2019, 65 (7): 3215 - 3222.
- [19] CHENG Y, UGRINOVSKII V. Event-triggered leader-following tracking control for multivariable multi-agent systems [J]. *Automatica*, 2016, 70: 204 - 210.
- [20] GAO Y, WANG L. Sampled-data based consensus of continuous-time multi-agent systems with time-varying topology [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, 56 (5): 1226 - 1231.
- [21] 马伟伟. 在多率采样下连续系统的网络化控制 [D]. 太原: 山西大学, 2018.
- [22] 贾新春, 吕 腾, 王 悦, 等. 基于多率采样的多智能体系统在 FDI 攻击下的安全一致性 [J]. *山西大学学报 (自然科学版)*, 2022, 45 (5): 1186 - 1194.
- [23] FAN X, JIA X, SHANG Z, et al. Bipartite consensus of multi-agent systems with a multi-rate sampling mechanism under detail-balanced antagonistic Interactions [C] // *2022 China Automation Congress (CAC)*. IEEE, 2022: 478 - 483.
- [24] GUO G, DING L, HAN Q L. A distributed event-triggered transmission strategy for sampled-data consensus of multi-agent systems [J]. *Automatica*, 2014, 50 (5): 1489 - 1496.
- [25] ZHANG X M, HAN Q L. Event - triggered dynamic output feedback control for networked control systems [J]. *IET Control Theory & Applications*, 2014, 8 (4): 226 - 234.
- [26] DIMAROGONAS D V, FRAZZOLI E, JOHANSSON K H. Distributed event-triggered control for multi-agent systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, 57 (5): 1291 - 1297.
- [27] QIAN Y Y, LIU L, FENG G. Consensus of linear multi-agent systems via fully distributed event-triggered output-feedback control [C] // *2017 36th Chinese Control Conference (CCC)*.

IEEE, 2017; 8171 - 8176.

[28] CHANG B, MU X, YANG Z, et al. Event-based secure consensus of multi-agent systems under asynchronous DoS attacks [J]. Applied Mathematics and Computation, 2021, 401: 126120.

[29] CAI Y, ZHANG H, LI W, et al. Distributed bipartite adaptive event-triggered fault-tolerant consensus tracking for linear multiagent systems under actuator faults [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2021, 52 (11): 11313 - 11324.

[30] REN G, YU Y. Mean square consensus of stochastic multi-agent systems with nonlinear dynamics by distributed event-triggered strategy [J]. International Journal of Control, 2019, 92 (4): 745 - 754.

[31] CHENG B, LI Z. Coordinated tracking control with asyn-

chronous edge - based event-triggered communications [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2019, 64 (10): 4321 - 4328.

[32] CHENG B, WU Z, LI Z. Distributed edge-based event-triggered formation control [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2019, 51 (3): 1241 - 1252.

[33] XU W, KURTHS J, WEN G, et al. Resilient event-triggered control strategies for second-order consensus [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2021, 67 (8): 4226 - 4233.

[34] WEN G, DUAN Z, LI Z, et al. Stochastic consensus in directed networks of agents with non-linear dynamics and repairable actuator failures [J]. IET control theory & applications, 2012, 6 (11): 1583 - 1593.

(上接第 105 页)

用本文方法前相比, 电力巡检机器人运行安全性得到保证。

3 结束语

巡检是电力变电站核心任务之一, 以往电力巡检任务主要由工作人员亲自完成, 此种巡检方式巡检效果会受工作人员身体状态所影响, 且变电站面积较大, 人工巡检耗时过多, 导致电力巡检效率低。而本文研究了一种面对复杂障碍场的电力巡检机器人局部动态融合路径规划方法, 从全局、局部规划角度, 将静态避障、动态避障技术相结合, 完成电力巡检机器人局部动态融合的避障巡检路径规划, 保证机器人安全完成巡检任务。这种方法可以为电力巡检提供更加智能化、高效的路径规划解决方案, 提高机器人避障效率, 且不会出现碰撞问题, 可大大提高机器人路径规划的精度和速度, 具备可用价值。

参考文献:

[1] 董翔宇, 季坤, 朱俊, 等. 对特高压变电站巡检机器人路径规划改进蚁群算法的研究 [J]. 电力系统保护与控制, 2021, 49 (18): 154 - 160.

[2] 张海波, 严小珊, 毕齐林, 等. 融合动态窗与改进 RRT 的全位置机器人路径规划算法研究 [J]. 机床与液压, 2022, 50 (23): 35 - 43.

[3] 成怡, 肖宏图. 融合改进 A~* 算法和 Morphin 算法的机器人动态路径规划 [J]. 智能系统学报, 2020, 15 (3): 546 - 552.

[4] 路浩, 陈洋, 吴怀宇, 等. 受路网和测量约束的变电站巡检机器人路径规划 [J]. 中国机械工程, 2021, 32 (16): 1972 - 1982.

[5] 刘胜, 张豪, 晏齐忠, 等. 基于 ACO-SA 算法的变电站巡检机器人路径规划 [J]. 南方电网技术, 2022, 16 (9): 75 - 82.

[6] 童泉军, 陈洋, 路浩, 等. 面向表计读数的变电站巡检机器人路径规划 [J]. 电子测量与仪器学报, 2022, 36 (8): 167 - 177.

[7] 邱硕涵, 谭章禄, 蔡晓梅. 基于 D_Star 算法的巡检机器人路径规划优化研究 [J]. 中国矿业大学学报, 2021, 50 (5): 1011 - 1018.

[8] 郑亚红, 于雪庭, 马少华, 等. 变电站故障预警巡检机器人自主运动规划 [J]. 沈阳工业大学学报, 2021, 43 (1): 6 - 11.

[9] 张志文, 张鹏, 毛虎平, 等. 融合改进 A~* 算法和动态窗口法的全局动态路径规划 [J]. 电光与控制, 2021, 28 (9): 39 - 43.

[10] 李开荣, 胡倩倩. 融合 Bezier 遗传算法的机器人路径规划 [J]. 扬州大学学报 (自然科学版), 2021, 24 (5): 58 - 64.

[11] 张瀚, 解明扬, 张民, 等. 融合 DDPG 算法的机器人路径规划研究 [J]. 控制工程, 2021, 28 (11): 2136 - 2142.

[12] 孙嘉明, 刘卫朋, 巩祥瑞, 等. 基于距离抑制向量的机器人动态路径规划方法 [J]. 燕山大学学报, 2022, 46 (5): 408 - 416.

[13] 魏立新, 张钰锟, 孙浩, 等. 基于改进蚁群和 DWA 算法的机器人动态路径规划 [J]. 控制与决策, 2022, 37 (9): 2211 - 2216.

[14] 江南, 吴振辉, 吴凌健杰. 考虑机器人尺度的变电站路径规划 [J]. 计算机仿真, 2021, 38 (12): 328 - 333.

[15] 葛文雅, 李平. 移动机器人全局动态路径规划融合算法 [J]. 华侨大学学报 (自然科学版), 2022, 43 (6): 809 - 818.

[16] 李晓旭, 马兴录, 王先鹏. 移动机器人路径规划算法综述 [J]. 计算机测量与控制, 2022, 30 (7): 9 - 19.

[17] 李昌华, 石如雪, 李智杰, 等. 基于元胞遗传算法的机器人路径规划研究 [J]. 计算机测量与控制, 2021, 29 (1): 184 - 188.

[18] 孙雨萌, 柏丽娜, 张旭秀. 核模糊聚类划分子种群的双种群遗传算法 [J]. 大连工业大学学报, 2021, 40 (1): 67 - 73.

[19] 黄书召, 田军委, 乔路, 等. 基于改进遗传算法的无人机路径规划 [J]. 计算机应用, 2021, 41 (2): 390 - 397.

[20] 谢春丽, 刘斐源. 改进时间弹性带的动态避障轨迹规划系统研究 [J]. 重庆交通大学学报 (自然科学版), 2023, 42 (3): 143 - 150.