

基于蒙特卡洛方法的火箭残骸落点范围预测

张 晓, 刘丙杰

(海军潜艇学院, 山东 青岛 266199)

摘要: 为确定残骸落区的具体范围并保证足够精度, 建立了基于蒙特卡洛法的落点范围预测模型; 首先通过解析法和代入法分析了分离点参数误差对残骸落点可能造成的影响, 进一步分析推进剂、动基座、制导系统、分离力、高空风和残骸不定状态对分离点参数的影响或是直接作用于残骸运动过程的影响, 并采用直接模拟方法在实例的基础上进行了单项的蒙特卡洛落点范围预测; 确定各影响因素的形式、程度和概率分布后, 进行了综合因素影响分析, 将任务单位可能实际遇到的情况分为基于实测分离点参数和基于标准分离点参数的蒙特卡洛落点范围预测, 根据使用场景的变化把6个单项因素适当运用到上述两种综合因素影响分析中, 并给出了实例图示。

关键词: 落点计算; 残骸; 轨迹预测; 模型; 分离点

Landing Point Range Prediction for Rocket Wreckage Based on Monte Carlo Method

ZHANG Xiao, LIU Bingjie

(Navy Submarine Academy, Qingdao 266199, China)

Abstract: In order to determine the specific range of the danger zone and ensure sufficient accuracy, a landing point range prediction model based on Monte Carlo method is established. Firstly, the possible effect of the separation point information error on landing point is analyzed by the analytical and substitution methods, then further analyzes the effects of propellant, moving base, guidance system, separating force, upper wind and uncertainty of wreckage state to separation point information, or the movement process of wreckage. Using the direct simulation method, a monomial Monte Carlo landing point range prediction is made on the base of a typical example. The form, extend and probability distribution of above factors are determined, the comprehensive influencing factors are analyzed. The possible situation is conducted the range of landing point, and the Monte Carlo landing point range prediction is divide into two parts, one is based on the true information of separation point, another is based on the predicting information of separation point. Six monomial Monte Carlo landing point range predictions are used to analyze the above comprehensive influencing factors, and give the graphic display. The results show that the model has more reliable and comprehensive capabilities.

Keywords: wreckage; landing point prediction; modeling; monte carlo method; prediction of range

0 引言

火箭的各级发动机在发射任务的预定位置会与主体分离, 作为残骸抛落至地面, 如果不采取适当的安全手段, 则可能对地面人员和财产产生较大的威胁。现已有研究人员对如何准确建立火箭残骸的轨迹方程并实现落点预测进行了论述, 如文献 [1-5] 中的方法。

然而上述模型均不同程度存在建模过程过于理想化的问题, 均未能充分体现火箭自身的各种误差、分离力、高空风和残骸不定状态等因素的影响, 这也是该类模型无法进一步精确的原因所在。上述方法的结果均为残骸落点位置的预测值, 但在实际发射任务中受各种不可控因素的影响, 落点往往会在一定范围内波动。因此必须对这个波动的范围进行确定才能使任务单位在安全保障和残骸搜索中确定具体的区域。

从实际条件出发, 能够对所建弹道模型产生影响的因素多种多样, 其作用过程交叉重叠, 具有极为明显的多维性和复杂性, 已经超过一般解析法所能解决的范围, 因此蒙特卡洛方法在此处的使用是有必要的。

本研究将以文献 [6] 中成型的残骸落点计算模型为基础, 首先分析对落点计算结果可能造成影响的各因素进行分析, 确定其影响方式和概率分布, 然后利用蒙特卡洛方法进行模拟, 进而得到包含倍标准差的落点范围, 尽可能的将残骸影响范围概括在内, 使模型更加具有实际使用的准确性和覆盖性。

1 蒙特卡洛方法

1.1 蒙特卡洛方法基本介绍

法国数学家 Buffon 于 18 世纪首次提出使用随机投针的方式来估算圆周率, 虽然受限于当时的实验条件, 其结果

收稿日期: 2022-11-18; 修回日期: 2023-01-03。

作者简介: 张 晓(1991-), 男, 山东青岛人, 硕士研究生, 助理工程师, 主要从事军事装备方向的研究。

刘丙杰(1979-), 男, 山西曲沃人, 博士, 副教授, 硕士研究生导师, 主要从事战略导弹作战运用方向的研究。

引用格式: 张 晓, 刘丙杰. 基于蒙特卡洛方法的火箭残骸落点范围预测[J]. 计算机测量与控制, 2023, 31(3): 102-109.

精度并不高, 但却充分体现了蒙特卡洛方法的思想。进入 20 世纪中后期随着计算机的进步和核物理领域对随机实验需求的增长, 蒙特卡洛方法得到了充分发展, 目前已广泛运用到了不确定性分析、粒子输运、数理统计、可靠性分析、经济学、稀薄气体动力学等领域。

使用解析方法或数值方法可以有效的、确定的解决各种问题, 但在实际应用领域中的各种条件与关系往往十分复杂, 数学模型只能在其大体正确的方向上进行充分简化才有可能求解, 而这样的结果却可能与实际情况已相去甚远。而蒙特卡洛方法却能够在条件关系相对复杂或高维性突出的情况下对复杂系统直接进行模拟, 决定了其具有强大的发展生命力。随着计算能力和算法的发展, 随机数的产生和随机抽样方法已经得以可靠解决, 在基本蒙特卡洛方法的基础上, 马尔科夫链蒙特卡洛方法、拟蒙特卡洛方法、序贯蒙特卡洛方法等方法得到了广泛应用^[7]。

同时, 蒙特卡洛方法又被比喻为“最后的方法”, 意为在能够使用解析方法或数值方法时尽量不要使用蒙特卡洛方法, 也意为在其他方法都不能解决问题的情况下, 也一定能通过蒙特卡洛方法进行模拟, 它是解决问题的最后的方法。

1.2 直接模拟方法简介

直接模拟法是指基于蒙特卡洛方法最基本的概率模型的方法, 不使用任何的技巧来降低统计量的方差, 也不需要任何的技巧来加速收敛。这样的方法虽然在效率和精度上受一定的限制, 但由于方法直观, 每次模拟的计算量需求较小, 因此仍是不能被忽视的重要基本方法。

根据蒙特卡洛方法的定义, 直接模拟法在进行每次模拟时, 均从随机变量 X 的概率分布 $f(x)$ 中随机抽取样本值 X_i , 根据统计量与随机变量的函数关系得到 $h(X_i)$, 在进行 n 次模拟之后, 可得到统计量的估计值为:

$$\hat{h} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n h(X_i) \quad (1)$$

根据蒙特卡洛方法的基本框架, 将方法步骤总结为以下 4 步^[7-8]:

1) 建立概率模型。通过对实际问题或复杂系统的详细研究, 找到影响统计量的一个或多种随机因素, 并使用一定的概率模型来描述随机因素本身。

2) 建立样本空间。采用随机抽样的方法从概率模型所涵盖的所有样本中抽取足够数量且具有代表性的样本空间。具有多种随机因素时, 需确保各随机因素之间的独立性, 包括概率模型的独立性和抽样方法的独立性。

3) 确定和选取统计量。在确定统计量与各随机因素之间的函数关系后, 将各样本空间值随机对应后分别代入函数关系进行反复模拟, 得到统计量的多次取值。

4) 统计分析。统计量的平均值即为受多种随机因素影响的统计量的估计值, 统计量的正负三倍均方差 $\pm 3\sigma$ 即为 99.7% 置信区间。

2 分离点参数影响分析

根据文献 [6] 中已建立的模型, 对残骸落点计算结果

具有决定性影响的 6 个数据包括分离点在发射坐标系中的位置 x 、 y 、 z 与速度在发射坐标系中的 3 个分量 V_x 、 V_y 、 V_z 。基于各种原因, 所获得的这 6 个数据必然存在一定误差, 这些误差通过模型中的积分传导一步步影响到最后落点计算的结果。本节将分别通过解析法和蒙特卡洛法对此进行初步分析, 为后两节中实际问题的解决做好理论和算法铺垫。

2.1 解析法分析

对应分离点 6 个数据存在的误差, 分别使用 Δx 、 Δy 、 Δz 、 ΔV_x 、 ΔV_y 、 ΔV_z 表达。此处可近似将残骸视为弹头, 因两者与火箭本体分离后都只存在被动段运动, 因此其射程同样都基本被分离点的 6 个数据所决定。根据文献 [9], 在弹道学中, 在暂时不考虑地球自转以及其他影响因素的情况下, 弹头落点的纵向误差 ΔL 、横向误差 ΔH 与分离点 6 个数据之间的关系可分别使用以下两个表达式近似

$$\Delta L \approx \frac{\partial L}{\partial V_x} \Delta V_x + \frac{\partial L}{\partial V_y} \Delta V_y + \frac{\partial L}{\partial V_z} \Delta V_z + \frac{\partial L}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial L}{\partial y} \Delta y \quad (2)$$

$$\Delta H \approx \frac{\partial H}{\partial V_z} \Delta V_z + \frac{\partial H}{\partial z} \Delta z \quad (3)$$

由式 (2) ~ (3) 可知, 分离点数据误差对残骸落点纵横误差影响的大小主要取决于 ΔV_x 、 ΔV_y 、 ΔV_z 、 Δx 、 Δy 、 Δz 前的误差系数的大小。参考某实际发射任务中远程火箭残骸弹道数据, 可大概得 ΔL 和 ΔH 的误差系数分别为:

$$\frac{\partial L}{\partial V_y} \approx 700; \frac{\partial L}{\partial V_x} \approx 210; \frac{\partial L}{\partial V_z} \approx 15; \frac{\partial H}{\partial V_z} \approx 120; \frac{\partial H}{\partial z} \approx 0.02;$$

将系数代入式 (3.2) (3.3) 后可近似得到:

$$\Delta L \approx 700\Delta V_x + 210\Delta V_y + 15\Delta V_z + 210\Delta x + 210\Delta y \quad (4)$$

$$\Delta H \approx 120\Delta V_z + 0.02\Delta z \quad (5)$$

由此可见, 分离点的残骸速度和位置参数对落点的影响是十分明显的, 尤其是残骸速度。如果分离时残骸在 x 方向的速度误差有 1 m/s, 则传导至落点附近就会产生约 700 m 的纵向误差, 如果残骸在 z 方向的速度误差达到 1 m/s, 则传导至落点时的横向误差就会达到 120 m。

2.2 代入法分析

以某次发射任务中残骸的弹道数据为例, 通过将带有误差的分离点数据代入模型进行计算的方式, 对比验证 2.1 中解析法的分析结果, 定量分析分离点 6 个数据的小量变动具体会对落点计算的结果产生多少影响。

初始分离点数据如表 1 所示, 现将 6 个数据增大 1 m 或 1 m/s, 代入文献 [6] 所建模型后得到六组结果, 制作图 1。

如图 1 和表 1 所示, 在分别对分离点六项数据增大 1 m 或 1 m/s 的情况下, 只有在对速度的 3 个分量增大时才会对残骸落点结果产生明显变化。图中点 1 为不加分离点误差的情况下原落点位置, 经过黑色 * 点的线表示发射方向, 即纵向误差方向。在仅误差 +1 时, 落点为点 2 所示位置, 可见此时因的单独增加, 几乎只有纵向误差增大, 横向误差仅有微量变化。在仅误差 +1 时, 落点为点 3 所示位置, 可见此时因的单独增加, 同样几乎只有纵向误差增大, 横

表 1 分离点误差+1 时残骸落点变化

	x/m	y/m	z/m	$V_x/(m/s)$	$V_y/(m/s)$	$V_z/(m/s)$	LMD	B
原数据	127 256	885 96.4	-382.5	3 026.66	1 509.52	-7.385	117.151 4	28.045
x 误差	127 257	885 96.4	-382.5	3 026.66	1 509.52	-7.385	117.151 4	28.045
y 误差	127 256	885 97.4	-382.5	3 026.66	1 509.52	-7.385	117.1514	28.045
z 误差	127 256	885 96.4	-381.5	3 026.66	1 509.52	-7.385	117.1514	28.045
V_x 误差	127 256	885 96.4	-382.5	3 027.66	1 509.52	-7.385	117.1548	28.0493
V_y 误差	127 256	885 96.4	-382.5	3 026.66	1 510.52	-7.385	117.1552	28.049 9
V_z 误差	127 256	885 96.4	-382.5	3 026.66	1 509.52	-6.385	117.155 1	28.043 0

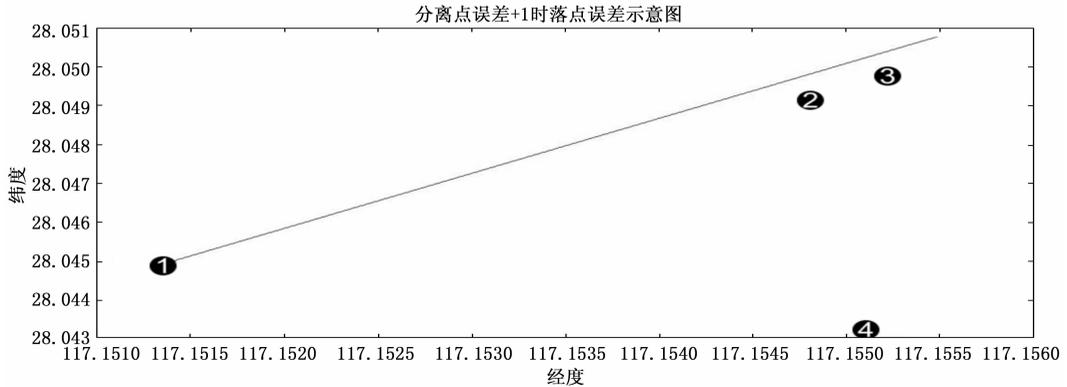


图 1 分离点误差+1 时残骸落点示意图

向误差仅有微量变化。在仅误差+1 时，落点为点 4 所示位置，可见此时因的单独增加，纵向误差和横向误差均变化明显。

通过代入法验证得到的结果与解析法中分析的情况基本相符，可充分证明分离点参数对落点计算的结果是存在明显影响的，即使是速度分量的细微变化都会对残骸落点计算的结果产生几百上千米的误差影响，因此在使用蒙特卡洛方法对误差范围进行预测的时候，不能忽略可能对分离点数据造成误差的影响因素。

3 单项因素影响分析

3.1 推进剂影响分析

推进剂作为火箭的能量来源，对火箭的弹道参数有着决定性的直接影响。

3.1.1 混合比偏差

如图 2 所示，推进剂流量和推力是发动机中的主要内容，是影响火箭射程的最主要原因，也是影响残骸分离点参数的重要因素之一。混合比标准偏差与混合比非标准偏差之和即为混合比总偏差，是影响发动机特性的最主要因素，其中混合比非标准偏差又占据主要地位^[10-11]。

推进剂质量混合比是指液体火箭发动机氧化剂的质量流量与燃料的质量流量之比。理论上来说，火箭发动机按照额定混合比进行燃烧后，所有推进剂应当刚好消耗完毕，但实际上，发动机在工作结束后仍会有一些的推进剂剩余，此即混合比偏差。

引起混合比偏差的因素分内在和外，对于外在因素引起的偏差可通过计算来修正，而基于内在因素产生的偏

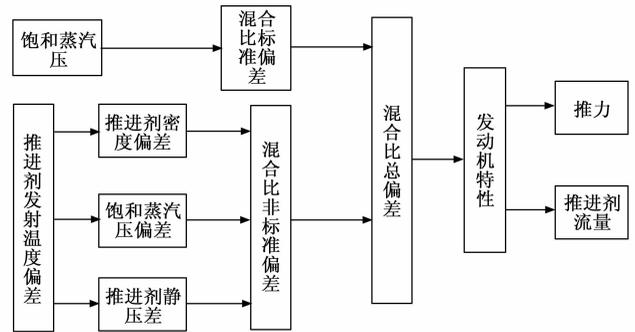


图 2 发动机特性影响因素

差则是随机的，一般服从正态分布，往往只能通过实验来验证。

推进剂密度偏差、推进剂饱和蒸汽压偏差和推进剂静压差共同构成了混合比非标准偏差，同时三者又主要受推进剂发射温度偏差的影响。该温度偏差为外在因素，对发动机特性偏差起最主要的影响，也即发动机方面对残骸分离点参数影响最大的因素。针对海基核火箭来说，推进剂发射温度主要受舱室温度的影响，在目前温度控制水平下，艇上火箭在发射前能够通过空调保持在稳定温度，因此可忽略由此导致的偏差。

3.1.2 推进剂质量偏差

目前某海基火箭的起飞质量中 80% 左右均为推进剂质量，加注质量偏差是火箭起飞质量偏差的最主要组成部分，将对分离点参数产生直接影响。一般推进剂加注总质量会超过 100 t，在保障单位的实际加注过程中，只能通过控制

加注体积来控制加注质量, 由此存在以下几点原因导致加注质量偏差:

1) 推进剂加注过程中环境温度带来的误差。加注过程一般在洞库进行, 温度相对稳定, 但随季节变换仍会有 $\pm 2\text{ }^{\circ}\text{C}$ 的误差。

2) 容积测量偏差。该误差包含两部分, 一是加注系统流量计本身的误差, 二是核火箭推进剂参考液位的容积标定存在误差, 两者作用之下会产生可观的推进剂加注容积测量误差。该误差属于随机误差, 符合正态分布规律。

3) 加注过程引起推进剂升温。加注设备运行时间较长, 自身发热明显, 对推进剂会产生加温效果。根据文献显示, 推进剂经管路被加注到储箱的整个过程中会发生 $-1\sim 2.5\text{ }^{\circ}\text{C}$ 的温度变化, 引起推进剂密度变化, 从而产生质量偏差。

在上述三条因素作用之下, 推进剂实际加注质量与标准质量存在较大误差, 符合正态分布规律, 其3值约占海基核火箭总起飞重量的0.5%, 对分离点参数可能产生明显影响。

3.2 动基座误差影响分析

海基火箭为保证自身发射的成功率和精准度, 对发射时发射平台的状态是有严格要求的, 平台的速度、加速度、偏转角、晃动加速度均要保持在一定范围内, 因为初始发射状态对海基火箭具有极大影响。同样的, 初始发射状态对本章所关心的分离点参数也必然具有较大影响。

这里的海基平台属于典型的动基座, 其在水中航行时存在的6自由度的运动, 其晃动加速度、平移加速度和相对地球运动柯氏加速度对火箭制导装置的调平会产生较大影响。在平台上进行瞄准的难度较大, 而对远程火箭来说瞄准过程中的分级误差就可能对最终结果带来上万米的偏差。动基座对瞄准造成的影响主要存在于两个方面, 一是对平台调平的影响, 二是引入真北基准过程中的误差^[12]。

海基火箭的导航系统无法获得真北方向, 目前只能通过光电瞄准方式将海基平台自身导航系统的北向基准传递给火箭, 并以此为火箭的真北基准。这一过程不仅传递了平台自身的导航误差, 还带来了光电瞄准过程中的新误差。同时平台的纵摇和横摇也影响光电瞄准的精准度^[13]。

上述误差虽然可通过一些方法进行滤波或补偿, 但必然无法完全消除, 在本研究中将分离点参数产生一定影响, 因此可简化认为动基座误差影响最终归类到分离点参数误差中。

3.3 制导系统误差影响分析

在内外各种干扰的影响下, 火箭的运动必然会产生偏差, 制导系统的作用就是通过修正来消除这些误差对精度的影响。由于制导系统本身存在误差且制导方法的不完善, 制导系统并不能完全消除由内外因素产生的误差, 称为制导误差。目前某海基火箭在主动段采用惯性制导方式, 在主动段终点的误差主要来源就是制导系统的误差。根据理论可知, 制导误差分为制导方法误差和制导工具误差。

火箭所用的制导方法均需对弹道飞行过程中所遇条件和

状况为基准, 设计一定方法来针对性消除这些误差。而实际飞行条件定然与设计飞行条件不完全相符, 因此既定的制导方法就无法消除这些误差。随着制导技术的发展和地球物理的研究, 制导方法误差已经削减到了较小的范围^[14]。

以惯性导航为例, 制导工具误差主要包括加速度计、陀螺仪、平台和计算机等工具的误差所引起的落点误差(本研究指分离点误差)。一般来说在主动段结束位置的所有误差中, 制导工具误差占总误差量在70%左右^[15]。

在3.1和3.2中所论述的推进剂影响与动基座误差均是制导系统工作需要消除的误差, 因此可将三者的总误差合一代入模型中进行计算。

3.4 分离力影响分析

目前在火箭进行级间、发动机分离时一般可采用两种方法, 一是采用爆炸分离的方式, 二是采用反向喷流的方式。无论哪种方式都可简单理解为通过分离力的影响断开飞行器主体与发动机残骸之间的连接, 产生速度差, 进而使两者之间产生位移差, 达到分离的效果。

本模型采用的初始状态来源于火箭在分离时刻的运动状态与位置, 严格来说此时采集的数据仅代表火箭本体而非发动机残骸, 因为此时两者已经进行了分离动作, 实际已经产生了速度差和位移差。为准确预测残骸的落点范围, 必须对分离力进行分析, 量化其对残骸速度与位置的具体影响, 进而可通过蒙特卡洛方法预测由分离力所造成的落点范围变化。

3.4.1 爆炸分离影响分析

火箭一般通过使用分离类火工装置来实现爆炸分离, 该类火工装置在过程中共起到两方面作用, 一是在分离之前保证前后两个分离部件能够可靠的连接并工作; 二是在执行动作时能够确保可靠分离且不影响设备正常运行。分离火工装置主要有点式和线式两种, 前者包括爆炸螺栓和爆炸螺母等, 后者主要包括聚能切割索和分离膨胀管等^[16]。

爆炸分离的过程涉及冲击动力学领域的多学科知识, 从理论上量化爆炸分离过程对火箭发动机残骸产生的影响是较为困难的, 需另行建模。因此较为可行的方法是对此进行实验来观察和记录同等条件下爆炸分离对残骸的影响。但目前的发射任务单位并没有实际能力对分离过程进行模拟也无法获得实际任务中残骸在分离过程中的受力情况与运动状态^[17]。

3.4.2 反向喷流影响分析

反向喷流同样被广泛运用在航天分离机构中, 相较爆炸分离方式而言, 反向喷流对发动机残骸带来的影响更便于量化, 本节将主要对此进行研究并应用到模型中代表分离力的影响。

反向喷流装置动作前, 分离机构依靠锁扣或销钉将火箭主体和发动机连在一起, 装置动作时, 分离机构接受控制系统的命令点燃分离电爆管, 该电爆管的爆炸力较小, 仅用于将锁扣或者销钉打开, 同时高温高压的燃气将进入发动机头部的反推喷管, 产生反向推动力, 促使火箭主体

与发动机分离^[18]。

根据工业部门资料显示,某型采用反向喷流装置的发动机自身质量 m 约为 1 600 kg,反向喷流作用时长约 0.3 ± 0.05 秒,期间平均作用力约 4 000 N,该力的方向与发动机运动方向相反,根据动量定理有公式:

$$mv_b - mv_a = \bar{F} t_F \quad (6)$$

$$v_b - v_a = \frac{\bar{F} t_F}{m} \quad (7)$$

虽然在此过程中残骸还受空气阻力和地球引力作用,但考虑分离力与不考虑分离力前后仅有反向喷流作用力 \bar{F} 这一项差别,因此可近似认为作用前后的速度差如式(3.7)所示,计算得速度差为 -0.75 ± 0.125 m/s。

根据分离时刻弹道倾角和偏向角的大小,可将该速度差换算至速度坐标系中,即可将分离力对残骸落点的影响转换为分离点参数误差的影响进行计算。

3.5 高空风影响分析

在航天发射所关注的气象学问题中,将风分为浅层风和高空风。浅层风变化剧烈,对初期发射时的姿态控制有较大影响,甚至在条件恶劣时会造成无法完成发射任务,为此,需统计历年的测量资料,对浅层风的运行规律和阵风特征进行掌握。高空风一般关注的是位于浅层风以上至 30 km 高度之间的大气运动,会对弹道火箭的运行安全和精度产生重要影响,一般重点关注其水平运动状态,其风向以正北为 0° ,沿顺时针方向增大。

发动机残骸因自身比值较大,更容易受到风力影响,低空风因为涉及范围较小,在残骸不带有缓降措施的时候几乎可以忽略不计,而高空风因为涉及高度范围广、风力大,因此应当使用一定方法将其计算在内。

高空风因距离地面较远,只受地转偏向力的作用,因此风向最终是与等压线平行的,其运行存在一定规律,但要想准确探测却也并不容易。通常需要使用仪器观测飞升气球在一定时间内的运动与轨迹来推算高层大气的平均风向和风速,还可使用雷达、导航、卫星等测风方式。但任务部队的实际测控能力往往有限,甚至在海上机动时连浅层风和海况都无法得知,因此只能根据一般性规律对高空风的影响进行一定量化^[19-20]。

残骸分离后已经位于空气极为稀薄的高空,再入 30 km 大气后才再次受到高空风的影响,正如第二章对残骸弹道的分析,在此过程中残骸速度骤减,其在稠密大气层中的实际飞行距离较短,即可采用目标地的高空风状况进行近似计算。文献 [21] 对高度在 100 km 以下风场进行了研究,这里使用文献中给出的某中纬度地区高空风测量值进行计算,如表 2 所示。

根据表 2 可知,目标地区的高空风风速 V_F 与风向 F_X 均呈现一定规律,考虑 30 km 以上时空气极为稀薄,因此在 H 小于 30 km 的位置建立 V_F 、 F_X 与高度 H 的映像关系:

$$H \rightarrow V_F \quad (8)$$

$$H \rightarrow F_X \quad (9)$$

表 2 某中纬度地区某时不同高度风向和风速表

高度/km	风速/(m/s)	风向/(°)
0~5	18.6	291.9
5~10	7.0	326.0
10~15	14.7	300.0
15~20	16.3	278.0
20~25	20.6	264.0
25~30	45.9	264.0
30~35	45.7	262.0
35~40	70.8	266.0

实际上高空风与高速运动中的残骸的相互关系是较为复杂的,这里进行一定的简化,通过其风向和风速直接计算高空风作用在残骸之上的力,然后将这个力分解到发射坐标系中,在每一步积分计算加速度的时候将这个力代入。同时为不失一般性,假设风向为随机,平均分布在 0° 至 360° 之间,风力仍按照式(8)进行表示,并假设存在 $\pm 10\%$ 的测量误差,误差符合正太分布。

考虑到此处风向实际为残骸所在位置的风向,其正北方向与发射坐标系、速度坐标系等均无法一一对应,因此需要找到合适的方法将高空风带来的阻力转换到发射坐标系中。

可以残骸所在位置为原点,地理正北为 x 轴正方向,垂直于地面过原点向上为 y 轴正方向, z 轴与 x 轴和 y 轴成右手螺旋关系建立高空风坐标系 $x_F y_F z_F$ 。因残骸处于运动之中,该方法建立的坐标系的地理正北即 x 轴方向也处于随时变化之中,因此需要在每个积分周期中都重新建立新的坐标系。在该坐标系中计算高空风阻力后,使用坐标转换的方法依次换至地心直角坐标系、发射坐标系,然后可代入发射坐标系中计算考虑高空风之后的残骸加速度并积分得到弹道和落点信息。

排除其他因素干扰,仅将高空风影响代入模型,使用蒙特卡洛方法反复计算 1 000 次,得到图 3 和图 4。

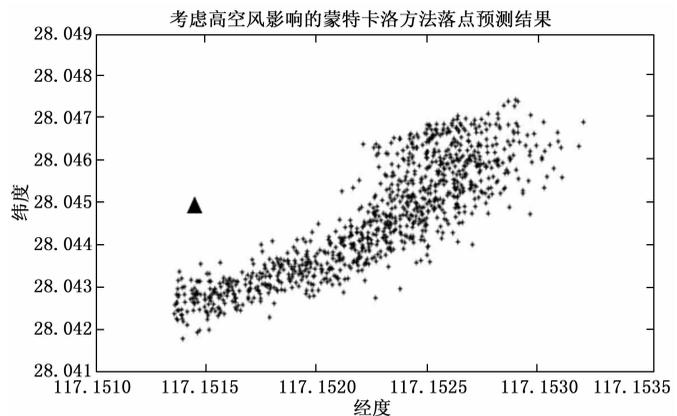


图 3 考虑高空风影响的蒙特卡洛方法落点预测结果

图 3 中三角标记表示不考虑高空风影响时对文献 [6] 中例 4 的落点计算位置,黑色星号为考虑高空风影响后的

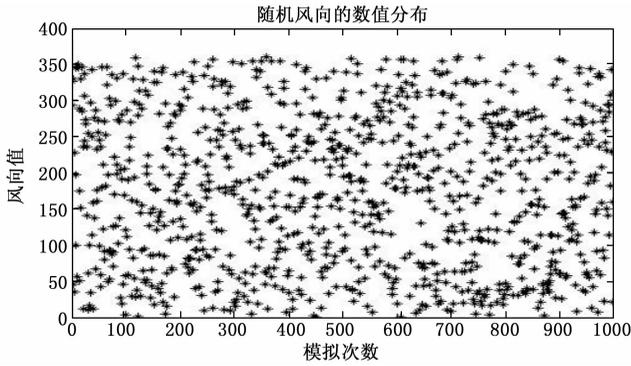


图 4 随机风向的数值分布

1 000次落点计算结果。图 4 为随机风向的数值分布, 表示所用风向具有较好的随机特性, 能够均匀分布在 0~360 度之间。可见在考虑高空风后会在残骸弹道的纵向和横向均产生约 200~300 m 的概率落点范围, 但与直观猜想结果明显不同的是落点范围并不是围绕在理想落点周围均匀分布, 而是明显偏向一侧。

从射程变化上来看, 相对理想落点射程增加的点与射程减少的点基本等量, 说明在考虑高空风后确实对残骸射程产生了影响, 但因风速基本固定, 所以蒙特卡洛方法所示落点范围并未围绕理想落点。

从对残骸落地时间的预测上来看, 原理想预测数值为 630 秒, 添加高空风影响后的时间预测数值为 733 秒, 实际真实数值为 736 秒, 说明在添加高空风影响后更加接近实际残骸的运动状态。残骸在进入大气层 30 km 范围内后, 受高空风影响导致速度变化更加剧烈, 明显延长了残骸实际飞行时间。

3.6 残骸不定状态影响分析

残骸的不定状态主要指两个方面, 一是残骸在分离时刻就可能存在剩余燃料, 造成质量上的不确定; 二是残骸再入大气层后受到强烈空气阻力的影响, 可能发生质量和表面积上的较大变化。前者的误差数值较小, 概率分布基本为正态分布, 作用于残骸运动的全程。后者的数值波动范围可能很大, 概率分布与残骸本身的材料和结构密切相关, 难以通过简单分析得知, 这里只做一定假设。

理想状态下残骸在分离时刻的质量为 1 673.97 kg, 有效参考面积为 3.141 6 m², 假设分离时刻燃料剩余质量均值为 100 kg, 均方差为 30 kg。假设进入大气(一般解体高度在 60 km 至 80 km)后残骸出现解体, 造成质量和有效面积的变化, 主残骸的平均剩余质量 80%, 均方差为 10%, 平均剩余有效面积 90%, 均方差为 9%。以此建立残骸不定状态蒙特卡洛矩阵, 排除其他情况的干扰, 代入模型后运用蒙特卡洛方法进行 100 次预测, 结果如图 5 所示。

设置如上条件后, 在不增加其他干扰因素的情况下, 残骸本身质量与面积的改变对落点范围的影响仅限于残骸弹道的纵向, 以理想落点为中心, 达到约±3 公里的范围。

3.7 小结

本节共对 6 种可能影响理想残骸弹道的因素进行了分

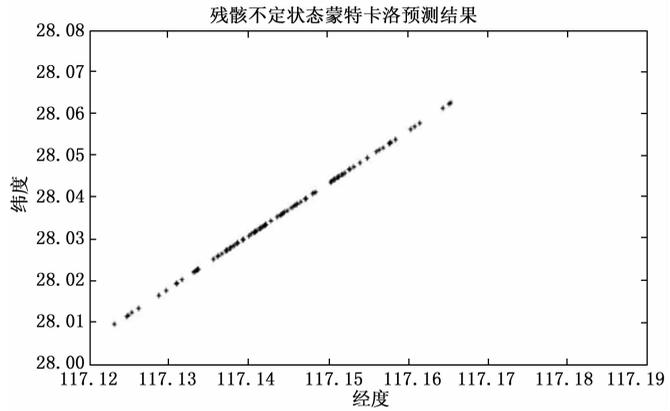


图 5 残骸不定状态蒙特卡洛预测结果

析和模型验证。

3.1~3.3 中推进剂、动基座和制导系统误差均直接影响残骸与火箭本体分离时的运动参数情况, 可统一衡量后合并进行处理。如果在进行预测时使用的是基于理想弹道的标准分离点参数, 在代入模型之前就应当考虑这三者对残骸的影响, 如果是基于实测的残骸分离点参数, 则不需考虑这三者的影响, 可直接将参数代入进行计算。

3.4 中分离力在进行计算的时候采用的方法仍然是调整分离点参数, 但它的影响并不是直接改变了火箭达到分离点时的运动速度和位置, 而是体现在分离动作过程中对残骸的作用上。分离力的影响在基于标准分离点参数和基于实测分离点参数的蒙特卡洛落点范围预测中都应当考虑。

3.5 和 3.6 中高空风与残骸不定状态对落点的影响相对独立, 不与其他因素相关, 也不影响分离点参数, 可按照上文中方法单独计算其影响也可与其他因素结合进行预测。无论是基于标准分离点参数还是基于实测分离点参数, 这两种影响因素均需考虑在内。图 6 为仅考虑高空风和残骸不定状态时的落点范围。

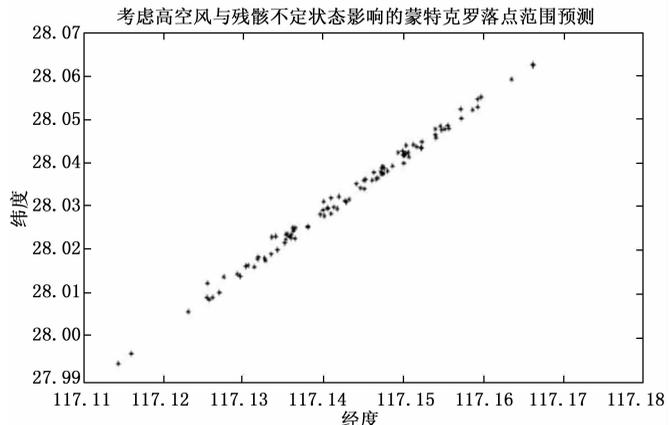


图 6 考虑高空风和残骸不定状态的蒙特卡洛落点范围预测

4 综合因素影响分析及验证

4.1 基于实测分离点参数的蒙特卡洛落点范围预测

如果具备对火箭与发动机残骸分离点进行实时观测和

定位的能力，并且进行落点范围预测的目的是便于发射后对残骸进行搜寻，则可以采用基于实测分离点参数的蒙特卡洛落点范围预测。

该方法不需考虑分离前各因素对落点的影响，即不需要考虑动基座、推进剂和制导系统对分离点参数的影响。除了高空风和残骸不定状态之外，只需要将分离力的影响转换至分离点参数中即可。

根据 3.3 中对各单项因素的分析 and 验证，分离力对残骸速度造成的影响为 $-0.75 \pm 0.125 \text{ m/s}$ ，换算至例 4 中 V_x 和 V_y 的值为 $-0.671 \pm 0.112 \text{ m/s}$ ，和 $-0.334 \pm 0.055 \text{ m/s}$ 。代入模型中，并与高空风和残骸不定状态一同计算得图 7。

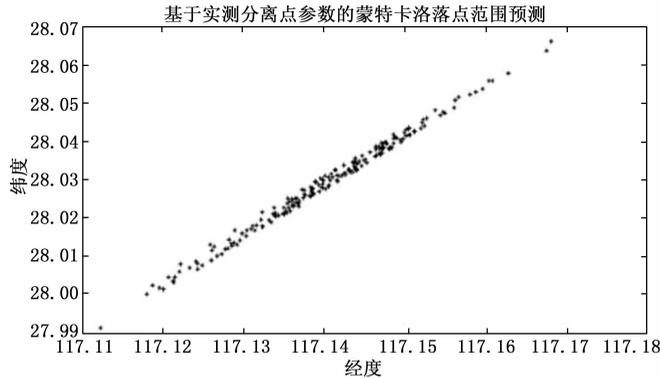


图 7 基于实测分离点参数的蒙特卡洛落点范围预测一

图 7 所示结果与图 6 的结果在纵横分布和经纬度上均极为相似，主要因为计算所得的分离力影响比较微弱，如果加强分离力的影响，改为 V_x 和 V_y 的值为 $-1.671 \pm 0.312 \text{ m/s}$ ，和 $-1.334 \pm 0.355 \text{ m/s}$ ，则的到结果如图 8。

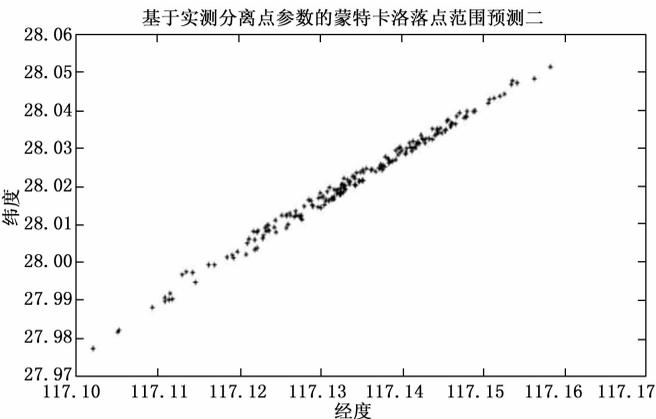


图 8 基于实测分离点参数的蒙特卡洛落点范围预测二

图 8 与图 7 的结果相比，两者在纵横分布的跨度上基本相同，但射程因调整提高了分离力的影响而明显缩短了约 1.3 km。

4.2 基于标准分离点参数的蒙特卡洛落点范围预测

如果不具备对发射后火箭飞行情况的实时掌握能力，或者进行落点范围预测的目的主要为发射前掌握残骸落点范围，可采用基于标准分离点的蒙特卡洛落点范围预测方式。

该方法需考虑 3.3 中所有因素的影响。假定推进剂、

动基座和制导系统误差对分离点位置参数的总影响被控制在正负万分之一的范围内，对 V_x 和 V_y 的影响在正负千分之一范围内，对 V_z 的影响在正负十分之一范围内，代入模型得图 9。

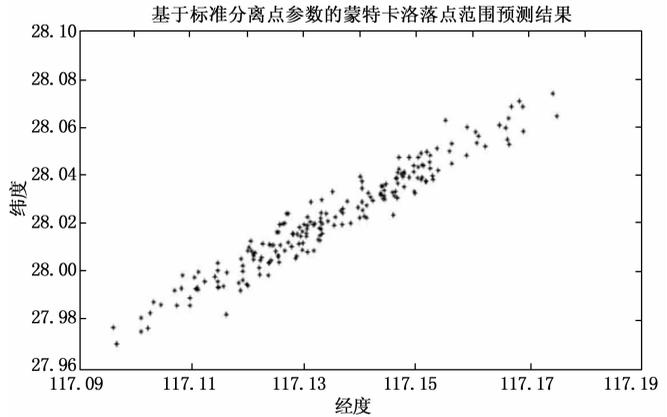


图 9 基于标准分离点参数的蒙特卡洛落点范围预测结果

4.3 验证

在任务单位历年的发射演练中，射向和目标点各不相同，其中与前述所用实例同等条件的共 13 次，因此将利用这些数据对模型进行验证。

表 3 实测落点经、纬度

序号	经度	纬度
1	117.132	28.022
2	117.145	28.037
3	117.118	27.994
4	117.156	28.048
5	117.145	28.042
6	117.138	28.028
7	117.103	27.976
8	117.130	28.019
9	117.180	28.080
10	117.145	28.027
11	117.102	27.995
12	117.126	28.012
13	117.140	28.027

4.3.1 验证方法

本研究的主要目的是通过使用蒙特卡洛方法在已有落点计算模型的基础上得到可能的落点范围。验证该方法是否合理需要将预测得到的 200 次落点与实测的 13 次落点在范围和密度上进行对比。然而实测数值过少，虽然均位于预测范围之内，但难以直观证明。

可采用统计学中两独立样本检验的方法，将预测值与实测值视为两个独立样本，通过分析均数、中位数、离散趋势和偏度等描述性统计量来检验两者是否来自于同一个总体。根据数据特点，本文决定借助 spss 统计分析软件，采用 Mann-Whitney U 检验法和 Kolmogorov-Smirnov Z 双样本检验法。

这两种方法均会得到一个概率 P 值, 表示两样本之间的差异有多大可能是由抽样中的偶然造成的。一般来说只有在 P 值小于 0.05 的时候才能够表明待测两样本之间存在明显差异。

4.3.2 验证结果

在 spss 中创建变量“经度”、“纬度”和“分类”, 其中预测经度和实测经度均放置于“经度”下, 分别在“分类”中使用 1 和 2 代表, 纬度数据进行同样操作。零假设为预测样本与实测样本之间无明显差异, 然后进行两独立样本检验, 结果如表 4 和表 5 所示。

表 4 检验统计量 a

纬度		经度
Mann-Whitney U	1 198.0	1 165.0
Wilcoxon W	21 298.0	21 265.0
Z	-0.474	-0.627
渐进显著性(双侧)	0.636	0.531

表 5 检验统计量 b

		经度	纬度
最极端差别	绝对值	0.203	0.213
	正	0.203	0.213
	负	-0.134	-0.136
Kolmogorov-Smirnov Z		0.711	0.746
渐进显著性(双侧)		0.693	0.634

如检验结果所示, 使用 Mann-Whitney U 检验法时, 预测经度样本与实测经度样本之间的渐进显著性为 0.636, 明显大于 0.05, 应当支持零假设, 即预测经度样本与实测经度样本之间无明显差异。同样, 预测纬度样本与实测纬度样本之间的渐进显著性为 0.531, 表明两者之间无明显差异。在使用 Kolmogorov-Smirnov Z 双样本检验法时渐进显著性分别为 0.693、0.634, 同样应当支持零假设。

根据检验结果可知, 预测样本与实测样本之间具有良好的 consistency, 可以认为是同一总体的抽样。因此使用本文方法得到的火箭残骸落点范围预测结果能够有效体现实际情况。

至此, 可认为在文献 [6] 的基础上已成功建立基于蒙特卡洛方法的落点范围预测模型, 可用于解决相关任务单位在演习或者实际发射中遇到的问题。

5 结束语

本研究是在已建立的落点预测模型基础上, 使用蒙特卡洛方法对火箭残骸的可能落点范围进行了预测。主要工作体现在对 6 种影响因素的逐个分析与综合运用上, 使模型进一步具有了更加可靠、全面的实际运用能力。

该落点范围预测模型还存在一点突出性问题, 即单项因素影响分析中对实际情况的假设过于简化, 或者只进行了定性分析而没有实际的概率分布模型。这一问题的主要原因是研究人员与任务单位、研发机构之间的共同沟通和

任务实践不足造成的, 可在模型实际推动运用后获得足够数据的情况下对模型的重要参数进行补充。

参考文献:

- [1] 王 强, 李 伟, 龚建泽, 等. 基于火箭残骸实时定位信息的落点计算模型 [J]. 计算机测量与控制, 2021, 29 (5): 154-158.
- [2] 朱紫陌, 陈 龙, 魏昌全, 等. 基于时变 TVAR 模型和 CKF 滤波的助推器落点预测 [J]. 海军航空工程学院学报, 2020, 35 (2): 217-223.
- [3] 王景国, 卞韩城, 陈学林, 等. CZ-2F 火箭整流罩残骸落点预报方法研究 [J]. 载人航天, 2014, 20 (5): 457-460.
- [4] 唐学海, 王 军, 肖志明, 等. 弹道式再入航天器落点预报技术 [J]. 南京航空航天大学学报, 2019, 51: 145-149.
- [5] 祝学军, 卜奎晨, 王 浩, 等. 采用优化加点 Kriging 模型的助推火箭残骸安全区预示方法 [J]. 国防科技大学学报, 2020, 4 (2): 121-127.
- [6] 张 晓, 刘丙杰, 王瑞臣. 基于分离点信息的火箭残骸落点计算模型 [J]. 计算机测量与控制, 2022, 30 (11): 161-167.
- [7] 康崇禄. 蒙特卡洛方法理论和应用 [M]. 北京: 科学出版社, 2015.
- [8] 李瑞敏, 陈建平, 张红英, 等. 基于蒙特卡洛方法的翼伞系统落点仿真研究 [J]. 计算机仿真, 2019, 36 (5): 48-52.
- [9] 张金槐. 远程火箭精度分析与评估 [M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 1995.
- [10] 刘国球. 液体火箭发动机原理 [M]. 北京: 中国宇航出版社, 1993.
- [11] 肖松春, 宋建英, 安学刚, 等. 基于蒙特卡洛方法的运载火箭残骸落区划定 [J]. 装备指挥技术学院学报, 2010, 8 (4): 66-71.
- [12] 张仲毅, 张耐民, 荣晶晶, 等. 动基座发射飞行器初始误差分离线性建模及仿真 [J]. 导弹与航天运载技术, 2013, 327: 43-47.
- [13] 方心虎, 林 崧, 张 倩, 等. 潜基导弹动基座瞄准技术 [J]. 导弹与航天运载技术, 2015, 338: 1-5.
- [14] 王新龙, 李志宇. 捷联惯导系统在运动基座上的建模及误差传播特性研究 [J]. 宇航学报, 2006, 27 (6): 1261-1265.
- [15] 徐延万. 制导系统(上) [M]. 北京: 中国宇航出版社, 2009.
- [16] 张 旭, 叶 文, 吕晓峰, 等. 导弹火工品及其安全性 [M]. 北京: 中国工信出版社, 2018.
- [17] 吕斐凯, 贺卫亮. 运载火箭助推器分离后的姿态和轨迹分析 [J]. 导弹与航天运载技术, 2015, 337: 13-16.
- [18] 徐敬青, 齐杏林, 王军波, 等. 发动机分离对精确制导火箭弹散布的影响因素分析与仿真 [J]. 弹箭与制导学报, 2012, 32 (1): 119-123.
- [19] 李 浩, 张伟星, 王晓蕾, 等. 基于地心大地坐标系的高空风计算方法 [J]. 解放军理工大学学报(自然科学版), 2011, 12 (2): 195-199.
- [20] 马 林, 咎兴海, 张 琦. 考虑随机误差传递的高空风计算方法 [J]. 兵器装备工程学报, 2016, 37 (8): 173-176.
- [21] 李臣明, 张 微, 韩子鹏. 100 km 以下风场对远程弹箭运动的影响研究 [J]. 兵工学报, 2007, 28 (10): 1169-1173.