

受约束空间机器人降阶自适应神经网络滑模控制

师 恒¹, 王雪莉², 谢梅林¹, 曹 钰¹, 冯旭斌¹, 廉学正¹

(1. 中国科学院 西安光学精密机械研究所, 西安 710119; 2. 航天系统部装备部军事代表局, 西安 710082)

摘要: 为了实现受约束空间机器人的高精度控制, 提出了一种基于 U-K (Udwadia-Kalaba) 方程的降阶自适应神经网络滑模控制算法; 基于 U-K 方程, 同时考虑受约束空间机器人各个关节的理想约束力与非理想约束力, 推导得到详细的动力学方程; 考虑到非理想约束力具有不确定性且单独采用滑模控制会出现抖振现象, 提出了自适应神经网络滑模控制算法, 实现各关节角度、角速度以及非理想约束力的高精度跟踪; 针对系统受约束模型, 对动力学方程和滑模控制器进行了降阶求解, 减少了变量并简化了计算过程; 为了验证所提算法的正确性与合理性, 以 2 自由度受约束空间机器人为例进行了仿真验证; 仿真结果表明: 受约束空间机器人的各关节角度、角速度以及非理想约束力的跟踪误差均低于 10^{-4} 量级。

关键词: 空间机器人; 滑模控制; 神经网络控制; U-K 方程; 动力学建模

Reduced Order Adaptive Neural Network Sliding Mode Control of Constrained Space Robot

SHI Heng¹, WANG Xueli², XIE Meilin¹, CAO Yu¹, FENG Xubin¹, LIAN Xuezheng¹

(1. Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics of CAS, Xi'an 710119, China; 2. Military

Representative Bureau of Equipment Department of Aerospace System Department, Xi'an 710082, China)

Abstract: In order to achieve the high precision control of the constrained space robot, a reduced order adaptive neural network sliding mode control algorithm based on Udwadia-Kalaba (U-K) equation is proposed. On the basis of U-K equation and considering the ideal and non-ideal constrained forces of the constrained space robot, the detailed dynamic equations are derived. Considering the uncertainty of the non-ideal constrained forces, and sliding mode control alone can cause chattering phenomenon, a adaptive neural network sliding mode control algorithm is proposed to realize the high-precision tracking of each joint angle, angle speed and non-ideal constrained force. For the constrained model of the system, the dynamic equation and sliding mode controller are reduced the order to decrease the variables and simplify the calculation process. To verify the correctness and rationality of the proposed algorithm, the simulation and verification are carried out using 2-DOF constrained space robot as an example. The simulation results show that the tracking errors of the joint angle, angle speed and non-ideal constrained force are less than 10^{-4} .

Keywords: space robot; sliding mode control; neural network control; U-K equation; dynamic modeling

0 引言

近几年, 空间机器人广泛应用于太空探索和操作, 协助宇航员完成舱外操作, 空间机器人的在轨操作越来越受到重视^[1-2]。

空间机器人在实际在轨操作中, 末端需要不断地与各种环境接触, 且各个关节处存在着摩擦现象, 而这些摩擦会影响空间机器人轨迹跟踪精度和控制系统的稳定性, 因此在动力学建模和控制系统设计时不能忽略这些摩擦力。由此可见, 研究受约束空间机器人对实际应用更加具有参考价值。受约束空间机器人是一个高耦合、强非线性系统, 关节所受约束力可分为理想约束力与非理想约束力, 其中理想接触力满足 D'Alembert's 原则^[3], 其做的虚功之和为

零。而非理想接触力不满足 D'Alembert's 原则, 所做的虚功之和不为零。常规的动力学建模与控制方法不再适用, 必须采用新的理论与方法。

Udwadia 与 Kalaba 提出了多体机械系统在约束条件下的适用于各种情况 (理想与非理想的约束力) 的运动方程, 目前该方程被简称为 U-K 方程^[4-8]。目前, 一些学者使用 U-K 方程来建模和求解不同的机械系统。文献 [9] 和 [10] 分别以受约束串联和并联机器人为研究对象, 采用 U-K 方程获得了模型的完整动力学方程。文献 [11] 研究了仿生机器人的约束形式, 采用该方程建立了机械鱼的动力学方程。上述研究只考虑理想约束力, 缺乏对非理想约束力的建模和求解, 且非理想约束力需要通过实验测量获得。另外, 目前尚未有利用 U-K 方程对空间机器人末端进行接

收稿日期: 2022-11-24; 修回日期: 2023-03-06。

基金项目: 中国科学院青年创新促进会基金项目(2021406); 中国科学院空间精密测量技术重点实验室基金项目(29J21-063-III)。

作者简介: 师 恒(1989-), 男, 博士, 助理研究员。

通讯作者: 谢梅林(1987-), 男, 博士, 副研究员。

引用格式: 师 恒, 王雪莉, 谢梅林, 等. 受约束空间机器人降阶自适应神经网络滑模控制[J]. 计算机测量与控制, 2023, 31(12): 103-109.

触力分解求解。

针对空间机器人强非线性与高耦合特点，考虑到末端非理想约束力的不确定性，滑模控制^[12]的特点适用于空间机器人的控制。一方面，在设计滑模控制系统时，不需要对系统的内部耦合进行特殊的解耦。可以根据独立系统进行设计，参数的选择并不严格。另一方面，滑模控制对参数扰动和外部干扰具有很强的鲁棒性，并且响应速度快，计算量小，物理实现简单。但是由于滑模控制的不连续开关特性，单独采用滑模控制时系统会出现抖振现象。

很多学者对滑模控制的抗抖振问题进行了大量的研究。文献 [13] 结合了模糊控制与滑模控制两种控制算法，考虑到动态模型的建模不确定性，提出了一种基于模糊逻辑系统的自适应滑模控制器，并给出了新的控制参数更新规律，从而减少滑模控制的抖振。文献 [14] 通过使用严格的公式推导来补偿 FS 系统中的未知复合干扰、死区和致动器故障，开发了自适应容错 BC。文献 [15] 考虑了目前多自由度机械臂的不确定性，提出了一种自适应反演滑模控制算法，实现了高精度的轨迹跟踪控制。文献 [16] 针对二自由度主动悬架，提出了基于模糊神经网络的滑模控制系统，经迭代处理得到满足优化要求的解，实现了高精度控制。文献 [17] 设计了一种新的基于神经网络的不确定机器人滑模控制，通过使用神经网络策略来适应未知的动力学和扰动。文献 [18] 为受输入约束、模型不确定性和外部干扰影响的柔性机械手开发了一种自适应神经网络 (NN) 边界控制方案。

针对上述研究现状，本文以受约束空间机器人为研究对象，采用 U-K 方程解析得到了模型的完整动力学方程。由于机器人末端受约束，提出了动力学模型降阶的方法。考虑到非理想约束力具有不确定性且单独采用滑模控制会出现抖振现象，提出了自适应神经网络滑模控制算法，最后以 2 自由度受约束机器人为例仿真验证了模型和控制算法的正确性。

1 空间机器人降阶动力学建模

1.1 基于 U-K 方程的动力学模型

n 自由度空间机器人在不受约束时的动力学方程^[19]可以表示为：

$$\mathbf{M}(\theta, t)\ddot{\theta} + \mathbf{C}(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} = \tau \quad (1)$$

式中， $\theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n]^T$ 表示各关节角度变量， τ 是关节力矩， $\mathbf{M}(\theta, t)$ 是正定的惯量矩阵， $\mathbf{C}(\theta, \dot{\theta})$ 表示科氏力和离心力的列矢量。

n 自由度空间机器人在受到 $m = m_1 + m_2$ 个约束时，约束方程可以表示为：

$$\varphi_i(\theta, t) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, m_1 \quad (2)$$

$$\psi_j(\theta, \dot{\theta}, t) = 0 \quad j = 1, 2, \dots, m_2 \quad (3)$$

式中， φ 是 m_1 维向量表示理想约束， ψ 是 m_2 维向量表示非理想约束。

式 (2) 和式 (3) 分别对时间求导 2 次和 1 次，约束方程可以表示为：

$$\mathbf{A}(\theta, \dot{\theta}, t)\ddot{\theta} = \mathbf{b}(\theta, \dot{\theta}, t) \quad (4)$$

式中， \mathbf{A} 表示 $m \times n$ 的约束矩阵， \mathbf{b} 是 m 维向量。

空间机器人作为一种刚性机械系统，其各个关节处势必存在着摩擦现象。而这种关节摩擦会导致空间机器人在抓取物体和跟踪目标时会出现较大的跟踪误差和系统不稳定等现象。因此，如果不考虑关节之间的摩擦，对于空间机器人的各项性能会带来比较大的影响。

系统受到约束时，式 (1) 可以表示为：

$$\mathbf{M}(\theta, t)\ddot{\theta} = \mathbf{Q}(\theta, \dot{\theta}, t) + \mathbf{Q}^c(\theta, \dot{\theta}, t) \quad (5)$$

式中， $\mathbf{Q}(\theta, \dot{\theta}, t) = \tau - \mathbf{C}(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta}$ ， $\mathbf{Q}^c(\theta, \dot{\theta}, t)$ 为所受约束力的 n 维向量。

依据 D'Alembert's 原则，当空间机器人约束力做功为 0 时，被称为理想约束力；当空间机器人约束力做功不为 0 时，被称为非理想约束力，因此，约束力向量可写成：

$$\mathbf{Q}^c(\theta, \dot{\theta}, t) = \mathbf{Q}_{id}^c(\theta, \dot{\theta}, t) + \mathbf{Q}_{nid}^c(\theta, \dot{\theta}, t) \quad (6)$$

由 U-K 方程可得到理想约束力与非理想约束力的解析表达式如下所示：

$$\mathbf{Q}_{id}^c = \mathbf{M}^{1/2}\mathbf{B}^+(\mathbf{b} - \mathbf{A}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{Q}) \quad (7)$$

$$\mathbf{Q}_{nid}^c = \mathbf{M}^{1/2}(\mathbf{I} - \mathbf{B}^+\mathbf{B})\mathbf{M}^{-1/2}\mathbf{c} \quad (8)$$

式中， $\mathbf{B} = \mathbf{A}\mathbf{M}^{-1/2}$ ， \mathbf{B}^+ 为 \mathbf{B} 的广义逆矩阵，为未知向量，只能通过实验标定测量。

在目前大多数研究中，将上述两种约束力看作为线性行为，从控制器的设计方面考虑，空间机器人在低速运动时，关节之间的摩擦属于复杂的非线性行为，因此有必要将空间机器人关节之间的摩擦进行重点考虑，将理想约束力和非理想约束力看作为系统的一个外部干扰项，通过提高控制器的鲁棒性和自适应性消除其产生的不利影响。

由上述公式进行推导，受约束空间机器人的动力学方程如下所示：

$$\mathbf{M}\ddot{\theta} = \mathbf{Q} + \mathbf{M}^{1/2}\mathbf{B}^+(\mathbf{b} - \mathbf{A}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{Q}) + \mathbf{M}^{1/2}(\mathbf{I} - \mathbf{B}^+\mathbf{B})\mathbf{M}^{-1/2}\mathbf{c} \quad (9)$$

1.2 动力学模型降阶处理

为了验证动力学方程和控制算法的正确性，本文以 2 自由度受垂直面约束为例进行建模与仿真，模型如图 1 所示。

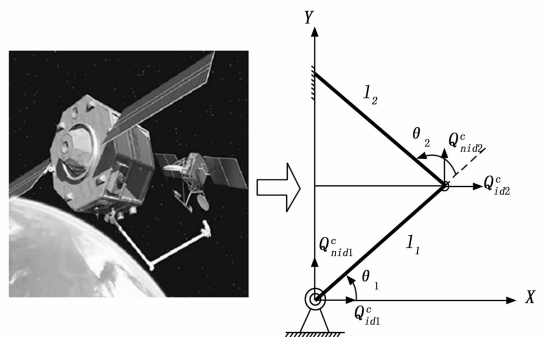


图 1 2 自由度垂直约束空间机器人

由图 1 可知，末端坐标在笛卡尔坐标系下可表示为： $x = [X, Y]^T$ ，在广义坐标系下表示为： $\theta = [\theta_1, \theta_2]^T$ 。受约束空间机器人各个关节受到两个方向的力，一种是理想约束力

Q_{id}^c , 另一种是非理想约束力 Q_{nid}^c 。

约束方程可表示为:

$$\varphi(X) = 0 \quad (10)$$

式中, φ 为二阶连续可导函数。

假设广义坐标与笛卡尔坐标之间存在下述的关系:

$$x = h(\theta) \quad (11)$$

式中, h 为二阶连续可导函数。

在广义坐标系中, 约束方程可写为:

$$\Phi(\theta) = \varphi(h(\theta)) = 0 \quad (12)$$

想要完整获取空间机器人各个关节的完整动力学方程, 则必须保证系统的动力学方程与自由度数保持一致, 本文研究的受约束空间机器人末端受到垂直约束力的限制, 因此必须通过降阶的方式, 寻求两个关节之间的函数关系, 这样才能通过一个关节的运动学和动力学方程获取另一个关节的完整参数。

由于末端受约束, 所以空间机器人自由度数会减少一个, 本文采用几何方法实现动力学方程的降阶求解^[20], 该方法可适用于多自由度受约束系统。以角度 θ_1 为描述运动的变量, 则 θ_2 可用 θ_1 表示为:

$$\theta_2 = \psi(\theta_1) \quad (13)$$

对上式求导可得到如下方程:

$$\dot{\theta} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \frac{\partial \psi(\theta_1)}{\partial \theta_1} \dot{\theta}_1 \end{bmatrix} = L(\theta_1) \dot{\theta}_1 \quad (14)$$

$$\ddot{\theta} = \dot{L}(\theta_1) \dot{\theta}_1 + L(\theta_1) \ddot{\theta}_1 \quad (15)$$

式中, $L(\theta_1) = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{\partial \psi(\theta_1)}{\partial \theta_1} \end{bmatrix}$ 。

因此, 动力学方程降阶表示为:

$$M_1(\theta_1, t) \ddot{\theta}_1 + C_1(\theta_1, \dot{\theta}_1) \dot{\theta}_1 + Q_{id1}^c + Q_{nid1}^c = \tau_1 \quad (16)$$

式中,

$$\begin{cases} M_1(\theta_1, t) = M(\theta, t) L(\theta_1) \\ C_1(\theta_1, \dot{\theta}_1) = M(\theta, t) \dot{L}(\theta_1) + C(\theta, \dot{\theta}) L(\theta_1) \\ Q_{id1}^c(\theta_1, \dot{\theta}_1, t) = Q_{id}^c(\theta, \dot{\theta}, t) \\ Q_{nid1}^c(\theta_1, \dot{\theta}_1, t) = Q_{nid}^c(\theta, \dot{\theta}, t) \end{cases}$$

2 自适应神经网络滑模控制算法

2.1 算法设计

机器人采用滑模控制具有以下几个优点非常适合空间机器人的高精度控制: 分别是对控制系统的建模精度要求不高、对干扰和不确定约束力的鲁棒性较强、各个关节之间动力学方程可以单独进行设计以及控制系统实时性较高。

利用滑模控制上述多个优势, 考虑到非理想约束力为未知向量, 只能通过实验标定测量^[21]。再加上空间机器人两个关节之间存在着较强的耦合作用和非线性特性, 同时在空间受约束作业时, 对系统的实时性要求很高, 综合上述系统建模和控制问题, 本文采用滑模控制方法实现机器人的高精度位置、速度以及约束力的控制。

由图 1 可知, 机器人在轨操作时, 末端接触物体使得

空间机器人的自由度数由 2 个变为 1 个, 不妨取 θ_1 为描述约束运动的变量, θ_2 为剩余的冗余变量, 则关节角度变量 θ_2 可用关节角度变量 θ_1 表示, 定义跟踪误差为:

$$e_1 = \theta_1 - \theta_{d1} \quad (17)$$

设计滑模面为:

$$s_1 = \dot{e}_1 + \Lambda_1 e_1 \quad (18)$$

由上式可得到:

$$\dot{\theta}_1 = -s_1 + \dot{\theta}_{d1} + \Lambda_1 e_1 \quad (19)$$

式 (19) 左右均乘以矩阵 M_1 , 可得到:

$$\begin{aligned} M_1 \dot{s}_1 &= M_1(\ddot{\theta}_{d1} - \ddot{\theta}_1 + \Lambda \dot{e}_1) = \\ M_1(\ddot{\theta}_{d1} + \Lambda \dot{e}_1) - M_1 \ddot{\theta}_1 &= \\ M_1(\ddot{\theta}_{d1} + \Lambda \dot{e}_1) + C_1 \dot{\theta}_1 + Q_{id1}^c + Q_{nid1}^c - \tau_1 &= \\ M_1(\ddot{\theta}_{d1} + \Lambda \dot{e}_1) - C_1 s_1 + C_1(\dot{\theta}_{d1} + \Lambda e_1) + \\ Q_{id1}^c + Q_{nid1}^c - \tau_1 &= f(x_1) - C_1 s_1 - \tau_1 \end{aligned} \quad (20)$$

式中, x_1 为需要设计的输入变量;

$$f(x_1) = M_1(\ddot{\theta}_{d1} + \Lambda \dot{e}_1) + C_1(\dot{\theta}_{d1} + \Lambda e_1) + Q_{id1}^c + Q_{nid1}^c$$

设计滑模控制器为:

$$\begin{aligned} \tau_1 &= M_1(\ddot{\theta}_{d1} + \Lambda \dot{e}_1) + C_1(\dot{\theta}_{d1} + \Lambda e_1) + \\ Q_{id1}^c + Q_{nid1}^c + P_1 s_1 + K_1 \text{sgn}(s_1) \end{aligned} \quad (21)$$

式中,

$$\text{sgn}(s_1) = \begin{cases} 1 & s_1 > 0 \\ 0 & s_1 = 0 \\ -1 & s_1 < 0 \end{cases}$$

$f(x_1)$ 中包含了非理想约束力 Q_{nid1}^c , 由之前的推导可知不能获得 Q_{nid1}^c 的精确解析式。

为了解决非理想约束力的未知求解, 本文采用神经网络函数逼近的方法对其进行精确求解, 从而提高控制系统的控制性能。针对空间机器人这样的非线性控制系统, 考虑到神经网络在训练学习的基础上, 可以实现对任意函数的高精度逼近与求解。

目前常用的神经网络逼近方法主要有两种, 分别是径向基函数 (RBF, radial basis function) 神经网络和利用误差反向传播的多层前馈 (BP, error-back propagation) 神经网络。

其中, BP 神经网络一般采用三层结构便可以对非理想约束力进行高精度的逼近, 但是其由于是全局函数逼近, 每一次学习均需要重新调整多种权值参数, 因此其实时性较差且容易进入局部极小的现象。

与 BP 神经网络相比, RBF 神经网络通过前馈需要更多的神经元, 学习和训练的时间更短。由于 RBF 神经网络本身属于局部逼近的函数, 因此它不存在局部极小的问题, 将其应用到空间机器人的控制中, 与滑模控制相结合后, 能够高精度逼近非理想约束力, 同时可以实现整个控制系统的高精度、强鲁棒性的控制目标。

针对 $f(x_1)$ 的不确定性, 利用 RBF 神经网络的高精度逼近特性精确求解 $f(x_1)$, 由于非理想约束力 Q_{nid1}^c 是 $f(x_1)$ 的一部分, 因此将获得的精确解进行分解获取未知的约束力。

根据 $f(x_1)$ 的表达式, 神经网络的输入取为:

$$x_1 = [e_1^T \quad \dot{e}_1^T \quad \theta_{d1}^T \quad \dot{\theta}_{d1}^T \quad \ddot{\theta}_{d1}^T] \quad (22)$$

由 RBF 神经网络的学习过程可知,理想的 RBF 神经网络输出为:

$$\psi_i = g\left(\frac{\|x_1 - c_i\|^2}{\sigma_i^2}\right)$$

$$f(x_1) = \omega_1^{*T} \Phi(x_1) + \zeta_1 \quad (23)$$

式中, $\Phi(x_1) = [\psi_1 \ \psi_2 \ \dots \ \psi_n]$ 为高斯基函数输出; ω_1^* 为理想的神经网络的权值矩阵; $\zeta_1 = [\zeta_{11}, \zeta_{12}, \dots, \zeta_{1n}]^T$ 为理想神经网络逼近误差。

设 RBF 神经网络的实际输出为:

$$\hat{f}(x_1) = \hat{\omega}_1^T \Phi(x_1) \quad (24)$$

取 $\tilde{\omega}_1 = \omega_1^* - \hat{\omega}_1$, 其中, $\hat{\omega}_1$ 为实际逼近时的权值, $\tilde{\omega}_1$ 为权值误差, $\hat{f}(x_1)$ 为 RBF 神经网络对 $f(x_1)$ 的实际逼近值。

将式 (24) 代入到式 (21), 可以得到神经网络滑模控制器为:

$$\tau_1 = \hat{\omega}_1^T \Phi(x_1) + P_1 s_1 + K_1 \text{sgn}(s_1) \quad (25)$$

将式 (25) 和式 (23) 代入到式 (22), 得到:

$$M_1 \dot{s}_1 = \omega_1^{*T} \Phi(x_1) + \zeta_1 - C_1 s_1 - [\hat{\omega}_1^T \Phi(x_1) + P_1 s_1 + K_1 \text{sgn}(s_1)] = \tilde{\omega}_1^T \Phi(x_1) - (P_1 + C_1) s_1 + \zeta_1 - K_1 \text{sgn}(s_1) \quad (26)$$

2.2 稳定性验证

李雅普诺夫 (Lyapunov) 方法从系统的能量出发来分析控制系统的稳定性。对于空间机器人系统, 选择其动能与势能之和作为系统的李雅普诺夫函数是一个比较方便的选择。

李雅普诺夫方法是现代很多非线性控制方法的理论支柱, 对于这些不同的控制方法, 诸如滑模控制、自适应控制和神经网络控制等, 都需要采用不同的李雅普诺夫函数来进行系统分析和设计。当采用这些控制方法时, 很多情况下, 需要根据经验来选择李雅普诺夫候选函数中和它们相对应的标准项, 再在进一步分析的基础上通过试探的方法来完成系统的分析和设计工作。

此外, 李雅普诺夫方法除了可以分析系统的稳定性外, 还可以同时进行控制系统的设计。采用基于控制目标的构造方法, 对于给定的性能指标, 根据李雅普诺夫分析所得到的要求来设计合适的控制律, 使系统达到所需要的控制目标。

为了验证所提控制系统的稳定性, 取 Lyapunov 函数为:

$$V = \frac{1}{2} s_1^T M_1 s_1 + \frac{1}{2} \text{tr}(\tilde{\omega}_1^T Q_1^{-1} \tilde{\omega}_1) \quad (27)$$

式中, $\text{tr}(\cdot)$ 为矩阵的迹;

Q_1 为对称正定的常系数矩阵。

机器人的矩阵特性有 $s_1^T (M_1 - 2C_1) s_1 = 0$, 将式 (24) 求导之后有:

$$\dot{V} = s_1^T M_1 \dot{s}_1 + \frac{1}{2} s_1^T \dot{M}_1 s_1 + \text{tr}(\tilde{\omega}_1^T Q_1^{-1} \dot{\tilde{\omega}}_1) = s_1^T M_1 \dot{s}_1 + s_1^T C_1 s_1 + \text{tr}(\tilde{\omega}_1^T Q_1^{-1} \dot{\tilde{\omega}}_1) \quad (28)$$

将式 (26) 代入式 (28) 得到:

$$\dot{V} = s_1^T M_1 \dot{s}_1 + \frac{1}{2} s_1^T \dot{M}_1 s_1 + \text{tr}(\tilde{\omega}_1^T Q_1^{-1} \dot{\tilde{\omega}}_1) =$$

$$-s_1^T P_1 s_1 + s_1^T \tilde{\omega}_1^T \Phi(x_1) + \text{tr}(\tilde{\omega}_1^T Q_1^{-1} \dot{\tilde{\omega}}_1) + s_1^T [\zeta_1 - K_1 \text{sgn}(s_1)] \quad (29)$$

由于存在下式的关系:

$$s_1^T \tilde{\omega}_1^T \Phi(x_1) = \text{tr}[\tilde{\omega}_1^T \Phi(x_1) s_1^T] \quad (30)$$

则由式 (29) 和式 (30) 得到:

$$\dot{V} = -s_1^T P_1 s_1 + \text{tr}\{\tilde{\omega}_1^T [\Phi(x_1) s_1^T + Q_1^{-1} \dot{\tilde{\omega}}_1]\} + s_1^T [\zeta_1 - K_1 \text{sgn}(s_1)] \quad (31)$$

由于 ω_1^* 为理想逼近的权值, 当系统稳定时, ω_1^* 是保持理想状态不变, 即 $\dot{\omega}_1^* = 0$ 。则有:

$$\dot{\tilde{\omega}}_1 = \dot{\omega}_1^* - \dot{\hat{\omega}}_1 = -\dot{\hat{\omega}}_1 \quad (32)$$

故为了得到稳定的控制系统, 设计 RBF 神经网络权值调整自适应律为:

$$\dot{\tilde{\omega}}_1 = -\dot{\hat{\omega}}_1 = Q \Phi(x_1) s_1^T \quad (33)$$

将式 (33) 代入式 (31) 得到:

$$\dot{V} = -s_1^T P_1 s_1 + s_1^T [\zeta_1 - K_1 \text{sgn}(s_1)] \quad (34)$$

则当 $K_1 \geq \zeta_1$ 时, 可得:

$$\dot{V} \leq 0 \quad (35)$$

由式 (35) 知, 当 $\dot{V} = 0$ 时, $s_1 \equiv 0$ 。

由 LaSalle 不变性定理可知, 考虑非线性系统,

$$\dot{X} = f(X) \quad (36)$$

式中, $t \in [0, \infty]$, 状态变量 $X \in R^n$, $f: D \rightarrow R^n$ 是定义在 $f: D \in R^n$ 上的连续可微函数, 满足 Lipschitz 条件。

设 Ω 是一个有界闭集合, 从 Ω 集合内出发的非线性系统 (27) 的解 $x(t) \subset \Omega$, 若 $\exists V(x): \Omega \rightarrow R$, 具有一阶连续偏导, 使 $V = \frac{1}{2} \omega^2$, 又设 $E = \{x \mid dV/dt = 0, x \in \Omega\}$, $M \subset E$ 是最大不变集, 则当 $t \rightarrow \infty$ 有 $x(t) \rightarrow M$, 特别的如果 $M = \{0\}$, 则系统的平衡点稳定。

根据 LaSalle 不变性原理, 闭环系统渐近稳定, 即: 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $s_1 \rightarrow 0$ 。

3 仿真验证

3.1 仿真模型建立

如图 1 所示, 由于空间机器人在太空作业, 因此动力学方程中不考虑重力影响, 则 2 自由度空间机器人的详细矩阵表达式^[22]为:

$$M(\theta, t) = \begin{bmatrix} p_1 + p_2 + p_3 + 2p_4 \cos\theta_2 & p_3 + p_4 \cos\theta_2 \\ p_3 + p_4 \cos\theta_2 & p_3 \end{bmatrix},$$

$$C(\theta, \dot{\theta}) = \begin{bmatrix} -p_4 \dot{\theta}_2 \sin\theta_2 & -p_4 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \sin\theta_2 \\ p_4 \dot{\theta}_1 \sin\theta_2 & 0 \end{bmatrix} \quad (37)$$

上式中 4 个参数的表达式如下所示:

$$p_1 = \frac{1}{3} m_1 l_1^2, p_2 = m_2 l_1^2$$

$$p_3 = \frac{1}{3} m_2 l_2^2, p_4 = \frac{1}{2} m_2 l_1 l_2 \quad (38)$$

末端受到垂直面的约束, 存在以下几何关系:

$$l_1 \cos\theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) = X$$

$$l_1 \sin\theta_1 + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) = Y \quad (39)$$

对式 (39) 进行二次求导, 得到:

$$\begin{aligned} -l_1 \sin\theta_1 \ddot{\theta}_1 - l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \ddot{\theta}_1 - l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \ddot{\theta}_2 = \\ l_1 \cos\theta_1 \dot{\theta}_1^2 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 + \dot{X} \\ l_1 \cos\theta_1 \ddot{\theta}_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \ddot{\theta}_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \ddot{\theta}_2 = \\ l_1 \sin\theta_1 \dot{\theta}_1^2 + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 + \dot{Y} \end{aligned} \quad (40)$$

在图 1 中, 末端坐标有如下关系式:

$$\begin{aligned} X = 0 \\ Y = \sqrt{l_1^2 + l_2^2 - 2l_1 l_2 \cos(2\theta_1)} \end{aligned} \quad (41)$$

对式 (41) 进行二次求导, 得到:

$$\begin{aligned} \dot{X} = 0 \\ \dot{Y} = \frac{2n\dot{\theta}_1}{m} + \frac{4m^2 p - 4n^2 \dot{\theta}_1^2}{m^3} \end{aligned} \quad (42)$$

上式中 3 个未知参数如下所示:

$$\begin{aligned} m = \sqrt{l_1^2 + l_2^2 - 2l_1 l_2 \cos(2\theta_1)} \\ n = l_1 l_2 \sin(2\theta_1) \\ p = l_1 l_2 \cos(2\theta_1) \end{aligned} \quad (43)$$

将式 (42) 代入式 (40), 可以得到如下表达式:

$$A(\theta, \dot{\theta}, t) \ddot{\theta} = b(\theta, \dot{\theta}, t) \quad (44)$$

其中: A 和 b 的表达式如下所示:

$$\begin{aligned} A = \begin{bmatrix} -l_1 \sin\theta_1 - l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) & -l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ l_1 \cos\theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) - \frac{2n}{m} & l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix} \\ b = \begin{bmatrix} l_1 \cos\theta_1 \dot{\theta}_1^2 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \\ l_1 \sin\theta_1 \dot{\theta}_1^2 + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 + \frac{4m^2 p - 4n^2 \dot{\theta}_1^2}{m^3} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (45)$$

由 M , A , b 和 Q 的表达式可以计算得到理想约束力。

3.2 仿真参数设置

由图 1 可以得到如下关系式:

$$\begin{aligned} X = \varphi(x) = 0 \\ \varphi(\theta_1) = l_1 \cos\theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) = 0 \end{aligned} \quad (46)$$

设置受约束空间机器人的仿真参数分别为: $l_1 = l_2 = 1$,

$m_1 = m_2 = 1$ 。考虑到 $0 < \theta_1 \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq \theta_2 < \pi$ 可以得到:

$$\cos\theta_1 + \cos(\theta_1 + \theta_2) = 0 \quad (47)$$

$$\cos(\theta_1 + \theta_2) = \cos(\pi - \theta_1) \quad (48)$$

由上式得到 θ_1 与 θ_2 之间的关系为:

$$\theta_2 = \pi - 2\theta_1 \quad (49)$$

则由式 $L(\theta_1) = \left[\frac{\partial \varphi(\theta_1)}{\partial \theta_1} \right]$ 可以得到:

$$L(\theta_1) = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} \quad (50)$$

以图 1 中受约束空间机器人为仿真对象。设置关节 1 的理想角度变量为 $\theta_{1d} = 0.6\cos(t) + 0.7$ 。由于关节 1 与关节 2 之间存在着函数关系, 因此可根据关节 1 的角度变量与角速度跟踪曲线获得关节 2 相应的仿真曲线。设置非理想约束力为 $Q_{\text{inid}}(\theta_1, \dot{\theta}_1, t) = 10 \sin(t)$, 利用 RBF 神经网络的万能逼近特性实际计算 $\hat{f}(x_1)$, 进而可计算得到受约束空间机器

人的非理想约束力 $\hat{Q}_{\text{inid}}(\theta_1, \dot{\theta}_1, t)$ 。两关节的角度初始值选为 $\theta = [1.3 \quad \pi - 2.6]$ 。控制系统的参数选为 $\Delta_1 = 5, K_1 = 25, P_1 = 50$ 以及 $Q_1 = 12$ 。设置仿真时间为 25 s。所提控制算法的控制原理如图 2 所示。

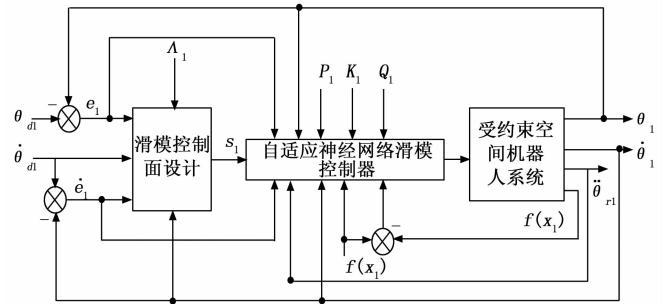


图 2 控制系统控制原理图

仿真结果如图 3~9 所示。其中图 3~6 显示了每个关节的角度和角速度跟踪及其跟踪误差, 图 7 显示了关节 1 的非理想约束力的输入和估计近似值, 图 8 为关节 1 的控制力矩, 图 9 为单独采用滑模控制算法时的控制力矩。

两个关节角度变量与角速度的跟踪与跟踪误差的仿真结果如图 3 和图 4 所示。

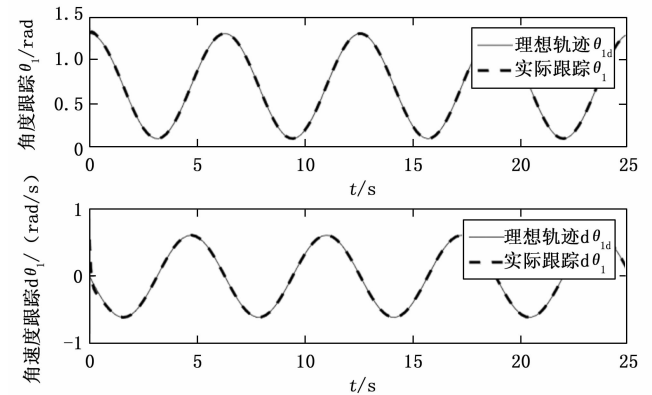


图 3 关节 1 角度与角速度跟踪

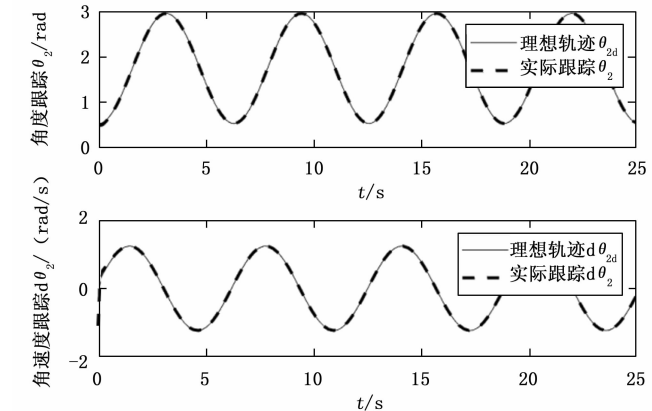


图 4 关节 2 角度与角速度跟踪

图 3 与图 4 分别是受约束空间机器人关节 1 和关节 2 的角度变量与角速度的仿真曲线, 图中实线代表给定的理想角度位置与角速度, 虚线代表实际跟踪的角度与角速度。

仿真结果表明：两个关节的角度位置和角速度的跟踪曲线平滑，无抖振现象。同时，通过两个关节每个时刻的角度变量数据，可以验证两个关节之间的角度位置关系实时满足 $2\theta_1 + \theta_2 = \pi$ ，验证了降阶模型与降阶自适应神经网络滑模控制的正确性。

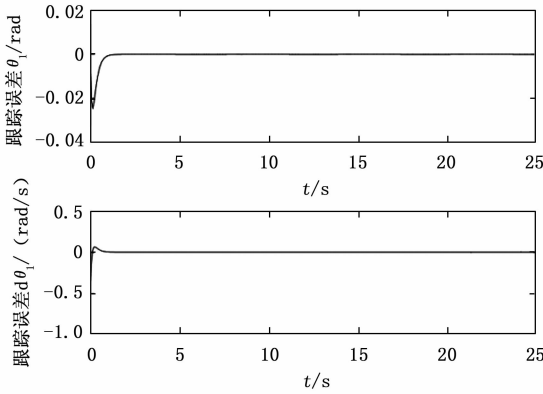


图 5 关节 1 角度与角速度跟踪误差

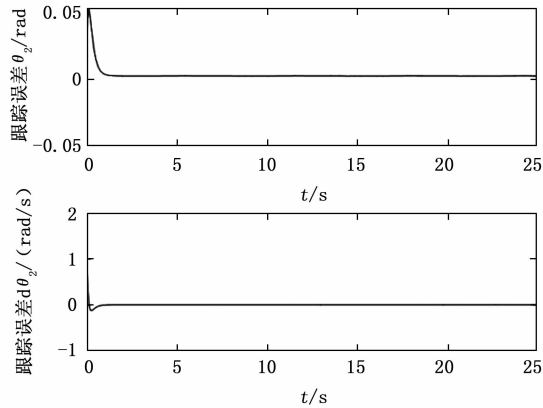


图 6 关节 2 角度与角速度跟踪误差

图 5 与图 6 是受约束空间机器人角度变量与角速度的跟踪误差结果曲线，在稳定阶段，关节 1 与关节 2 的角度变量的跟踪误差的最大值分别为 -9.028×10^{-6} rad 和 5.247×10^{-6} rad，关节 1 与关节 2 的角速度的跟踪误差最大值分别为 5.524×10^{-5} rad/s 和 -5.726×10^{-5} rad/s，稳定阶段无抖振现象，由此可知自适应神经网络滑模控制有效抑制了单独采用滑模控制存在的抖振现象，验证了控制算法的有效性和正确性。

在图 7 中实线为非理想约束力的理论值，虚线代表计算逼近的实际值。仿真结果表明，实际值与理论给定值的曲线最大误差值为 -1.034×10^{-5} ，神经网络控制方法的高精度逼近能力实现了未知非理想约束力的逼近与补偿。采用 RBF 神经网络加快了非理想约束力的学习速度，有效提高了系统的精度、鲁棒性和自适应性。

图 8 为控制系统中关节 1 的控制力矩，由图可看出，关节 1 的控制力矩曲线平滑，表明自适应神经网络算法的万能逼近特性克服了滑模控制的抖振问题。

当控制系统不添加神经网络控制且仿真参数不变时，

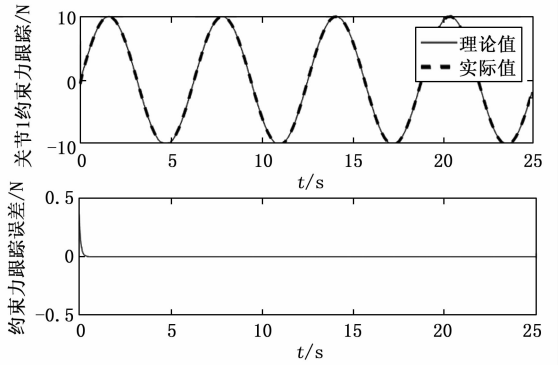


图 7 非理想约束力跟踪及跟踪误差

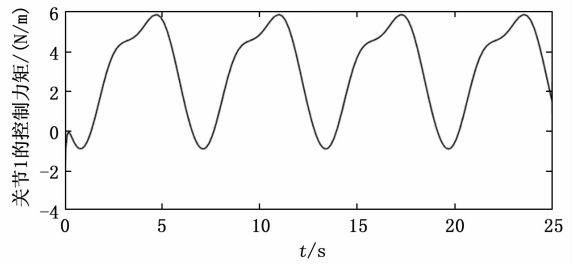


图 8 关节 1 控制力矩

关节 1 的控制驱动力矩仿真结果如图 9 所示。

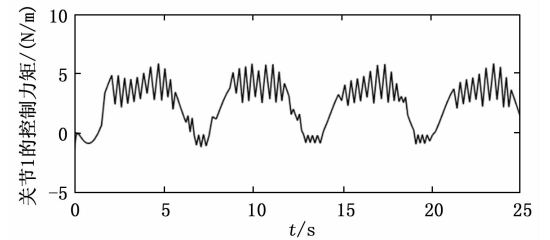


图 9 单独采用滑模控制时关节 1 控制力矩

由图 9 可知，当单独采用滑模控制时，控制系统存在严重的抖振现象。

从仿真结果可知，降阶自适应神经网络滑模控制方法实现了控制要求，可得如下结论：

- 1) 在角度变量跟踪方面，稳定阶段各关节的跟踪误差接近 0，关节 1 和 2 之间的角度关系满足约束条件，证明了动力学模型和控制算法是有效的，满足控制性能要求。
- 2) 在控制力矩方面，仿真结果表明，关节 1 的控制力矩曲线没有抖振现象，证明了自适应神经网络算法的万能逼近特性克服了滑模控制的抖振问题。

3) 在非理想约束力近似估计中，本文采用的自适应神经网络算法实现了对非理想约束的力的不确定性的近似和估计，使空间机器人的动力学模型在实际应用中更加完整。

总之，仿真实验结果表明本文提出的降阶自适应滑模控制方法是有效的，较好地达到了控制性能要求。一方面通过神经网络系统有效克服了单独采用滑模控制方法的抖振现象；另一方面该方法还一定程度上提高了一般滑模控

制的响应速度, 提高了控制调整时间和控制精度。

4 结束语

本文提出了一种受约束空间机器人自适应神经网络滑模控制的新方法。基于 U-K 方程, 同时考虑受约束空间机器人各个关节的理想约束力与非理想约束力, 推导得到完整的动力学方程。考虑到非理想约束力具有不确定性且单独采用滑模控制会出现抖振现象, 提出了自适应神经网络滑模控制算法, 实现各关节角度、角速度以及非理想约束力的高精度跟踪。针对空间机器人末端受约束, 对动力学方程和滑模控制器进行了降阶求解, 减少了变量并简化了计算过程。为了验证所提算法的正确性与合理性, 以 2 自由度受约束空间机器人为研究对象。仿真结果表明, 各个关节的角变量、角速度和非理想约束力的跟踪误差趋近于零, 实现了受约束空间机器人的高精度控制, 抑制了单独滑模控制引起的抖振现象。

在太空环境相对于地面环境而言, 具有更多的复杂性。虽然目前已经有研究证明太空环境会对空间机器人关节摩擦现象造成影响^[23], 但现有的研究很少考虑关节摩擦现象。通过本文的研究, 采用 U-K 方程建立了关节摩擦的理想和非理想约束力的表达式, 再通过自适应神经网络与滑模控制实现了受约束空间机器人的高精度控制, 抑制了单独滑模控制引起的抖振现象。

本文的研究前提是空间机器人在与合作目标相互作用, 这种情况下机器人的位置姿态的相对可控。在后续的研究工作中, 针对运动状态下的非合作目标进行控制研究, 这样空间机器人在作业时还需要考虑目标的运动状态和相对运动速度等问题, 进一步解决实际空间操作的问题。

参考文献:

- [1] FA A, OU M A, KP B, et al. A review of space robotics technologies for on-orbit servicing [J]. *Progress in Aerospace Sciences*, 2014, 68: 1-26.
- [2] 董焜焜, 陈力, 李海芸, 等. 双臂空间机器人捕获目标的力/位协调控制 [J]. *系统仿真学报*, 2017, 29 (2): 424-429.
- [3] UDWADIA F E. Fundamental principles of lagrangian dynamics: mechanical systems with non-ideal, holonomic, and non-holonomic constraints [J]. *Journal of Mathematical Analysis & Applications*, 2000, 251 (1): 341-355.
- [4] UDWADIA F E, KALABA R E. Explicit equations of motion for mechanical systems with non-ideal constraints [J]. *Journal of Applied Mechanics*, 2001, 68 (3): 462-467.
- [5] UDWADIA F E, WANICHANON T. A new approach to the tracking control of uncertain nonlinear multi-body mechanical systems [M]. *Nonlinear Approaches in Engineering Applications 2*. Springer New York, 2014: 101-136.
- [6] UDWADIA F E, KOGANTI P B. Optimal stable control for nonlinear dynamical systems: an analytical dynamics based approach [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2015, 83 (1): 547-562.
- [7] UDWADIA F E, KOGANTI P B. Dynamics and control of a

- multi-body planar pendulum [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2015, 81 (1): 845-866.
- [8] UDWADIA F E, MYLAPILLI H. Energy control of nonhomogeneous Toda lattices [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2015, 81 (3): 1355-1380.
- [9] LIU J, LIU R. Simple method to the dynamic modeling of industrial robot subject to constraint [J]. *Advances in Mechanical Engineering*, 2016, 8 (4): 1-9.
- [10] HUANG J, CHEN Y H, ZHONG Z. Udwadia-Kalaba approach for parallel manipulator dynamics [J]. *Journal of Dynamic Systems Measurement & Control*, 2013, 135 (6): 061003.
- [11] ZHAO H, ZHEN S C. Dynamic modeling and simulation of multi-body systems using the Udwadia-Kalaba theory [J]. *Chin J Mech. Eng.*, 2013, 26 (5): 839-850.
- [12] HU F, CHEN F, YU M. Sliding mode control of three-links spatial robot based on low-pass filter [C] // *International Conference on Cybernetics*, IEEE, 2018.
- [13] CHU Z Z, XIANG X B, ZHU D Q, et al. Adaptive fuzzy sliding mode diving control for autonomous underwater vehicle with input constraint [J]. *International Journal of Fuzzy Systems*, 2018, 20 (5): 1460-1469.
- [14] REN Y, ZHU P, ZHAO Z, et al. Adaptive fault-tolerant boundary control for a flexible string with unknown dead zone and actuator fault [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2021, 52 (7): 1-10.
- [15] 司彦娜, 普杰信, 张松灿. 基于扰动观测器的机械臂自适应反演滑模控制 [J]. *计算机测量与控制*, 2018, 26 (8): 102-105, 118.
- [16] 李娜. 基于模糊神经网络的二自由度主动悬架滑模控制系统设计 [J]. *计算机测量与控制*, 2021, 29 (9): 101-104.
- [17] LIU C X, WEN G L, ZHAO Z J, et al. Neural-network-based sliding-mode control of an uncertain robot using dynamic model approximated switching gain [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2020, 51 (5): 1-8.
- [18] REN Y, ZHAO Z, ZHANG C, et al. Adaptive neural-network boundary control for a flexible manipulator with input constraints and model uncertainties [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2020, 51 (10): 1-9.
- [19] 艾海平. 空间机器人捕获航天器操作的避撞柔顺无源神经网络 H_∞ 控制 [J]. *光学精密工程*, 2020, 28 (3): 717-726.
- [20] SU C Y, LEUNG T P, ZHOU Q J. Force/motion control of constrained robots using sliding mode [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1992, 37 (5): 668-672.
- [21] 师恒. 六自由度机械臂系统设计及其关键技术研究 [D]. 西安: 中国科学院大学 (中国科学院西安光学精密机械研究所), 2017.
- [22] 张旭, 曾祥鑫, 郎博. 基于控制变量参数化方法的自由漂浮空间机器人路径规划 [J]. *光学精密工程*, 2019, 27 (2): 372-378.
- [23] 刘晓峰. 空间机器人多体动力学及捕获问题研究 [D]. 上海: 上海交通大学, 2016.