

# MIMO 系统中基于代价函数和排序模式的 MMSE SIC 检测器

杨雅颂<sup>1</sup>, 胡杰<sup>2</sup>

(1. 福州职业技术学院, 福州 350108; 2. 南京航空航天大学, 南京 211106)

**摘要:** 针对多输入多输出空间多路复用系统, 提出了一种基于代价函数和排序模式的多个并行分支的最小均方误差连续干扰消除检测器; 具体而言, 设计了选择规则来选择代价函数性能最好的分支, 并通过利用不同的检测排序模式使得每个分支中的 SIC 算法按照信号干扰噪声比由高到低来检测信号, 从而实现完全检测分集; 为了进一步降低算法的计算复杂度, 还提出了一种采用递归最小二乘算法的有效自适应接收机来更新滤波器权值向量, 从而获得基于递归最小二乘算法的 MB-SIC 接收机的自适应实现; 此外, 还对提出的检测器在比特差错率性能方面进行了分析; 仿真结果表明, 相比于现有的检测算法, 提出的算法不仅具有较低的计算复杂度, 而且能获得更好的误码率性能。

**关键词:** 多输入多输出系统; 分集增益; 连续干扰消除; 代价函数; 最小均方误差; 选择规则; 误码率

## MMSE SIC Detector Based on Cost function and Ordering Mode in MIMO System

YANG Yasong<sup>1</sup>, HU Jie<sup>2</sup>

(1. Fuzhou Vocational and Technical College, Fuzhou 350108, China;

2. Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 211106, China)

**Abstract:** Aimed at a multiple-input multiple-output (MIMO) space multiplexing system, based on multiple parallel branches of cost function (CF) and ordering mode (OM), a successive interference cancellation (SIC) detector with minimum mean square error is proposed. Specifically, a selection rule is designed to select the branch with the best performance of cost function, by using different detection ordering modes and signal-to-noise ratio, the SIC algorithm of each branch can detect the signal form high to low and realize the full detection diversity. In order to further decrease the algorithm complexity, an effective adaptive receiver is proposed to update the filter weight vector using recursive least square method, so an adaptive implementation of MB-SIC receiver is obtained on the basis of recursive least square method; In addition, the bit error probability of the proposed detector is analyzed. Simulation results show that, compared with existing detection algorithms, the proposed algorithm not only has lower computational complexity, but also can obtain better bit error rate.

**Keywords:** MIMO system; diversity gain; successive interference cancellation; cost function; minimum mean square error; selection rules; bit error rate

## 0 引言

在通信系统中, 多个发射和接收天线的多输入多输出 (MIMO, multiple-input multiple-output) 系统部署是提高无线链路性能的重要手段。多天线可以提供巨大的多路复用<sup>[1-3]</sup>和分集增益<sup>[4-5]</sup>。多路复用增益有较高的频谱效率, 分集增益使得在无线衰落信道上的链路更加可靠和有较低的误码率 (BER, bit error ratio)。

在 MIMO 系统的空间多路复用配置中, 为了采用各自的空间特征来分离所有数据流, 可以采用类似于多用户检测<sup>[6]</sup>的方法。可以采用球形解码算法<sup>[7-8]</sup>来获得最优最大似然 (ML, maximum likelihood) 性能。然而, 这种算法的

复杂度可能是多项式或指数式的, 取决于信噪比 (SNR, signal-to-noise ratio) 和信号星座, 对于从低到中等 SNR 值通常非常高。众所周知, 对于编码系统来说, 检测器通常工作在低到中等 SNR 值, 这使得球形解码器 (SD, sphere decoder) 的应用受到限制, 从而激发了各种低复杂度策略的研究; 文献 [9] 针对一类时变时滞未知、状态不可测、输入饱和的 MIMO 严格反馈非线性系统, 提出了一种混合模糊自适应输出反馈控制设计方法。首先, 利用模糊逻辑系统对系统中的未知非线性函数进行逼近。其次, 采用平滑函数逼近输入饱和, 并构造自适应模糊状态观测器来解决不可测状态问题。基于所设计的自适应模糊状态观测器,

收稿日期: 2022-10-11; 修回日期: 2022-11-15。

基金项目: 江苏省自然科学基金 (BK20200805)。

作者简介: 杨雅颂 (1981-), 男, 福建福州人, 硕士, 实验师, 主要从事计算机技术、电子信息技术、网络技术等方面的研究。

引用格式: 杨雅颂, 胡杰. MIMO 系统中基于代价函数和排序模式的 MMSE SIC 检测器[J]. 计算机测量与控制, 2023, 31(1): 22-29.

建立了一种串/并联估计模型。应用自适应模糊动态控制技术, 利用系统状态观测器模型与串/并联估计模型之间的预测误差, 设计了一种基于 Lyapunov-Krasovskii 泛函的复合参数自适应模糊控制器, 证明了闭环系统的所有变量都是有界的, 系统输出可以尽可能地接近给定的有界参考信号。仿真算例进一步验证了该控制方案的有效性; 文献 [10] 提出了一种基于决策反馈多差分检测 (DFMDD, decision-feedback multiple differential detection) 的双差分编码 (DDE, double differential encoding) 解调方案, 实现了对快速时变信道的跟踪。DDE 可以提高调制指数较大时的跟踪能力。为了提高频率效率和跟踪能力, 还提出了采用带信道平均的 DDFMDD 算法和带信道预测的 DDFMDD 算法。仿真结果表明, 该方案在快速瑞利衰落信道下, 在调制指标较大的情况下, 具有良好的误码率性能; 在频分双工网络中, 大量 MIMO 系统依赖信道状态信息 (CSI, channel state information) 反馈进行预编码并实现性能提升。然而, 庞大的天线数量给传统的 CSI 反馈降低方法带来了挑战, 导致过高的反馈开销。因此, 文献 [11] 通过扩展基于深度学习 (Deep Learning, DL) 的 CSI 感知和恢复网络, 提出了一种实时 CSI 反馈体系架构, 称为 CSI-长短期记忆 (CSI-LSTM, CSI-long short term memory) 算法。CSI-LSTM 通过从时变海量 MIMO 信道的训练样本中直接学习结合时间相关性的空间结构, 显著提高恢复质量, 改善了压缩比 (CR, compression ratio) 和复杂度之间的权衡。仿真结果表明, CSI-LSTM 算法的性能优于现有的基于压缩感知和基于 DL 的方法, 对 CR 降阶具有显著的鲁棒性; 文献 [12] 针对 MIMO 水声通信系统, 提出了一种基于软直接自适应的双向 Turbo 均衡器。该算法采用软直接自适应均衡器与快速自优化最小均方算法相结合的方法实现更快的收敛速度, 并在均衡器中嵌入了二阶锁相环来跟踪时变信道。同时, 利用加权线性组合方案, 将传统的基于软直接适应的均衡器与基于时间反转的软直接适应均衡器相结合, 利用双向分集, 减小误差传播。仿真和实验结果均表明, 基于软直接适应的双向涡轮均衡器性能优于基于单向软直接适应的 Turbo 均衡器, 且比基于硬直接适应的双向 Turbo 均衡器具有更快的收敛速度; 文献 [13] 研究了大规模 MIMO 针对全双工残留自干扰的相对抑制作用, 分析了大规模天线对全双工残留自干扰的相对抑制能力, 提出并研究了各种功率降低方案对系统性能的影响。并基于提出的功率降低方案, 推导了系统渐近频谱效率, 证明了增大中继天线数可以获得很大的阵列增益, 从而可以相对降低全双工残留自干扰在用户端的影响。此外, 还证明了通过随天线数增大适当降低节点发送功率降低该干扰的影响, 总结了功率降低指数因子对系统性能的影响。基于大规模 MIMO 的全双工双向中继系统的频谱、能量效率等性能分析, 针对多对用户全双工双向大规模天线中继系统, 在完美信道状态信息下, 当中继天线数趋向于无穷大时, 研究了系统的频谱效率和能量效率性能, 并分析了大规模

MIMO 对邻近用户干扰和其他用户对干扰的抑制作用; 文献 [14] 针对最优最大后验 (MAP, maximum a posteriori) 检测器具有较高的计算复杂度, 且其计算复杂度随用户数量呈指数增长, 提出了一种在每个天线单元分别进行的分布式检测方案, 称为复高斯置信传播算法 (CGBPA, complex gaussian belief propagation algorithm), 用于多小区多用户检测。将多用户检测问题简化为一系列标量估计, 使用 CGBPA 检测每个单个用户与通过标量加权高斯通道检测相同用户渐近等价, 但由于干扰用户的集体影响, 期望用户的 SNR 有一定的下降。退化是由唯一的不动点状态演化方程决定的。数值结果表明, CGBPA 具有较低的复杂度和开销, 对高斯符号具有最优的数据估计, 优于最小均方差—软干扰 (MMSE-SIC, minimum mean square error-soft interference cancellation) 算法; 文献 [15] 针对对角贝尔实验室分层空时 (D-BLAST, diagonal bell laboratories layered space-time) 架构进行了研究; 针对 D-BLAST 较大的计算复杂度, 文献 [16-17] 提出了其简化形式—垂直 BLAST (V-BLAST, vertical BLAST)。V-BLAST 方案主要基于 3 个步骤: (1) 依次选择 SNR 最大的子流; (2) 采用迫零或最小均方误差 (MMSE, minimum mean-square-error) 准则的干扰置零来减小干扰信号对目标信号的影响; (3) 连续干扰消除 (SIC, successive interference cancellation)<sup>[18]</sup>; 还有许多其他策略来获得 MIMO 系统的容量增益。如线性和判决反馈 (DF, decision feedback) 检测器<sup>[19-20]</sup>以及并行干扰消除 (PIC, parallel interference cancellation)<sup>[21-22]</sup>。

然而, 上述这些算法与 ML-型检测器的性能仍有很大的差距。主要是由于计算复杂度高或不可接受的性能, 不适用于实际应用; 因此, 本文基于多个处理分支, 提出了一种新的 MIMO 空间多路复用系统的 SIC 策略。这种多分支 SIC (MB-SIC, multi-branch SIC) 架构由多个并行的 SIC 分支构成, 每个分支中的 SIC 算法按照信号干扰噪声比 (SINR, signal-to-interference-plus-noise ratio) 由高到低来检测信号。即采设计选择规则确定性能最好的分支, 并通过利用不同的检测排序模式来获得检测分集, 通过重新排列所有可能的排序模式来实现完全检测分集; 为了降低提出算法的计算复杂度, 还提出了一种采用递归最小二乘 (RLS, recursive least squares) 算法的有效自适应接收机来更新滤波器权值向量; 此外, 还进行了比特差错概率 (BEP, bit error probability) 性能分析; 仿真结果表明, 本文提出的算法有较低的计算复杂度, 而且成功地减轻了误差传播, 其性能接近最优 ML 检测器的性能。

## 1 系统模型

### 1.1 发射和接收

考虑如图 1 所示的空间多路复用 MIMO 系统, 它有  $N_T$  个发射天线和  $N_R$  个接收天线 ( $N_R \geq N_T$ )。在每个时刻  $[i]$ , 系统发射  $N_T$  个符号, 这些符号构成一个  $N_T \times 1$  的向

量  $\mathbf{s}[i] = [s_1[i], s_2[i], \dots, s_{N_T}[i]]^T$ , 其中  $(\cdot)^T$  表示转置。然后将符号向量  $\mathbf{s}[i]$  通过平坦衰落信道发射, 信号在配备有  $N_R$  个天线的接收机解调并采样。接收到的信号构成一个  $N_R \times 1$  的向量  $\mathbf{r}[i] = [r_1[i], r_2[i], \dots, r_{N_R}[i]]^T$ , 则有:

$$\mathbf{r}[i] = \mathbf{H}\mathbf{s}[i] + \mathbf{v}[i] \quad (1)$$

式中,  $N_R \times 1$  向量  $\mathbf{v}[i]$  为零均值复圆对称高斯噪声, 其协方差矩阵  $E\{\mathbf{v}[i]\mathbf{v}^H[i]\} = \sigma_v^2 \mathbf{I}$ , 其中  $E[\cdot]$  表示求数学期望,  $(\cdot)^H$  为厄米算符,  $\sigma_v^2$  为噪声方差,  $\mathbf{I}$  为单位矩阵。符号向量  $\mathbf{s}[i]$  的均值为零, 协方差矩阵  $E\{\mathbf{s}[i]\mathbf{s}^H[i]\} = \sigma_s^2 \mathbf{I}$ ,  $\sigma_s^2$  为信号功率。 $N_R \times N_T$  信道矩阵  $\mathbf{H}$  的元素  $h_{n_r, n_t}$  对应于从第  $n_t$  个发射天线到第  $n_r$  个接收天线的复信道响应。

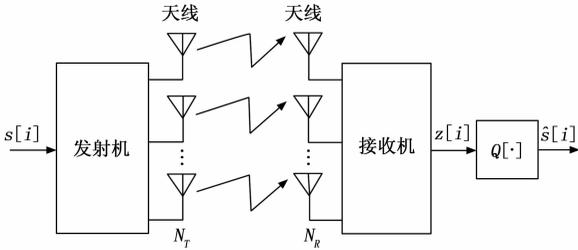


图 1 提出的空间多路复用系统原理图

### 1.2 空间多路复用系统的常规检测算法

最优检测算法为 ML 检测算法, 可表达为:

$$\hat{\mathbf{s}}_{ML}[i] = \underset{\mathbf{s} \in A}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{r}[i] - \mathbf{H}\mathbf{s}[i]\|^2 \quad (2)$$

式中,  $A$  表示  $N_T$  为维候选向量的集合。随发射天线数量的增加而呈指数增长的计算复杂度限制了 ML 检测器的实际应用; MMSE 线性检测器是在接收机端分离发射信号的一种相对简单的策略, 对应于根据 MMSE 准则设计一个  $N_R \times N_T$  参数矩阵  $\mathbf{W}$ 。MMSE 滤波器矩阵  $\mathbf{W}$  的设计基于以下代价函数的优化:

$$J(\mathbf{W}) = E\{\|\mathbf{s}[i] - \mathbf{W}^H \mathbf{r}[i]\|^2\} \quad (3)$$

通过计算式 (3) 关于  $\mathbf{W}$  的梯度并使其等于一个零矩阵, 就得到  $N_R \times N_T$  MMSE 滤波器矩阵:

$$\mathbf{W} = \left( \mathbf{H}\mathbf{H}^H + \frac{\sigma_v^2}{\sigma_s^2} \mathbf{I} \right)^{-1} \mathbf{H} \quad (4)$$

## 2 提出的多分支 SIC 检测

本节主要描述本文提出的 MB-SIC 检测器。首先给出方案的总体原理和结构, 然后给出检测器中采用的选择规则和排序方案。

### 2.1 提出的 MB-SIC 检测器

本文提出基于 MMSE SIC 来设计所提出的 MB MIMO 接收机, 因为 MMSE 估计器通常具有良好的性能, 数学上易于处理, 且具有相对简单的自适应实现。提出的 MB-SIC 检测器是在采用排序模式的多个不同并行分支上应用 SIC, 也就是说, 每个分支通过利用某个排序模式产生一个符号估计向量, 因此在 MB 结构的末端有一组符号估计向量。

图 2 所示为本文提出的 MB-SIC 检测器的总体框图。

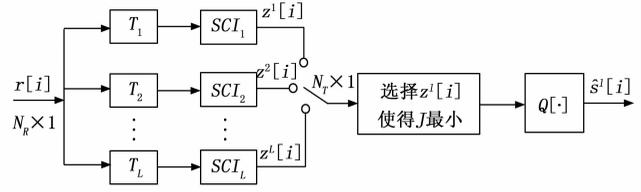


图 2 提出的 MB-SIC 检测器的总体框图

图 3 所示为第  $l$  个 SIC 分支的非自适应实现, 在解析上表示为:

$$\tilde{\mathbf{z}}_{l,n}[i] = \mathbf{W}_{l,n}^H[i] \mathbf{r}_{l,n}[i] \quad (5)$$

其中:

$$\mathbf{r}_{l,n}[i] = \mathbf{r}[i] \quad n = 1 \quad (6a)$$

$$\mathbf{H}' = \mathbf{T}_l \mathbf{H} \quad (6b)$$

$$\mathbf{r}_{l,n}[i] = \mathbf{r}[i] - \sum_{k=1}^{n-1} (\mathbf{H}')_k \tilde{\mathbf{z}}_{l,n}[i] \quad n \geq 2 \quad (6c)$$

$$\mathbf{W}_{l,n} = \left( \overline{\mathbf{H}}'_n \overline{\mathbf{H}}'^H_n + \frac{\sigma_v^2}{\sigma_s^2} \mathbf{I} \right)^{-1} (\mathbf{H}')_n \quad (6d)$$

$$\tilde{\mathbf{s}}_{l,n}[i] = \mathbf{Q}(\tilde{\mathbf{z}}_{l,n}[i]) \quad (6f)$$

式中,  $(\mathbf{H}')_n$  表示  $\mathbf{H}'$  的第  $n$  列,  $\overline{\mathbf{H}}'_n$  表示通过取  $\mathbf{H}'$  的列  $n, n+1, \dots, N_T$  得到的矩阵,  $\mathbf{Q}(\cdot)$  表示量化函数。

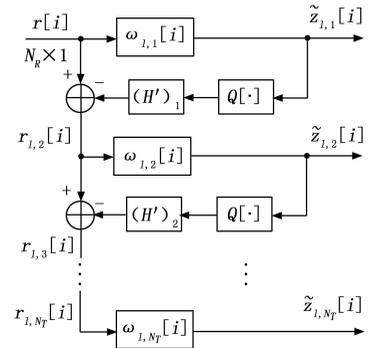


图 3 采用非自适应实现的第  $l$  个 SIC 分支的原理结构图

为了采用提出的 MB-SIC 结构检测发射信号, 对于每个分支的检测采用线性 MMSE 归零和符号逐次消除来计算  $\tilde{\mathbf{z}}_l[i] = [\tilde{z}_{l,1}[i], \tilde{z}_{l,2}[i], \dots, \tilde{z}_{l,N_T}[i]]^T$ , 其中  $\tilde{\mathbf{z}}_l[i]$  表示对于第  $l$  个分支的  $N_T \times 1$  排序符号估计向量。令  $\tilde{\mathbf{s}}_l[i] = \mathbf{T}_l \mathbf{s}[i] = [\tilde{s}_{l,1}[i], \tilde{s}_{l,2}[i], \dots, \tilde{s}_{l,N_T}[i]]^T$  表示有序集, 它是通过变换矩阵  $\mathbf{T}_l (l = 1, \dots, L)$  对发射符号集  $\mathbf{s}[i]$  进行排序的一种排列。变换矩阵  $\mathbf{T}_l (l = 1, \dots, L)$  对应于第  $l$  个分支采用的排序模式, 其中  $\mathbf{T}_l$  中每行和每列仅包含一个 1。注意,  $\tilde{\mathbf{z}}_l[i]$  是根据由  $\mathbf{T}_l$  确定的顺序来检测的。因此, 为了选择最好的估计向量, 通过应用  $\mathbf{T}_l$  将  $\mathbf{z}_l[i]$  转换为  $\tilde{\mathbf{z}}_l[i]$ :

$$\mathbf{z}_l[i] = \mathbf{T}_l^T \tilde{\mathbf{z}}_l[i] \quad (7)$$

### 2.2 选择规则

所提出的 MB-SIC 检测器根据式 (8) 选择使得相应代价函数  $J$  最优的分支:

$$l_{opt} = \underset{1 \leq l \leq L}{\operatorname{argmin}} J(l) \quad (8)$$

最后检测到的符号为:

$$\tilde{s}_f[i] = Q(\mathbf{z}_{i_m}[i]) \quad (9)$$

根据不同的应用需求, 可以采用不同的准则作为选择规则来选择最好代价函数性能的分支。

### 2.2.1 ML (或最小欧氏距离) 准则

ML 准则 (等价于最小欧氏距离准则) 的代价函数为:

$$J_{ML}(l) = \|\mathbf{r}[i] - \mathbf{H}\hat{\mathbf{s}}_l[i]\|^2 \quad (10)$$

在信道信息可用的情况下, ML 准则在这些可选准则中可以提供最好的性能, 但信道估计需要额外的计算复杂度。

### 2.2.2 MMSE 准则

当信道信息不可用时, 可用 MMSE 准则来选择使发射符号的均方误差最小的分支。其代价函数为:

$$J_{MMSE}(l) = \|\hat{\mathbf{s}}_l[i] - \mathbf{z}_l[i]\|^2 \quad (11)$$

式中,  $\hat{\mathbf{s}}_l[i]$  为采用判决导向模式的符号估计。因此, MMSE 准则会受到误差传播的损伤。

### 2.2.3 恒模准则

恒模 (CM, constant modulus) 算法<sup>[23]</sup> 由于其鲁棒性强和易于实现而被广泛应用。CM 准则尝试最小化代价函数:

$$J_{CM}(l) = \sum_{n=1}^{N_s} ||z_{l,n}[i]|^2 - 1|^2 \quad (12)$$

对于像 QAM 这样的非恒模星座, 可以用一个方形轮廓线算法代替式 (12) 中的代价函数。

## 2.3 排序方案

本节提出最优排序方案和 3 个次优排序方案来设计提出的接收机, 共同的架构是采用具有排序模式的并行分支, 并生成一组符号估计向量, 故并行分支数  $L$  是必须选择的参数; 最优排序方案执行穷举搜索  $L = N_T!$ 。表示阶乘运算。以  $4 \times 4$  系统为例, 图 4 所示为 SIC 检测器中可以采用的全部排序模式, 最优排序方案有 24 种排序模式, 这对于实际系统来说是非常复杂的, 特别是当  $N_T$  很大时。因此, 需要复杂度低和易于实际实现的排序方案。

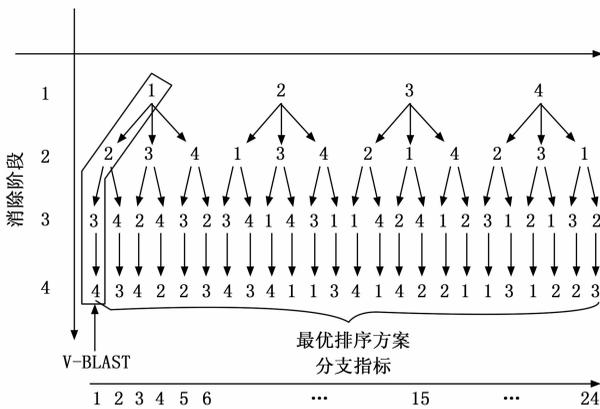


图 4 一个  $4 \times 4$  系统的最优排序方案示意图

为此, 下面提出 3 种次优排序方案来设计变换矩阵  $T_l$ , 使得它们能够用于检测器的低复杂度实现, 这 3 种次优排序方案从最优排序方案集中智能地选择子集。假设原始顺

序已按最优顺序 (最大 SINR 准则) 排好序, 最优排序方案集可在 Matlab 中通过应用 PERMS ( $N_T; -1; -1$ ) 得到。图 4 所示的 V-BLAST 顺序为最优排序方案集中的第一排序 (左边的指标 1)。

### 2.3.1 预先存储模式 (PSP)

预先存储模式 (PSP, pre-stored patterns) 是将第一个分支的变换矩阵  $T_1$  选择为单位矩阵  $I_{N_s}$ , 保持  $T_1 = I_{N_s}$  所描述的最优排序, 其余分支的排序模式可以描述为:

$$T_l = \begin{bmatrix} I_s & 0_{s, N_T-s} \\ 0_{N_T-s, s} & \phi[I_{N_T-s}] \end{bmatrix} \quad 2 \leq l \leq N_T \quad (13)$$

式中,  $0_{m,n}$  表示一个  $m \times n$  维的全 0 矩阵, 运算符  $\phi[\cdot]$  表示将参数矩阵的元素按列旋转, 这样单位矩阵就变成了反对角线上有 1 的矩阵。这个排序算法对消除的排序进行移位:

$$s = (l - 2) \quad 2 \leq l \leq N_T \quad (14)$$

在这个排序方案中, 分支数等于发射天线数。

### 2.3.2 频繁选择分支 (FSB)

频繁选择分支 (FSB, frequently selected branches) 算法的基本原理是构建一个码本, 码本包含最有可能选择分支的排序模式。为了构建这样的码本, 先确定出每个选择分支的统计信息, 然后用最有可能选择的  $L$  个分支来构建码本。算法 1 为该算法的实现伪代码。其中  $d_E$  表示全部可能分支的欧氏距离的向量,  $N_e$  表示进行的实验总数,  $L_{idx}$  定义为存储每个实验的选择分支,  $L_0$  为通过 PERMS ( $N_T; -1; -1$ ) 计算得到的最优排序模式的码本, 它给出了包含  $N_T$  个元素的所有可能排列的列表。注意, 在每次运行中, 在测得所有分支的欧氏距离之后, 在步骤 10, 把产生最小欧氏距离的分支存储在  $L_{idx}$  中。最后, 根据  $L_{idx}$  选出最频繁选择的  $L$  个分支来创建 FSB 码本  $L_{FSB}$ 。

算法 1: FSB 排序方案

1.  $d_E \leftarrow \text{NULL}, L_{idx} \leftarrow \text{NULL}, L_{FSB} \leftarrow \text{NULL}$
2.  $L_{opt} \leftarrow N_T!, l \leftarrow 1$
3.  $L_0 \leftarrow \text{PERMS}(N_T; -1; 1)$
4. **for**  $n_e = 1$  to  $N_e$  **do**
5.     **for**  $l = 1$  to  $L_{opt}$  **do**
6.          $T_l \leftarrow L_0(l)$
7.          $\hat{\mathbf{s}}_l[i] \leftarrow \text{SIC}(T_l H)$
8.          $d_E[l] \leftarrow \|\mathbf{r}[i] - \mathbf{H}\hat{\mathbf{s}}_l[i]\|^2$
9.     **end for**
10.  $L_{idx}(n_e) \leftarrow \text{MIN\_Index}(d_E)$
11. **end for**
12.  $L_{FSB} \leftarrow \text{SELECT}(\text{HIST}(L_{idx}), L)$

### 2.3.3 列表模式方法 (LPA)

由于在应用 FSB 算法之前必须做大量的前期准备, 因此提出一种在线码本更新算法, 称之为列表模式方法 (LPA, listing patterns approach)。假设信道是块衰落的, 一旦信道发生变化, 将重新选择一个排序模式列表来更新代码本。因此在这种情况下提出了 LPA 算法来实现码本的在线更新。算法实现的伪代码如算法 2。在每个包含  $L_0$  个

帧的块中采用最优排序方案, 方案在第一帧中穷举搜索所有可能的排序, 然后通过列出前  $L$  个排序模式, 在线更新码本  $L_{LPA}$ , 使得代价函数最小化。此后, 通过采用更新后的码本  $L_{LPA}$  检测剩下的帧, 直至检测完为止。

算法 2: LPA 排序方案

1.  $d_E \leftarrow \text{NULL}, L_{LPA} \leftarrow \text{NULL}$
2.  $L_{opt} \leftarrow N_T!, l \leftarrow 1$
3.  $L_0 \leftarrow \text{PERMS}(N_T; -1:1)$
4. **for**  $i=1$  to  $L_0$  **do**
5.     **if**  $i==1$  **then**
6.         **for**  $l=1$  to  $L_{opt}$  **do**
7.              $T_l \leftarrow L_0(l)$
8.              $\hat{s}_l[i] \leftarrow \text{SIC}(T_l, H)$
9.              $d_E[l] \leftarrow \|r[i] - H\hat{s}_l[i]\|$
10.          **end for**
11.          $L_{LPA} \leftarrow \text{SELECT}(d_E, L)$
12.     **else**
13.         **for**  $l=1$  to  $L$  **do**
14.              $T_l \leftarrow L_{LPA}(l)$
15.              $\hat{s}_l[i] \leftarrow \text{SIC}(T_l, H)$
16.              $d_E[l] \leftarrow \|r[i] - H\hat{s}_l[i]\|$
17.          **end for**
18.     **end if**
19. **end for**

### 3 MB-SIC 检测器的自适应实现

为了降低提出的检测算法复杂度, 并可应用于实际场景, 下面基于 RLS 算法提出一种接收机滤波器的自适应实现和信道估计。

#### 3.1 接收机滤波器的 RLS 算法自适应实现

本节将采用 RLS 算法的自适应 SIC 应用于接收机的分支中, 图 5 所示为采用自适应实现的第  $l$  个 SIC 分支的原理结构图。它工作在 2 种模式。第一种模式是训练模式, 第二种模式是判决导向模式。滤波器采用接收机已知的训练序列  $s[i]$  进行训练。首先对第一个子流进行线性滤波, 然后将确定的符号反馈并与原始输入向量连接在一起, 依次检测  $s[i]$  中的发射符号。具体来说, 引入如下记号:  $W_{l,n}[i]$  表示第  $l$  个分支的  $(N_R + n - 1)$  维权值向量,  $r_n[i]$  表示第  $n$  个线性滤波器的输入向量,  $\hat{s}_{l,n}[i]$  表示第  $n$  个线性滤波器输出, 其中  $n \in \{1, 2, \dots, N_T\}$ ,  $T_l s[i]$  表示第  $l$  个分支的训练序列, 检测顺序由排序模式  $T_l$  确定。注意, 在训练模式下  $\hat{s}_{l,n}[i] \in T_l s[i]$  表示训练符号, 而在判决导向模式下,  $\hat{s}_{l,n}[i]$  由检测符号  $Q(\hat{z}_{l,n}[i])$  替代。线性滤波器的输出可以表示为:

$$\hat{z}_{l,n}[i] = W_{l,n}^H[i] r_{l,n}[i] \quad (15)$$

其中:

$$\begin{cases} r_{l,n}[i] = r[i] & n = 1 \\ r_{l,n}[i] = [r_{l,n-1}^T[i], \hat{s}_{l,n-1}[i]]^T & n = 2, \dots, N_T \end{cases} \quad (16)$$

式 (15) 中的权值向量  $W_{l,n}[i]$  可通过求解标准最小二乘 (least squares, LS) 问题得到。具体而言, 具有指数

窗的 LS 代价函数为:

$$J_n[i] = \sum_{k=1}^i \lambda^{i-k} |\hat{s}_{l,n}[i] - W_{l,n}^H[i] r_{l,n}[i]|^2 \quad (17)$$

使  $J_n[i]$  最小的最优抽头权值向量为:

$$W_{l,n}[i] = R_{l,n}^{-1}[i] p_{l,n}[i] \quad (18)$$

式中,  $R_{l,n}[i]$  为时间平均相关矩阵, 定义为:

$$R_{l,n}[i] = \sum_{k=1}^i \lambda^{i-k} r_{l,n}[k] r_{l,n}^H[k] \quad (19)$$

$p_{l,n}[i]$  为时间平均互相关向量, 定义为:

$$p_{l,n}[i] = \sum_{k=1}^i \lambda^{i-k} r_{l,n}[k] \hat{s}_{l,n}[k] \quad (20)$$

众所周知, 式 (18) 中的最优权值可以用 RLS 算法递归计算, 总结如下:

$$\Phi_{l,n}[0] = \delta^{-1} I \quad (21a)$$

$$k_{l,n}[i] = \frac{\lambda^{-1} \Phi_{l,n}[i] r_{l,n}[i]}{1 + \lambda^{-1} r_{l,n}^H[i] \Phi_{l,n}[i] r_{l,n}[i]} \quad (21b)$$

$$\Phi_{l,n}[i] = \lambda^{-1} \Phi_{l,n}[i-1] - \lambda^{-1} k_{l,n}[i] r_{l,n}^H[i] \Phi_{l,n}[i-1] \quad (21c)$$

$$W_{l,n}[i] = W_{l,n}[i-1] + k_{l,n}[i] \xi_{l,n}[i] \quad (21d)$$

式中,  $\delta$  为小常数,  $k_{l,n}[i]$  为第  $l$  个分支的增益向量,  $\xi_{l,n}[i]$  为估计误差, 定义如下:

$$\xi_{l,n}[i] = \hat{s}_{l,n}[i] - W_{l,n}^H[i] r_{l,n}[i] \quad (22)$$

式中,  $(\cdot)^*$  表示共轭运算。

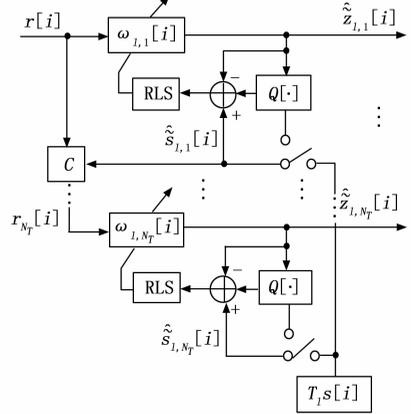


图 5 采用自适应实现的第  $l$  个 SIC 分支的原理结构图

#### 3.2 复杂度分析

本节对基于 RLS 实现的 MB-SIC 检测器算法和其他现有算法 (采用 RLS 的线性检测器、采用 RLS 的 V-BLAST 和 SD) 在加法和乘法方面的计算复杂度进行分析, 如表 1 所示。可见, 基于 RLS 的线性检测器有最低的复杂度为  $O(N_R^2)$ , V-BLAST 的复杂度为  $O(N^2)$ , 其中  $N = \max\{N_T, N_R\}$ 。当信噪比水平为低、中和高阶调制以及采用更多天线时 (如 16-QAM 和  $8 \times 8$  系统), SD 的复杂度极高, 而本文算法的复杂度是固定不变的。因为 SD 的复杂度与星座大小  $M$  和半径  $d$  有关, 半径  $d$  的选择实际上与噪声方差成比例。

#### 3.3 性能分析

本节将对本文提出的算法进行比特差错概率 (BEP, bit error probability, 即通常所说的误码率 (BER, bit error

ratio)) 性能分析。

表 1 不同算法的计算复杂度比较

算法	每个符号运算次数	
	乘法	加法
线性 MMSE-RLS	$4N_R^2 + 4N_R$	$3N_R^2 + 2N_R - 1$
V-BLAST-RLS	$4N_R^2 + 4N_T N_R + 4N_T^2/3$	$3N_R^2 + 3N_T N_R - N_R + N_T^2 - N_T$
提出的 RLS	$(2N_R^2 + 2N_T N_R + N_T^2)L$	$(2N_R^2 + 2N_T N_R - N_R + N_T)L -$
SD	$\sum_{k=1}^{N_T} (Mk + k/2)d^k + 2N_T^2$	$\sum_{k=1}^{N_T} (M(k+1) + k/2)d^k + 2N_T^2$

不失一般性, 以下假设在第  $n$  步中检测到  $s[i]$  的第  $n$  个元素  $s_n[i]$ 。可得到采用 SIC 时的 BEP 为:

$$P_e = \frac{1}{N_T} \sum_{n=1}^{N_T} P_e \quad (30)$$

式中,  $P_e$  表示在检测第  $n$  个符号时出错的概率。考虑到误差传播的影响, 确定  $P_e$  的精确表达式是很难的。这里采用一种简单方法来估计这些概率。根据全概率定理可得:

$$P_e = \sum_{j=0}^{N_n-1} P\{e_n | E_j^{(n)}\} P\{E_j^{(n)}\} \quad (31)$$

式中,  $N_n = 2^{n-1}$  个互斥差错事件  $E_j^{(n)}$  满足  $P\{\cup_{j=0}^{N_n-1} E_j^{(n)}\} = 1$ 。每个差错事件  $E_j^{(n)}$  都与一个  $(n-1)$  维向量  $e_j^{(n)}$  关联。如果在第  $m$  步正确检测到符号, 则元素  $e_{j,m}^{(n)}$  为 0, 否则为 1。为方便起见, 以下假设  $e_j^{(n)}$  是一个包含数字  $j$  的二进制表示的  $(n-1)$  维向量。考虑  $n=4$  的简单情形, 这时得到  $N_n - 1 = 7$ , 且  $e_5^{(4)} = [1, 0, 1]^T$  表示差错事件, 即第一个和第三个符号被错误地检测, 第二个符号被正确地检测。为了更好地理解  $P\{e_n | E_j^{(n)}\}$  的推导, 也以  $n=4$  为例。  $P\{e_4 | E_5^{(4)}\}$  表示以差错事件  $E_5^{(4)}$  为条件的第四个符号的差错概率。  $P\{e_n | E_j^{(n)}\}$  可以表示为:

$$P\{e_n | E_j^{(n)}\} = Q(\sqrt{\gamma_n | E_j^{(n)}}) \quad (32)$$

式中,  $\gamma_n | E_j^{(n)}$  表示以差错事件  $E_j^{(n)}$  为条件的第  $n$  个检测符号的 SINR, 函数  $Q(x)$  定义为  $Q(x) = (1/2)\text{erfc}(x/\sqrt{2})$ 。为了得到 SINR, 考虑按照式 (7) 的接收向量  $r_n[i]$  和 MMSE 向量  $W_n$  为:

$$r_n[i] = \sum_{l=1}^{N_T} (\mathbf{H})_{i,l} s_l[i] + \underbrace{\sum_{l=1}^{n-1} (\mathbf{H})_{i,l} (s_l[i] - \hat{s}_l[i])}_{\tilde{\mathbf{v}}_n | E_j^{(n)}} + \mathbf{v}[i] \quad (33a)$$

$$W_n = \left( \tilde{\mathbf{H}} \tilde{\mathbf{H}}^H + \frac{\sigma_v^2}{\sigma_s^2} \mathbf{I} \right)^{-1} (\mathbf{H})_n \quad (33b)$$

式中,  $\tilde{\mathbf{v}}_n | E_j^{(n)}$  表示与差错事件  $E_j^{(n)}$  相关的等效噪声向量。结果表明, 先前符号中的差错会导致额外的干扰, 从而导致性能退化。为了近似该模型, 假设  $\tilde{\mathbf{v}}_n | E_j^{(n)}$  是一个高斯随机变量, 且其  $E\{\tilde{\mathbf{v}}_n | E_j^{(n)}\} = 0$ , 而且:

$$\Gamma_{\tilde{\mathbf{v}}_n | E_j^{(n)}} = E\{\tilde{\mathbf{v}}_n | E_j^{(n)} \tilde{\mathbf{v}}_n^H | E_j^{(n)}\} = \left( \sum_{l=1}^{n-1} \|(\mathbf{H})_l\|^2 E\{|s_l[i] - \hat{s}_l[i]|^2\} + \frac{\sigma_v^2}{\sigma_s^2} \right) \mathbf{I} \quad (34)$$

因此, 第  $n$  次检测的期望信号协方差矩阵和干扰加噪声协方差矩阵分别为  $\mathbf{R}_s^n = \sigma_s^2 (\mathbf{H})_n (\mathbf{H})_n^H$  和  $\mathbf{R}_{i,n} | E_j^{(n)} = \tilde{\mathbf{H}}_n \tilde{\mathbf{H}}_n^H + \Gamma_{\tilde{\mathbf{v}}_n | E_j^{(n)}}$ 。实际上, 干扰加噪声协方差矩阵与差错事件相关, 而且由差错传播引起的等效噪声功率是增大的。因此, 以差错事件  $E_j^{(n)}$  为条件的第  $n$  个检测符号的输出 SINR 为:

$$\gamma_n | E_j^{(n)} = \frac{W_n^H \mathbf{R}_s^n W_n}{W_n^H \mathbf{R}_{i,n} | E_j^{(n)} W_n} \quad (35)$$

将式 (34) 代入式 (31) 可得到条件差错概率  $P\{e_n | E_j^{(n)}\}$ 。现在考虑  $P\{E_j^{(n)}\}$  的计算, 可以写成:

$$P\{E_j^{(n)}\} = P\{e_j^{(n)}\} = P\{\cap_{m=1}^{n-1} e_{j,m}^{(n)}\} \quad (36)$$

通过利用条件概率性质得到:

$$P\{\cap_{m=1}^{n-1} e_{j,m}^{(n)}\} = \prod_{m=1}^{n-1} P\{e_{j,m}^{(n)} | \cap_{k=1}^{m-1} e_{j,k}^{(n)}\} = P\{e_{j,n-1}^{(n)} | \cap_{k=1}^{n-2} e_{j,k}^{(n)}\} \times P\{e_{j,n-2}^{(n)} | \cap_{k=1}^{n-3} e_{j,k}^{(n)}\} \dots P\{e_{j,1}^{(n)}\} \quad (37)$$

式中,  $P\{e_{j,n-1}^{(n)} | \cap_{k=1}^{n-2} e_{j,k}^{(n)}\}$  表示在检测前  $(n-2)$  个符号的条件下, 当检测第  $(n-1)$  个符号时, 错误判决  $e_{j,n-1}^{(n)} = 1$  或正确判决  $e_{j,n-1}^{(n)} = 0$  的概率。将式 (32) 和式 (37) 代入式 (31), 然后再将式 (31) 代入式 (30), 最终可得平均 BEP  $P_e$  计算为:

$$P_e = \frac{1}{N_T} \sum_{n=1}^{N_T} \sum_{j=0}^{N_n-1} Q(\sqrt{\gamma_n | E_j^{(n)}}) \times P\{e_{j,n-1}^{(n)} | \cap_{k=1}^{n-2} e_{j,k}^{(n)}\} \times P\{e_{j,n-2}^{(n)} | \cap_{k=1}^{n-3} e_{j,k}^{(n)}\} \dots P\{e_{j,1}^{(n)}\} \quad (38)$$

### 4 仿真结果

本节评价了所提出的算法和现有 MIMO 检测算法包括 ML 检测器、线性 MMSE 检测器、V-BLAST 和 PIC 的 BER 性能; 仿真中考虑独立同分布 (i. i. d., independent identically distributed) 随机衰落信道模型, 其系数取均值为零和单位方差的复高斯随机变量。信噪比定义为  $\text{SNR} = 10 \log_{10}(N_T \sigma_s^2 / \sigma_v^2)$ , 其中  $\sigma_s^2$  为发射符号的方差,  $\sigma_v^2$  为噪声方差; 在全部实验中, 假设  $N_T = N_R = 4$ 。

#### 4.1 非自适应检测器性能评价

实验中采用 QPSK 调制、16-QAM 调制和每流 100 个符号的数据包。首先通过应用 3 个候选选择规则来比较本文提出的检测器的 BER 性能与 SNR 的关系, 结果如图 6 所示。可见, 在已知信道信息的情况下, 采用 ML 准则的检测器性能优于其他准则。在接下来的非自适应检测器仿真中, 把 ML 准则作为选择规则。

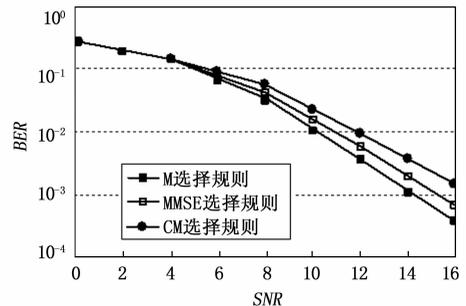


图 6 候选选择规则之间的 BER 性能比较

下面考查本文提出的非自适应 MB-SIC 检测器和现有检测器的性能比较, 图 7 所示为采用 QPSK 调制时得到的 BER 性能与 SNR 的关系曲线。图中将本文所提出的排序方案与最优排序方案实现的 MB-SIC 检测器, 以及与现有的线性 MMSE 检测器、VBLAST 探测器、MMSE-PIC 检测器和最优 ML 检测器进行了比较。对于本文所提出的排序方案, 需要配置  $L$  个分支数。其中 PSP 方案的最大  $L$  值设置为  $N_T$ , 对于 FSB 和 LPA 方案, 考虑到计算复杂度和性能之间的权衡, 设置  $L=10$ ; 可以看到, 本文提出的 MB-SIC 检测器的性能优于线性 MMSE、V-BLAST 和 MMSE-PIC 检测器。对于采用最优排序方案的检测器性能, 测试了全部  $N_T!$  个可能分支, 并选择最可能的估计值。结果表明, 性能非常接近最优 ML 检测器, 而且采用 FSB 和 LPA 方案的检测器性能与采用最优排序方案的检测器性能相当。

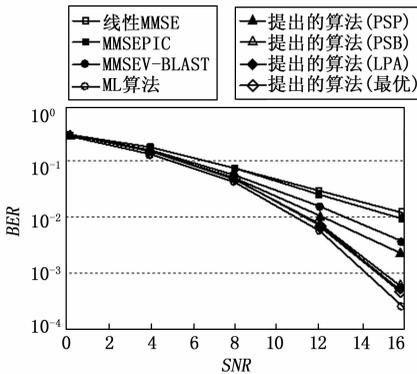


图 7 提出的算法与现有算法的 BER 性能比较 (QPSK)

图 8 所示为采用 16-QAM 调制时的 BER 性能与 SNR 的关系曲线。图中结果表明, 采用最优排序方案的 MB-SIC 检测器性能接近 SD 检测器的性能, 采用 FSB 方案的检测器性能略优于 LPA 方案。值得注意的是, 本文提出的算法在低和中等水平的 SNR 值具有较低的复杂度, 这在一定程度上有利于编码系统。

#### 4.2 自适应检测器性能评价

在这个实验中, 在一个数据包中每流使用 50 个训练符号和 500 个信息符号, 并且对 5 000 次运行结果取平均值; 图 9 所示为采用基于 RLS 算法的自适应实现的 MB-SIC 检测器的 BER 性能与 SNR 的关系, 图例中的“ $A$ ”表示“自适应”, “ $NA$ ”表示“非自适应”, “ $CE$ ”表示“信道估计”, “ $PCE$ ”表示“精确信道估计”; 结果表明, 具有精确信道估计的自适应接收机的性能要优于非自适应接收机的性能, 且具有低得多的复杂度。还可看到, 提出的基于 RLS 算法的信道估计略逊于精确信道估计, 但优于不采用信道估计的算法和 V-BLAST 接收机。

### 5 结束语

本文针对 MIMO 空间多路复用系统, 提出了一种新的

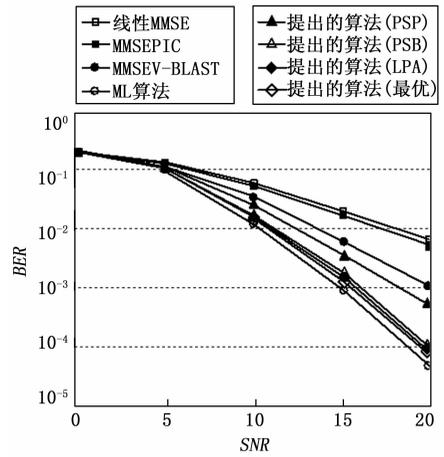


图 8 提出的算法与现有算法的 BER 性能比较 (16-QAM)

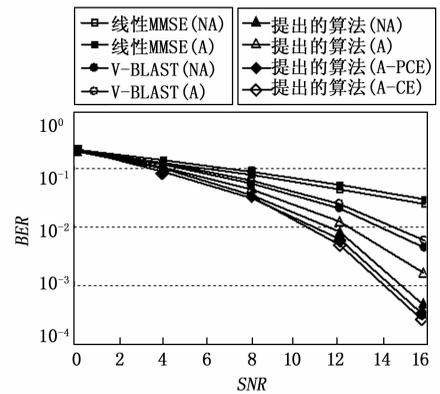


图 9 自适应实现提出的算法和现有算法的 BER 性能比较

基于多个并行分支的 MMSE SIC 检测器。提出的检测器在多个并行分支上采用连续干扰消除, 每个分支得到一个符号估计向量, 因此, 在多分支结构的末端有一组符号估计向量; 根据不同的应用需求, 可以采用不同的准则 (如 ML、MMSE 和 CM) 作为选择规则来选择最好性能的分支, 并在最优排序方案的基础上, 提出了 3 种次优排序方案; 此外, 还提出了基于 RLS 算法的 MB-SIC 接收机的自适应实现; 通过仿真, 将所提出的 MMSE MB-SIC 检测器与几种现有的检测器进行了比较, 结果表明, 提出的检测器获得了更高的检测分集, 能够在显著降低复杂度的同时接近最优 ML 检测器。

#### 参考文献:

[1] KHANI N A K K. 新一代无线通信中的多输入多输出 (MIMO) 技术研究 [D]. 大连: 大连理工大学, 2016.  
 [2] 邓国辉, 牛丹丹. 基于莱斯衰落信道的 MIMO 系统分集复用接收方法及其性能研究 [J]. 现代信息科技, 2019, 3 (1): 46-49, 53.  
 [3] DIAZ M, PEREZ-ABREU V. On the capacity of block multi-

- antenna channels [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2017, 63 (8): 5286–5298.
- [4] 崔梦佳. 滑动窗大规 MIMO 的容量分析与预编码 [D]. 南京: 东南大学, 2018.
- [5] 曹天阳. 大规模 MIMO 系统下的全向 STBC 编码设计与性能分析 [J]. *无线通信*, 2018, 8 (1): 18–36.
- [6] MIRIDAKIS N I, TSIFTSIS T A, VERGADOS D D, et al. All cognitive MIMO: new multiuser detection approach with different priorities [J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2018, 17 (8): 5148–5161.
- [7] 卢美玲, 唐加山, 杨慧霞, 等. 基于修正扩展信道矩阵的球形解码算法 [J]. *信息通信*, 2019 (8): 5–9.
- [8] SIMARRO M N, GARCIA-MOLLA V M, VIDAL A, et al. Soft MIMO detection through sphere decoding and Box optimization [J]. *Signal Processing*, 2018, 145: 48–58.
- [9] LI Y M, TONG S C, LI T H, et al. Hybrid fuzzy adaptive output feedback control design for uncertain MIMO nonlinear systems with time-varying delays and input saturation [J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems: A Publication of the IEEE Neural Networks Council*, 2016, 24 (4): 841–853.
- [10] KUBO H. Double differential encoding employing double decision-feedback multiple deferential detection for fast time-varying channels [J]. *The Institute of Electronics, Information and Communication Engineers*, 2018, 117 (456): 81–86.
- [11] WANG T Q, WEN C K, JIN S, et al. Deep learning-based CSI feedback approach for time-varying massive MIMO channels [J]. *IEEE wireless communications letters*, 2019, 8 (2): 416–419.
- [13] XI J Y, YAN S F, XU L J, et al. Soft direct-adaptation based bidirectional turbo equalization for MIMO underwater acoustic communications [J]. *China Communications*, 2017, 14 (7): 172–183.
- [22] 张战战. 全双工大规模 MIMO 中继通信系统的干扰分析及性能优化 [D]. 上海: 上海交通大学, 2018.
- [14] YUE Z Q, GUO Q, XIANG W. Complex Gaussian belief propagation algorithms for distributed multicell multiuser MIMO detection [C] //2014 IEEE Global Communications Conference, Austin, TX, USA, 2014: 2387–2392.
- [15] ISHIKAWA N, RAJASHEKAR R, XU C, et al. Differential Space-Time Coding Dispensing with Channel-Estimation Approaches the Performance of Its Coherent Counterpart in the Open-Loop Massive MIMO-OFDM Downlink [J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2018, 66 (12): 6190–6204.
- [16] ZHAO G L, WANG J P, SONG J P, et al. A novel signal detection algorithm of multiple-input multiple-output Vertical-Bell Laboratories Layered Space-Time for underwater acoustic networks based on the improved minimum mean square error [J]. *International Journal of Distributed Sensor Networks*, 2020, 16 (12): 1–13.
- [17] 孙乐, 孔勇, 黄虎. MIMO 系统 V-BLAST 检测算法的 FPGA 实现 [J]. *电子与封装*, 2017, 17 (6): 31–35.
- [18] ZHANG J, PAN P, YANG L L. Dynamic DS-CDMA Aided By Successive Interference Cancellation for Massive Grant-Free Multiple-Access [C] // 2018 10th International Conference on Wireless Communications and Signal Processing (WCSP), Hangzhou, China, 2018: 1–7.
- [19] 刘梦, 刘威, 周志刚. 基于线性因子更新的频域迭代判决反馈均衡 [J]. *信号处理*, 2019, 35 (10): 1739–1746.
- [20] 李雪姣, 徐松毅. 基于噪声预测的低复杂度判决反馈均衡 [J]. *电讯技术*, 2018, 58 (2): 186–190.
- [21] 赵海军, 黄平, 贺春林, 等. 基于多级串行干扰和并行干扰消除的多用户检测器设计 [J]. *通化师范学院学报*, 2019, 40 (6): 1–6, 10.
- [22] HAMA Y, OCHIAI H. A low-complexity matched filter detector with parallel interference cancellation for massive MIMO systems [C] //2016 IEEE 12th International Conference on Wireless and Mobile Computing, Networking and Communications (WiMob), New York, NY, USA, 2016: 1–6.
- [23] 肖瑛, 崔艳秋. 基于组合代价函数的双模式盲均衡新算法 [J]. *电子学报*, 2018, 46 (6): 1482–1487.
- [18] ROGERS J, BALL J E, GURBUZ A C. Estimating the number of sources via deep learning. *IEEE Radar Conference*, 2019: 1–5.
- [19] ADAVANNE S, POLITIS A, NIKUNEN J, et al. Sound event localization and detection of overlapping sources using convolutional recurrent neural networks [J]. *IEEE Signal Processing*, 2018, 13 (1): 34–48.
- [20] 巫军卫, 张旻, 钟子发. 基于 RBF 神经网络的弱信号 DOA 估计方法 [J]. *计算机应用研究*, 2011, 28 (7): 2470–2472.
- [21] 崔皓, 李冬海. 基于两种神经网络方法分析的 DOA 估计算法比较 [J]. *现代电子技术*, 2008 (21): 60–61.

⋯⋯⋯  
(上接第 21 页)

- [14] LEE H Y, CHO J W, KIM M. DNN-based feature enhancement using DOA-constrained ICA for Robust Speech Recognition [J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2016, 23 (8): 1091–1095.
- [15] LI Q, ZHANG X, LI H. Online direction of arrival estimation based on deep learning [J]. *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 2018: 2616.
- [17] 王鹏, 张楠, 郭亚强, 等. 基于果绳算法优化广义回归神经网络的矢量水听器的 DOA 估计 [J]. *数学的实践与认识*, 2017, 47 (13): 150–155.