

基于啤酒发酵过程的时变轨迹输出反馈鲁棒模糊预测控制

俞宏磊¹, 姜冠杰¹, 王守亚²

(1. 辽宁科技大学 电子信息工程学院, 辽宁 鞍山 114000;

2. 淮南师范学院, 电子工程学院, 安徽 淮南 232000)

摘要: 考虑到实际生产中状态不易测量和设定值变化的情况以及系统本身的非线性特性, 针对啤酒发酵过程温度控制系统提出了一种时变轨迹下输出反馈鲁棒模糊预测控制方法; 在啤酒发酵罐温度系统的机理模型的基础上, 建立包括不确定性和未知干扰的状态空间模型; 通过设计模糊集, 建立为具有加权系数的 T-S 模糊状态空间模型; 并在状态变量的中引入输出跟踪误差, 建立新型多自由度状态空间模型; 并运用鲁棒模型预测控制方法优化参数不确定性问题, 结合李雅普诺夫稳定性理论推导出线性矩阵不等式形式的稳定性条件, 通过求解线性矩阵不等式中参数来计算对应子模型控制律, 并对所设计的输出反馈控制器给定权值; 通过仿真结果验证了提出方法的有效性和可行性。

关键词: 非线性; 时变轨迹; 鲁棒模糊预测控制; 输出反馈; 李雅普诺夫稳定; 线性矩阵不等式

Predictive Control of Output Feedback Robust Fuzzy for Time-varying Trajectory Based on Beer Fermentation Process

YU Honglei¹, JIANG Guanjie¹, WANG Shouya²

(1. School of Electronic Information Engineering, University of Science and Technology Liaoning, Anshan 114000, China;

2. School of Electronic Engineering, Huainan Normal University, Huainan 232000, China)

Abstract: The temperature control of beer fermentation has the questions of nonlinear characteristic in the system, difficult measurement and set value for temperature variation during production process. Aimed at above problems, an output feedback robust fuzzy predictive control method with the time-varying trajectory is proposed. Based on the mechanism model of the beer fermenter temperature system, a state-space model with the uncertainty and unknown disturbances is established. The T-S fuzzy state space model with weighted coefficients is established by designing the fuzzy set. The output tracking error is introduced into the state variable to establish a new multi degree of freedom state space model. The robust model predictive control method is used to optimize the problem of parameter uncertainty, and the stability conditions in the form of linear matrix inequality are derived based on the Lyapunov stability theory. The corresponding submodel control law is calculated by solving the parameters in the linear matrix inequality, and the weight value of the designed output feedback controller is determined. The simulation results verify the effectiveness and feasibility of the proposed method.

Keywords: Non-linear; time-varying trajectory; robust fuzzy predictive control; output feedback; Lyapunov stability; linear matrix inequality

0 引言

啤酒作为世界三大古酒之一, 由于其平顺甘醇等特点, 深受人们的喜欢, 近年来啤酒产量占比均高于 70%。随着工业技术的不断升级, 在啤酒生产领域, 自动化生产逐渐取代了传统的手工生产, 大大增加了酒厂的生产效率。由于啤酒生产主要依靠酵母菌的发酵, 而酵母菌的发酵往往需要严格的温度限制, 因此如何对啤酒发酵温度进行高精

度控制成为啤酒生产的关键, 受到众多科研人员和工程师的关注^[1-2]。

在啤酒发酵生产过程中需要保证系统安全可靠的运行, 但是实际对象通常具有不确定性、强非线性、强干扰等特性, 传统控制方法对高精度控制要求存在一定的局限性。因此, 先进过程控制 (APC, advanced process control) 技术被越来越多的科研人员所关注^[3-5]。其中, 模型预测控制 (MPC, model predictive control) 被认为是最有效的先进控

收稿日期: 2022-11-28; 修回日期: 2023-01-03。

基金项目: 安徽省重点研究与开发计划项目 (2022a05020010)。

作者简介: 俞宏磊 (1995-), 男, 马鞍山人, 在读硕士, 主要从事先进控制和智能算法方向的研究。

通讯作者: 姜冠杰 (1974-), 女, 鞍山人, 博士, 副教授, 主要从事项目风险管理和智能优化算法方向的研究。

引用格式: 俞宏磊, 姜冠杰, 王守亚. 基于啤酒发酵过程的时变轨迹输出反馈鲁棒模糊预测控制[J]. 计算机测量与控制, 2023, 31(3): 171-179, 214.

制方法之一,它已经存在大量成功的工业应用案例^[6-7]。MPC 算法结合最优控制理论^[8]、李雅普诺夫稳定性理论^[9]、线性矩阵不等式技术(LMI, linear matrix inequation)^[10]等理论,在系统稳定前提下对控制器进行设计,具有滚动优化等特点,增加控制器的控制精度的同时给予系统状态更多的自由度和可控性,在理论研究层面取得了众多较为丰富的成果。但是 MPC 对模型精度要求较高,在实际生产中,由于温度、浓度、流量等实物理量参数会随着生产要求不断变化,导致啤酒发酵过程的模型参数往往是在变化的,这种变化引起的不确定性,会降低 MPC 方法的控制效果。因此,鲁棒模型预测控制(RMPC, robust model predictive control)逐渐走入科研人员的视线^[11-13]。RMPC 充分考虑到模型的不确定性影响,采用“min-max”来降低不确定性对系统输出的影响,从而有效改善系统的控制性能。因此,结合 RMPC 的优势,设计控制器减少不确定性在啤酒发酵过程温度控制系统产生的不利影响,增加产品的合格率是十分重要的。

众所周知,在实际的生产过程中,线性系统是极为特殊的情况,工业过程通常具有非线性特性。由于这类系统不适用叠加原理,并且分析复杂,给控制器的设计带了极大的困难。在以往的研究中,科研人员通常采用单点线性化的方法将非线性系统在工作点进行线性化建立线性模型,并在此基础上设计线性控制器^[14-15]。随着生产精度的不断提高,这种方法的局限性也不断体现,为了保证系统高精度的运行,当工作点发生变化时,通常需要现场工程师根据新的工作点建立新的模型,增加了现场工作人员的负担,并且建立新的模型通常需要大量的时间,也为企业的高效生产带来不利影响。因此,文献[16-18]在单点线性化的基础上,将模型的变化当作不确定性考虑,建立具有不确定性的模型,并设计鲁棒控制器来保证控制系统的控制效果。可惜的是上述方法针对非线性较弱的系统具有较好的控制效果,对强非线性系统的控制效果不尽人意。因此,为了得到较好的控制效果,在多点线性化的基础上,通过引入加权因子建立 T-S 模糊模型可以较好地逼近被控对象的非线性特性^[19-20],为具有非线性特性的啤酒发酵过程温度控制系统设计高性能非线性控制器提供新思路。

目前,先进控制方法在工业控制领域的研究取得了丰富的成果^[21],甚至有些已经应用到实际生产过程中^[22-23]。但目前常见的先进控制方法均使用状态空间模型来设计控制器,导致控制器都是在假设状态已知的情况下设计的。在建模时一旦选取作为状态变量的物理量不易测量,甚至不能测量时,所设计的控制器只能停留在理论层面,并不能在实际工业过程上应用。如果想将这些方法应用于实际生产,需要大大增加建模工程师的工作量。因此,文献[24]在设计控制器的同时引入状态观测器,而状态观测器通常只能估计出当前时刻的状态,如果估计值与实际值偏差较大,轻则降低产品合格率,重则造成生产事故。因此,为了控制器的可实施性,在以往研究结果的基础上,针对

啤酒发酵过程温度控制系统设计输出反馈鲁棒预测控制是十分必要的。

啤酒发酵过程的温度对酵母菌的活性起到至关重要的作用,而外界环境等因素变化造成的干扰普遍存在于控制系统中,对系统的输出会产生一定影响,如果不合理处置可能会导致系统不稳定。文献[25-26]为了使系统具有更强的抗干扰能力,在传统性能指标的基础上引入性能指标,从而增加系统的抗干扰能力。然而,随着互联网的普及以及大数据技术的加持,企业每天的生产通常会随着产品价格、原材料价格、仓库库存、能源消耗、环境因素等众多因素综合调控,从而与以往固定设定值生产的情况不同,控制系统的设定值可能会根据企业生产调控进行变化。因此,在设计控制器时如何保证系统受到外界干扰的情况下依旧稳定运行的同时保证系统输出快速跟踪变化的设定值也是提高生产效率,增加企业利润的关键。

为此,本文针对具有时变轨迹、不确定性和未知干扰的啤酒发酵过程,设计 T-S 模糊动态输出反馈控制器,提出一种时变轨迹输出反馈鲁棒模糊预测控制方法。该方法的主要贡献为:

- 1) 利用具有不确定性的新型扩展 T-S 模糊状态空间模型来描述啤酒发酵罐温度系统,并设计相应的模糊控制器,提高系统的控制精度。
- 2) 设计输出反馈控制器,有效避免由于状态不可测导致的控制方法实施困难的不足。
- 3) 将设定值的变化量看作有界扰动,通过引入性能指标,增加系统对变化设定值的跟踪能力。

1 啤酒发酵罐温度系统模型建立

1.1 过程描述

啤酒发酵罐温度系统是一个典型的非线性系统,常见锥形啤酒发酵罐结构图如图 1 所示。其主要工作原理为通过上、中、下部的温度传感器测量相应部分的温度,通过调节冷媒水的流量改变发酵罐中的温度,从而保证酵母菌的活性,从而实现高品质、高效率的啤酒生产,增加啤酒生产企业的利润。

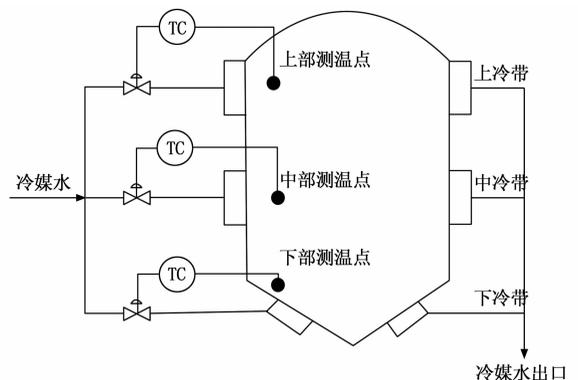


图 1 锥形啤酒发酵罐结构图

首先,在文献[27]的基础上,通过理论推导构建如

下机理模型:

$$\bar{C}_A(t) = \frac{q}{V} - k_0 C_A(t) \exp\left(\frac{-E}{RT(t)}\right) \quad (1)$$

$$\bar{T}(t) =$$

$$-T(t) - \frac{k_0 C_A}{C_p \rho} (-\Delta H) \exp\left(\frac{-E}{RT(t)}\right) + \frac{UA}{VC_p \rho} (T(t) - T_c) \quad (2)$$

其中: C_A 为物料浓度; T 为发酵温度; T_c 为冷却液温度; V 是反应器容积, 单位为 L; q 为流量, 单位为 L/min; ρ 为密度, 单位为 g/L; C_p 为热容, 单位为 J/gK; T_c 为冷却液温度, 单位为 K; k_0 为速率常数, 单位为 min^{-1} ; E/R 为指数因子, 单位为 K; $-\Delta H$ 为反应热, 单位为 J/mol; UA 为热传递项, 单位为 J/minK; $V=100$ L, $\rho=1\ 000$ g/L, $C_p=1$ J/gK, $q=100$ L/min, $\Delta H=-2 \times 10^5$ J/mol, $E/R=1\ 000$ K, $UA=1 \times 10^5$ J/minK, $k_0=4.71 \times 10^8 \text{ min}^{-1}$.

1.2 T-S 模糊模型建立

在上述机理模型的基础上, 取状态变量为 $x(k) = [x_1(k) \ x_2(k)]^T = [T \ C_A]^T$, 控制输入变量为 $u(k) = T_c$, 可得到系统的状态空间模型:

$$\begin{cases} x(k+1) = A(k)x(k) + B(k)u(k) + w(k) \\ y(k) = Cx(k) \end{cases} \quad (3)$$

在此基础上, 考虑到啤酒发酵过程的非线性特性, 通过模糊规则, 建立 T-S 模糊状态空间模型。

具体模糊规则 R^i 为:

如果 $Z_1(k)$ 是 $M_1^i, Z_2(k)$ 是 $M_2^i, \dots, Z_q(k)$ 是 M_q^i , 则

$$\begin{cases} x(k+1) = A^i(k)x(k) + B^i(k)u(k) + w(k) \\ y(k) = C^i x(k) \end{cases} \quad (4)$$

其中: $x(k) \in \mathbf{R}^n, u(k) \in \mathbf{R}^n, y(k) \in \mathbf{R}^n, w(k) \in \mathbf{R}^n$ 分别为离散 k 时刻系统的状态、控制输入、输出和外界未知干扰。 $Z_1(k) \dots Z_q(k)$ 表示前件变量, $M_i^h (i=1, 2, \dots, l, h=1, 2, \dots, q)$ 为第 i 条模糊规则的第 h 条模糊集。 $[A^i(k) \ B^i(k)] \in \Omega, \Omega$ 是不确定性集合。 $A^i(k) = A^i + \Delta_a^i(k), B^i(k) = B^i + \Delta_b^i(k), A^i, B^i$ 和 C^i 是第 i 个模糊规则的相应维数常数矩阵, $\Delta_a^i(k)$ 和 $\Delta_b^i(k)$ 体现为离散 k 时刻的系统不确定性, 可以表示为:

$$[\Delta_a^i(k) \ \Delta_b^i(k)] = N^i \Delta^i(k) [H_a^i \ H_b^i] \quad (5)$$

其中: $\Delta^{iT}(k) \ \Delta^i(k) \leq I, N^i, H_a^i, H_b^i$ 是适当维数的已知常数矩阵, $\Delta^i(k)$ 是与离散时间 k 有关不确定摄动。

然后, 分别赋予子模型不同的权值 $h^i(x(k))$, 该权值由推理模糊集 $\mu^i(x)$ 归一化后的得到, 推理模糊集的定义如下:

$$\mu^1(x) = \begin{cases} 1, & x \leq a \\ 1 - \frac{x-a}{b-a}, & a < x < b \\ 0, & x \geq b \end{cases} \quad (6)$$

$$\mu^2(x) = \begin{cases} 1 - \mu^1(x), & x \leq b \\ 1 - \mu^3(x), & x \geq b \end{cases} \quad (7)$$

$$\mu^3(x) = \begin{cases} 0, & x \leq b \\ \frac{x-b}{c-b}, & b < x < c \\ 1, & x \geq c \end{cases} \quad (8)$$

因此, 将非线性工业过程去模糊化后可以表示为如下的加权状态空间模型形式:

$$\begin{cases} x(k+1) = \sum_{i=1}^l h^i(x(k)) A^i(k) x(k) + \sum_{i=1}^l h^i(x(k)) B^i(k) u(k) + w(k) \\ y(k) = C^i x(k) \end{cases} \quad (9)$$

其中: $h^i(x(k)) = M^i(x(k)) / \sum_{i=1}^l M^i(x(k)), \sum_{i=1}^l h^i(x(k)) = 1, M^i(x(k)) = \prod_{h=1}^q M_h^i, M^i(x(k))$ 是第 i 个模糊准则的隶属度函数。

根据 T-S 模型中隶属度函数的 3 个规则, 选择 3 个温度稳态点: $0.5\ ^\circ\text{C}, 5\ ^\circ\text{C}, 12\ ^\circ\text{C}$ 进行多点离散化, 获得对应的 T-S 模糊子模型的状态空间参数分别为:

$$A^1 = \begin{bmatrix} -1.117 & 0.132 \\ -0.983 & 0.243 \end{bmatrix}, A^2 = \begin{bmatrix} -1.808 & 0.345 \\ -6.470 & 1.463 \end{bmatrix},$$

$$A^3 = \begin{bmatrix} -4.247 & 0.493 \\ -25.895 & 2.694 \end{bmatrix},$$

$$B^1 = B^2 = B^3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.3 \end{bmatrix}, C = [0 \ 1],$$

$$N^1 = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix}, H_a^1 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.2 \end{bmatrix},$$

$$N^2 = \begin{bmatrix} 0.02 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix}, H_a^2 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.3 \end{bmatrix},$$

$$N^3 = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.02 \end{bmatrix}, H_a^3 = \begin{bmatrix} 0.3 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix},$$

$$H_b^1 = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.000 \ 1 \end{bmatrix}, H_b^2 = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.0001 \end{bmatrix}, H_b^3 = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.000 \ 1 \end{bmatrix},$$

$$\Delta^{iT}(k) \Delta^i(k) \leq I, \Delta(k) = \begin{bmatrix} \Delta_1 & 0 \\ 0 & \Delta_2 \end{bmatrix},$$

$$w(k) = (0.4\Delta_3 \ 0.4\Delta_4)^T, \Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \Delta_4$$

为在 $(-1, 1)$ 之间随时间变化的随机数。

注释 1: 该模型的优点是降低了传统单点线性化出现的模型失配问题对控制效果的影响。但是由于其需要进行多点线性化, 并对多个线性化后的模型设计多个控制器, 此外还需求解各个子系统的权值系数, 会大大增加了计算复杂度。

1.3 新型多自由度状态空间模型建立

为了降低后期设计控制器的计算量, 在式 (9) 基础上, 利用 $k+1$ 时刻的状态空间和 k 时刻的状态空间求差值, 可以建立系统的增量式状态空间模型为:

$$\begin{cases} \Delta x(k+1) = \sum_{i=1}^l h^i(x(k)) A^i(k) \Delta x(k) + \sum_{i=1}^l h^i(x(k)) B^i(k) \Delta u(k) + \overline{w}(k) \\ \Delta y(k) = C^i \Delta x(k) \end{cases} \quad (10)$$

其中: $\bar{w}(k) = \sum_{i=1}^l \xi(h^i) [A^i(k)x(k-1) + B^i(k)u(k-1)] + \sum_{i=1}^l h^i(x(k-1)) [(\Delta_a^i(k) - \Delta_a^i(k-1))x(k-1) + (\Delta_b^i(k) - \Delta_b^i(k-1))u(k-1)] + \Delta_{\omega}(k)$, $\xi(h^i) = h^i(x(k)) - h^i(x(k-1))$ 。

系统期望的设定值为 $y_r(k)$, 定义系统的输出跟踪误差为:

$$e(k) = y(k) - y_r(k) \quad (11)$$

通过式 (10) 和式 (11), 考虑到设定值变化的情况, 可得到离散 $k+1$ 时刻的系统输出跟踪误差如下:

$$e(k+1) = e(k) + \Delta e(k+1) = e(k) + C^i \left(\sum_{i=1}^l h^i(x(k)) A^i(k) \Delta x(k) + \sum_{i=1}^l h^i(x(k)) B^i(k) \Delta u(k) + \bar{w}(k) \right) - \Delta r(k+1) \quad (12)$$

式中, $\Delta r(k+1) = y_r(k+1) - y_r(k)$ 为了提高系统的跟踪设定值的能力并增加控制器的自由度, 在增量状态空间模型的基础上引入输出跟踪误差, 构成新的多自由度状态空间模型如下:

$$\begin{cases} \bar{x}_1(k+1) = \sum_{i=1}^l h^i(x(k)) \bar{A}^i(k) \bar{x}_1(k) + \sum_{i=1}^l h^i(x(k)) \bar{B}^i(k) \Delta u(k) + \bar{G} \bar{w}(k) + \bar{L}_2 \Delta r(k+1) \\ \Delta y(k) = \bar{C}^i \bar{x}_1(k) \\ z(k) = e(k) = \bar{S} \bar{x}_1(k) \end{cases} \quad (13)$$

式中, $\bar{x}_1(k) = \begin{bmatrix} \Delta x(k) \\ e(k) \end{bmatrix}$, $\bar{A}^i(k) = \begin{bmatrix} A^i + \Delta_a^i(k) & 0 \\ CA^i + C\Delta_a^i(k) & I \end{bmatrix} = \bar{A}^i + \bar{\Delta}_a^i$, $\bar{A}^i = \begin{bmatrix} A^i & 0 \\ CA^i & I \end{bmatrix}$, $\bar{B}^i(k) = \begin{bmatrix} B^i + \Delta_b^i(k) \\ CB^i + C\Delta_b^i(k) \end{bmatrix}$, $\bar{B}^i = \begin{bmatrix} B^i \\ CB^i \end{bmatrix}$, $\bar{N}^i = \begin{bmatrix} N^i \\ CN^i \end{bmatrix}$, $\bar{H}_a^i = [H_a^i \ 0]$, $\bar{H}_b^i = H_b^i$, $\bar{\Delta}_a^i(k) = \bar{N}^i \Delta^i(k) \bar{H}_a^i$, $\bar{\Delta}_b^i(k) = \bar{N}^i \Delta^i(k) \bar{H}_b^i$, $\bar{L}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -I \end{bmatrix}$, $\bar{G} = \begin{bmatrix} I \\ C^i \end{bmatrix}$, $\bar{C}^i = [C^i \ 0]$, $\bar{E} = [0 \ I]$ 。

注释 2: 传统状态空间模型是针对被控对象的特性或者针对被控对象的输入输出方程进行设计的。基于这种模型设计出来的控制器通常的目的为保证被控对象的稳定, 因此, 大多数使用状态空间模型设计的控制器, 最终的仿真曲线是使得被控对象的状态趋于 0, 从而实现系统的稳定。但设计控制器最终的目标是在实际生产中进行应用, 而基于传统状态空间模型的控制器不具有使被控对象的输出跟踪设定值的能力, 大大降低了控制器在实际生产中应用的可能。为了增加控制器在实际生产中的应用能力, 本文在设计控制器时构建新型多自由度状态空间模型。该模型的优点为在传统状态空间模型的基础上引入输出跟踪误差作为扩展状态, 使得设计的控制器在调节模型本身状态的同时, 通过对扩展状态 (输出跟踪误差) 的调节, 实现被控

对象的输出跟踪设定值的效果。从而大大提高控制器在实际生产中应用的可能。

2 输出反馈鲁棒模糊预测模型控制器设计

2.1 输出反馈鲁棒模糊预测控制律

本部分的目的主要是设计输出反馈鲁棒预测控制器, 引入新的控制器内部状态 $x_c(k)$, 并针对每个闭环子系统设计动态输出反馈控制律, 通过将求解出的控制律进行加权求和来确定系统最终的控制律, 以确保非线性闭环系统的鲁棒稳定性, 系统的控制律设计为如下形式:

$$\begin{cases} x_c(k+1) = \sum_{i=1}^l h^i(x(k)) A_{\alpha}^i(k) x_c(k) + \sum_{i=1}^l h^i(x(k)) B_{\alpha}^i(k) y(k) \\ \Delta u(k) = \sum_{i=1}^l h^i(x(k)) C_{\alpha}^i(k) x_c(k) + \sum_{i=1}^l h^i(x(k)) D_{\alpha}^i(k) y(k) \end{cases} \quad (14)$$

其中: $x_c(k)$ 是控制器内部状态, $y(k)$ 是控制器输入 $A_{\alpha}^i, B_{\alpha}^i, C_{\alpha}^i, D_{\alpha}^i$ 是需要确定的第 i 个子控制器参数, 通过将控制律 (14) 代入新型多自由度状态空间模型 (13) 中, 可得到具有权值系数的闭环系统状态空间模型如下:

$$\begin{cases} \hat{x}_1(k+1) = \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^l h^i(x(k)) h^j(x(k)) \underline{A}^{ij}(k) \hat{x}_1(k) + \underline{G} \bar{w}(k) + \underline{L}_2 \Delta r(k+1) \\ y(k) \underline{A} e(k) = \underline{C}^i \cdot \hat{x}_1(k) \\ z(k) \underline{A} e(k) = \underline{S} \cdot \hat{x}_1(k) \end{cases} \quad (15)$$

式中, $\bar{A}^{ij}(k) = \bar{A}^{ij} + \bar{\Delta}_a^{ij}(k)$, $\hat{x}_1(k) = \begin{bmatrix} \bar{x}_1(k) \\ x_c(k) \end{bmatrix}$, $\bar{A}^{ij}(k) = \begin{bmatrix} \bar{A}^i + \bar{B}^i D_{\alpha}^j \bar{C}^j & \bar{B}^i C_{\alpha}^j \\ B_{\alpha}^i \bar{C}^i & A_{\alpha}^j \end{bmatrix}$, $\bar{G} = \begin{bmatrix} \bar{G} \\ 0 \end{bmatrix}$, $\bar{\Delta}_a^{ij}(k) = \begin{bmatrix} \bar{\Delta}_a^i(k) + \bar{\Delta}_b^i(k) D_{\alpha}^j \bar{C}^j & \bar{\Delta}_b^i(k) C_{\alpha}^j \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $\underline{L}_2 = \begin{bmatrix} \bar{L}_2 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\underline{C}^i = [\bar{C}^i \ 0]$, $\underline{S} = [\bar{S} \ 0]$ 。

注释 3: 针对状态空间模型设计的控制器通常采用状态反馈的形式, 即假设系统状态为可测的已知量, 但在实际应用过程中, 由于状态空间模型选择的系统状态通常与被控对象的特性或模型有关, 导致在实际运行过程中系统状态并不是容易得到的, 以往的设计是增加状态观测器来估计控制器所需的系统状态, 但这会在一定程度上增加系统的复杂程度, 并且状态观测器设计的准确性对控制效果的好坏起到决定性因素。本文设计的控制器采用输出反馈进行设计, 从根本上避免了状态不可测问题, 增加了控制器在实际生产中应用的可能性。

2.2 主要定义与引理

在推导主要定理前, 首先给出后续推导过程中需要的定义和引理。

定义 1: 基于上述具有不确定性集的闭环模糊系统 (15), 为了达到非线性系统的鲁棒预测控制目标, 引入如

下性能指标:

$$\min_{\substack{\Delta r(k+p|k), p \geq 0 \\ [A'(k+p) \ B'(k+p)] \in \Omega, p \geq 0}} \max J_{\infty} \\ \bar{J}_{\infty}(k) = \sum_{p=0}^{\infty} [(\hat{x}_1(k+p|k))^T \bar{Q}_1 (\hat{x}_1(k+p|k)) + \Delta u(k+p|k)^T \bar{R}_1 \Delta u(k+p|k)] \quad (16)$$

式中, \bar{J}_{∞} 为最优性能指标, $\bar{J}_{\infty}(k)$ 为 k 时刻最优性能指标, Ω 为参数的不确定性集合, p 为在 k 时刻基础上累加的时间, $\hat{x}_1(k+p|k)$ 与 $\Delta u(k+p|k)$ 分别表示当前在 k 时刻对未来第 $k+p$ 时刻的系统状态预测值和增量控制输入, $\bar{Q}_1 > 0, \bar{R}_1 > 0$ 是相应维数的加权矩阵。

定义 2: 如果标量 $\gamma > 0, \eta > 0$ 存在, 对于任意的 $\bar{w}(k)$, 在所有参数不确定性可容许情况下, 离散非线性系统具有 H_{∞} 鲁棒性能, 需要符合如下条件:

1) 当 $\bar{w}(k) = 0, \Delta r(k+1) = 0$ 时, 离散非线性时间系统 (9) 是渐近稳定的;

2) 当 $z(k)$ 满足 H_{∞} 范数的约束条件 $\|z\| \leq \gamma \|\bar{w}\|, \|z\| \leq \eta \|\Delta r\|$ 成立, 并且使系统的性能指标值小于性能指标上界 \bar{J}_{∞} 时, 系统具有 H_{∞} 性能。

引理 1^[28]: 设 W, L 和 V 是适当维数的矩阵, 其中 W, V 是实数矩阵, 则对于:

$$L^T V L - W < 0$$

可以写成如下形式:

$$\begin{bmatrix} -W & L^T \\ L & -V^{-1} \end{bmatrix} < 0 \text{ 或 } \begin{bmatrix} -V^{-1} & L \\ L^T & -W \end{bmatrix} < 0 \quad (17)$$

引理 2^[29]: 假设 D, F, E 和 M 是满足 $M = M^T$ 的适当维数的实数矩阵, 当 $F^T F \leq I$, 对于

$$M + DFE + E^T F^T D^T < 0 \quad (18)$$

当仅存在标量 $\epsilon > 0$ 时, 使得如下不等式成立

$$M + \epsilon^{-1} D D^T + \epsilon E^T E < 0 \quad (19)$$

2.3 主要定理

在此部分, 根据是否存在外部干扰的情况, 分别给出两种情况下控制律的设计方法。其中定理 1 是在没有外界干扰的情况下设计的, 定理 2 是在有外界干扰的情况下设计的。

定理 1: 在不考虑外界干扰的情况下考虑到设定值变化对系统的影响, 即 $\bar{w}(k) = 0, \Delta r(k) \neq 0$ 时。如果可以找到符合对应维数的未知正定矩阵 $X, Y, L_{12}, L_{22}, \bar{L}_{12}, \bar{L}_{22}, \bar{L}_1 \in R^{(n_s+n_c) \times (n_s+n_c)}$, 符合对应维数的未知矩阵 $A_{ci}, B_{ci}, C_{ci}, D_{ci} \in R^{n_c \times (n_s+n_c)}$ 和一些正定标量 $\theta > 0, \eta > 0, \epsilon > 0$ 使得如下 LMI 成立:

$$\begin{bmatrix} \bar{L}_1 & 0 & \hat{A}^{iT} + \hat{\Delta} \alpha^{iT} & \bar{Q}_1^{1/2T} & (\bar{C}_{ci} + \bar{D}_{ci})^T \bar{R}_1^{1/2T} \\ * & -\eta^2 I & \bar{L}_2^T & 0 & 0 \\ * & * & -\bar{L}_1 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\theta I & 0 \\ * & * & * & * & -\theta I \\ * & * & * & * & * \end{bmatrix} < 0$$

$$\begin{bmatrix} H_a^T + \bar{C}^T D_{ci}^T H_b^T \\ 0 \\ C_{ci}^T H_b^T \\ 0 \\ 0 \\ -\epsilon I \end{bmatrix} < 0 \quad (20a)$$

$$\begin{bmatrix} -\bar{L}_1 & 0 & \underline{\Delta}^{iT} + \underline{\Delta} \alpha^{iT} & \bar{Q}_1^{1/2T} & (\hat{C}_{ci} + \hat{D}_{ci})^T \bar{R}_1^{1/2T} \\ * & -\eta^2 I & \bar{L}_2^T & 0 & 0 \\ * & * & -\bar{L}_1 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\theta I & 0 \\ * & * & * & * & -\theta I \\ * & * & * & * & * \end{bmatrix} < 0 \quad (20b)$$

$$\begin{bmatrix} H_a^T + (\frac{\bar{C}}{2} + \frac{\bar{C}_j}{2})^T (\frac{D_{ci} + D_{cj}}{2})^T H_b^T \\ 0 \\ (\frac{C_{ci} + C_{cj}}{2})^T H_b^T \\ 0 \\ 0 \\ -\epsilon I \end{bmatrix} < 0$$

则可以保证非线性闭环系统 (15) 中的每个子系统渐近稳定, 并且根据求解出的参数可以获得对应的控制律。其中, * 为关于主对角线对称的元素的转置。

$$\bar{L}_1 = \begin{bmatrix} Y & L_{12} \\ L_{12}^T & L_{22} \end{bmatrix}, \bar{L}_1^{-1} = \begin{bmatrix} X & \bar{L}_{12} \\ \bar{L}_{12}^T & \bar{L}_{22} \end{bmatrix}, -\bar{L}_1 = -\bar{L}_1^{-1} + \bar{\epsilon} = \begin{bmatrix} -X & -\bar{L}_{12} \\ -\bar{L}_{12}^T & -\bar{L}_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon N N^T & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \underline{\Delta}^{ij} = \frac{\hat{A}^{ij} + \hat{A}^{ji}}{2}, \underline{\Delta} \alpha^{ij} = \frac{\hat{\Delta} \alpha^{ij} + \hat{\Delta} \alpha^{ji}}{2}。$$

证明: 首先, 不考虑设定值变化对系统的影响情况下, 构建相应的李雅普诺夫能量函数。为了保证啤酒发酵罐稳定控制系统的闭环稳定, 强制构建递减形式的能量关系, 结合鲁棒预测控制性能指标, 系统状态 $\hat{x}_1(k)$ 需要满足如下稳定性约束条件:

$$V(\hat{x}_1(k+p+1|k)) - V(\hat{x}_1(k+p|k)) \leq -[(\hat{x}_1(k+p|k))^T \bar{Q}_1 (\hat{x}_1(k+p|k)) + \Delta u(k+p|k)^T \bar{R}_1 \Delta u(k+p|k)] \quad (21)$$

其中: $V(\hat{x}_1(k+p+1|k))$ 表示在离散 k 时刻处预测的在未来 $k+p+1$ 时刻的李雅普诺夫能力函数;

为了获得控制器的预测性能, 将式 (21) 不等式两边将 $p = 0$ 到 ∞ 进行累加, 并且当系统稳定时系统的能量应该越来越小, 因此 $V(\hat{x}_1(\infty)) = 0$ 和 $\hat{x}_1(\infty) = 0$, 由此可知:

$$\bar{J}_{\infty}(k) \leq V(\hat{x}_1(k)) \leq \theta \quad (22)$$

其中: θ 是鲁棒预测性能指标 $\bar{J}_{\infty}(k)$ 的上确界。

为了获取对应时刻的能量, 选择构造如下李雅普诺夫能量函数:

$$V_1(\hat{x}_1(k+p)) = \hat{x}_1^T(k+p) \bar{P}_1 \hat{x}_1(k+p) = \hat{x}_1^T(k+p) \bar{\theta} \bar{L}_1^{-1} \hat{x}_1(k+p) \quad (23)$$

其中: \bar{P}_1 为需要求解的未知正定矩阵。因此相邻时刻间的能量增量为:

$$\Delta V_1(\tilde{x}_1(k+p)) = V(\tilde{x}_1(k+p+1)) - V(\tilde{x}_1(k+p)) = \tilde{x}_1^T(k+p+1)\bar{\theta}\bar{L}_1^{-1}\tilde{x}_1(k+p+1) - \tilde{x}_1^T(k+p)\bar{\theta}\bar{L}_1^{-1}\tilde{x}_1(k+p) \quad (24)$$

将式 (21) 不等式两边同时乘以 θ^{-1} , 可得:

$$\theta^{-1}\Delta V_1(\tilde{x}_1(k+p|k)) + \theta^{-1}\bar{J}_p(k) \leq 0 \quad (25)$$

式中, $\bar{J}_p(k) = (\tilde{x}_1(k+p|k))^T\bar{Q}_1(\tilde{x}_1(k+p|k)) + \Delta u(k+p|k)^T\bar{R}_1\Delta u(k+p|k)$

将 (23) ~ (25) 相结合, 可得:

$$\theta^{-1}\Delta V(\tilde{x}_1(k)) + \theta^{-1}\bar{J}(k) = (\bar{\varphi}_1(k))^T\bar{\Phi}_1\bar{\varphi}_1(k) \quad (26)$$

$$\bar{\Phi}_1 = -\bar{L}_1^{-1} + \bar{\Delta}_1^T\bar{L}_1^{-1}\bar{\Delta}_1 + \bar{\lambda}_1^T\theta^{-1}\bar{\lambda}_1 + \bar{\lambda}_2^T\theta^{-1}\bar{\lambda}_2 \quad (27)$$

式中, $\bar{\varphi}_1(k) = \tilde{x}_1(k+p)$, $\bar{\Delta}_1 = \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^l h^i(x(k))h^j(x(k))\bar{A}^{ij}(k)$, $\bar{\lambda}_1 = \bar{Q}_1^{1/2}$, $\bar{\lambda}_2 = \sum_{i=1}^l h^i(x(k))\bar{R}_1^{1/2}(\bar{C}_i + \bar{D}_i)$

为了保证式 (25) 成立, 只需令式 (27) 小于 0, 即令 $\bar{\Phi}_1 < 0$, 之后利用引理 1 对式 (27) 进行 LMI 转化, 即可获得如下 LMI 条件:

$$\begin{bmatrix} \bar{L}_1^{-1} & 0 & \bar{A}^{ijT}(k) & \bar{Q}_1^{1/2T} & (\bar{C}_i + \bar{D}_i)^T\bar{R}_1^{1/2T} \\ * & -\eta^2 I & \bar{L}_2^T & 0 & 0 \\ * & * & -\bar{L}_1 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\theta I & 0 \\ * & * & * & * & -\theta I \end{bmatrix} < 0 \quad (28a)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{L}_1^{-1} & 0 & \hat{A}^{ijT}(k) & \bar{Q}_1^{1/2T} & (\hat{C}_i + \hat{D}_i)^T\bar{R}_1^{1/2T} \\ * & -\eta^2 I & \bar{L}_2^T & 0 & 0 \\ * & * & -\bar{L}_1 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\theta I & 0 \\ * & * & * & * & -\theta I \end{bmatrix} < 0 \quad (28b)$$

式中, $\hat{A}^{ij}(k) = \frac{\bar{A}^{ijT}(k) + \bar{A}^{ij}(k)}{2}$, $\hat{C}_i = \frac{\bar{C}_i + \bar{C}_j}{2}$, $\hat{D}_i = \frac{\bar{D}_i + \bar{D}_j}{2}$ 。

在此基础上, 考虑到设定值变化对系统的影响, 将设定值的变化量看作有界干扰, 定义如下 H_∞ 性能指标:

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} [z^T(k)z(k) - \eta^2 \Delta r^T(k+1)\Delta r(k+1)] \quad (29)$$

其中: 对于任意的 $\Delta r(k+1) \in l_2[0, \infty]$, 由于 $V(\tilde{x}_1(0)) = 0, V(\tilde{x}_1(\infty)) \geq 0, \bar{J}_\infty > 0$, 可得:

$$J \leq \sum_{k=0}^{\infty} [z^T(k)z(k) - \eta^2 \Delta r^T(k+1)\Delta r(k+1) + \theta^{-1}\Delta V(\tilde{x}_1(k)) + \theta^{-1}\bar{J}(k)] \quad (30)$$

式中, $\bar{J}(k) = \tilde{x}_1(k)^T\bar{Q}_1\tilde{x}_1(k) + \Delta u(k)^T\bar{R}_1\Delta u(k)$ 。

在式 (30) 的基础上, 可得:

$$z^T(k)z(k) - \eta^2 \Delta r^T(k+1)\Delta r(k+1) + \theta^{-1}\Delta V(\tilde{x}_1(k)) + \theta^{-1}\bar{J}(k) = \begin{bmatrix} \bar{\varphi}_1(k) \\ \Delta r(k+1) \end{bmatrix}^T \left\{ \begin{bmatrix} -\bar{L}_1^{-1} & 0 \\ 0 & -\eta^2 I \end{bmatrix} + \right.$$

$$\begin{bmatrix} \bar{\Delta}_1^T \\ \bar{L}_2^T \end{bmatrix} \bar{L}_1^{-1} \begin{bmatrix} \bar{\Delta}_1 & \bar{L}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{E}^T \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{E} & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\lambda}_1^T \\ 0 \end{bmatrix} \theta^{-1} \begin{bmatrix} \bar{\lambda}_1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\lambda}_2^T \\ 0 \end{bmatrix} \theta^{-1} \begin{bmatrix} \bar{\lambda}_2^T & 0 \end{bmatrix} \left. \right\} \begin{bmatrix} \bar{\varphi}_1(k) \\ \Delta r(k+1) \end{bmatrix} \quad (31)$$

为了保证系统稳定需要式 (31) 小于 0, 由于式 (31) 为二次型形式, 因此只要保证式 (31) 中大括号内的部分小于 0 即可, 因此:

$$\begin{bmatrix} -\bar{L}_1^{-1} & 0 \\ 0 & -\eta^2 I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\Delta}_1^T \\ \bar{L}_2^T \end{bmatrix} \bar{L}_1^{-1} \begin{bmatrix} \bar{\Delta}_1 & \bar{L}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{E}^T \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{E} & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\lambda}_1^T \\ 0 \end{bmatrix} \theta^{-1} \begin{bmatrix} \bar{\lambda}_1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\lambda}_2^T \\ 0 \end{bmatrix} \theta^{-1} \begin{bmatrix} \bar{\lambda}_2^T & 0 \end{bmatrix} < 0 \quad (32)$$

至此, 利用引理 1 对式 (32) 进行 LMI 转化, 并分别考虑到 $i=j$ 和 $i \neq j$ 两种情况, 即可或者式 (20a) 和式 (20b), 定理 1 证毕。

注释 4: 在性能指标设计时, 先假设没有设定值变化的情况, 通过设计鲁棒模型预测性能指标保证系统的稳定性。之后将设定值的变化量看作外界有界干扰, 引入 H 无穷性能指标增加控制系统对设定值变化量的控制能力, 从而实现在设定值发生变化时, 系统输出具有较快跟踪变化设定值的能力。

定理 2: 在考虑外界干扰的情况下考虑到设定值变化对系统的影响, 即 $\bar{w}(k) \neq 0, \Delta r(k) \neq 0$ 时。如果可以找到符合对应维数的未知正定矩阵 $X, Y, L_{12}, L_{22}, \bar{L}_{12}, \bar{L}_{22}, \bar{L} \in R^{(n_s+n_c) \times (n_s+n_c)}$, 符合对应维数的未知矩阵 $A_i, B_i, C_i, D_i \in R^{n_c \times (n_s+n_c)}$ 和一些正定标量 $\theta > 0, \gamma > 0, \eta > 0, \varepsilon > 0$ 使得如下 LMI 成立:

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathfrak{S}}_{11} & \bar{\mathfrak{S}}_{12} & \bar{\mathfrak{S}}_{13} & \bar{\mathfrak{S}}_{14} & \bar{\mathfrak{S}}_{15} & \bar{\mathfrak{S}}_{16} \\ * & \bar{\mathfrak{S}}_{22} & 0 & 0 & 0 & \bar{\mathfrak{S}}_{26} \\ * & * & \bar{\mathfrak{S}}_{33} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & \bar{\mathfrak{S}}_{44} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & \bar{\mathfrak{S}}_{55} & 0 \\ * & * & * & * & * & \bar{\mathfrak{S}}_{66} \end{bmatrix} < 0 \quad (33a)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathfrak{S}}_{11} & \tilde{\mathfrak{S}}_{12} & \bar{\mathfrak{S}}_{13} & \bar{\mathfrak{S}}_{14} & \tilde{\mathfrak{S}}_{15} & \tilde{\mathfrak{S}}_{16} \\ * & \tilde{\mathfrak{S}}_{22} & 0 & 0 & 0 & \tilde{\mathfrak{S}}_{26} \\ * & * & \bar{\mathfrak{S}}_{33} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & \bar{\mathfrak{S}}_{44} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & \bar{\mathfrak{S}}_{55} & 0 \\ * & * & * & * & * & \tilde{\mathfrak{S}}_{66} \end{bmatrix} < 0 \quad (33b)$$

则可以保证非线性闭环系统 (15) 中的每个子系统渐近稳定, 并且根据求解出的参数可以获得对应的控制律。其中, * 为关于主对角线对称的元素的转置。式中,

$$\bar{\mathfrak{S}}_{11} = \begin{bmatrix} -\bar{L}_1 & 0 & 0 \\ 0 & -\gamma^2 I & 0 \\ 0 & 0 & -\eta^2 I \end{bmatrix}, \bar{\mathfrak{S}}_{12} = \begin{bmatrix} \bar{A}^{ijT} + \bar{\Delta}_i^{iT} \\ \bar{G}^T \\ \bar{L}_2^T \end{bmatrix}, \bar{\mathfrak{S}}_{15} = \begin{bmatrix} \bar{A}^{ijT} + \bar{\Delta}_i^{iT} \\ \bar{G}^T \\ \bar{L}_2^T \end{bmatrix}, \bar{\mathfrak{S}}_{16} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_1^{+T} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \tilde{\mathfrak{S}}_{12} = \begin{bmatrix} \bar{A}^{ijT} + \bar{\Delta}_i^{iT} \\ \bar{G}^T \\ \bar{L}_2^T \end{bmatrix}, \tilde{\mathfrak{S}}_{13} = \begin{bmatrix} \bar{E}^T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \tilde{\mathfrak{S}}_{14} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_1^{+T} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \bar{\mathfrak{S}}_{15} &= \begin{bmatrix} (\bar{C}_a + \bar{D}_a)^T \bar{R}_1^{1/2T} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \tilde{\mathfrak{S}}_{15} = \begin{bmatrix} (\hat{C}_a + \hat{D}_a)^T \bar{R}_1^{1/2T} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \\ \bar{\mathfrak{S}}_{16} &= \begin{bmatrix} H_a^T + \bar{C}^T D_c^T H_b^T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \\ \tilde{\mathfrak{S}}_{16} &= \begin{bmatrix} H_a^T + (\frac{\bar{C}^i + \bar{C}^j}{2})^T (\frac{D_c^i + D_c^j}{2})^T H_b^T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \\ \bar{\mathfrak{S}}_{26} = \begin{bmatrix} C_a^T H_b^T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \tilde{\mathfrak{S}}_{26} = \begin{bmatrix} (\frac{C_a^i + C_a^j}{2})^T H_b^T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \bar{\mathfrak{S}}_{22} = -\bar{L}_1, \\ \bar{\mathfrak{S}}_{33} &= -I, \bar{\mathfrak{S}}_{44} = \bar{\mathfrak{S}}_{55} = -\theta I, \bar{\mathfrak{S}}_{66} = -\epsilon I \end{aligned}$$

证明: 定义如下性能指标来建立具有零初始条件的离散时间非线性系统的 H_∞ 性能:

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} [z^T(k)z(k) - \gamma^2 \bar{w}^T(k)\bar{w}(k) - \eta^2 \Delta r^T(k+1)\Delta r(k+1)] \quad (34)$$

其中: 对于任意的 $\bar{w}(k), \Delta r(k+1) \in l_2[0, \infty)$, 由于 $V(\bar{x}_1(0)) = 0, V(\bar{x}_1(\infty)) \geq 0, \bar{J}_\infty > 0$, 可得:

$$J \leq \sum_{k=0}^{\infty} [z^T(k)z(k) - \gamma^2 \bar{w}^T(k)\bar{w}(k) - \eta^2 \Delta r^T(k+1)\Delta r(k+1) + \theta^{-1} \Delta V(\bar{x}_1(k)) + \theta^{-1} \bar{J}(k)] \quad (35)$$

其中: $\bar{J}(k) = \bar{x}_1^T(k) \bar{Q}_1 \bar{x}_1(k) + \Delta u(k)^T \bar{R}_1 \Delta u(k)$.

在定理 1 证明的基础上, 结合式 (30), 可得:

$$\begin{aligned} z^T(k)z(k) - \gamma^2 \bar{w}^T(k)\bar{w}(k) - \eta^2 \Delta r^T(k+1)\Delta r(k+1) + \\ \theta^{-1} \Delta V(\bar{x}_1(k)) + \theta^{-1} \bar{J}(k) = \begin{bmatrix} \bar{\varphi}_1(k) \\ \bar{w}(k) \\ \Delta r(k+1) \end{bmatrix}^T \\ \left\{ \begin{bmatrix} \bar{L}_1^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & -\gamma^2 I & 0 \\ 0 & 0 & -\eta^2 I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\Delta}_1^T \\ \bar{G}^T \\ \bar{L}_2^T \end{bmatrix} \bar{L}_1^{-1} [\bar{\Delta}_1 \quad \bar{G} \quad \bar{L}_2] + \right. \\ \left. \begin{bmatrix} \bar{E}^T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [\bar{E} \quad 0 \quad 0] + \begin{bmatrix} \bar{\lambda}_1^T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \theta^{-1} [\bar{\lambda}_1^T \quad 0 \quad 0] + \right. \\ \left. \begin{bmatrix} \bar{\lambda}_2^T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \theta^{-1} [\bar{\lambda}_2^T \quad 0 \quad 0] \right\} \begin{bmatrix} \bar{\varphi}_1(k) \\ \bar{w}(k) \\ \Delta r(k+1) \end{bmatrix} \quad (36) \end{aligned}$$

根据定理 1 的证明和式 (28a)、(28b), 可得:

$$\begin{aligned} \left[\begin{bmatrix} \bar{L}_1^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & -\gamma^2 I & 0 \\ 0 & 0 & -\eta^2 I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\Delta}_1^T \\ \bar{G}^T \\ \bar{L}_2^T \end{bmatrix} \bar{L}_1^{-1} [\bar{\Delta}_1 \quad \bar{G} \quad \bar{L}_2] + \right. \\ \left. \begin{bmatrix} \bar{E}^T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [\bar{E} \quad 0 \quad 0] + \begin{bmatrix} \bar{\lambda}_1^T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \theta^{-1} [\bar{\lambda}_1^T \quad 0 \quad 0] + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{\lambda}_2^T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \theta^{-1} [\bar{\lambda}_2^T \quad 0 \quad 0] < 0 \quad (37)$$

在此基础上, 分别考虑子模型与子控制器的对照关系, 利用引理 1 则可以得到式 (33a) 和式 (33b)。定理 2 证毕。

注释 5: 在同时考虑到设定值变化和外界干扰对系统影响时, 可以有两种处理手段。一种是将外界干扰和设定值的变化量看作一个整体的范围较大的有界干扰, 通过在鲁棒预测性能指标的基础上引入一个 H 无穷性能指标, 从而降低控制系统对这个范围较大的有界干扰对系统的影响, 实现对外界干扰和设定值变化的处理能力。第二种方式是将设定值的变化量和外界干扰分别看作两个独立的有界干扰, 通过分别设计 H 无穷性能指标, 分别实现控制器对外界干扰和设定值变化量的有效控制。因为第二种方法为分别考虑设定值变化和外界干扰对系统的影响, 并没有将两者看作一个范围较大的有界干扰, 从而实现降低保守性的目的, 因此, 在定理 2 中, 选择第二种方法进行控制器设计。

3 仿真研究

为了验证提出方法的可行性, 根据所建立的啤酒发酵罐温度系统模型分别对定理 1 和定理 2 进行仿真验证, 并将定理 2 与文献 [21] 中提到的方法进行对比, 来验证系统快速跟踪变化设定值的能力。

3.1 定理 1 仿真结果

为了验证定理 1 的可行性, 在考虑系统参数不确定性以及不考虑外界干扰的情况下, 选取控制器参数为: $\bar{Q}_1 = \text{diag} [500, 500, 200]$, $\bar{R}_1 = 600$, 仿真运行 200 步。同时引入跟踪性能评价指标 $D(k) = \sqrt{e^T(k) e(k)}$ 来描述系统的跟踪性能。通过 MATLAB 仿真运行, 得到啤酒发酵罐温度控制系统的输出响应、控制输入和跟踪性能曲线如图 2 ~ 4 所示。

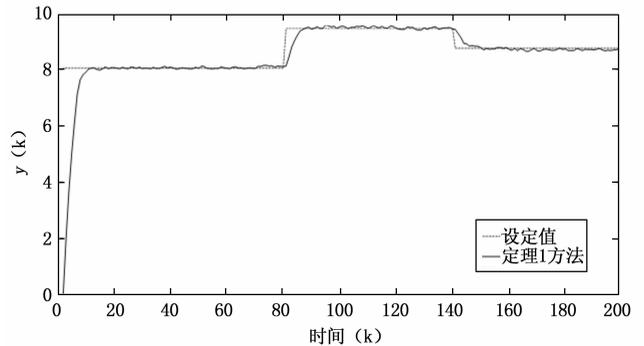


图 2 采用定理 1 方法仿真验证的输出响应曲线

由图 2 可知, 提出的输出反馈方法在啤酒发酵罐温度系统在受到不确定性影响时, 可以保证系统稳定运行的同时增加系统跟踪设定值的能力。由于在设计控制器时充分考虑到设定值变化对系统输出的影响, 将设定值变化的增量看作外界有界干扰, 并基于此引入 H 无穷性能指标增加系统抗设定值变化的能力。因此, 当设定值发生变化时,

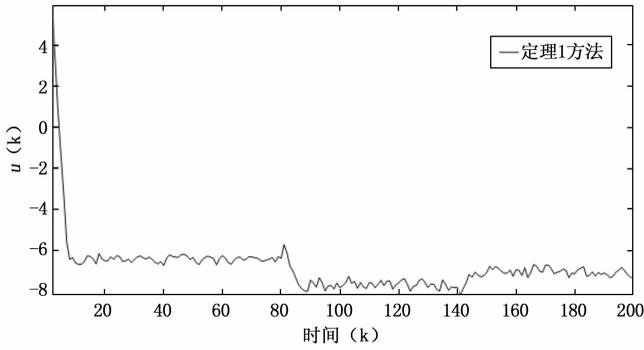


图 3 采用定理 1 方法仿真验证的控制输入曲线

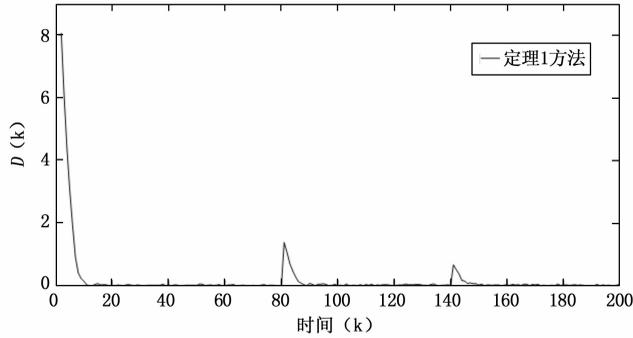


图 4 采用定理 1 方法仿真验证的跟踪性能曲线

在提出方法的作用下，系统输出也能快速地跟踪期望的设定值，并随着设定值的波动有效变化，满足由于生产工艺需要对温度变化的控制要求，曲线波动也较平缓，因此可以看出采用定理 1 设计的控制器可以对啤酒发酵过程温度控制系统实现有效的控制。

因为设计控制器时，采用鲁棒模型预测控制思想，通过引入鲁棒预测性能指标，将控制目标转化为无穷时域的优化问题，所以所设计的控制器具有预测控制的预测特性，正是预测特性的存在，使得在被控对象的输出在跟踪上设定值的同时，控制输入具有较小的波动。由图 3 可以看出，当存在不确定性因素时，虽然在设定值改变时出现较大的变化，但当系统跟踪上设定值后，系统控制输入的波动幅度较小。这种情况一方面降低了执行器运行时的能源消耗，另一方面避免了执行器大范围频繁波动造成的损耗，从而增加执行器的使用寿命，降低了企业的生产成本。

众所周知，基于状态空间模型设计的控制器，通常只是保证系统稳定，也就是使系统的状态输出趋于 0，并不能使得系统输出跟踪目标的设定值，大大降低了控制器在实际生产中应用的可能。而提出方法在设计控制器时充分考虑到实际生产需要使系统输出跟踪目标设定值的情况。在传统状态空间模型中引入输出跟踪误差作为扩展状态，使得设计的控制器具有同时调节系统状态和输出跟踪误差的能力。也就是说将输出跟踪误差作为一个新的状态变量，控制器通过将新的状态变量输出控制为 0，从而保证被控对象的输出具有良好的跟踪设定值变化的能力。因此，由图 4 可知，定理 1 中给出的方法在控制系统受到不确定性影响

的情况下，保证系统具有良好的跟踪性能，从而使啤酒发酵罐的温度有效跟踪酵母菌活性最佳的温度，提高企业的生产效率。

3.2 定理 2 对比仿真结果

为了验证定理 2 的可行性，在定理 1 仿真控制器参数的基础上，增加外界干扰对系统的影响，并与文献 [21] 中提到的方法进行对比来验证提出方法的优劣。两种方法的控制效果对比曲线分别如图 5~7 所示，其中图 5 为输出响应对比，图 6 为控制输入对比，图 7 为跟踪性能对比。

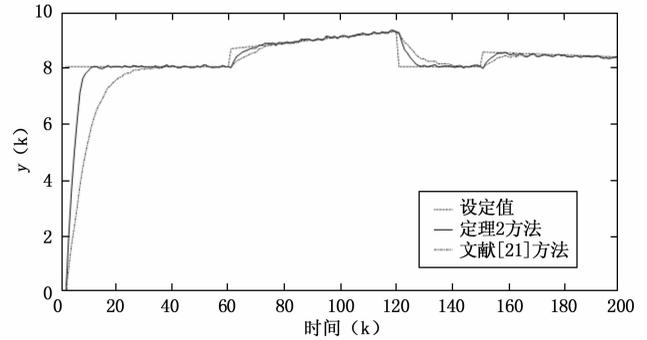


图 5 两种方法输出响应对比

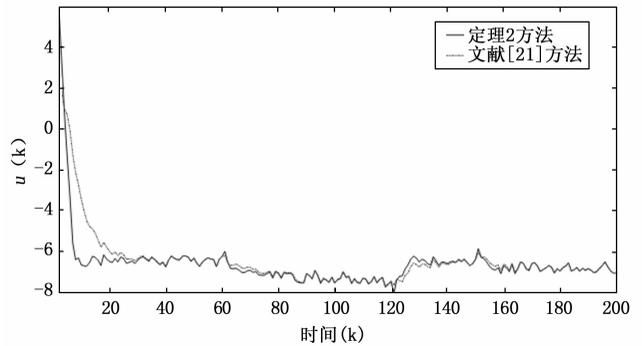


图 6 两种方法控制输入对比

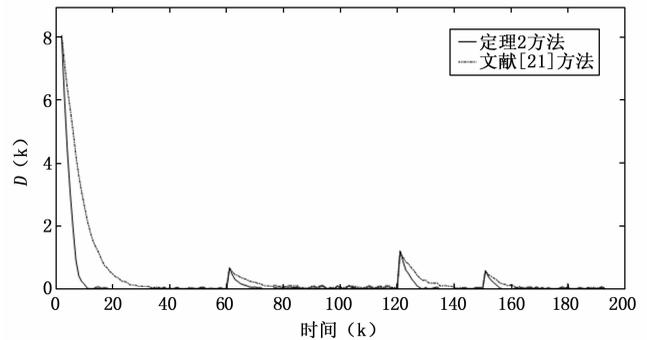


图 7 两种方法跟踪性能对比

由图 5 可知，在相同的影响因素情况下，由于提出方法增加了控制器在设定值变化情况下的调节能力，因此无论设定值是跳变增大或减少，还是慢速均匀增大或减小，提出方法输出响应跟踪设定值的速度都要优于对比文献方法。产生这种效果的原因在于，在设计控制器前充分考虑到实际生产中，控制系统的设定值会随着生产条件的变化

发生改变的情况。通过将设定值变化的增量与 H 无穷性能指标相结合, 构建包括设定值变化和外界干扰的复合性能指标。因为在性能指标中并没有将设定值变化和外界干扰看作整体干扰, 而是分别构建 H 无穷性能指标, 降低控制器设计中保守性的同时增加了控制器对外界干扰和变化设定值的处理能力。因此, 在系统稳定时增加外界干扰, 定理 2 方法和文献 [21] 方法都能保证系统输出具有较小波动的情况下跟踪设定值。但当设定值根据生产要求发生变化时, 定理 2 方法对设定值变化的影响更加灵敏, 具有更强的跟踪设定值变化的能力。

因为定理 2 中控制器设计时构建的性能指标比文献 [21] 多了对变化设定值的处理能力, 因此, 求解出的控制量会有更加快速的调节, 从而保证系统输出快速跟踪变化的设定值。由图 6 可知, 在设定值变化的情况下, 提出方法的控制输入反应更加灵敏, 意味着提出方法可以在较短时间内对执行器进行有效操作, 从而达到理想的控制效果。

由于定理 2 控制器设计时使用了扩展输出误差的新型多自由度状态空间模型, 并在性能指标选择中使用了包括设定值变化量的性能指标。因此, 定理 2 中设计的控制器比文献 [21] 中设计的控制器在保证系统输出跟踪设定值能力的同时具有较强的跟踪变化设定值的能力。由图 7 可知, 定理 2 给出的方法会大大提高啤酒发酵罐温度控制系统跟踪设定值的速度, 尤其是在设定值发生跳变的情况下。这说明提出的方法具有较强的跟踪设定值能力。

两种方法的误差平均值与方差如表 1 所示。由表可以看出, 提出方法的误差平均值与方差均小于对比文献方法, 从而体现出提出方法的优势。

表 1 两种方法误差数据对比

	平均值	方差
提出方法	-0.132 3	0.194 3
文献[21]方法	-0.310 8	0.382 9

4 结束语

本文针对啤酒发酵罐稳定控制系统在考虑系统的非线性特性、参数不确定性和外界未知干扰的情况下, 结合实际生产中状态不可测以及设定值会随着生产要求进行调整的情况, 提出一种动态输出反馈鲁棒模糊预测控制方法。该方法给出了构造非线性输出反馈控制器的方法以及需要满足的充分条件, 有效地降低了由于单点线性化造成的模型不匹配问题的影响, 并在系统受到干扰和设定值变化的情况, 引入性能指标, 保证系统对时变轨迹的跟踪能力, 实现被控变量的高精度控制。对啤酒生产工业的发展具有重要意义。

参考文献:

[1] RODMAN A D, GEROGIORGIS D I. An investigation of initialisation strategies for dynamic temperature optimisation in beer fermentation [J]. Computers & Chemical Engineering, 2019, 124: 43-61.

- [2] GUADALUPE-DAQUI M, MACINTOSH A J. Rapid beer fermentation: the effect of vacuum pressure on a pilot scale lager fermentation [J]. Journal of the American Society of Brewing Chemists, 2019, 77 (4): 235-242.
- [3] ZHOU P, DAI W, CHAI T Y. Multivariable disturbance observer based advanced feedback control design and its application to a grinding circuit [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2014, 22 (4): 1474-1485.
- [4] LI P, LI T, CAO J T. Advanced process control of an ethylene cracking furnace [J]. Measurement and Control, 2015, 48 (2): 50-53.
- [5] DOTOLI M, FAY A, MISKOWICZ M, SEATZU C. Advanced control in factory automation: a survey [J]. International Journal of Production Research, 2016, 55 (5): 1243-1259.
- [6] SALEHINIA S, GHAFFARI A, KHODAYARI A, et al. Modelling and controlling of car-following behavior in real traffic flow using ARMAX identification and model predictive control [J]. International Journal of Automotive Technology, 2016, 17 (3): 535-547.
- [7] 谢亚军, 丁宝苍, 陈 桥. 状态空间模型的双层结构预测控制算法 [J]. 控制理论与应用, 2017, 34 (1): 69-76.
- [8] YAGHMAIE F A, BRAUN D J. Reinforcement learning for a class of continuous-time input constrained optimal control problems [J]. Automatica, 2019, 99: 221-227.
- [9] ZHANG X M, HAN Q L, SEURET A, et al. An improved reciprocally convex inequality and an augmented Lyapunov-Krasovskii functional for stability of linear systems with time-varying delay [J]. Automatica, 2017, 84: 221-226.
- [10] 俞 立. 线性不确定系统的最优保性能控制—线性矩阵不等式处理方法 [J]. 控制理论与应用, 2000, 3: 423-428.
- [11] 马 宇, 蔡远利. 基于多 LPV 模型的调度离线鲁棒预测控制 [J]. 控制与决策, 2016, 31 (8): 1468-1474.
- [12] WU S, JIN Q B, ZHANG R D, et al. Improved design of constrained model predictive tracking control for batch processes against unknown uncertainties [J]. ISA Transactions, 2017, 69: 273-280.
- [13] ZHANG R D, WU S, GAO F R. State space model predictive control for advanced process operation: a review of recent development, new results and insight [J]. Industrial & Engineering Chemistry Research, 2017, 56 (18): 5360-5394.
- [14] LI H M, WANG Z, XU Z X, et al. Feedback linearization based direct torque control for IPMSMs [J]. IEEE Transactions on Power Electronic, 2021, 36 (3): 3135-3148.
- [15] SAEED S, GARCIA J, and GEORGIOUS R. Dual-active-bridge isolated DC-DC converter with variable inductor for wide load range operation [J]. IEEE Transactions on Power Electronic, 2020, 36 (7): 8028-8043.
- [16] FRANCO A L D, BOURLES H, PIERI E R D, et al. Robust nonlinear control associating robust feedback linearization and H_{∞} control [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2006, 51 (7): 1200-1207.

(下转第 214 页)