

多动态目标的多机器人协同环航控制

赵 桥, 李 博, 项融融

(中北大学 仪器与动态测试教育部重点实验室, 太原 030051)

摘要: 主要研究了多个非完整机器人对多个动态目标的协同环航控制问题; 首先, 针对多目标护航任务, 建立目标扩展圆形构型, 以期完成紧密目标保卫任务; 其次, 针对护航机器人, 通过利用自身及相邻节点的位置与方位信息及所包围的动态目标的中心位置及扩展半径设计分布式时变圆形编队控制协议, 实现预定几何分布下的机器人环航编队设计; 其中, 通过引入虚拟信号变量设计期望的速度及角速度控制律, 利用反步技术提出了一种新的考虑时变护航半径的分布式控制策略; 在对目标节点速度的温和假设下, 所提出的编队控制器可以驱动多护航机器人渐近收敛到以多目标中心的圆上, 同时维持一个预定的几何编队配置; Lyapunov 分析证明了所有的误差都可以渐近稳定到原点, 数值仿真核实了所构建的控制方案的可行性。

关键词: 多非完整机器人; 多目标跟踪; 目标环绕; 反步技术; 协同控制; 时变半径

Cooperative Circumnavigation Control for Robots and Multiple Dynamic Targets

ZHAO Qiao, LI Bo, XIANG Rongrong

(Key Laboratory of Instrument Science and Dynamic Testing, Ministry of Education, North University of China, Taiyuan 030051, China)

Abstract: A cooperative circumnavigation control problem of multiple non-holonomic robots for multiple dynamic targets is mainly investigated. Firstly, an extended circular configuration of multiple targets is constructed to ensure robots to finish the target defense mission. Secondly, by using the position and orientation information on robots or neighbor nodes, and the central position and extensive radius of surrounded targets, a distributed time-varying circular formation control protocol is designed, and robot escort targets are realized under the predetermined geometric distribution cooperatively. Specially, by introducing virtual signal variables into the control law of desired velocity and angular velocity, a new distributed control strategy with the time-varying escorting radius is proposed by backstepping technology. Under mild assumptions about the target velocity, the proposed formation controller can enforce the multi-robot to asymptotically converge on a guided circle centered on the multi-target, while maintaining a predetermined geometric formation configuration. The Lyapunov stabilization analysis proves that all errors can be stabilized to the origin asymptotically, and numerical simulation verifies the feasibility of the proposed scheme.

Keywords: multi-nonholonomic robots; multi-target tracking; target enclosing; backstepping technology; cooperative control; time-varying radius

0 引言

近年来, 随着人工智能和航空航天技术的迅猛发展, 机器人控制技术已经取得了广泛的关注, 且已被应用于军用、民用领域的研究中^[1-2]。机器人具有响应速度快、执行和协作能力强、精度和效率高等特点和优势^[3-4]。此外, 人工智能的进步加速了机器人的发展, 使得机器人由单一、固定模式逐渐发展成为高度智能和更复杂的智能体, 增加了机器人系统的可执行性以及促进了节点之间的相互合作。

在机器人技术的相关研究中, 利用多个机器人围绕目标进行协同环航的研究引起了人们相当大的研究兴趣, 其应用领域和实现的功能也在持续不断的扩展, 如航天器的绕飞运动^[5]、无人机编队对地面目标的协同追踪^[6], 以及智

能群体的围绕目标进行运动^[7]等。机器人协同环绕护航的控制目标是指自主移动机器人团队通过协调自身与其他成员之间的相对位置以及目标信息, 在目标周围构建预定队形, 实现对中心目标的紧密追踪护航。当多机器人针对目标进行圆形护航运动时, 可以对中心目标保持全方位的监控与覆盖。同时, 归功于预定的运动护航构形, 节点的位置在时刻进行着变化, 进一步减少了目标被攻击以及目标信息损失的可能。多机器人协同环航具有上述一系列优点, 所以国内外的专家学者对其进行了深入研究和拓展。

针对机器人围绕运动目标的环绕问题, 一些文献中已经提供了不同的思路和方法。起初, 国内外的一些学者对单个机器人围绕目标做环绕运动的研究得到了一系列的理

收稿日期: 2022-10-19; 修回日期: 2022-11-03。

基金项目: 国家自然科学基金(61471325)、国家自然科学基金青年科学基金(52006114)资助。

作者简介: 赵 桥(1995-), 男, 山西忻州人, 硕士研究生, 主要从事嵌入式开发、制导与控制方向的研究。

引用格式: 赵 桥, 李 博, 项融融. 多动态目标的多机器人协同环航控制[J]. 计算机测量与控制, 2023, 31(1): 71-78.

论和实验成果,为后续的研究提供了方向和方法。在文献[8]中,针对单个机器人的环航问题,MOHAMMAD等提出了一种基于纯方位量测下的控制器设计方法。文献[9]中JAWHAR等进一步将算法应用到对空间内的中心目标进行环航运动中。在机器人的实际应用中,一些移动机器人的运动学模型存在非完整约束,如轮式机器人,其无法发生侧方移动。因此,由于轮式机器人具有轻巧、灵活等特性,关于它的研究占据了很大的比重,并被广泛应用于各类机器人相关技术的研发中^[10],所以对轮式机器人等非完整机器人的研究是十分有必要的。在文献[11]中张春燕等利用Lyapunov函数和代数图论等相关理论,展开了对非完整移动机器人的研究。然后,在文献[12]中,张瑞雷等针对非完整移动机器人的特性设计了一种编队控制策略,把编队控制分解为跟随机器人对虚拟机器人的轨迹跟踪,建立了两种机器人之间的误差模型,最终实现了对编队形状的保持和变换。同时由于存在机器人的质心和轮轴的中心重合的问题,孙忠延等提出了一种自适应控制的方法并设计了控制器^[13]。

与单个机器人的情况相比,大多数研究学者更感兴趣的是多机器人系统的环航问题,因为它在灵活性、安全性和鲁棒性等方面更有优势,应用的方向也更加多元化。面对环航任务的需求,多个机器人可以在更大的程度上收集多个测量值,并提供更好的目标信息,同时维持预定的几何构型,减少了高价值护航目标被监测、攻击以及信息损失的可能性,同时多机器人在侦查和搜救寻找等方面的应用也越来越广泛。文献[14]中针对多个智能体的环绕目标进行运动的问题,DUAN等提出了一种通过圆形编队对目标进行环绕追踪的方法。文献[15]中则用循环追踪的方法,利用角度测量信息,将单个机器人的情形扩展到多个机器人。在[16]中,作者提出了一种基于循环追踪策略的方法,用于智能体的协作控制,以实现对目标的捕获任务。在[17]和[18]中,作者进一步发展到多个机器人围绕静态目标做环绕圆周运动。在[19]中WANG等提出了一种由定距环绕子控制器和协同子控制器相组合,实现了对静态目标的协同环航。在[20]和[21]中,作者提出一种新的基于行为的方法,即基于零空间的行为控制方法,在此基础上对目标做环绕运动。在[22]中,作者设计了协同控制策略,该策略通过跟踪圆的时变中心来稳定圆编队的运动,但是该策略的使用会使相应的鲁棒性降低。

目前已知的大多数研究是围绕多个机器人环绕单个移动目标所展开的,且相应的环绕运动过程中运动半径是保持不变的。本文则是针对多个非完整机器人围绕多个移动目标进行半径变化的环绕运动来展开研究,可以使机器人在运动过程中信息保存的更加完好,降低被攻击的可能性。本文的主要贡献如下:

1) 针对多目标环航任务设计时变半径的圆形环绕控制律,使得单个机器人可以渐进收敛到多目标为中心的圆形轨道上;

2) 构建一个控制团队成员之间相对分离角误差的非线性函数,控制节点之间的相对角间距,实现多机器人的协同环航控制;

3) 控制律采用反步法^[23]来设计,且所提出的分布式控制策略可以实现对期望环航距离、一致性角间距、以及环航角速度的渐近收敛,理论以及仿真证明所有的控制误差可以收敛到原点。

本文的其余部分组织如下。第1节介绍了一些预备知识和对相应问题进行了必要的描述。在第2节中,提出了多机器人分布式协同控制律。第3节进一步证明了系统的稳定性。第4节说明了所提出策略的有效性和给出了对应的仿真结果,并对结果进行了分析,得出结论。第5节对本文进行了总结并给出了下一步研究的方向。

1 预备知识和问题表述

1.1 代数图论

本文对多机器人的多目标协同环航问题进行了研究,多个机器人中的每一个机器人都可以当作一个通讯节点,机器人之间的信息交互可以通过图论表示。例如考虑 n 个机器人,其通信拓扑关系可以用一个有向图 G 来表示。用 (j, i) 来表示的节点 i 可以访问节点 j 。邻接矩阵 $A = [a_{ij}]_{n \times n}$ 的定义如下:如果从节点 j 到 i ($j \neq i$)有一个有向链路,则 $a_{ij} > 0$;否则, $a_{ij} = 0$ 。如果 $a_{ij} = a_{ji}$,对于所有的 $i, j \in v$,权值被称为对称的。显然,如果一个图有对称的权值,那么它是无向的。代理 i 的邻域集为 $N_i = \{j \in v \mid (i, j) \in \epsilon\}$ 。如果对于任意两个不同的节点 j 和 i ,每个节点到其他每个节点都有无向路径,则无向图是连通的。

给定 $x_i \in \mathbb{R}^m, i = 1, 2, \dots, n$ 。本文使用了以下图论的结果^[24]。这些结果在一些文献中有提到^[25]。

命题1:对于具有对称权值的无向图,以下结果成立:

$$\sum_i \sum_j a_{ij} x_i^T (x_i - x_j) = \frac{1}{2} \sum_i \sum_j a_{ij} \|x_i - x_j\|^2$$

命题2:对于一个连通的无向图,以下结果成立:

$$\sum_i \sum_j a_{ij} \|x_i - x_j\|^2 = 0 \Leftrightarrow x_i = x_j, \forall i, j \in V$$

1.2 问题表述

考虑由 n 个非完整机器人组成的多机器人系统。对于其中的任何一个机器人,其动力学模型可以由式(1)给出:

$$\begin{aligned} \dot{p}_i &= g(\theta_i) v_i \\ \dot{\theta}_i &= \omega_i \end{aligned} \quad (1)$$

其中: $g(\theta_i) = [\cos \theta_i, \sin \theta_i]^T$, $p_i = [x_i, y_i]^T \in \mathbb{R}^2$, $\theta_i \in [-\pi, \pi]$ 表示机器人 i 的位置和方向。 v_i, ω_i 分别为机器人 i 的线速度和角速度, $i = 1, 2, \dots, n$ 。为了实现协同环航的目标,每个机器人被分配到团队其他成员的一个特定子集 N_i ,该子集包括了可以与其通信的机器人目标。机器人之间的通信可以表示为无向图 G ,与大多数文献中提出的关于多机器人系统分布式控制一样,本文假设无向图 G 是连通的。

考虑多个移动目标坐落于 $p_i^d = [x_i^d, y_i^d]^T \in \mathbb{R}^2$,其前进速度为 $\dot{p}_i^d = [\dot{x}_i^d, \dot{y}_i^d]^T \in \mathbb{R}^2$,多目标的几何位置中心可以被

确定表示为 $p_i = \frac{1}{n} \sum_i p_i^i \in \mathbb{R}^2$ 和速度表示 $\dot{p}_i = \frac{1}{n} \sum_i \dot{p}_i^i \in \mathbb{R}^2$ 。将每个机器人和目标之间的相对距离和相对角度定义为如下公式:

$$\mu_i = \|p_i - p_i\| \quad (2)$$

$$\varphi_i = \arctan\left(\frac{y_i - y_i}{x_i - x_i}\right) \quad (3)$$

考虑控制问题为驱动机器人以规定的半径, 圆周速度 $\dot{\varphi}_i$ 以及机器人间的角间距绕移动目标, 如图 1 所示。图中 p_i 表示环绕的中心目标, μ_i 表示机器人和中心目标的相对距离, φ_i 表示机器人和中心目标的相对角度, p_i 和 θ_i 则分别表示机器人 i 的位置和方向。具体来说, 目标是设计一个分布式控制律, 使得下式成立:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mu_i(t) = \mu_d, \forall i \in N \quad (4)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\varphi}_i(t) = \omega_d, \forall i \in N \quad (5)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varphi_i(t) - \varphi_j(t) = \varphi_{ij}, \forall i \in N, j \in N_i, j \in N_i \quad (6)$$

其中: $\mu_d > 0$ 是时变的规定半径, $\omega_d \in \mathbb{R}$ 是规定的圆周速度, $\varphi_{ij} = -\varphi_{ji} \in [-\pi, \pi]$ 是规定的机器人间的角间距。

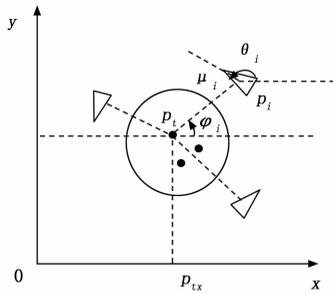


图 1 多个非完整移动机器人协同目标追踪

2 协同环航控制器设计

2.1 目标扩展模型

考虑到多目标的几何位置中心可以被确定为 p_i , 定义机器人对多目标的环航半径可以表示为:

$$\mu_d = \max(\|p_i^i - p_i\|) + r_{\text{safe}}$$

其中: $r_{\text{safe}} > 0$ 表示机器人对目标的安全环航距离, 这个距离是可以随时间变化的, 也可以是固定不变的。因此, 对应机器人将在预定的安全环航模式下实现对多目标的环绕运动。注意到传统的环绕半径 μ_d 是预先指定的固定值, 是固定不变的。然而实际情况下环航半径可能是时变的, 且中心目标是运动的, 因此传统意义下的控制方法会导致环绕误差收敛不到零^[26], 这样就不可避免地降低了环航安全程度以及控制指标的精度。因此本文将考虑时变半径的环航策略, 通过设计控制策略实现环绕误差渐进收敛到原点。

2.2 控制器设计

首先, 在笛卡尔坐标系下解决合作环航运动的问题。目标和机器人 i 之间的相对动力学可以写成:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{p}}_i &= g(\theta_i)v_i - \dot{p}_i \\ \dot{\theta}_i &= \omega_i \end{aligned} \quad (7)$$

其中: $\tilde{p}_i = p_i - p_i$ 和 v_i 以及 ω_i 是控制变量。在下文中引入 θ_i 的虚拟信号, 以便于控制设计。

首先引入一个非线性函数:

$$s_i = s(e_i) \quad (8)$$

$$e_i = \sum_{j \in N_i} a_{ij}(\varphi_i - \varphi_j - \varphi_{ij}) \quad (9)$$

其中: $a_{ij} = a_{ji} > 0$, 函数 s 是一个满足 $s(0) = 0$ 的单调有界函数, 如下面这一类函数:

$$s(\eta) = \frac{2s_0}{\pi} \arctan \eta$$

将向量 $f_i = [f_i^2, f_i^1]^T$ 定义为:

$$f_i = [-k_1 \tilde{\mu}_i I + \dot{\mu}_d I + \mu_d(\omega_d - s_i)A] \frac{\tilde{p}_i}{\|\tilde{p}_i\|} + \dot{p}_i \quad (10)$$

式中, $k_1 > 0, \tilde{\mu}_i = \mu_i - \mu_d$, 且 $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 。

上式中的 $I \frac{\tilde{p}_i}{\|\tilde{p}_i\|}$ 和 $A \frac{\tilde{p}_i}{\|\tilde{p}_i\|}$ 是根据速度方向场理论得来的, 其说明了任意方向的速度向量均可以由相应的径向量和与其相垂直的法向量来构成表示。所以上述的矩阵分别为机器人 i 的径向速度方向和法向速度方向。

将 θ_{id} 表示为 θ_i 的虚拟信号, v_i 为实际线速度和 θ_{id} 为虚拟信号现控, $\tilde{\theta}_i = \theta_i - \theta_{id}$ 趋向于零, 且满足下面的条件:

$$g(\theta_{id})v_i = f_i \quad (11)$$

由上面的公式可以得到:

$$v_i = \sqrt{(f_i^2)^2 + (f_i^1)^2} \quad (12)$$

$$\theta_{id} = \arctan\left(\frac{f_i^2}{f_i^1}\right) \quad (13)$$

将式 (11) 带入 (7), 且 $\tilde{\theta}_i = \theta_i - \theta_{id}$, 可以得到以下的公式:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{p}}_i &= \tilde{g} \tilde{\theta}_i v_i + f_i - \dot{p}_i \\ \dot{\tilde{\theta}}_i &= \omega_i - \dot{\theta}_{id} \end{aligned} \quad (14)$$

通过上述公式可以得出一个结论, 即 \tilde{g}_i 是 $\tilde{\theta}_i$ 中的光滑有界向量函数。

由上述式 (14) 可以得到对应的角速度 ω_i 为:

$$\omega_i = -k_2 \tilde{\theta}_i - k_3 \mu_i \left(\frac{\tilde{p}_i}{\|\tilde{p}_i\|}\right)^T \tilde{g}_i v_i + \dot{\theta}_{id} \quad (15)$$

其中: $k_2 > 0, k_3 > 0$, 为了保证 $\dot{\theta}_{id}$ 一直存在, 可以做出如下的假设:

$$\mu_d(|\omega_d - s_0|) > \max_{t \geq 0} \|\dot{p}_i(t)\| \quad (16)$$

在上式的条件下, 有:

$$v_i \geq \|f_i\| - \|\dot{p}_i\| \geq |\mu_d(\omega_d - s_i)| - \|\dot{p}_i\| \geq \mu_d(|\omega_d - s_0|) - \|\dot{p}_i\|$$

从上式可以得到线速度 v_i 总是非零的, 因此可以说明 $\dot{\theta}_{id}$ 是有界的。

3 稳定性分析

定理 1: 考虑具有控制律 (12) 和 (15) 的系统 (1)。如果假设成立, 则误差动态 (14) 是渐近稳定的, 最终实现了 (4) ~ (6) 中的目标。

证明: 将等式 (15) 代入 (14), 误差动态变为:

$$\tilde{p}_i = \tilde{g}\tilde{\theta}_i v_i + f_i - \dot{p}_i$$

$$\dot{\theta} = -k_2 \tilde{\theta}_i - k_3 \tilde{\mu}_i \left(\frac{\tilde{p}_i}{\|\tilde{p}_i\|} \right)^T \tilde{g}_i v_i \quad (17)$$

构建如下所示的李雅普诺夫函数:

$$V_1 = \frac{1}{2} \sum_i k_3 \tilde{\mu}_i^2 + \frac{1}{2} \sum_i \tilde{\theta}_i^2 \quad (18)$$

V_1 的时间导数可以表示为:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \sum_i k_3 \tilde{\mu}_i \left[\left(\frac{\tilde{p}_i}{\|\tilde{p}_i\|} \right)^T \dot{p}_i - \dot{\mu}_d \right] + \sum_i \tilde{\theta}_i \dot{\theta}_i = \\ & \sum_i k_3 \tilde{\mu}_i \left[\left(\frac{\tilde{p}_i}{\|\tilde{p}_i\|} \right)^T (\tilde{g}\tilde{\theta}_i v_i + f_i - \dot{p}_i) - \dot{\mu}_d \right] + \\ & \sum_i \tilde{\theta}_i \left[-k_2 \tilde{\theta}_i - k_3 \tilde{\mu}_i \left(\frac{\tilde{p}_i}{\|\tilde{p}_i\|} \right)^T \tilde{g}_i v_i \right] = \\ & \sum_i k_3 \tilde{\mu}_i \left[\left(\frac{\tilde{p}_i}{\|\tilde{p}_i\|} \right)^T (f_i - \dot{p}_i) - \dot{\mu}_d \right] - \sum_i k_2 \tilde{\theta}_i^2 = \\ & \sum_i k_3 \tilde{\mu}_i \left[\left(\frac{\tilde{p}_i}{\|\tilde{p}_i\|} \right)^T \left[\frac{\tilde{p}_i}{\|\tilde{p}_i\|} (-k_1 \mu_i I + \dot{\mu}_d I + \right. \right. \\ & \left. \left. \mu_d (\omega_d - s_i) A \right) + \dot{p}_i - \dot{p}_i - \dot{\mu}_d \right] - \sum_i k_2 \tilde{\theta}_i^2 = \\ & \sum_i k_1 k_3 \tilde{\mu}_i - \sum_i k_2 \tilde{\theta}_i^2 \quad (19) \end{aligned}$$

将 f_i 的表达式代入上式 (19) 中, 可以得到:

$$\dot{V}_1 = - \sum_i k_1 k_3 \tilde{\mu}_i^2 - \sum_i k_2 \tilde{\theta}_i^2 \quad (20)$$

应用李雅普诺夫稳定性理论, 得到 $\tilde{\mu}_i, \tilde{\theta}_i$ 是有界的且指数可以收敛到零。

此外, 根据式 (3) 中的定义可得:

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_i &= \frac{\tilde{p}_i^T A^T \dot{\tilde{p}}_i}{\|\tilde{p}_i\|^2} = \frac{\tilde{p}_i^T A^T (\tilde{g}\tilde{\theta}_i v_i + f_i - \dot{p}_i)}{\|\tilde{p}_i\|^2} = \\ & \frac{\tilde{p}_i^T A^T f_i - \dot{p}_i}{\|\tilde{p}_i\|^2} + \frac{\tilde{p}_i^T A^T (\tilde{g}\tilde{\theta}_i v_i)}{\|\tilde{p}_i\|^2} = \\ & \frac{\mu_d (\omega_d - s_i)}{\mu_i} + \frac{\tilde{p}_i^T A^T (\tilde{g}\tilde{\theta}_i v_i)}{\|\tilde{p}_i\|^2} = \\ & \omega_d - s_i + \eta_i \quad (21) \end{aligned}$$

η_i 由下式给出:

$$\eta_i = -\frac{\tilde{\mu}_i (\omega_d - s_i)}{\mu_i} + \frac{\tilde{p}_i^T A^T (\tilde{g}\tilde{\theta}_i v_i)}{\mu_i^2}$$

因为 $\|f_i\|$ 和 $\|\tilde{r}_i\|$ 都是有界的, 且 v_i 也有界。由此可以证明 η_i 指数收敛于零, μ_i 和 θ_i 指数趋近于零, 而 μ_i 接近 μ_d 。

$\bar{\varphi}_i = \varphi_i - \omega_d - \varphi_i$, 其中 $\varphi_{ij} = \varphi_i - \varphi_j$, 其中 φ_i 是机器人 i 在所需求形配置中相对于全局坐标系的方向。然后有下式:

$$\dot{\bar{\varphi}}_i = -s(e_i) + \eta_i \quad (22)$$

其中: $e_i = \sum_{j \in N_i} a_{ij} (\bar{\varphi}_i - \bar{\varphi}_j)$, 可以得到:

$$\dot{e}_i = - \sum_{j \in N_i} a_{ij} [s(e_i) - s(e_j) - (\eta_i - \eta_j)] \quad (23)$$

考虑如下的李雅普诺夫函数:

$$V_2 = \sum_i \int_0^{e_i} s(s) ds \quad (24)$$

则 V_2 的导数可以表示为:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \sum_i s(e_i) \dot{e}_i = \\ & - \sum_i \sum_{j \in N_i} a_{ij} s(e_i) [s(e_i) - s(e_j)] + \sum_i \sum_{j \in N_i} a_{ij} s(e_i) (\eta_i - \eta_j) \quad (25) \end{aligned}$$

由命题 1 中, 可以得到下列公式:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= - \frac{1}{2} \sum_i \sum_{j \in N_i} a_{ij} [s(e_i) - s(e_j)]^2 + \\ & \sum_i \sum_{j \in N_i} a_{ij} s(e_i) (\eta_i - \eta_j) \quad (26) \end{aligned}$$

然后 \dot{V}_2 满足下式:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &\leq - \frac{1}{2} \sum_i \sum_{j \in N_i} a_{ij} [s(e_i) - s(e_j)]^2 + \\ & \sum_i \sum_{j \in N_i} a_{ij} s_0 (|\eta_i| + |\eta_j|) \quad (27) \end{aligned}$$

将上述不等式从 0 积分到 t , 可以得到:

$$\begin{aligned} V_2(t) + \frac{1}{2} \int_0^t \sum_i \sum_{j \in N_i} a_{ij} [s(e_i) - s(e_j)]^2 ds &\leq V_2(0) + \\ \int_0^t \sum_i \sum_{j \in N_i} a_{ij} h_0 (|\eta_i| + |\eta_j|) ds &\quad (28) \end{aligned}$$

因为函数 s 始终满足有上界的条件, 所以 $V_2 \geq 0$ 一直成立。由于 η_i 对于所有的机器人 i 指数收敛到零, 所以 $\int_0^t \sum_i \sum_{j \in N_i} a_{ij} s_0 (|\eta_i| + |\eta_j|) ds$ 是有界的, 因此, $V_2(t)$ 和 $\int_0^t \sum_i \sum_{j \in N_i} a_{ij} [s(e_i) - s(e_j)]^2 ds$ 也是有界的。进一步可以得到下边的等式:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \sum_i \sum_{j \in N_i} a_{ij} [s(e_i) - s(e_j)]^2 = 0 \quad (29)$$

根据命题 2 和上述等式 (29) 可以得出一个结论: 当 $t \rightarrow \infty$ 时, 对于所有的机器人 i 和 j , 都有 $s(e_i) = s(e_j)$, 根据 s 函数的单调性, 都能得到 $e_i = e_j$, 因此 $\sum_i e_i = 0, e_i = e_j$, 所以有 $e_i = 0$ 。对于所有的 i 和连通图 G , 都有 $e_i = \sum_{j \in N_i} a_{ij} (\bar{\varphi}_i - \bar{\varphi}_j) = 0$ 成立, 上述公式的成立意味着 $\bar{\varphi}_i - \bar{\varphi}_j = 0$ 或者 $\varphi_i(t) - \varphi_j(t) = \varphi_{ij}, \forall i \in N, j \in N$ 。最后, 当 e_i 和 $s(e_i)$ 趋向于零时, 得出 $\dot{\varphi}_i$ 趋向于 ω_d , 依据公式 (21), 证明完成。

注释: 本文所提出的控制律主要是基于式 (10) 中提出的矢量场设计, 其可以应用于任意数量的多机器人协同目标环航任务。且由于每个机器人只与其相邻的机器人之间进行信息交互, 所以相较于传统的集中式控制策略, 分布式控制策略有其特有的优势, 其具有更强的灵活性和更高的容错率。分布式控制策略只是与系统的通信拓扑结构有关, 因此系统可以依据特殊的需求和任务来增加或减少机器人的数量, 灵活性能提升显著。除此之外, 相较于传统的集中式控制策略, 本文的分布式控制策略可以更好的利用每个机器人个体的计算性能, 有效的降低了系统对相关传感器和通信技术的要求。同时, 针对传统的目标环绕仅仅适用于对单个目标的协同环航, 对多个不同轨迹的动态目标实现不了环航控制误差收敛到原点, 不可避免地对机器人编队环航产生不利的影 响。本文充分考虑了多个机器人对多个动态目标的安全环航, 通过使用反步技术来设计分布式控制策略, 实现所有误差的渐进收敛。其中, 目标时变半径带来的不利影响可以通过设计补偿量在线抵消, 因此多机器人可以完全地收敛到以多目标为中心的圆形轨道上并维持一致的角间距配置。

4 仿真结果

4.1 单个机器人多目标对比环航效果

考虑单个非完整机器人对多运动目标进行环航运动, 环航效果图如图 2 所示, 图中的横纵坐标 x 和 y 分别代表不同目标下的机器人位置。假设机器人的初始位置是 $p_r(0) = [2 \ 0]^T m$, 相对应的初始航向角是 π , 则 3 个目标的运动轨迹可以分别表示为:

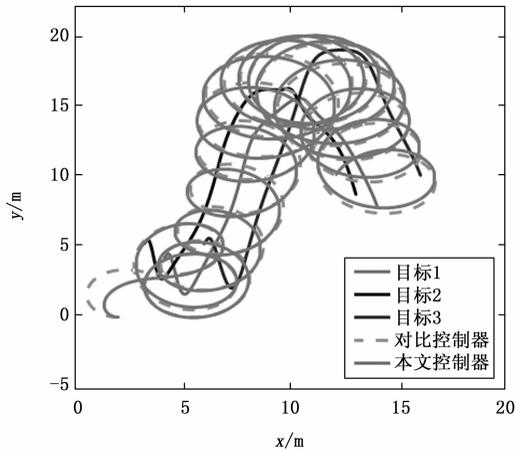


图 2 单个机器人对多个目标的环航效果

$$\begin{aligned} x_{r1} &= 4 + 0.1 * t + 0.15 * \cos(0.2 * t) \\ y_{r1} &= 4 + 0.2 * t * \sin(2 * \log(t + 1)) + 0.2 * \cos(0.3 * t) \\ x_{r2} &= 3 + 0.1 * t + 0.2 * \cos(0.2 * t) \\ y_{r2} &= 5 + 0.2 * t * \sin(2 * \log(t + 1)) + 0.2 * \cos(0.35 * t) \\ x_{r3} &= 6 + 0.1 * t + 0.1 * \sin(0.2 * t) \\ y_{r3} &= 5 + 0.25 * t * \sin(2 * \log(t + 1)) + 0.2 * \cos(0.25 * t) \end{aligned}$$

预期的安全环绕半径和角速度分别为 $r_{safe} = 0.5 \text{ m}$, $\omega_d = 1 \text{ rad/s}$, 控制系数为分别为 $k_1 = 2, k_2 = 5$ 。为了验证本文所提出方法对多目标时变半径轨迹的优越性, 通过对比控制器^[26], 得到的仿真结果如下面的图 3 和图 4, 仿真结果表明本文所用方法具有良好的收敛精度, 这归功于所提出的控制器 (10), (12), 和 (15)。

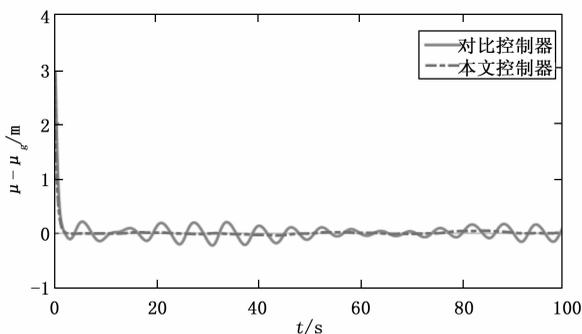


图 3 环航控制目标效果图

4.2 多个机器人围绕多个目标进行环绕运动

多个非完整机器人组成的多机器人系统之间的通信关系可以如图 5 所示, 以 5 个非完整机器人为例, 相对应的邻

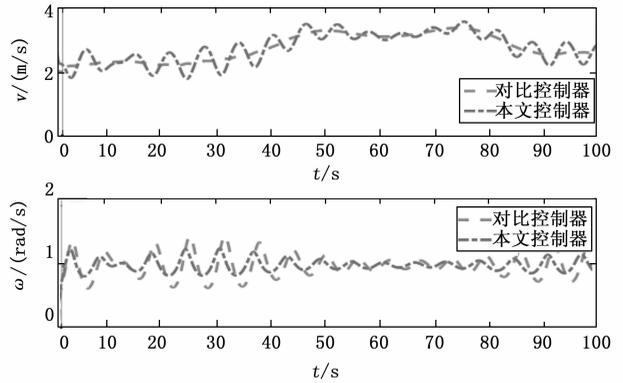


图 4 机器人的线速度和角速度

接矩阵可以表示为:

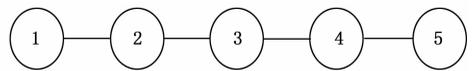


图 5 机器人之间的通信拓扑结构

$$A = [0, 1, 0, 0, 0; 1, 0, 1, 0, 0; 0, 1, 0, 1, 0; 0, 0, 1, 0, 1; 0, 0, 0, 1, 0]$$

且在多个机器人之间, 每个机器人只能获取与之相邻的机器人和目标的信息, 相隔机器人之间无法获取各自的信息。

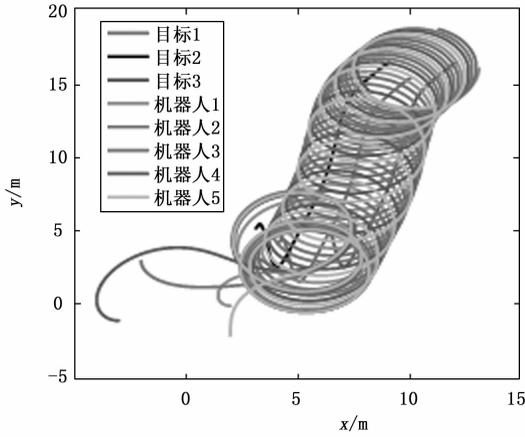
假设 5 个非完整机器人的初始航向角分别表示为 $\pi, 2\pi, \frac{3}{2}\pi, \pi, \frac{\pi}{3}$, 与初始航向角相对应的 5 个初始位置分别表示为: $[2 \ 0]^T m$, $[3 \ 3]^T m$, $[-2 \ 3]^T m$, $[-3 \ 1]^T m$, $[2 \ -2]^T m$ 。则 3 个目标的运动轨迹可以分别表示为:

$$\begin{aligned} x_{r1} &= 4 + 0.1 * t + 0.15 * \cos(0.2 * t), \\ y_{r1} &= 4 + 0.2 * t * \sin(2 * \log(t + 1)) + 0.2 * \cos(0.3 * t) \\ x_{r2} &= 3 + 0.1 * t + 0.15 * \cos(0.2 * t) \\ y_{r2} &= 5 + 0.2 * t * \sin(2 * \log(t + 1)) + 0.2 * \cos(0.3 * t) \\ x_{r3} &= 6 + 0.1 * t + 0.15 * \cos(0.2 * t) \\ y_{r3} &= 5 + 0.2 * t * \sin(2 * \log(t + 1)) + 0.2 * \cos(0.3 * t) \end{aligned}$$

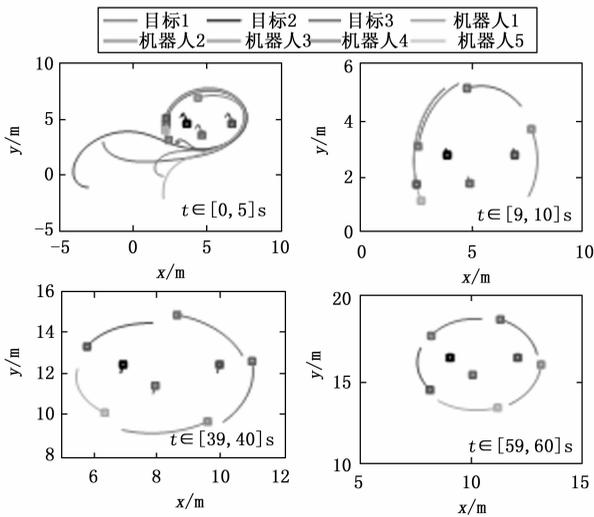
预期的环绕安全半径和速度分别为 $r_{safe} = 0.5 \text{ m}$, $\omega_d = 1 \text{ rad/s}$, 相对角间距 $\varphi = 2\pi/5 \text{ rad}$ 。

根据图 6 中的 (a) 图所示, 通过图中的位置轨迹可以看出机器人能实现对多个目标的协同护航, 同时结合图 6 中的 (b) 图, 即环航剖面图可以看出, 多机器人可以在 5 s 左右收敛到以目标为中心的圆上, 随后基于一致性角间距误差, 可以调节机器人编队的构型, 以实现对目标的全角度等相位环航效果。环绕半径误差、环绕角速度和机器人间的相对角间距误差见图 7 所示, 由图 7 可以看出相对距离误差很快收敛到 0, 角间距大约在 20 s 左右趋于一致并收敛到期望值, 环绕角速度最后也收敛到 1 rad/s。同时可以看出所有的控制目标都能被实现, 很好地满足了系统的性能要求。机器人的线速度和角速度如图 8 所示, 从图中可以看出数据满足光滑有界。因此, 基于上述的分析结果得出,

多机器人可以协同实现对多平稳目标的环航效果。



(a) 机器人在平面上的轨迹



(b) 不同时间段的运动轨迹

图 6 多机器人对多平稳目标的协同环航效果以及环绕剖面

4.3 多个机器人围绕多个目标做时变半径的环绕运动

考虑多个非完整机器人对多个非平稳目标做环绕运动, 假设 5 个机器人的初始航向角分别为 $\pi, 2\pi, \frac{3}{2}\pi, \pi, \frac{\pi}{3}$, 与各个机器人的初始航向角相对应的初始位置分别为: $[2 \ 0]^T m$, $[3 \ 3]^T m$, $[-2 \ 3]^T m$, $[-3 \ 1]^T m$, $[2 \ -2]^T m$, 预期的环绕安全半径和速度分别为 $r_{safe} = 0.5 \text{ m}$, $\omega_d = 1 \text{ rad/s}$, 相对角间距是 $\varphi = 2\pi/5 \text{ rad}$, 3 个目标的运动轨迹可以分别表示为:

$$x_{i1} = 4 + 0.1 * t + 0.15 * \cos(0.2 * t)$$

$$y_{i1} = 4 + 0.2 * t * \sin(2 * \log(t + 1)) + 0.2 * \cos(0.3 * t)$$

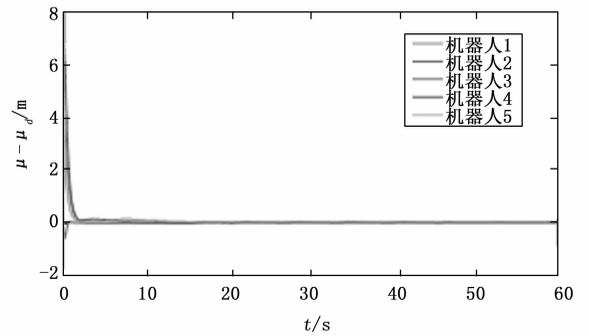
$$x_{i2} = 3 + 0.1 * t + 0.2 * \cos(0.2 * t)$$

$$y_{i2} = 5 + 0.2 * t * \sin(2 * \log(t + 1)) + 0.2 * \cos(0.35 * t)$$

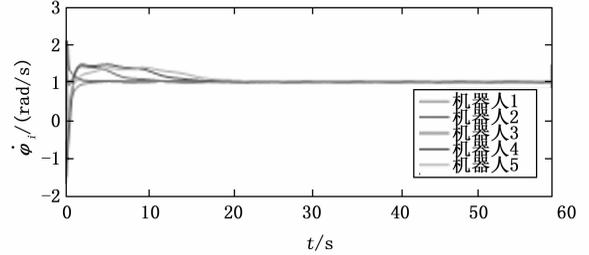
$$x_{i3} = 6 + 0.1 * t + 0.1 * \sin(0.2 * t)$$

$$y_{i3} = 5 + 0.25 * t * \sin(2 * \log(t + 1)) + 0.2 * \cos(0.25 * t)$$

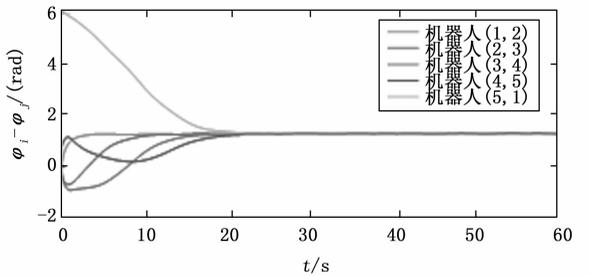
从图 9 可以得出, 机器人可以很好的实现对多个目标的协同护航任务。环绕半径误差、环绕角速度和机器人间



(a) 机器人和多目标中心的距离收敛误差



(b) 环绕速度



(c) 机器人之间的角间距误差

图 7 环航控制目标达成效果示意图

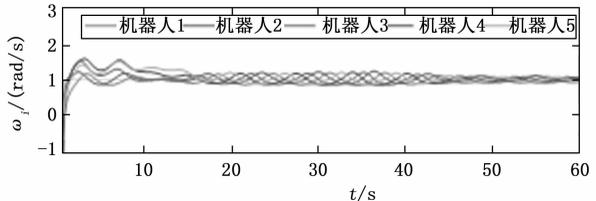
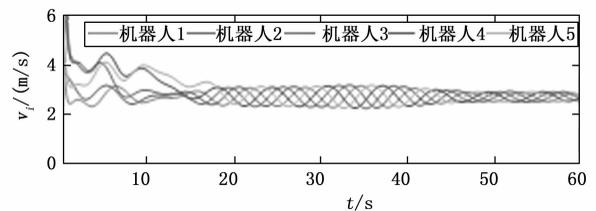


图 8 环航速度以及角速度示意图

的相对角间距误差如图 10 所示, 从图中可以看出相对距离误差很快可以收敛到 0, 相对角间距误差大约在 22 s 左右趋于一致并收敛到期望值, 环绕角速度最后也收敛到 1 rad/s。同时可以从图中看出所有的控制目标都可以被实现, 很好地满足了系统的性能要求。机器人的线速度和角速度如图 11 所示, 可以直观的看出满足光滑有界。因此, 基于上述

的分析可以得出, 多机器人可以协同实现对多个非平稳目标的环航效果。

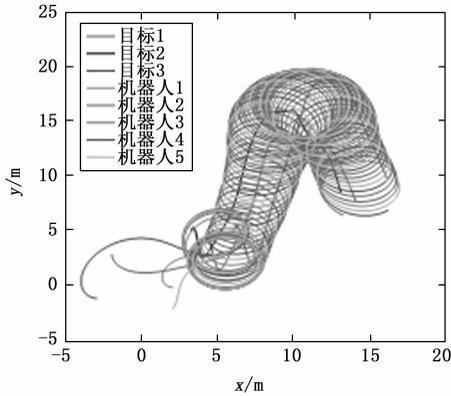
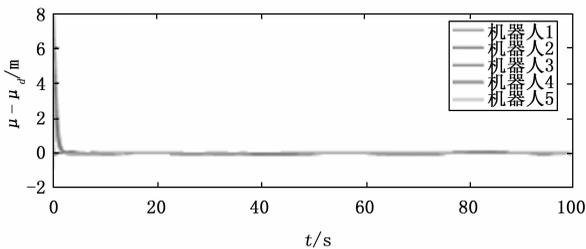
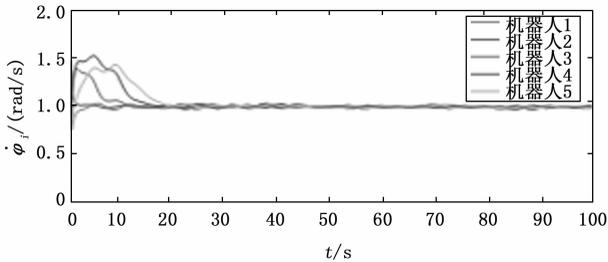


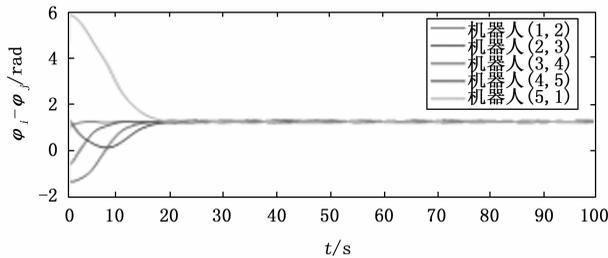
图 9 多机器人对多非平稳目标的协同环航效果



(a) 机器人和目标的相对距离误差



(b) 机器人的环绕角速度



(c) 机器人间的一致性角间距

图 10 环航控制目标达成效果示意图

此外, 多目标时变环绕半径的优势如图 12 所示, 从图中可以看出, 当机器人环航空间受限时, 固定的环绕半径将不再适用于多变的复杂环境, 这将不可避免地给环航团队带来一系列的安全事故, 极大地增加机器人被毁坏的风险。相反, 时变半径则可以依据实际的环绕要求调整半径, 当在狭窄的地形时, 机器人可以依据视觉或者雷达系统检测到安全半径, 从而调节半径的大小, 使其不超过安全半

径。同时证明了本文所提出的控制策略可以维持机器人团队的几何构型通过一致性误差, 因此, 这将更加适用于现实的护航场景。

5 结束语

针对传统意义下的环绕控制方法仅仅考虑实现单一的目标环绕, 本文通过考虑多非完整机器人围绕多目标协同环绕, 通过设计分布式环绕控制律实现了对多个动态目标的紧密安全环航。通过考虑多目标环绕带来的时变半径导致环绕误差收敛不到零, 不可避免地降低了环航安全程度以及控制指标的精度等问题, 本文利用反步技术提出了一种新的考虑时变护航半径的分布式控制策略, 在对目标速度的温和假设下, 可以在预定的模式下对多目标实施以规定环绕半径, 环绕角速度, 以及相位分布的协同环航配置。理论分析证明了闭环系统所有误差信号渐近收敛到原点, 最后通过仿真结果进行的对比验证也很好的证明了本文所提出方法的有效性和可行性, 同时也为后续的深入研究提供了较好的参考方法和研究方向。

将来可以在此研究的基础上, 按照本文所提出的策略和方法, 由已知目标的速度和方向扩展到预估目标的速度和方向来进行环航任务, 还可以考虑基于势场法实现对目标协同环航的同时, 避免环航途中发生机器人的碰撞。或者在考虑多个机器人环航运动的同时, 加入机器人在运动过程中对障碍物有效躲避的研究, 进一步提升机器人环航运动的安全性和可靠性。

参考文献:

- [1] GUO X Y, LIANG H J, PAN Y N. Observer-Based Adaptive Fuzzy Tracking Control for Stochastic Nonlinear Multi-Agent Systems with Dead-Zone Input [J]. Applied Mathematics and Computation, 2020, 379: 125269.
- [2] MIKKEL RATH PEDERSEN, et al. Robot skills for manufacturing: From concept to industrial deployment [J]. Robotics and Computer Integrated Manufacturing, 2016, 37: 282 - 291.
- [3] 董云龙, 李祥飞, 刘 行, 等. 航空航天领域机器人智能化装配技术综述 [J]. 人工智能, 2022 (3): 6 - 20.
- [4] 王 皓, 陈根良. 机器人型装备在航空装配中的应用现状与研究展望 [J]. 航空学报, 2022, 43 (5): 49 - 71.
- [5] 王功波, 孟云鹤, 郑 伟, 等. 快速绕飞卫星空间圆编队设计方法 [J]. 宇航学报, 2010, 31 (11): 2465 - 2470.
- [6] 马昱音, 王永兴. 基于分布式协同控制的警用无人机群目标追踪控制 [J]. 科学技术与工程, 2019, 19 (36): 201 - 206.
- [7] 段 敏, 高 辉, 宋永端. 智能群体环绕运动控制 [J]. 物理学报, 2014, 63 (14): 44 - 52.
- [8] MOHAMMAD DEGHAT, IMAN SHAMES, et al. Localization and circumnavigation of a slowly moving target using bearing measurements [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2014, 59 (8): 2182 - 2188.
- [9] JAWHAR GHOMMAM, NURADEEN FETHALLA, MAAROUF SAAD. Quadrotor circumnavigation of an unknown mov-

- ing target using camera vision-based measurements [J]. *IET Control Theory & Applications*, 2016, 10 (15): 1874 - 1887.
- [10] 陈素霞, 黄全振, 高继勋. 非完整约束移动机器人自适应轨迹跟踪控制设计 [J]. *中国测试*, 2021, 47 (11): 80 - 84.
- [11] 张春燕. 多机器人协同环航中的控制器设计问题研究 [D]. 南京: 南京理工大学, 2020.
- [12] 张瑞雷, 李 胜, 陈庆伟. 一类非完整移动机器人编队控制方法 [J]. *控制与决策*, 2013, 28 (11): 1751 - 1755.
- [13] 孙忠廷, 柏建军, 陈炳旭, 等. 轮式移动机器人自适应轨迹跟踪控制 [J]. *控制工程*, 2021, 28 (12): 2420 - 2425.
- [14] DUAN MIN, SONG YONGDUAN. Distributed Encirclement Control of Multi-agent Systems [C] // 第三十三届中国控制会议论文集 (A 卷), 2014: 1263 - 1268.
- [15] JOHANNA O. SWARTLING, IMAN SHAMES, et al. Collective Circumnavigation [J]. *Unmanned Systems*, 2014, 2 (3): 219 - 229.
- [16] ANTONIO FRANCHI, PAOLO STEGAGNO, GIUSEPPE ORIOLO. Decentralized multi-robot encirclement of a 3D target with guaranteed collision avoidance [J]. *Autonomous Robots*, 2016, 40 (2): 245 - 265.
- [17] CECCARELLI, DI MARCO M, GARULLI A, et al. Collective circular motion of multi-vehicle systems [J]. *Automatica*, 2008, 44 (12): 3025 - 3035.
- [18] YING LAN, GANGFENG YAN, ZHIYUN LIN. Distributed control of cooperative target enclosing based on reachability and invariance analysis [J]. *Systems & Control Letters*, 2010, 59 (7): 381 - 389.
- [19] WANG C, XIE G. Limit-cycle based decoupled design of circle formation control with collision avoidance for anonymous a-
(上接第 70 页)
- [10] 君萌萌, 张 敏, 姜志伟, 等. 基于粒子滤波的欠驱动移动机器人多目标点跟踪控制 [J]. *计算机测量与控制*, 2021, 12: 98 - 103.
- [11] 刘树博, 刘国权, 等. 基于多目标扰动观测器的不确定机器人滑模自适应轨迹跟踪控制 [J]. *组合机床与自动化加工技术*, 2019 (10): 93 - 96.
- [12] 刘 希, 黄茹楠, 高英杰. 电液位置伺服系统自适应反演滑模控制 [J]. *液压与气动*, 2019 (7): 14 - 19.
- [13] KHAJEHSAEID H, ESMAEILI B, SOLEYMANI R, et al. Adaptive back stepping fast terminal sliding mode control of robot manipulators actuated by pneumatic artificial muscles: continuum modelling, dynamic formulation and controller design [J]. *Meccanica*, 2019, 54 (8): 48 - 57.
- [14] SHAHNAZ T, FARZIN P, JONG-MYON K. Robust Composite High-Order Super-Twisting Sliding Mode Control of Robot Manipulators [J]. *Robotics*, 2018, 7 (1): 35 - 46.
- [15] DENG Y P. Fractional-order fuzzy adaptive controller design for uncertain robotic manipulators [J]. *Int J Adv Robot Syst*, 2019, 16 (2): 1 - 10.
- [16] 冯建鑫, 王雅雷, 王 强, 等. 改进蜻蜓算法的快速反射镜自抗扰控制 [J]. *光学精密工程*, 2021, 29 (6): 1301 - 1310.
- agents in a plane [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, 62 (12): 6560 - 6567.
- [20] ARRICHELLO F, CHIAVERINI S, FOSSEN TI. Formation control of underactuated surface vessels using the null-space-based behavioral control [C] // *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and System*, 2006: 5942 - 5947.
- [21] ANTONELLI G, ARRICHELLO F, CHIAVERINI S. Experiments of formation control with multirobot systems using the null-space-based behavioral control [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2009, 17 (5): 1173 - 1182.
- [22] ARRANZ L B, SEURET A, DE WIT C C. Translation control of a fleet circular formation of AUVs under finite communication range [C] // *Proceedings of the 48th IEEE Conference on Decision and Control*, 2009: 8345 - 8350.
- [23] JIANG Z P, NIJMEIJER H. Tracking control of mobile robots; a case study in backstepping [J]. *Automatica*, 1997, 33 (7): 1393 - 1399.
- [24] ZHANG H, LEWIS F L, QU Z. Lyapunov, adaptive, and optimal design techniques for cooperative systems on directed communication graphs [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 59: 3026 - 3041.
- [25] LEWIS F L, ZHANG H, HENGSTER-MOVRIC K, et al. Cooperative control of multi agent systems [M]. Springer-Verlag, 2014.
- [26] ZHANG R, SUN D. Circumnavigation by a mobile robot using bearing measurements [C] // *International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Chicago, 2014: 4643 - 4648.
- [17] 吴 敏, 徐兴雷, 尚 猛. 基于双种群鲨鱼优化算法的自抗扰机械臂轨迹跟踪 [J]. *计算机应用与软件*, 2021, 38 (6): 231 - 237, 270.
- [18] 吕家兵, 侯远龙, 王成龙, 等. PMSM 位置伺服系统的复合自抗扰控制 [J]. *自动化与仪器仪表*, 2020 (7): 17 - 20.
- [19] YANG Y, JIAO S, LI J. Vision-based optimization of the generalized predictive active disturbance rejection controller [J]. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, 2020, 71 (1): 102728.
- [20] ABDELMAKSOU S I, MAILAH M, ABDALLAH A M. Disturbance rejection for a quadrotor using robust active force control with genetic algorithm [J]. *International Journal of Modelling Identification and Control*, 2021, 36 (3): 200 - 210.
- [21] HUANG Z, CHEN Z, Y ZHENG, et al. Optimal design of load frequency active disturbance rejection control via double-chains quantum genetic algorithm [J]. *Neural Computing and Applications*, 2020, 20 (5): 36 - 52.
- [22] 韩京清. 自抗扰控制器及其应用 [J]. *控制与决策*, 1998, 13 (1): 19 - 23.
- [23] 刘哲源, 吕晓丹, 蒋朝惠. 基于模拟退火算法的粒子群优化算法在容器调度中的应用 [J]. *计算机测量与控制*, 2021, 12: 177 - 183.