

超空泡航行器极点配置变结构控制方法研究

汤柏涛¹, 张建宏¹, 高晔¹, 魏先利^{1,2}

(1. 北京机电工程研究所, 北京 100074;
2. 青岛海洋科学与技术试点国家实验室, 山东 青岛 266228)

摘要: 超空泡航行器在航行过程中, 尾部会周期性拍打空泡壁而表现出强烈的“尾拍”现象, 尾部空泡是由空化器经历的历史位置形成, 呈现强烈的时滞特性, 动力学建模和稳定控制是制约其发展的核心难题; 针对泡体耦合问题, 建立了空泡/刚体相对几何关系一体化实时解算的动力学模型; 针对后体非线性特性, 采用分段线性化方法, 在保留后体尾拍非线性特性的基础上, 建立了面向控制的简化模型; 为了解决超空泡航行器非线性时滞控制问题, 针对弹体运动极其敏感、操纵效率高等特点, 采用极点配置的方式将控制模型配置到理想状态; 针对尾拍过程非线性和不确定极大的特点, 建立了面向扰动的变结构控制器, 实现超空泡航行器扰动运动控制; 采用极点配置变结构控制方法, 分别设计了滚转通道和俯仰通道控制律; 利用泡体耦合动力学模型进行 6 DOF 控制闭环轨迹仿真, 稳定巡航过程中深度控制误差小于 0.1 m, 滚转角控制误差小于 4°, 表明该控制方法能够对航行器滚转角和深度实现稳定控制, 控制效果较好, 能够满足超空泡航行器航行要求。

关键词: 超空泡; 泡体耦合; 稳定控制; 极点配置; 变结构控制

Study on Pole Assignment Variable Structure Control Method for Supercavitation Vehicle

TANG Baitao¹, ZHANG Jianhong¹, GAO Ye¹, WEI Xianli^{1,2}

(1. Beijing Institute of Mechanical and Electrical Engineering, Beijing 100074, China;
2. Qingdao National Laboratory of Marine Science and Technology, Qingdao 266228, China)

Abstract: During the sailing of a supercavitation vehicle, the tail will periodically beat the cavitation wall and show a strong “tail-beating” phenomenon. The cavitation in the tail is formed by the historical position experienced by the supercavitation vehicle and presents a strong time-delay characteristic. Dynamic modeling and stability control are the core problems restricting its development. Aiming at the cavitation-body coupling problem, the dynamic model of the integrated real time solution to the relative geometry relationship between the cavitation and rigid body is established. Aiming at the nonlinear characteristics, the sectional linearization method is used to establish a simplified control oriented model while preserving the nonlinear characteristics of the rear body tail beat. In order to solve the nonlinear time-delay control problem of the supercavitation vehicle, the control model is configured to the ideal state by the pole assignment in view of the characteristics of extremely sensitive movement and high control efficiency. A perturbation-oriented variable structure controller (VSC) is established to control the disturbance motion of the supercavitation vehicle due to the nonlinear and uncertain process. The control law of roll channel and pitch channel is designed by the pole assignment variable structure control method. The cavitation-body coupled dynamics model is used to simulate the closed-loop trajectory with 6 degrees of freedom (DOF) control, the simulation results show during the stable cruise, the depth control error is less than 0.1 m, and the roll Angle control error is less than 4°. The proposed control method can achieve the stable control of the roll Angle and depth of the vehicle. It has a good control effect, and can meet the navigation requirements of the supercavitation vehicle.

Keywords: supercavitation; supercavity-body coupling; stability control; pole assignment; variable structure control

0 引言

近年来, 海上编队体系化防御日臻完善, 多层次、“软、硬”拦截手段完备, 未来海上作战面临严峻的突防难题。超空泡航行器由于具有阻力小、速度快、动能大、突防能力与毁伤能力强等突出特点, 是世界各大军事强国正在致力研究并持续发展的新一代武器装备。

收稿日期:2022-11-07; 修回日期:2023-01-09。

作者简介:汤柏涛(1895-),男,工学硕士/理学硕士,高级工程师。

通讯作者:高晔(1983-),男,工学博士,研究员。

引用格式:汤柏涛,张建宏,高晔,等.超空泡航行器极点配置变结构控制方法研究[J].计算机测量与控制,2023,31(9):157-165,182.

超空泡航行器受到流体动力比传统导弹或鱼雷复杂得多。超空泡航行器大部分机体位于空泡内, 前端空化器、后端尾翼、尾端为沾湿或部分沾湿状态, 因此航行器受气、液等多相流体动力综合作用表现出泡体耦合特性。空泡会受到航速、深度、充气量、充气压力空化器偏转、攻角与侧滑角航迹机动等多因素影响, 与航行状态强耦合泡体/姿态/航迹运动耦合特性复杂; 机动航行时因姿态变化引起尾

翼穿刺空泡程度不对称，引起尾翼流体动力不对称性和通道强耦合；当受到扰动后，航行器的尾部会与空泡壁碰撞产生强非线性的尾拍滑行力；机动状态下因姿态变化引起尾翼穿刺空泡程度的不对称，导致尾翼流体动力的不对称性和不确定性；空泡的独立扩张原理，导致空泡模型具有时滞效应，这些都导致超空泡航行器模型机理复杂，模型精确度不够，鲁棒控制难度大等问题，进而引起超空泡航行器空泡不稳定、尾拍现象加剧、空泡减阻效能大大降低，甚至会导致航行器控制系统发散，航行试验彻底失败。为了保证超空泡航行器运动稳定并实现预期航行任务，需要解决快时变非线性时滞建模与控制理论这一关键科学问题。

吕瑞，于开平等在 LIN Guo-jian 的航行体纵向简化模型的基础上，建立了引入航行体由于下潜深度引起的流体动力系数摄动和滑行力扰动的改进模型，并提出了一种利用估计误差修正变结构控制器参数的控制方法^[18]；范加利，吕小龙等建立了考虑尾部湿润角度影响滑水力简化模型，并采用一种自适应滑模控制器进行超空泡航行器纵向控制^[19]；王京华根据 Logvinovich 空泡独立扩张原理，重点研究和建立了后体非线性滑行力部件模型，通过对比研究 Munzer-Lerchardt 空泡模型、Logvinovich 空泡模型、以及非定常超空泡形态特性理论的基础上建立了超空泡航行器泡体耦合模型，并设计了一种深度跟踪预测控制器，实现了超空泡航行器的深度精确控制^[20]。

本文针对超空泡航行器，设计了一种极点配置变结构控制方法，首先通过极点配置方式将线性化平衡状态的控制模型配置到理想的状态，然后将鳍舵沾湿不对称、水动力偏差等作为扰动项，利用变结构控制的强抗扰动作用，实现对超空泡航行器的稳定控制，控制方法能够较好的实现航行器的深度稳定控制，深度控制误差小。

1 超空泡航行器控制模型

近年来，超空泡流体动力学基本机理研究有了一定进展，但由于超空泡航行器特殊的航行环境，动力学和控制的精确建模难度很大，通过航行试验也难以对建立的模型进行较好的校验和完善。本文通过深入研究超空泡航行器航行过程中的沾湿特性，忽略非沾湿部件动力学影响，建立了超空泡航行器部件动力学模型。通过研究 Logvinovich 空泡独立扩张原理，利用切片法建立了理想圆平面空泡模型。考虑超空泡航行器与空泡模型之间的相对几何关系，实时计算后体、尾平鳍和尾垂舵的沾湿特性，进而获得考虑空泡时滞特性的泡体耦合三维动力学模型。

超空泡航行器建模的关键在于泡体耦合，而泡体耦合建模需要分别针对超空泡航行器沾湿部件动力学和空泡动力学进行建模。典型的超空泡航行器构型如图 1 所示。

1.1 空化器流体动力和力矩

1.1.1 空化器流体动力 \vec{F}_{hc}

空化器前端为沾湿状态，其流体动力大小为 D_{khq} ，方向为垂直于空化器圆盘指向后。空化器轴向方向与机体坐标

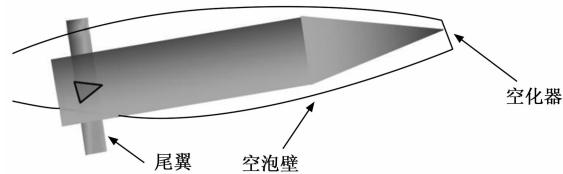


图 1 典型超空泡航行器外形布局示意图

系的夹角为空化器舵偏角 δ_{khq} （向上偏为正）。空化器位置为 $(x_{\text{cg}}, 0, 0)$ ，忽略质心侧向和垂向偏差，则在空化器坐标系中空化器的速度为：

$$\vec{v}_{\text{khq}} = \begin{bmatrix} \cos\delta_{\text{khq}} & \sin\delta_{\text{khq}} & 0 \\ -\sin\delta_{\text{khq}} & \cos\delta_{\text{khq}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{v}_b + \vec{\omega} \times \begin{bmatrix} x_{\text{cg}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} v_{bx}\cos\delta_{\text{khq}} + (v_{by} + \omega_z x_{\text{cg}})\sin\delta_{\text{khq}} \\ -v_{bx}\sin\delta_{\text{khq}} + (v_{by} + \omega_z x_{\text{cg}})\cos\delta_{\text{khq}} \\ v_{bz} - \omega_y x_{\text{cg}} \end{bmatrix}$$

空化器的阻力：

$$D_{\text{khq}} = \frac{1}{2} \rho S_{\text{khq}} c_{x0} (1 + \sigma) [v_{bx} \cos\delta_{\text{khq}} + (v_{by} + \omega_z x_{\text{cg}}) \sin\delta_{\text{khq}}]^2$$

其中： S_{khq} 为空化器面积， c_{x0} 空化器零空化数阻力系数， σ 为空化数。

空化器流体动力在机体坐标系的投影为：

$$\vec{F}_{\text{c}}^b = \begin{bmatrix} -D_{\text{khq}} \cos\delta_{\text{khq}} \\ -D_{\text{khq}} \sin\delta_{\text{khq}} \\ 0 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \rho S_{\text{khq}} c_{x0} (1 + \sigma) \cos\delta_{\text{khq}} [v_{bx} \cos\delta_{\text{khq}} + (v_{by} + \omega_z x_{\text{cg}}) \sin\delta_{\text{khq}}]^2 \\ -\frac{1}{2} \rho S_{\text{khq}} c_{x0} (1 + \sigma) \sin\delta_{\text{khq}} [v_{bx} \cos\delta_{\text{khq}} + (v_{by} + \omega_z x_{\text{cg}}) \sin\delta_{\text{khq}}]^2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

1.1.2 空化器流体动力力矩 \vec{M}_{hc}

空化器和航行器质心之间的距离为 x_{cg} ，则空化器流体动力力矩 \vec{M}_{hc} 可通过下式计算得到：

$$\vec{M}_{\text{hc}}^b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -D_{\text{khq}} x_{\text{cg}} \sin\delta_{\text{khq}} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{2} \rho S_{\text{khq}} c_{x0} (1 + \sigma) x_{\text{cg}} \sin\delta_{\text{khq}} [v_{bx} \cos\delta_{\text{khq}} + (v_{by} + \omega_z x_{\text{cg}}) \sin\delta_{\text{khq}}] \end{bmatrix}$$

1.2 尾平鳍流体动力和力矩

1.2.1 尾平鳍流体动力 \vec{F}_{pq}

尾鳍流体动力分别由左 (z)、右 (y) 两个尾鳍所受到的力叠加计算得到。假设左、右平鳍与机体坐标系的 z 轴平行，则左、右平鳍的侧向力可忽略，尾平鳍所受的流体动力合力矢量可通过下式表示。

$$\vec{F}_{\text{pq}}^b = \begin{bmatrix} X_{\text{zpq}} + X_{\text{ypq}} \\ Y_{\text{zpq}} + Y_{\text{ypq}} \\ 0 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{2}\rho V_{zpq}^2 S_{ref} C_{xzpq} \frac{L_{zsx}}{L_{pq}} - \frac{1}{2}\rho V_{ypq}^2 S_{ref} C_{xypq} \frac{L_{zsy}}{L_{pq}} \\ \frac{1}{2}\rho V_{zpq}^2 S_{ref} C_{yzpq} \frac{L_{zsx}}{L_{pq}} + \frac{1}{2}\rho V_{ypq}^2 S_{ref} C_{yypq} \frac{L_{zsy}}{L_{pq}} \end{bmatrix}$$

注: 航行过程中, 尾平鳍一部分位于空泡内部, 一部分外露在水中, 尾平鳍总长 L_{pq} , 其沾湿长度为 L_{zs*} (* 为 z 或者 y)

C_{x*pq} 、 C_{y*pq} 为 * 尾平鳍全沾湿的轴向力、法向力系数。值得注意的是计算力系数用到的攻角为 * 尾平鳍总攻角, 是受攻角/侧滑角以及机体旋转影响产生相对于来流的总水流角度。

左尾平鳍的压心相对于质心位置为 $(-x_{cg2pq}, 0, -(R_b + L_{pq} - \frac{1}{2}L_{zs*}))$, 则左尾平鳍速度矢量 \vec{v}_{zpq} 可通过下式计算:

$$\vec{v}_{zpq} = \left(v_b + \omega \times \begin{bmatrix} -x_{cg2pq} \\ 0 \\ -(R_b + L_{pq} - \frac{1}{2}L_{zs*}) \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} v_{bx} - \omega_y(R_b + L_{pq} - \frac{1}{2}L_{zs*}) \\ v_{by} - \omega_z x_{cg2pq} + \omega_x(R_b + L_{pq} - \frac{1}{2}L_{zs*}) \\ v_{bz} + \omega_y x_{cg2pq} \end{bmatrix}$$

进一步得到左尾平鳍的总攻角:

$$\alpha_{zpq} = -\tan \frac{v_{by} - \omega_z x_{cg2pq} + \omega_x(R_b + L_{pq} - \frac{1}{2}L_{zs*})}{v_{bx} - \omega_y(R_b + L_{pq} - \frac{1}{2}L_{zs*})}$$

右尾平鳍的压心位置为 $(-x_{cg2pq}, 0, R_b + L_{pq} - \frac{1}{2}L_{zs*})$, 则右尾平鳍速度矢量 \vec{v}_{ypq} 可通过下式计算:

$$\vec{v}_{ypq} = \left(v_b + \omega \times \begin{bmatrix} -x_{cg2pq} \\ 0 \\ R_b + L_{pq} - \frac{1}{2}L_{ysz} \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} v_{bx} + \omega_y(R_b + L_{pq} - \frac{1}{2}L_{ysz}) \\ v_{by} - \omega_z x_{cg2pq} - \omega_x(R_b + L_{pq} - \frac{1}{2}L_{ysz}) \\ v_{bz} + \omega_y x_{cg2pq} \end{bmatrix}$$

进一步得到右尾平鳍的总攻角:

$$\alpha_{ypq} = -\tan \frac{v_{by} - \omega_z x_{cg2pq} - \omega_x(R_b + L_{pq} - \frac{1}{2}L_{ysz})}{v_{bx} + \omega_y(R_b + L_{pq} - \frac{1}{2}L_{ysz})}$$

其中: L_{zs*} 为 * 尾平鳍的沾湿长度, 受到空泡截面中心位置和空泡半径的影响, 不同尾鳍的沾湿长度不同。假设尾鳍处空泡截面中心在机体坐标系中的位置为 (x_{rs}, y_{rs}, z_{rs}) , 尾平鳍处空泡半径为 r_{eq} , 空泡与尾鳍相对位置示意图如图 2 所示。

可以计算得到不同尾鳍沾湿长度如下:

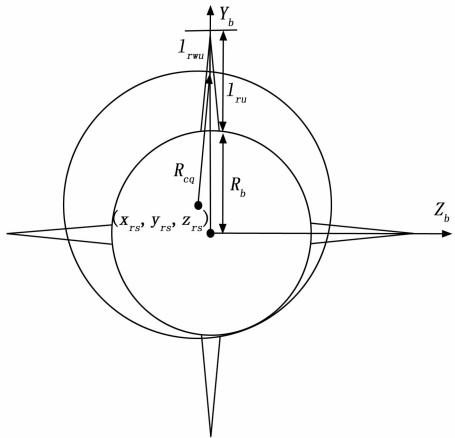


图 2 空泡与尾鳍相对位置示意图

$$\begin{cases} l_{zs} = R_b + l_{pq} + z_{rs} - \sqrt{r_{eq}^2 - y_{rs}^2} \\ l_{sy} = R_b + l_{pq} - z_{rs} - \sqrt{r_{eq}^2 - y_{rs}^2} \end{cases}$$

受到尾鳍实际长度的限制, 当 $l_{zs*} < 0$ 时, $l_{zs*} = 0$; 当 $l_{zs*} > l_{pq}$ 时, $l_{zs*} = l_{pq}$ 。

1.2.2 尾平鳍力矩 \vec{M}_{pq}

根据矢量叉乘法则, $\vec{M}_{pq} = \vec{r}_{pq} \times \vec{F}_{pq}^b$, 可计算得到尾鳍力矩 \vec{M}_{pq} 如下式所示:

$$\vec{M}_{zpq} = \vec{r}_{zpq} \times \vec{F}_{zpq}^b = \begin{bmatrix} -x_{cg2pq} \\ 0 \\ -(R_b + L_{pq} - \frac{1}{2}L_{zs*}) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}\rho V_{zpq}^2 S_{ref} C_{xzpq} \frac{L_{zsx}}{L_{pq}} \\ \frac{1}{2}\rho V_{zpq}^2 S_{ref} C_{yzpq} \frac{L_{zsx}}{L_{pq}} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\rho V_{zpq}^2 S_{ref} C_{yzpq} \frac{L_{zsx}}{L_{pq}}(R_b + L_{pq} - \frac{1}{2}L_{zs*}) \\ \frac{1}{2}\rho V_{zpq}^2 S_{ref} C_{xzpq} \frac{L_{zsx}}{L_{pq}}(R_b + L_{pq} - \frac{1}{2}L_{zs*}) \\ -\frac{1}{2}\rho V_{zpq}^2 S_{ref} C_{yzpq} \frac{L_{zsx}}{L_{pq}} x_{cg2pq} \end{bmatrix}$$

$$\vec{M}_{ypq} = \vec{r}_{ypq} \times \vec{F}_{ypq}^b = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}\rho V_{ypq}^2 S_{ref} C_{xypq} \frac{L_{zsy}}{L_{pq}}(R_b + L_{pq} - \frac{1}{2}L_{zs*}) \\ -\frac{1}{2}\rho V_{ypq}^2 S_{ref} C_{yypq} \frac{L_{zsy}}{L_{pq}}(R_b + L_{pq} - \frac{1}{2}L_{zs*}) \\ -\frac{1}{2}\rho V_{ypq}^2 S_{ref} C_{yypq} \frac{L_{zsy}}{L_{pq}} x_{cg2pq} \end{bmatrix}$$

$$\vec{M}_{zpq} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\rho V_{zpq}^2 S_{ref} C_{yzpq} \frac{L_{zsx}}{L_{pq}}(R_b + L_{pq} - \frac{1}{2}L_{zs*}) \\ -\frac{1}{2}\rho V_{ypq}^2 S_{ref} C_{yypq} \frac{L_{zsy}}{L_{pq}}(R_b + L_{pq} - \frac{1}{2}L_{zs*}) \\ \frac{1}{2}\rho V_{zpq}^2 S_{ref} C_{xzpq} \frac{L_{zsx}}{L_{pq}}(R_b + L_{pq} - \frac{1}{2}L_{zs*}) \end{bmatrix}$$

$$\vec{M}_{ypq} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}\rho V_{ypq}^2 S_{ref} C_{xypq} \frac{L_{zsy}}{L_{pq}}(R_b + L_{pq} - \frac{1}{2}L_{zs*}) \\ -\frac{1}{2}\rho V_{ypq}^2 S_{ref} C_{yypq} \frac{L_{zsy}}{L_{pq}}(R_b + L_{pq} - \frac{1}{2}L_{zs*}) \\ -\frac{1}{2}\rho V_{ypq}^2 S_{ref} C_{yypq} \frac{L_{zsy}}{L_{pq}} x_{cg2pq} \end{bmatrix}$$

$$\vec{M}_{zpq} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\rho V_{zpq}^2 S_{ref} C_{yzpq} \frac{L_{zsx}}{L_{pq}}(R_b + L_{pq} - \frac{1}{2}L_{zs*}) \\ -\frac{1}{2}\rho V_{ypq}^2 S_{ref} C_{yypq} \frac{L_{zsy}}{L_{pq}}(R_b + L_{pq} - \frac{1}{2}L_{zs*}) \\ \frac{1}{2}\rho V_{zpq}^2 S_{ref} C_{xzpq} \frac{L_{zsx}}{L_{pq}}(R_b + L_{pq} - \frac{1}{2}L_{zs*}) \end{bmatrix}$$

$$\vec{M}_{ypq} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}\rho V_{ypq}^2 S_{ref} C_{xypq} \frac{L_{zsy}}{L_{pq}}(R_b + L_{pq} - \frac{1}{2}L_{zs*}) \\ -\frac{1}{2}\rho V_{ypq}^2 S_{ref} C_{yypq} \frac{L_{zsy}}{L_{pq}}(R_b + L_{pq} - \frac{1}{2}L_{zs*}) \\ -\frac{1}{2}\rho V_{ypq}^2 S_{ref} C_{yypq} \frac{L_{zsy}}{L_{pq}} x_{cg2pq} \end{bmatrix}$$

$$\vec{M}_{zpq} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}\rho V_{zpq}^2 S_{ref} C_{yzpq} \frac{L_{zsx}}{L_{pq}}(R_b + L_{pq} - \frac{1}{2}L_{zs*}) \\ \frac{1}{2}\rho V_{ypq}^2 S_{ref} C_{yypq} \frac{L_{zsy}}{L_{pq}}(R_b + L_{pq} - \frac{1}{2}L_{zs*}) \\ -\frac{1}{2}\rho V_{zpq}^2 S_{ref} C_{xzpq} \frac{L_{zsx}}{L_{pq}}(R_b + L_{pq} - \frac{1}{2}L_{zs*}) \end{bmatrix}$$

$$\vec{M}_{ypq} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\rho V_{ypq}^2 S_{ref} C_{xypq} \frac{L_{zsy}}{L_{pq}}(R_b + L_{pq} - \frac{1}{2}L_{zs*}) \\ -\frac{1}{2}\rho V_{ypq}^2 S_{ref} C_{yypq} \frac{L_{zsy}}{L_{pq}}(R_b + L_{pq} - \frac{1}{2}L_{zs*}) \\ -\frac{1}{2}\rho V_{ypq}^2 S_{ref} C_{yypq} \frac{L_{zsy}}{L_{pq}} x_{cg2pq} \end{bmatrix}$$

1.3 尾舵流体动力和力矩

1.3.1 尾舵流体动力 \vec{F}_{cd}

垂直尾舵流体动力分别由上 (s)、下 (x) 两个尾舵所受到的力叠加计算得到。假设上、下垂舵与机体坐标系的 y 轴平行，则法向力可忽略，垂直舵所受的流体动力合力矢量可通过下式表示。

$$\vec{F}_{cd}^b = \begin{bmatrix} X_{scd} + X_{xcd} \\ 0 \\ Z_{scd} + Z_{xcd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}\rho V_{scd}^2 S_{ref} C_{xscd} \frac{L_{zss}}{L_{cd}} - \frac{1}{2}\rho V_{xcd}^2 S_{ref} C_{zxcd} \frac{L_{zsx}}{L_{cd}} \\ \frac{1}{2}\rho V_{xcd}^2 S_{ref} C_{xscd} \frac{L_{zss}}{L_{cd}} + \frac{1}{2}\rho V_{scd}^2 S_{ref} C_{zxcd} \frac{L_{zsx}}{L_{cd}} \end{bmatrix}$$

注：航行过程中，垂直舵一部分位于空泡内部，一部分外露在水中，垂直舵总长 L_{cd} ，其沾湿长度为 L_{zs*} (* 为 s 或者 x)。

C_{x*cd} 、 C_{z*cd} 为 * 舵全沾湿的轴向力、侧向力系数。值得注意的是计算力系数用到的侧滑角为 * 舵总侧滑角，是受舵偏角、侧滑角以及机体旋转影响产生相对于来流的总偏转角度。

上垂舵的压心位置为 $(-x_{cg2cd}, R_b + L_{cd} - \frac{1}{2}L_{zss}, 0)$ ，则上垂舵速度矢量 \vec{v}_{scd} 可通过下式计算：

$$\vec{v}_{scd} = \vec{v}_b + \vec{\omega} \times \begin{bmatrix} -x_{cg2cd} \\ R_b + L_{cd} - \frac{1}{2}L_{zss} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{bx} - \omega_x(R_b + L_{cd} - \frac{1}{2}L_{zss}) \\ v_{by} - \omega_z x_{cg2cd} \\ v_{bz} + \omega_x(R_b + L_{cd} - \frac{1}{2}L_{zss}) + \omega_y x_{cg2cd} \end{bmatrix}$$

进一步得到上垂舵的总侧滑角：

$$\beta_{scd} = \delta_{scd} + \arcsin \frac{v_{bz} + \omega_x(R_b + L_{cd} - \frac{1}{2}L_{zss}) + \omega_y x_{cg2cd}}{V_{scd}}$$

下垂舵的压心位置为 $(-x_{cg2cd}, -(R_b + L_{cd} - \frac{1}{2}L_{zsx}), 0)$ ，则下垂舵速度矢量 \vec{v}_{xcd} 可通过下式计算：

$$\vec{v}_{xcd} = \vec{v}_b + \vec{\omega} \times \begin{bmatrix} -x_{cg2cd} \\ -(R_b + L_{cd} - \frac{1}{2}L_{zsx}) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{bx} + \omega_x(R_b + L_{cd} - \frac{1}{2}L_{zsx}) \\ v_{by} - \omega_z x_{cg2cd} \\ v_{bz} - \omega_x(R_b + L_{cd} - \frac{1}{2}L_{zsx}) + \omega_y x_{cg2cd} \end{bmatrix}$$

进一步得到下垂舵的总侧滑角：

$$\beta_{xcd} = \delta_{xcd} +$$

$$\arcsin \frac{v_{bz} - \omega_x(R_b + L_{cd} - \frac{1}{2}L_{zsx}) + \omega_y x_{cg2cd}}{V_{xcd}}$$

其中： L_{zs*} 为 * 垂舵的沾湿长度，受到空泡截面中心位置和空泡半径的影响，不同垂舵的沾湿长度不同。假设垂舵处空泡截面中心在机体坐标系中的位置为 (x_{rs}, y_{rs}, z_{rs}) ，垂舵处空泡半径为 r_{cd} ，可以计算得到不同尾鳍沾湿长度如下：

$$\begin{cases} l_{zss} = R_b + L_{cd} - y_{rs} - \sqrt{r_{cd}^2 - z_{rs}^2} \\ l_{zsx} = R_b + L_{cd} + y_{rs} - \sqrt{r_{cd}^2 - z_{rs}^2} \end{cases}$$

受到尾鳍实际长度的限制，当 $l_{zs*} < 0$ 时， $l_{zs*} = 0$ ；当 $l_{zs*} > L_{cd}$ 时， $l_{zs*} = L_{cd}$ 。

1.3.2 垂直舵力矩 \vec{M}_{cd}

根据矢量叉乘法则， $\vec{M}_{cd} = \vec{r}_{cd} \times \vec{F}_{cd}^b$ ，可计算得到尾鳍力矩 \vec{M}_{cd} 如下式所示：

$$\vec{M}_{cd}^b = \left[\begin{array}{c} \frac{1}{2}\rho V_{scd}^2 S_{ref} c_{zscd} \frac{L_{zss}}{L_{cd}} (R_b + L_{cd} - \frac{1}{2}L_{zss}) \\ -\frac{1}{2}\rho V_{xcd}^2 S_{ref} c_{zxcd} \frac{L_{zsx}}{L_{cd}} (R_b + L_{cd} - \frac{1}{2}L_{zsx}) \\ \frac{1}{2}\rho V_{scd}^2 S_{ref} c_{zscd} \frac{L_{zss}}{L_{cd}} x_{cg2cd} + \\ \frac{1}{2}\rho V_{xcd}^2 S_{ref} c_{zxcd} \frac{L_{zsx}}{L_{cd}} x_{cg2cd} \\ \frac{1}{2}\rho V_{scd}^2 S_{ref} c_{xscd} \frac{L_{zss}}{L_{cd}} (R_b + L_{cd} - \frac{1}{2}L_{zss}) - \\ \frac{1}{2}\rho V_{xcd}^2 S_{ref} c_{xecd} \frac{L_{zsx}}{L_{cd}} (R_b + L_{cd} - \frac{1}{2}L_{zsx}) \end{array} \right]$$

1.4 后体滑行力和力矩

1.4.1 后体滑行力 \vec{F}_{hs}

后体滑行力作用点示意图如图 3 所示，后体滑行力作用点处空泡截面中心在机体坐标系中的位置为 (r_{yw}, r_{zw}, r_{zw}) ，划水点空泡半径为 r_{cd} ，航行体半径为 r_b 。

后体滑行力在机体坐标系上的分解如下：

$$\vec{F}_{hs}^b = \begin{bmatrix} X_b \\ Y_b \\ Z_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}\rho V^2 S_{ref} c_{xb} \\ \frac{1}{2}\rho V^2 S_{ref} c_{yb} \frac{r_{yw}}{\sqrt{r_{yw}^2 + r_{zw}^2}} \\ \frac{1}{2}\rho V^2 S_{ref} c_{zb} \frac{r_{zw}}{\sqrt{r_{yw}^2 + r_{zw}^2}} \end{bmatrix}$$

1.4.2 滑行力矩 \vec{M}_{rs}

可计算得到滑行力矩 \vec{M}_{rs} 如下式所示：

$$\vec{M}_{rs} = \begin{bmatrix} M_{xb} \\ M_{yb} \\ M_{zb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{2}\rho V^2 c_{mb} S_{ref} L_{ref} \frac{r_{zw}}{\sqrt{r_{yw}^2 + r_{zw}^2}} \\ \frac{1}{2}\rho V^2 c_{mb} S_{ref} L_{ref} \frac{r_{yw}}{\sqrt{r_{yw}^2 + r_{zw}^2}} \end{bmatrix}$$

其中：流体动力系数 C_{xb} 、 C_{yb} 和 C_{mb} 通常可通过流体动力仿真计算得到。

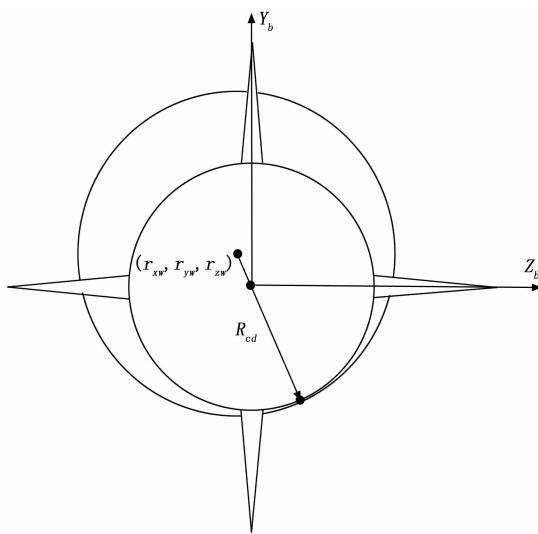


图3 后体滑行力作用点示意图

对于非震动模型, 后体滑行力和力矩可通过下式计算:

$$\vec{F}_{hs}^b = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}\rho V^2 S_{ref} c_{xb} \\ -\frac{1}{2}\rho V^2 S_{ref} c_{yb} \frac{v_{by}}{\sqrt{v_{by}^2 + v_{bz}^2}} \\ -\frac{1}{2}\rho V^2 S_{ref} c_{yb} \frac{v_{bz}}{\sqrt{v_{by}^2 + v_{bz}^2}} \end{bmatrix}$$

$$\vec{M}_{rs} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\rho V^2 c_{mb} S_{ref} L_{ref} \frac{v_{bz}}{\sqrt{v_{by}^2 + v_{bz}^2}} - \\ \frac{1}{2}\rho V^2 c_{mb} S_{ref} L_{ref} \frac{v_{by}}{\sqrt{v_{by}^2 + v_{bz}^2}} \end{bmatrix}$$

考虑滑行力矩系数参考点并非重心, 实际滑行力矩计算时还需要移轴处理, 假设航行器重心和力矩参考点的位置矢量为 ($\vec{r}_{cg2r} = (-x_{cg}, y_{cg}, -z_{cg}) - (-x_{rs}, y_{rs}, -z_{rs})$), 移轴的方法如下:

$$\vec{M}_{rs} = \vec{M}_{rs} - \vec{r}_{cg2r} \times \vec{F}_{hs}^b / L_{ref}$$

1.5 空泡模型

空泡模型最典型的建立方式是采用 Logvinovich 提出的空泡截面独立扩张原理, 即空间某一位置空泡的生成和发展仅与空化器通过该位置时的状态相关, 即“空泡延迟特性”。

1.5.1 空泡轴线初始位置

空泡轴线初始位置就是空化器经过的空间位置, 时间为 $t-\tau$ 时刻空化器在地理坐标系中的位置可通过下式计算:

$$\begin{bmatrix} x_{Tcr} \\ y_{Tcr} \\ z_{Tcr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{Tr} \\ y_{Tr} \\ z_{Tr} \end{bmatrix} + \mathbf{T}_b^{l32} \begin{bmatrix} x_{cg} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

通常定义一个二维体数组 m_vCav 来记录空化器经过的历史位置, 数组最大行数暂定 150。在计算时, 仿真每步 m_vCav 所有行数据向下移动一行, 第 1 行新增当前仿真计算得到的数据, 数据行数大于 150 后没去掉最后一行。其中新增第 1 行记录的数据如下:

```

m_vCav[0][0] = time; //时间
m_vCav[0][1] = Xt_khq; //空化器在地理坐标系 x 向位置
m_vCav[0][2] = Yt_khq; //空化器在地理坐标系 y 向位置
m_vCav[0][3] = Zt_khq //空化器在地理坐标系 z 向位置
m_vCav[0][4] = gama; //滚转角
m_vCav[0][5] = theta; //俯仰角
m_vCav[0][6] = psi; //偏航角
m_vCav[0][7] = Fy_Khq; //空化器升力
m_vCav[0][8] = Vc; //速度

```

1.5.2 空泡轴线位置变化

随着时间推移, 空泡轴线受到浮力和空化器升力影响而逐渐变形。

假设空化器通过空间某位置 (Xt_{khq} , Yt_{khq} , Zt_{khq}) 的时间为 $t-\tau$ (t 为当前时刻), 则浮力引起的空泡轴线位移在地理坐标系上的投影为:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ y_{gr} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{g\tau^2}{3} \\ 0 \end{bmatrix}$$

空化器升力引起空泡轴线变形在机体坐标系上的投影为:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ y_{cr} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{2F_{ykhq}^b (v_r \tau)}{q\pi r_c L_b} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$t-\tau$ 时刻空泡轴线位置是该时刻空化器中心位置受浮力和空化器升力影响后的位置, 其在地理坐标系下的投影可通过下式计算:

$$\begin{bmatrix} x_{Tcr} \\ y_{Tcr} \\ z_{Tcr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{Tr} \\ y_{Tr} \\ z_{Tr} \end{bmatrix} + \mathbf{T}_b^{l32} \begin{bmatrix} x_{cg} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{T}_b^{l32} \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{g\tau^2}{3} \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{T}_b^{l32} \begin{bmatrix} -\frac{2F_{ykhq}^b v_r \tau}{q\pi r_c L_b} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

1.5.3 航行器某位置空泡参数计算

航行器机体轴线某位置坐标为 (x_b , 0, 0), 则其当前时刻在地理坐标系的投影为:

$$\begin{bmatrix} x_{br} \\ y_{br} \\ z_{br} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_T \\ y_T \\ z_T \end{bmatrix} + \mathbf{T}_b^{l32} \begin{bmatrix} x_b \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

则定义矢量 \vec{r} :

$$\vec{r} = \mathbf{B}_T^{231} \left\{ \begin{bmatrix} x_{br} \\ y_{br} \\ z_{br} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_{Tcr} \\ y_{Tcr} \\ z_{Tcr} \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \mathbf{B}_T^{231}$$

$$\left\{ \begin{bmatrix} x_{Tr} \\ y_{Tr} \\ z_{Tr} \end{bmatrix} + \mathbf{T}_b^{l32} \begin{bmatrix} x_{cg} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{g\tau^2}{3} \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{T}_b^{l32} \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{2F_{ykhq}^b v_r \tau}{q\pi r_c L_b} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_T \\ y_T \\ z_T \end{bmatrix} \right\}$$

当 $r_x=0$ 时, 可求得该位置空泡的延迟时间 τ , 进而求出空泡 y 、 z 轴的位位置参数。

1.6 面向控制的简化模型

通过实时解算泡体几何关系, 可获得超空泡航行器实

时动力学参数。和传统的水下航行器不同，超空泡航行器由于泡体耦合关系的存在，流体动力模型及其复杂，且由于空泡时滞特性和尾拍振荡特性的存在，难以通过传统的小扰动小型化模型准确描述。首先针对泡体耦合动力学模型，基于局部线性化非线性模型，在只保留后体滑行力的非线性特性的条件下，获得超空泡航行器的非线性时滞控制模型。根据全量非线性模型或局部线性化非线性模型求得平衡点，获得小扰动线性化状态空间控制模型，支撑超空泡航行器控制方法研究。

流体动力学模型非常复杂，难以通过小扰动方法线性化，因此流体动力和力矩通过特征模型简化是超空泡控制建模的关键。在空泡建模时考虑采用以下几种简化方法：

1) 航行器采用定深直航的方式，因此航行器尾部位置的空泡延迟时间可以近似表示为 $\tau = \frac{L_b}{V}$ ，时间 τ 已知，可以计算获得尾部空泡半径 r_τ 。

2) 航行器尾部空泡中心在机体坐标系 y 向的位置 y_{tc} 仅与航行器纵向运动状态相关，暂不考虑航行和滚转的影响，可以近似通过航行器纵向几何位置、空化器升力引起的空泡移动和浮力引起的空泡上漂等表示空泡 y 向位置：

$$y_{tc} = L_b \sin \theta + y_{gc} + y_{cr} = L_b \alpha + \frac{gL_b^2}{V^2} + \frac{2F_{bx}}{q\pi r_c^2} \frac{v_r t}{L_b}$$

3) 航行器尾部空泡中心在地理坐标系“东向”的位置 y_{tc} 仅与航行器航向运动状态相关，暂不考虑滚转和俯仰方向的影响，且轨迹偏角为 0，偏航角速度为 ω_y 不变，则可以近似通过航行器航向几何位置、偏航角速度运动引起的空泡错位表示：

$$\begin{aligned} z_{tc} &= -L_b \sin \phi - [1 - \cos(\tau \omega_y)] \frac{V}{\omega_y} + \tau \omega_y x_c \approx \\ &= -L_b \beta + (x_c - 0.5 L_b) \frac{\omega_y}{V} L_b \end{aligned}$$

4) 航行器在定深直航状态航行，俯仰、偏航、滚转三个通道之间的相互影响忽略不计，因此可以将航行器在速度坐标系下的六自由度方程拆分为三个通道相互独立的运动方程。

考虑以上简化因素，在滚转回路具有理想响应特性的条件下，围绕研究超空泡机动航行试验弹纵向运动和弱航向机动的情况下，忽略次要影响因素，可进行滚转、俯仰和航向进行解耦，获得简化控制模型。平衡状态下，超空泡航行器纵向运动小扰动线性化简化模型：

$$\begin{bmatrix} \dot{\Delta v}_{by} \\ \dot{\Delta \omega}_{bz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2m} \rho V S_{ref} \left(c_{ypq}^a \frac{L_{zss} + L_{zsy}}{L_{pq}} + c_{yb}^a \right) \\ \frac{1}{2I_z} \rho V S_{ref} \left(c_{ypq}^a \frac{L_{zss} + L_{zsy}}{L_{pq}} L_{cg2pq} - c_{mb}^a L_{ref} \right) \\ \frac{1}{2m} \rho V S_{ref} c_{ypq}^a \frac{L_{zss} + L_{zsy}}{L_{pq}} L_{cg2pq} - V \\ -\frac{1}{2I_z} \rho V S_{ref} c_{ypq}^a \frac{L_{zss} + L_{zsy}}{L_{pq}} L_{cg2pq}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta v_{by} \\ \Delta \omega_{bz} \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{2m} \rho S_{khq} V^2 c_{x0} (1 + \sigma) \\ -\frac{1}{2I_z} \rho S_{khq} V^2 c_{x0} (1 + \sigma) x_{cg} \end{bmatrix} \Delta \delta_{khqz}$$

其中： V_{by} 为弹体纵向速度； ω_{bz} 为俯仰角速度； δ_{khqz} 为空化器控制； m 为质量； I_z 为俯仰通道转动惯量。

V 为航行速度； ρ 为水密度； S_{ref} 为参考面积， L_{ref} 为参考长度； x_{cg} 为质心在弹体 x 轴的位置， S_{khq} 为空化器面积， c_{x0} 空化器零空化数阻力系数， σ 为空化数。

L_{cg2pq} 为空化器到鳍舵位置轴向距离， L_{cg2pq} 为质心到鳍舵位置轴向距离。

R_b 为弹体半径， L_{pq} 为平鳍长度， L_{zss} 、 L_{zsy} 分别为左鳍和右鳍的沾湿长度。

c_{ypq}^a 为平鳍升力线斜率。

c_{yb}^a 为后体力系数升力线斜率， c_{mb}^a 后体力矩系数升力线斜率。

在超空泡航行器稳定航行时，俯仰通道工作在理想的平衡状态，滚转和偏航回路解耦可进一步简化得到如下滚转回路方程：

$$\begin{aligned} \frac{\dot{\Delta \omega}_{bx}}{\dot{\Delta \gamma}} &= A_g \begin{bmatrix} \Delta \omega_{bx} \\ \Delta \gamma \end{bmatrix} + B_g \delta_x \\ A_g &= \begin{bmatrix} \frac{c_{zcd}^\beta}{L_{cd}} \left[L_{zss} \left(R_b + L_{cd} - \frac{1}{2} L_{zss} \right)^2 + \right] \\ \frac{c_{zcd}^\beta}{L_{cd}} \left[L_{zss} \left(R_b + L_{cd} - \frac{1}{2} L_{zss} \right)^2 \right] \\ \frac{c_{ypq}^a}{L_{pq}} \left[L_{zss} \left(R_b + L_{pq} - \frac{1}{2} L_{zss} \right)^2 + \right] \\ \frac{c_{ypq}^a}{L_{pq}} \left[L_{zss} \left(R_b + L_{pq} - \frac{1}{2} L_{zss} \right)^2 \right] \end{bmatrix} \begin{cases} 0 \\ 1 \\ 0 \end{cases} \\ B_g &= \begin{bmatrix} \frac{\rho V^2 S_{ref} c_{zcd}^\beta}{2I_x} \left[L_{zss} \left(R_b + L_{cd} - \frac{1}{2} L_{zss} \right) + \right] \\ \frac{\rho V^2 S_{ref} c_{zcd}^\beta}{2I_x} \left[L_{zss} \left(R_b + L_{cd} - \frac{1}{2} L_{zss} \right) \right] \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

ω_{bx} 为滚转角速度， γ 为滚转角， δ_x 为滚转通道控制； I_x 为滚转通道转动惯量； c_{zcd}^β 为垂舵侧向力对侧滑角的导数； c_{ypq}^a 为平鳍升力对攻角的导数。

L_{cd} 为垂舵长度， L_{zss} 、 L_{zss} 分别为上舵和下舵的沾湿长度。

上述超空泡机动航行试验弹的控制模型为局部线性化非线性模型，在保留航行器后体滑行力和滑行力矩非线性特性的基础上，其它动力学环节均进行线性化，可用于研究非线性滑行力影响条件下的控制规律；在该模型基础上忽略横侧向影响后得到的纵向动力学模型与文献中广泛使用的 Dzielski（坐标原点选择质心）提出的模型一致。而小扰动线性化模型则是经典控制律设计的重要依据，可作为超空泡航行器定深直航、弱机动航行等条件下的控制算法研究基础，也是稳定性、操纵性、操稳特性等静态特性进行量化研究的依据。

2 变结构控制理论和方法

变结构控制 (variable structure control, VSC) 就是当系统穿越不同区域时, 反馈控制系统的结构按照一定的规律发生变化, 以适应被控对象在系统参数和环境干扰大范围变化的情况下, 保证系统达到性能指标要求。变结构控制具有抗扰性、自适应性、鲁棒性等优点, 已经在工程上广泛应用。

2.1 被控对象数学模型描述

一般不确定性多变量系统的数学模型如下:

$$\begin{aligned}\dot{X}_p &= A_p X_p + B_p u \\ S_p &= C_p X_p\end{aligned}$$

式中, 状态变量 $X_p \in R^n$, 控制向量 $u \in R^m$; $A_p \in R^{n \times n}$, $B_p \in R^{n \times m}$ 分别为控制对象的标称矩阵和标称控制矩阵。

其中: $B_p = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}$, 且 $B_1 \in R^{(n-m) \times m}$, $B_2 \in R^{m \times m}$ 。

$C_p = [C_{1p} \quad C_{2p}]$, 且 $C_{1p} \in R^{m \times (n-m)}$, $C_{2p} \in R^{m \times m}$ 。

2.2 被控对象数学模型简约型

被控对象 (A_p, B_p) 可控, 则可以经过线性变化转化为简约型, 即引入:

$$X = TX_p, T = \begin{bmatrix} I_{n-m} & -B_1 B_2^{-1} \\ 0 & I_m \end{bmatrix}$$

被控对象数学模型转化为简约型:

$$\begin{aligned}\dot{X} &= AX + Bu \\ S &= CX \\ X &= \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} \\ A &= TA_p T^{-1} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \\ B &= TB_p = \begin{bmatrix} 0_{(n-m) \times m} \\ B_2 \end{bmatrix} \\ C &= C_p T^{-1} = [C_1 \quad C_2]\end{aligned}$$

即:

$$\begin{aligned}\dot{X}_1 &= A_{11} X_1 + A_{12} X_2 \\ \dot{X}_2 &= A_{21} X_1 + A_{22} X_2 + B_2 u \\ S &= C_1 X_1 + C_2 X_2\end{aligned}$$

被控对象 (A_p, B_p) 为可控对, 则其简约标准型 (A, B) 也为可控对。

2.3 滑动超平面选择

滑动超平面 S 选择可以采用极点配置法、最优二次型法和特征结构配置法等方法, 本部分介绍最优二次型方法选择滑动超平面。

对于被控对象简约型:

$$\begin{aligned}\dot{X}_1 &= A_{11} X_1 + A_{12} X_2 \\ \dot{X}_2 &= A_{21} X_1 + A_{22} X_2 + B_2 u\end{aligned}$$

给出状态量二次型性能指标函数:

$$J = \int_{t_0}^t [x^T Q x] dt$$

其中:

$$\begin{aligned}x^T Q x &= [X_1^T \quad X_2^T] \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \\ X_1^T Q_{11} X_1 + V^T Q_{22} V \\ V &= Q_{22}^{-1} Q_{21} X_1 + X_2 \\ Q_{11}^* &= Q_{11} - Q_{12} Q_{22}^{-1} Q_{21}\end{aligned}$$

则被控对象数学模型简约型及性能指标变换为:

$$\begin{aligned}\dot{X}_1 &= A_{11}^* X_1 + A_{12} V \\ J &= \int_{t_0}^t [X_1^T Q_{11}^* X_1 + V^T Q_{22} V] dt\end{aligned}$$

其中:

$$A_{11}^* = A_{11} - A_{12} Q_{22}^{-1} Q_{21}$$

且, (A_{11}, A_{12}) 可控, 则 (A_{11}^*, A_{12}) 也为可控对。 Q 正定, 则 Q_{11}^* 和 Q_{22} 正定。

引入反馈控制:

$$V = LX_1, L = -Q_{22}^{-1} A_{12}^T P$$

P 是黎卡提代数方程: $0 = PA_{11}^* + A_{11}^{*T} P + Q^* - PA_{12} Q_{22}^{-1} A_{12}^T P$ 的解, 则能保证滑动模态渐进微分方程 $\dot{X}_1 = A_{11} X_1 + A_{12} X_2$ 渐进稳定。

$$V = -Q_{22}^{-1} A_{12}^T P X_1 = Q_{22}^{-1} Q_{21} X_1 + X_2$$

整理得:

$$(Q_{21} + A_{12}^T P) X_1 + Q_{22} X_2 = 0$$

则可以确定滑动超平面矩阵 C :

$$C = [Q_{21} + A_{12}^T P, Q_{22}]$$

2.4 控制律

通常变结构控制器的形式为 $u = u_L + u_{is}$, 其中 u_L 为线性闭环控制系统的匹配控制律, u_{is} 为变结构控制律。

2.4.1 线性控制律 u_L

系统的状态空间微分方程:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

滑动超平面可得:

$$\dot{S} = CAx + CBu$$

寻找最优的反馈控制量:

$$u = -Kx$$

$$K = (CB)^{-1}CA$$

采用该反馈控制, 得到闭环系统:

$$\dot{x} = (A - BK)x$$

可以。

2.4.2 变结构控制律 u_{is}

对于被控对象:

$$\dot{x} = (A + \Delta A)x + (B + \Delta B)u + Df$$

取 $V = S^2$, 根据李亚普诺夫稳定性理论可知, 选择变结构控制器 u_{is} 使得 $\dot{V} = S^T \dot{S} < 0$, 则系统可以稳定可靠的保持在滑动模态上, 取:

$$u_{is} = -g(t)(CB)^{-1} \operatorname{sgn}(S)$$

将式 (13) 和式 (14) 代入到式 (10), 得到:

$$\begin{aligned}\dot{V} &= S^T C [(A + \Delta A)x + (B + \Delta B)u + Df] = \\ S^T C [(A + \Delta A)x - (B + \Delta B)g(t)(CB)^{-1} \operatorname{sgn}(S) + Df] &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -g(t)(1 + C\Delta B(CB)^{-1})S^T \operatorname{sgn}(S) + \\
& S^T[CAx + C\Delta Ax + CDf] = \\
& -g(t)S^T \operatorname{sgn}(S) - g(t)S^T C\Delta B(CB)^{-1} \operatorname{sgn}(S) + \\
& S^T[CAx + C\Delta Ax + CDf] \leqslant \\
& -g(t)\|S^T\|[\|1 - C\Delta B(CB)^{-1}\|] + \|S^T\|\|CA\|\|x\| + \\
& \|\Delta A\|\|C\|\|x\| + \|CD\|\|f\|
\end{aligned}$$

取控制系数为:

$$g(t) = (1 - a_3)^{-1}[a_1\|x\| + a_2] + \epsilon$$

保证 $V < 0$, 就可以保证系统稳定可靠的保持在滑动模态上。

其中: $a_1 = \|CA\| + \|C\Delta A\|$, $a_2 = \|CD\|\|f\|$, $a_3 = \|C\Delta B(CB)^{-1}\|$, ϵ 为一小正数, 且 $\|\cdot\|$ 为诱导范数。

为了消除高频颤振, $\operatorname{sgn}(s_i)$ 可用下式 $m_i(s)$ 代替:

$$m_i(s) = \frac{s_i}{|s_i| + \delta_i}$$

3 变结构控制律设计

和传统的导弹、鱼雷等飞行器/航行器被控对象不同, 超空泡航行器具有显著的特点—泡体耦合, 由此带来的被控对象非线性时滞特性给控制系统设计带来了难题和挑战:

1) 对具有显著非线性时滞特性的滑行力及其导致的尾拍运动模态无法实时有效控制。如何合理设计控制系统闭环特性, 弱化尾拍对运动稳定性的不利影响, 同时充分利用其提供机动所需的力是关键。核心设计思想是尽量降低机动过程中, 弹体系垂向速度和侧向速度的最大幅值, 从而保证滑行力维持在单边振荡, 避免两侧大幅振荡。

2) 泡体作用导致了显著的时滞特性, 惯导等反馈信号敏感装置、舵机等执行机构本身的动态特性又进一步引入了相位滞后, 导致控制系统设计中时滞问题带来的设计矛盾进一步突出。

3) 执行机构死区、舵面加工和安装误差对控制系统性能影响大。特别是滚动通道, 由于对象开环增益较大, 安装误差的影响较大。要想消除对滚转角控制误差的显著影响, 需要引入积分环节。闭环系统稳定性、控制精度之间的矛盾更加突出。精度和稳定性权衡难。

综合考虑极点配置和变结构控制的优点, 本部分设计了一种适用于超空泡航行器的变结构控制方法。

3.1 俯仰通道控制律设计

纵向通道控制系统的目的是实现纵向通道的稳定控制, 并可靠跟踪指定的深度, 是超空泡航行器稳定可靠航行的设计难点和关键。俯仰通道采用空化器控制, 其中变结构控制的 LQR 控制律部分, 引入深度跟踪误差的积分, 对被控对象的状态变量进行增广, 得到新的状态方程如下:

$$\begin{bmatrix} (\int \Delta y dt)' \\ \dot{\Delta y} \\ \dot{\Delta v}_y \\ \dot{\Delta \vartheta} \\ \dot{\Delta \omega}_{bx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -62.085 & 6205.8 & 5.2628 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 86.857 & -8685.7 & -8.6724 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \int \Delta y dt \\ \Delta y \\ \dot{\Delta v}_y \\ \dot{\Delta \vartheta} \\ \dot{\Delta \omega}_{bx} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -35.183 \\ 0 \\ -99.629 \end{bmatrix} \Delta \delta_{khqz}$$

采用最优二次控制方法, 通过选择合适的状态变量和控制变量的加权矩阵, 可解算得到状态反馈控制矩阵:

$$K_{\infty} = [-0.0016, -0.0272, -0.0225, -0.0361, -0.0162]$$

从而得到 LQR 纵向控制规律为:

$$\delta_{K_{\infty} LQR} = \delta_{khqz}$$

$$\left[\left(Kzz_2 + \frac{Kzz_1}{s} \right) (h_c - h) - Kzz_3 v_y + Kzz_4 (\alpha_0 - \vartheta) - Kzz_5 \omega_{bx} \right]$$

式中, δ_{khqz} 为定深直航状态的配平空化器偏角, 通过前面介绍的平衡点计算方法获得。特别注意的是, 该控制律为理论设计结果, 在工程实践应用中, 需要在对舵系统、传感器进行特性建模的基础上, 通过线性设计、非线性仿真和控制参数优化调整的过程, 反复迭代、慎重优选控制参数。

变结构控制部分:

$$u_{\infty} = -g(t)(CB)^{-1} \operatorname{sgn}(s)$$

其中:

$$C = [56.1020, 3.3964, 2.5458, 0.0017]$$

$$S = CX$$

$$(CB)^{-1} = -0.0079$$

$$g(t) = (1 - a_3)^{-1}[a_1\|x\| + a_2] + \epsilon$$

式中, $a_1 = 34.833$, $a_2 = 2.2748$, $a_3 = 0.0053$, ϵ 为一小正数取 0.1。

为了消除高频颤振, $\operatorname{sgn}(s)$ 可用下式 $m(s)$ 代替:

$$m(s) = \frac{s}{|s| + \delta}, \delta = 0.5$$

3.2 滚转通道控制律设计

空化器升力作用方向与滚转回路密切相关, 滚转回路稳定性是超空泡机动航行试验弹纵向和航向稳定控制的重要前提。在纵平面定常机动航行条件下, 希望滚转角始终保持为零。而从滚转回路特性看, 其相比常规导弹具有滚转操纵效益高、滚转阻尼小的特点, 因此在尾拍、尾翼不对称穿刺空泡等引起的极大干扰下实现滚转角稳定面临较大的难度。此外, 实际工程条件下, 必然存在舵面加工和安装误差、舵系统死区误差等, 采用 PD 控制时将会存在较大滚转静差。

为此, 滚转回路 LQR 控制律采用滚动角速度、滚转角误差、滚转角误差积分全状态反馈。设计时引入滚动角误差积分, 对系统进行增广得到控制模型:

$$\begin{bmatrix} (\int \Delta \gamma dt)' \\ \dot{\Delta \gamma} \\ \dot{\Delta \omega}_{bx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -49.9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \int \Delta y dt \\ \Delta y \\ \Delta \omega_{bx} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -16689 \end{bmatrix} \Delta \delta_x$$

采用最优二次控制方法, 通过选择合适的状态变量和

控制变量的加权矩阵, 可解算得到状态反馈控制矩阵。考虑舵机带宽、舵偏范围等约束, 通过非线性优化进一步调参, 滚动角控制规律为:

$$\delta_{x_{\text{eq}}} = \left(Kg_1 + \frac{Kg_0}{s} \right) \Delta\gamma - Kg_2 \omega_{bx} - U_{\text{esog}}$$

$$Kg = [-0.3132, -0.1138, -0.0017]$$

变结构控制部分:

$$\delta_{x_{\text{vs}}} = -g(t)(CB)^{-1} \text{sgn}(s)$$

其中:

$$C = [0.2214, 0.0738, 0.0010]$$

$$S = CX$$

$$(CB)^{-1} = -0.059$$

$$g(t) = (1 - a_3)^{-1} [a_1 \|x\| + a_2] + \epsilon$$

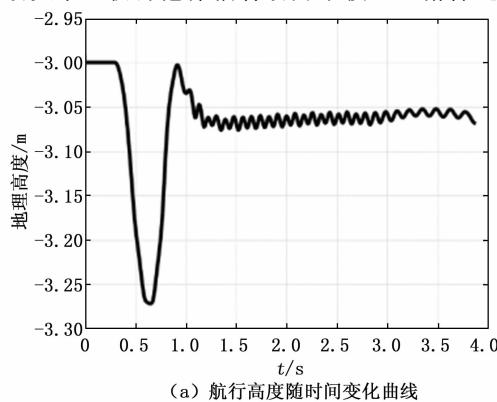
式中, $a_1 = 0.244$, $a_2 = 0.0612$, $a_3 = 0.4289$, ϵ 为一小正数取 0.01。

为了消除高频颤振, $\text{sgn}(s)$ 可用下式 $m(s)$ 代替:

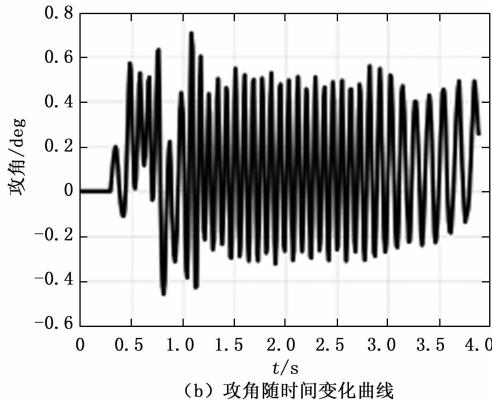
$$m(s) = \frac{s}{|s| + \delta}, \delta = 0.8$$

4 数学仿真结果

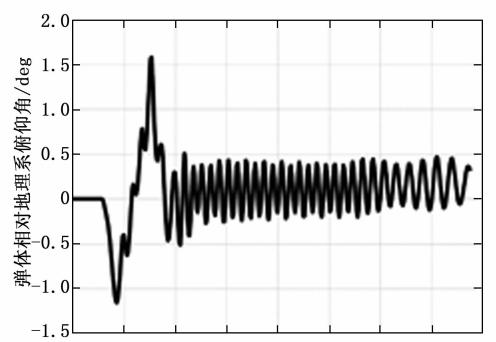
依据基于 Logvinovich 提出的空泡截面独立扩张原理分析空泡形成和发展的过程, 并建立理想空泡模型, 根据空泡与弹体运动过程中的相对位置关系, 解算空泡形态和弹体运动姿态的耦合关系模型, 再次, 依据泡体耦合关系模型建立空化器、十字型尾舵和尾部滑翔力的水动力和力矩模型, 通过建立泡体耦合流体动力、推力和重力等与弹体相对运动关系, 获得泡体耦合动力学模型。俯仰通道和滚



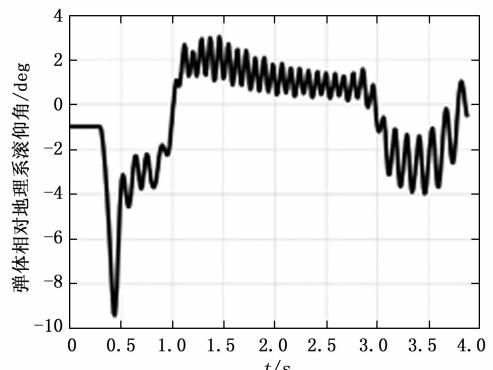
(a) 航行高度随时间变化曲线



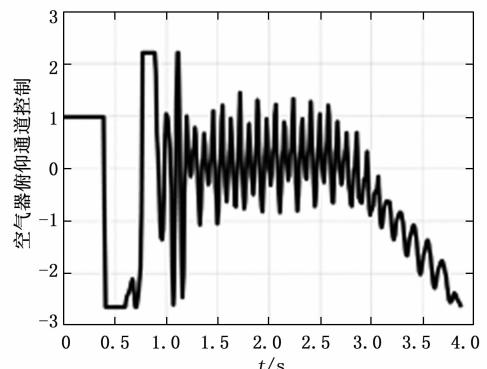
(b) 攻角随时间变化曲线



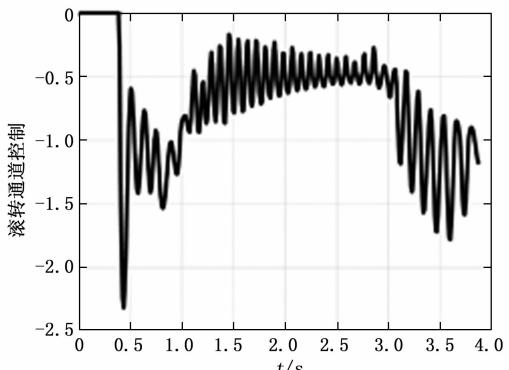
(c) 俯仰角随时间变化曲线



(d) 滚转角随时间变化曲线



(e) 空化器控制指令随时间变化曲线



(f) 滚转通道控制指令随时间变化曲线

图 4 变结构控制 6DOF 弹道仿真结果

转通道采用极点配置变结构控制方式, 偏航通道不控。利用
(下转第 182 页)