

# 基于品质可调小波去噪的低速滚动轴承故障诊断

何陈程, 王文波, 喻敏

(武汉科技大学 理学院, 武汉 430065)

**摘要:** 针对低速运行滚动轴承故障特征易被噪声湮没的问题, 提出了一种基于可调品质因子小波分解的分层自适应阈值去噪方法, 并将该方法与包络谱分析相结合, 对低速轴承进行故障分析与诊断; 首先, 将采集到的轴承振动信号进行 TQWT 分解, 得到分解后的各层小波系数; 然后, 利用 Sigmoid 函数构造分层自适应阈值函数, 并利用该阈值函数对 TQWT 的高频系数进行阈值去噪处理; 最后, 结合去噪后的高频小波系数和低频小波系数对信号进行重构, 得到去噪后的轴承振动信号; 通过仿真故障信号, 模拟故障实验信号和实测故障信号分别进行了去噪实验分析; 实验结果表明, 经典的软阈值函数和硬阈值函数相比, 该方法能获得更好的去噪效果, 在降低噪声干扰的同时, 有效保留了轴承的故障特征信息, 去噪后信号的包络谱, 可以清晰地呈现故障的频谱特征, 并观察到故障特征的多倍频峰值, 且峰值附近干扰很少, 有效提高了轴承早期故障的诊断精度; 在仿真信号实验中, 与软阈值、硬阈值函数相比, 该方法去噪后, 具有更高的信噪比 (SNR) 和更低的均方根误差 (RMSE), 与硬阈值函数相比, 此方法的 SNR 平均增加了 4.149 1, RMSE 平均下降了 0.132 9; 与软阈值函数相比, 该方法的 SNR 平均增加了 5.111 8, RMSE 平均下降了 0.150 5。

**关键词:** 品质可调小波; 小波阈值去噪; 自适应阈值函数; 低速滚动轴承; 包络谱分析

## Low-speed Rolling Bearing Fault Diagnosis Based on Quality Adjustable Wavelet Denoising

HE Chencheng, WANG Wenbo, YU Min

(School of Science, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430065, China)

**Abstract:** In view of the problem that low-speed running rolling bearing fault characteristics are prone to noise annihilation, a hierarchical adaptive threshold denoising method based on tunable Q-factor wavelet transform (TQWT) is proposed, combined with envelope spectrum analysis, fault analysis and diagnosis of low-speed bearings are carried out. Firstly, the collected bearing vibration signal is decomposed by the TQWT method to obtain the decomposed wavelet coefficient; Then the hierarchical adaptive threshold function using Sigmoid function is constructed to threshold the high frequency coefficient of TQWT; Finally, combined with the high frequency wavelet coefficient and low frequency wavelet coefficient, the signal is reconstructed to obtain the denoising bearing vibration signal. By simulating the fault signal, the simulated fault signal and measured fault signal are analyzed by the denoising experiment respectively. Experimental results show that compared with the classical soft threshold function and hard threshold function, the method in this paper can obtain better denoising effect. While reducing noise interference, the fault characteristic information of the bearing is effectively preserved. The envelope spectrum of the denoising signal can clearly show the spectral characteristics of the fault, and the multi-frequency peak of the fault characteristic can be observed, and there is little interference near the peak. Which effectively improves the diagnosis accuracy of early bearing faults. In the simulation signal experiment, compared with the soft threshold and hard threshold functions, the method in this paper has higher signal-to-noise ratio (SNR) and lower root mean square error (RMSE) after denoising. Compared with the hard threshold function, the average SNR of the proposed method increased by 4.149 1, and the average RMSE decreased by 0.132 9; Compared with the soft threshold function, the average SNR of the proposed method increased by 5.111 8, and the average RMSE decreased by 0.150 5.

**Keywords:** TQWT; wavelet threshold denoising; adaptive threshold function; low-speed rolling bearing; envelope spectrum analysis

## 0 引言

滚动轴承是许多旋转机械的重要部件, 当滚动轴承发

生故障时会严重影响机械的性能。因此, 针对滚动轴承的状态监测和故障诊断受到众多学者的广泛关注。滚动轴承的主要部件是内圈、外圈、滚珠和保持架。轴承发生故障

收稿日期: 2022-08-02; 修回日期: 2022-09-05。

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51877161)。

作者简介: 何陈程(1998-), 女, 湖北宜昌市人, 硕士研究生, 主要从事信号处理和深度学习方向的研究。

通讯作者: 王文波(1978-), 男, 湖北襄阳市人, 博士研究生, 教授, 主要从事小波分析和信号处理方向的研究。

引用格式: 何陈程, 王文波, 喻敏. 基于品质可调小波去噪的低速滚动轴承故障诊断[J]. 计算机测量与控制, 2023, 31(4): 16-23.

后, 每当滚动元件与故障部位接触时都会引起一系列的冲击, 这些冲击产生的脉冲会激发整个系统的周期性振动, 滚动轴承故障诊断方案也是基于检测故障冲击所引起的周期性振动而形成的。

目前滚动轴承故障诊断方法主要包括时域诊断、频域诊断和时频域诊断等。检测故障周期性冲击最简单的方法是快速傅里叶变换 (FFT, fast fourier transform)。在轴承振动信号采集过程中, 由于现场环境和其他设备的干扰, 往往采集到的信号中包含较强的背景噪声, 采用传统的 FFT 通常难以清晰地识别信号频谱中与轴承故障相关的特征。为了克服噪声的影响, 提高轴承故障的检测精度, 高频谐振技术<sup>[1-2]</sup>, 最小熵反卷积<sup>[3]</sup>, 谱峰度<sup>[4]</sup>, 高阶谱技术<sup>[5]</sup>, 经验模态分解<sup>[6-7]</sup>, 小波去噪<sup>[8-9]</sup>, 小波分解树<sup>[10]</sup>等方法被陆续提出。

对于高速运行的滚动轴承, 由于故障而产生的脉冲冲击强度足够高, 现有的方法可以得到较好的诊断精度<sup>[11]</sup>。然而, 当由轴承支撑的转子低速运转时 (通常当转速低于 100 rpm 被认为是低速)<sup>[12]</sup>, 与故障相关的冲击特征通常比较弱, 并且往往被背景噪声所淹没, 此时, 传统的诊断方法往往不能有效地检测出轴承的缺陷<sup>[13-14]</sup>。为了克服传统诊断方案对低速滚动轴承故障检测的不足, 应力波分析<sup>[13]</sup>、归纳推理分类<sup>[14]</sup>、参数谱分析<sup>[15]</sup>、多带自回归解调<sup>[16]</sup>等诊断方案被提出, 然而该类方法对噪声比较敏感, 在进行诊断识别前, 需要事先对噪声进行抑制处理, 限制了该类方法的推广使用。

为了进一步提高低速轴承故障诊断精度以及优化降噪效果, 本文引入品质可调小波, 提出一种基于 TQWT 小波去噪和自适应阈值相结合的低速滚动轴承故障信号去噪方法。该方法中, 首先对低速滚动轴承振动信号进行 TQWT 分解; 然后, 利用 sigmoid 函数构造一种改进的分层自适应阈值函数, 对 TQWT 系数进行去噪处理; 最后, 利用去噪后的小波系数重构去噪振动信号, 并对重构后的信号进行包络分析, 实现低速滚动轴承的故障诊断以及故障信号去噪。

通过实测信号进行了实验分析, 实验结果表明, 本文方法不仅有效滤除了轴承振动信号中的噪声成分, 而且较好的保留了由于故障冲击而引起的高频冲击性特征, 从去噪后的信号中可以成功的提取微弱故障特征, 对低速轴承的故障诊断问题, 具有较高的识别准确度, 具有较好的工程实用价值。

### 1 品质可调小波变换

可调品质因子小波变换 (TQWT) 是可完全重构的离散小波变换, 它通过迭代应用高通滤波器组 (HPS  $\beta$ ) 和低通滤波器组 (LPS  $\alpha$ ) 对信号进行逐层分解<sup>[17]</sup>。TQWT 对信号  $x(n)$  进行  $J$  级分解和重构的过程如图 1 所示。

图 1 中,  $H(\omega)$ 、 $L(\omega)$  分别表示高通滤波器和低通滤波器的频率响应函数;  $H^*(\omega)$  和  $L^*(\omega)$  表示相应的复共轭;

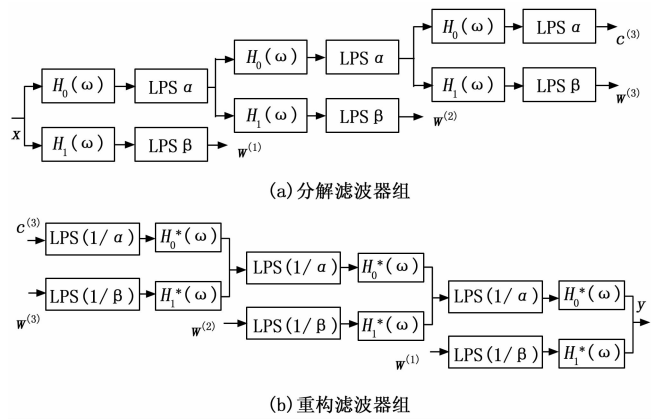


图 1  $J$  级 ( $J=3$ ) TQWT 对信号  $x$  的分解与重构

LPS $\alpha$  表示低通滤波器系数, HPS $\beta$  表示高通滤波器系数。由图 1 可以看出, TQWT 通过级联滤波器组, 将信号  $x(n)$  分解到不同的频带内, 从而得到细节小波系数  $w_j^{(j)}, j = 1, 2, \dots, J$  和近似小波系数  $w_0^{(j)}$ 。重构时, 将系数  $w_j^{(j)}, j = 1, 2, \dots, J$  和  $w_0^{(j)}$  分别送入重构滤波器组, 即可得到重构后信号  $y(n)$ 。

在 TQWT 中, 高通滤波器  $H(\omega)$  和低通滤波器  $L(\omega)$  的频率响应分别定义如下:

$$H(\omega) = \begin{cases} 0, & |\omega| \leq (1-\beta)\pi \\ \theta\left(\frac{\alpha\pi - \omega}{\alpha + \beta - 1}\right), & (1-\beta)\pi < |\omega| < \alpha\pi \\ 1, & \alpha\pi \leq |\omega| \leq \pi \end{cases} \quad (1)$$

$$L(\omega) = \begin{cases} 1, & |\omega| \leq (1-\beta)\pi \\ \theta\left(\frac{\omega + (\beta-1)\pi}{\alpha + \beta - 1}\right), & (1-\beta)\pi < |\omega| < \alpha\pi \\ 0, & \alpha\pi \leq |\omega| \leq \pi \end{cases} \quad (2)$$

其中:  $\theta(\omega)$  是具有两个消失矩的 Daubechies 小波基<sup>[18]</sup>, 即:

$$\theta(\omega) = \frac{(1 + \cos\omega)\sqrt{2 - \cos\omega}}{2}, |\omega| \leq \pi \quad (3)$$

TQWT 有 3 个参数: 品质因子  $Q$ 、冗余系数  $r$  和分解层数  $J$ , 在 TQWT 中, 高通滤波系数  $\beta$ , 低通滤波系数  $\alpha$  与  $Q$ 、 $r$  之间的关系如下:

$$\beta = \frac{2}{Q+1}, \alpha = 1 - \frac{2}{(Q+1)r} \quad (4)$$

显然, TQWT 的性能受  $Q$ 、 $r$  和  $J$  三个参数因素影响。其中品质因子  $Q$  定义为频率  $\omega_c$  和带宽  $B_w$  的比值, 即  $Q = \frac{\omega_c}{B_w}$ ,  $Q$  主要影响小波的振荡行为,  $Q$  值越高, 小波基的振荡周期越多。而当冗余度  $r$  接近 1 时, 信号小波分解后的时频图在在时域中的定位较差, 因此  $r$  的取值范围一般为  $r \geq 3$ <sup>[19]</sup>。 $J$  决定 TQWT 的分解级数, TQWT 的最大理论分解层数 ( $J_{\max}$ ) 可以使用  $Q$  和  $r$  计算,

$$J_{\max} = \left\lfloor \log\left(\frac{N}{4(Q+1)}\right) / \log\left(\frac{Q+1}{Q+1-r/2}\right) \right\rfloor \quad (5)$$

其中:  $N$  是数据长度,  $|\cdot|$  表示向下取整。

当  $Q = 1, r = 3, N = 10\ 000$  时,  $J = 17$ , 此时 TQWT 小波变换的频率响应如图 2 所示。

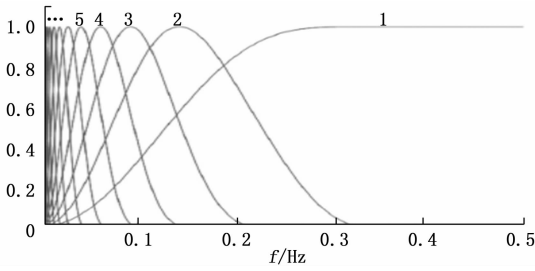


图 2 TQWT 频率响应图

## 2 自适应阈值 TQWT 小波去噪

### 2.1 小波阈值去噪基本理论

小波阈值去噪是一种广泛使用的信号去噪方法<sup>[9]</sup>, 可较好地去除噪声并提取信号的关键特征, 而且小波阈值去噪不需要污染信号中噪声特征的先验信息<sup>[10-11]</sup>。小波阈值去噪主要包括以下步骤: 小波基的选择, 分解级数的确定, 阈值函数选取以及去噪阈值估计。其中, 选取合适的阈值函数对小波去噪的结果至关重要。

假设含噪信号为  $x(k) = s(k) + n(k)$ , 其中  $s(k)$  为未含噪声的纯净信号,  $n(k)$  为噪声信号, 则信号经小波变换后可表示为:

$$w_{j,k} = u_{j,k} + \varepsilon_{j,k}, j = 1, \dots, J; k = 1, \dots, K \quad (6)$$

式中,  $w_{j,k}$  表示含噪信号的小波系数,  $u_{j,k}, \varepsilon_{j,k}$  分别表示纯净信号和噪声的小波系数,  $j$  表示小波分解尺度。已有的研究表明, 往往噪声信号的小波系数较小, 而有用信号的小波系数较大, 因此可以通过对  $w_{j,k}$  设置合理的阈值, 区分其为信号小波系数还是噪声小波系数<sup>[20]</sup>。传统的小波阈值函数为硬阈值函数和软阈值函数<sup>[21]</sup>, 硬阈值函数的表达式为:

$$(\tilde{w}_{j,k})_h = \begin{cases} w_{j,k}, & \text{if } |w_{j,k}| \geq \lambda \\ 0, & \text{if } |w_{j,k}| < \lambda \end{cases} \quad (7)$$

软阈值函数的表达式为:

$$(\tilde{w}_{j,k})_s = \begin{cases} w_{j,k} - \lambda, & \text{if } w_{j,k} > \lambda \\ 0, & \text{if } |w_{j,k}| \leq \lambda \\ w_{j,k} + \lambda, & \text{if } w_{j,k} < -\lambda \end{cases} \quad (8)$$

式中,  $\tilde{w}_{j,k}$  表示去噪后的小波系数,  $\lambda = \sigma \sqrt{2 \log K}$  表示去噪阈值。

### 2.2 自适应阈值函数

由式 (7)、(8) 可知, 硬阈值函数是将那些绝对幅值不大于阈值的点置零, 从而保留剩下那些绝对幅值大于阈值的点。然而硬阈值函数在正、负阈值处都存在间断点, 重构后的信号会产生振荡和模糊。软阈值函数虽然在阈值处连续, 但是整体将进行收缩, 重构后的信号与原始信号存在恒定偏差。

对于如何选取阈值函数, 我们知道当函数在阈值处连续且可导时降噪效果更好。在此基础上若设置函数向硬阈

值函数靠拢, 对于减小重构信号的偏差更为有效, 最后可以得到更加准确的信号。考虑到以上条件, 本文结合 sigmoid 函数, 构建了一种分层自适应小波阈值函数, 用于低速滚动轴承故障信号的降噪。

sigmoid 函数的定义为:

$$y(x) = \frac{1}{1 + e^{-mx}}, m \in R^+ \quad (9)$$

sigmoid 函数连续且可微, 其输出范围在  $0 \sim 1$  之间。为了将其输出范围调整为  $-1 \sim 1$ , 本文将 sigmoid 函数定义修正为:

$$y(x) = \frac{2}{1 + e^{-mx}} - 1, m \in R^+ \quad (10)$$

本文以 sigmoid 函数和修正后的 sigmoid 函数为基础, 构造了分层自适应阈值函数估计, 如下式所示:

$$\tilde{w}_{j,k} = \begin{cases} (w_{j,k} - \lambda) - \left( \frac{2}{1 + e^{m(w_{j,k} - \lambda/\lambda)}} \right) \lambda, & \text{if } w_{j,k} \leq -\lambda \\ 0, & \text{if } |w_{j,k}| < \lambda \\ (w_{j,k} + \lambda) - \left( \frac{2}{1 + e^{m(w_{j,k} + \lambda/\lambda)}} - 1 \right) \lambda, & \text{if } w_{j,k} \geq \lambda \end{cases} \quad (11)$$

式中,  $m$  是一个固定正值, 本文取  $m = 2$ ;  $\lambda$  表示去噪阈值。按照 Donoho<sup>[20]</sup> 给出的公式计算  $\lambda$ , 即:

$$\lambda = \sigma \sqrt{2 \log K} \quad (12)$$

式中,  $K$  表示信号的长度,  $\sigma$  表示第一层小波系数的噪声方差, 其估计值为:

$$\sigma^2 = \frac{\text{Median}(\{w_{1,k}\}_{1 \leq k \leq K})}{0.6745} \quad (13)$$

式中,  $\{w_{1,k}\}_{1 \leq k \leq K}$  表示第一层小波系数。

### 2.3 阈值函数连续和可导性证明

#### 2.3.1 连续性证明

实验结果表明, 阈值函数连续且一阶可导时, 往往会取得更好的去噪效果。在实验结果的基础上如果阈值函数能向硬阈值函数靠拢, 对减小重构信号的偏差就更有效。针对本文所构造的阈值函数 (如式 (11) 所示), 我们需证明它的连续性和可导性。为了方便表示, 我们把式 (11) 的阈值函数改写为:

$$\tilde{w}(x) = \begin{cases} (x - \lambda) - \left( 1 - \frac{2}{1 + e^{m(x - \lambda/\lambda)}} \right) \lambda, & \text{if } x \geq \lambda, \\ 0, & \text{if } |x| < \lambda \\ (x + \lambda) - \left( 1 - \frac{2}{1 + e^{m(x + \lambda/\lambda)}} \right) \lambda, & \text{if } x \leq -\lambda \end{cases} \quad (14)$$

从式 (14) 可以看出, 本文所构造的阈值函数为一分段函数, 函数存在两个分段点  $x = \lambda$  和  $x = -\lambda$ 。由式 (11) 可知, 阈值函数在区间  $(-\infty, -\lambda) \cup (-\lambda, \lambda) \cup (\lambda, +\infty)$  都连续, 因此, 只需证明其在分段点处连续即可。

对于点  $x = \lambda$ , 当  $x \rightarrow \lambda^+$  时, 函数右极限为:

$$\lim_{x \rightarrow \lambda^+} \tilde{w}(x) = (\lambda^+ - \lambda) - \left( 1 - \frac{2}{1 + e^{m(\lambda^+ - \lambda/\lambda)}} \right) \lambda = 0 \quad (15)$$

当  $x \rightarrow \lambda^-$  时, 函数左极限为:

$$\lim_{x \rightarrow \lambda^-} \tilde{w}(x) = 0$$

因此,  $\lim_{x \rightarrow \lambda^-} \tilde{w}(x) = \lim_{x \rightarrow \lambda^+} \tilde{w}(x) = 0$ , 所以, 阈值函数在点  $x = \lambda$  处连续。

对于点  $x = -\lambda$ , 当  $x \rightarrow -\lambda^-$  时, 函数左极限为:

$$\lim_{x \rightarrow -\lambda^-} \tilde{w}(x) = (-\lambda^- + \lambda) - \left(1 - \frac{2}{1 + e^{m(-\lambda^- + \lambda/\lambda)}}\right) \lambda = 0 \quad (16)$$

当  $x \rightarrow -\lambda^+$  时, 函数右极限为  $\lim_{x \rightarrow -\lambda^+} \tilde{w}(x) = 0$ 。因此,

$\lim_{x \rightarrow -\lambda^-} \tilde{w}(x) = \lim_{x \rightarrow -\lambda^+} \tilde{w}(x) = 0$ , 所以, 阈值函数在点  $x = -\lambda$  处连续。

由以上证明可知, 本文构造的阈值函数在正阈值与负阈值处都连续, 因此该阈值函数在 TQWT 小波变换的值域内为连续函数。

### 2.3.2 可导性证明

对于点  $x = \lambda$ , 当  $x \rightarrow \lambda^+$  时, 函数右导数为:

$$\lim_{x \rightarrow \lambda^+} \frac{d\tilde{w}}{dx} = 1 - 2\lambda \frac{e^{m(x-\lambda/\lambda)}}{[1 + e^{m(x-\lambda/\lambda)}]^2} \frac{m}{\lambda} \Big|_{x \rightarrow \lambda^+} \quad (17)$$

当  $m = 2$  时, 可求出  $\lim_{x \rightarrow \lambda^+} \frac{d\tilde{w}}{dx} = 0$ 。当  $x \rightarrow \lambda^-$  时, 由式

(17) 可知, 函数右导数为  $\lim_{x \rightarrow \lambda^-} \frac{d\tilde{w}}{dx} = 0$ 。因此,  $\lim_{x \rightarrow \lambda^-} \frac{d\tilde{w}}{dx} = \lim_{x \rightarrow \lambda^+} \frac{d\tilde{w}}{dx}$ , 所以, 所提出的阈值函数在  $x = \lambda$  处可导。

对于点  $x = -\lambda$ , 当  $x \rightarrow -\lambda^-$  时, 函数左导数为:

$$\lim_{x \rightarrow -\lambda^-} \frac{d\tilde{w}}{dx} = 1 - 2\lambda \frac{e^{m(x+\lambda/\lambda)}}{[1 + e^{m(x+\lambda/\lambda)}]^2} \frac{m}{\lambda} \Big|_{x \rightarrow -\lambda^-} \quad (18)$$

当  $m = 2$  时, 可求出  $\lim_{x \rightarrow -\lambda^-} \frac{d\tilde{w}}{dx} = 0$ 。当  $x \rightarrow -\lambda^+$  时, 由式

(15) 可知, 函数右导数为  $\lim_{x \rightarrow -\lambda^+} \frac{d\tilde{w}}{dx} = 0$ 。因此,  $\lim_{x \rightarrow -\lambda^+} \frac{d\tilde{w}}{dx} = \lim_{x \rightarrow -\lambda^-} \frac{d\tilde{w}}{dx}$ , 所以, 所提出的阈值函数在  $x = -\lambda$  处也可导。

## 2.4 基于 TQWT 自适应阈值去噪的轴承故障诊断

轴承振动信号经 TQWT 降噪并提取故障特征的步骤如下:

1) 设定 TQWT 的品质因子和冗余度参数 ( $Q, r$ ), 并计算分解层数  $J$ , 本文中取  $Q = 2, r = 3$ 。

2) 根据式 (5) 计算分解层数  $J$ , 对信号  $x$  进行 TQWT 分解, 得到  $J$  个高频系数和 1 个低频系数。

3) 计算小波去噪阈值。根据式 (7) 和式 (8), 计算 TQWT 小波去噪的阈值  $\lambda$ 。

4) 对 TQWT 小波分解后的  $J$  个高频系数利用阈值公式 (11) 进行去噪处理。

5) 根据阈值去噪处理后的  $J$  个高频系数和 TQWT 的低频系数, 进行小波重构, 得到降噪后的信号  $\tilde{x}$ 。

6) 对去噪后的信号进行 Hilbert 变换构建 Hilbert 包络, 对包络进行快速傅里叶变换 (FFT) 生成其包络谱, 根据包络谱对低速滚动轴承故障进行识别和诊断。

## 3 低速轴承故障信号降噪实验

### 3.1 本文方法的去噪效果分析

为了验证本文提出的基于 TQWT 小波自适应阈值去噪方法对实际低速运行轴承信号的降噪效果, 选择在 MFS 机械故障模拟实验系统上进行实验, 该实验系统能够通过更换故障轴承的方式采集轴承故障信号, 实验装置如图 3 所示。变频驱动器 (VFD) 用于在 0~80 Hz 范围内调节驱动轴的速度。在故障轴承的底座上安装传感器以采集轴承振动信号, 采样频率为 2.56 kHz, 低速轴承旋转频率设为 30 Hz, 信号采集长度  $K$  取 4 000。模拟实验中的振动信号分别来自于轴承在外圈、内圈和滚珠故障时的信号。

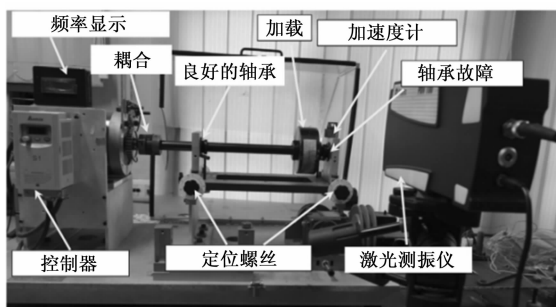


图 3 MFS 系统及其重要组成部分

所有实验均使用 Rexnord MB-ER-16 K1 型滚珠轴承进行, 该类型轴承滚珠直径  $d$  为 7.94 mm, 外圈直径  $D$  为 39.32 mm, 接触角为 0, 滚珠数量为 9。根据滚珠轴承对应频率计算公式可知, 轴承内圈故障频率为  $5.409 f_s$ 、外圈故障频率为  $3.592 f_s$ 、滚珠故障频率为  $2.376 f_s$ , 其中  $f_s$  是轴承旋转速度。

#### 3.1.1 低速轴承外圈故障去噪效果分析

带有外圈故障的低速轴承振动信号如图 4 (a) 所示, 实验中, 采集到的振动信号的均方根 (RMS) 值为 0.048, 而同期无故障轴承振动信号的 RMS 为 0.003 7, RMS 的差异以及轴承温度等检测数据表明轴承中存在故障, 但从时域信号中无法分析故障类型。利用本文方法对外圈故障信号进行去噪, 去噪结果如图 4 (b) 所示, 对原始振动信号和去噪后信号进行 Hilbert 包络谱分析, 结果如图 4 (c) 和 4 (d) 所示。

从图 4 (c) 可以看出, 原始信号的 Hilbert 包络谱在外圈故障频率 ( $f_o$ ) 处具有峰值, 但峰值并不明显, 和干扰频率比较接近, 而且除了 1 倍外圈故障频率, 没有外圈故障频率的倍频出现, 导致故障判断特征不明显。而在去噪后信号的包络谱中 (图 4 (d)), 对于外圈故障频率, 除了 1 倍外圈故障频率 ( $f_o$ ), 在 2 倍频 ( $2f_o$ )、3 倍频 ( $3f_o$ ) 和 4 倍频 ( $4f_o$ ) 处也出现了明显的峰值, 可以明显的识别出外圈故障。因此, 原始振动信号经本文方法去噪后, 明显降低了噪声的干扰, 增强了轴承周期性振动信号的特征, 可以更清晰地提取出外圈故障的振动特征。

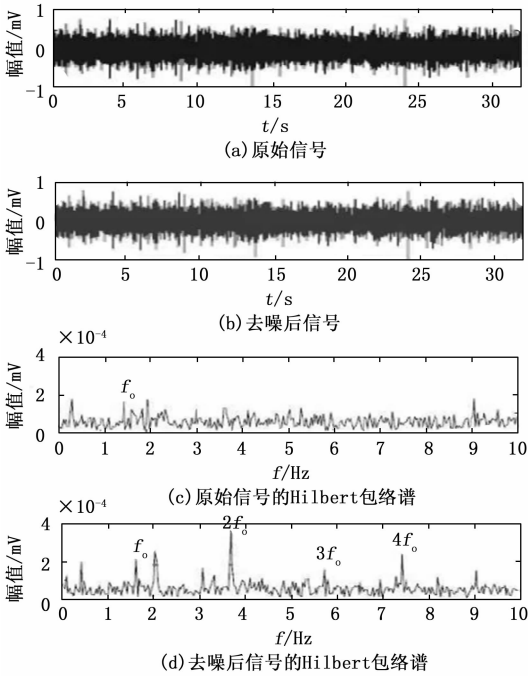


图 4 外圈故障信号的去噪分析

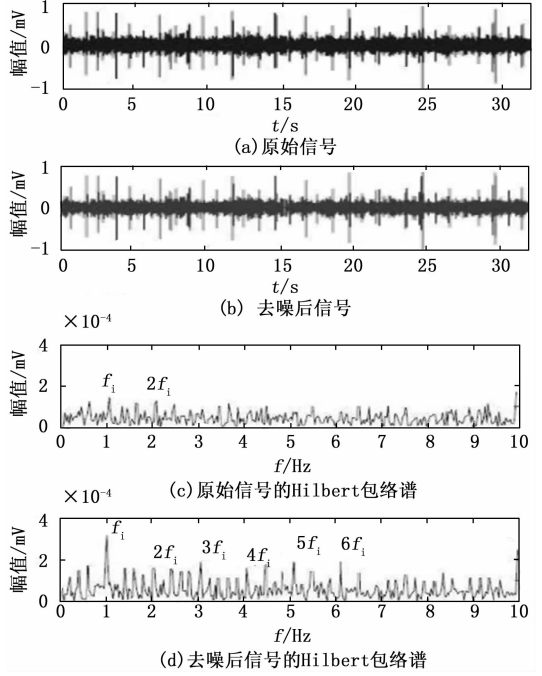


图 5 内圈故障振动信号的去噪效果分析

### 3.1.2 低速轴承内圈故障去噪效果分析

低速运行轴承内圈故障去噪效果分析如图 5 所示，实验中，采集到的内圈故障轴承的原始振动信号的 RMS 值约为 0.047，约为无故障轴承 RMS 的 13 倍，因此可以判定轴承出现了故障。原始振动信号和去噪后信号的时域波形如图 5 (a) 和 5 (b) 所示，对原始信号和去噪后信号分别进行带通滤波和 Hilbert 包络谱分析，包络谱分析的结果如图 5 (c)、5 (d) 所示。

从图 5 (c) 可以看出，原始信号在轴承内圈故障的 1 倍频 ( $f_i$ ) 和 2 倍频 ( $2f_i$ ) 处出现了比较弱的峰值，但峰值也受到噪声的较大干扰，峰值趋势并不明显，不利于故障特征的提取和故障类型的判断。从图 5 (d) 可以看出，去噪后信号在轴承内圈故障 1 倍频 ( $f_i$ )、2 倍频 ( $2f_i$ )、3 倍频 ( $3f_i$ )、4 倍频 ( $4f_i$ )、5 倍频 ( $5f_i$ ) 和 6 倍频 ( $6f_i$ ) 处都有明显的峰值。可见，本文方法去噪明显提高了 Hilbert 功率谱中出现的内圈故障频率峰值，其边带以轴承转速间隔隔开。因此，内圈故障信号的去噪结果也体现了本文去噪方法的有效性。

### 3.1.3 低速轴承滚珠故障去噪效果分析

低速轴承滚珠故障去噪的分析结果如图 6 所示，在该实验中，轴承转速仍为 1 Hz，轴承发生滚珠故障后，其振动信号的 RMS 值为 0.044，大约是无故障轴承 RMS 的 11.9 倍。

从图 6 (c) 和 6 (d) 可以看出，原始振动信号的包络谱只显示出微弱的滚珠故障 1 倍频和 2 倍频特征。而去噪后信号的包络谱则在滚珠故障的 1 倍频 ( $f_c$ )，2 倍频 ( $2f_c$ )，3 倍频 ( $3f_c$ )，4 倍频 ( $4f_c$ ) 和 5 倍频 ( $5f_c$ ) 处都具有较

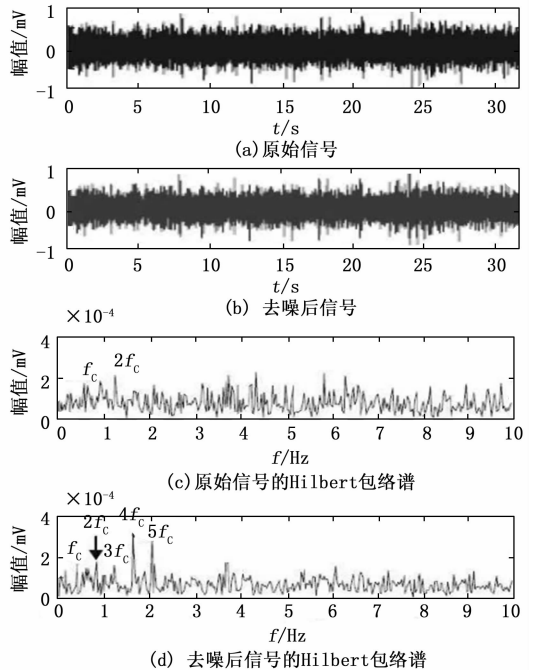


图 6 滚珠故障振动信号去噪效果分析

明显的峰值。可以看出，当轴承转速较慢时，如果不对滚珠故障的轴承振动信号进行去噪，则滚珠故障的微弱故障特征就会被掩埋在噪声中而无法提取故障特征和分析故障类型。当原始振动信号经本文方法去噪后，微弱故障的特征信息在包络谱中可以清晰呈现，显示了去噪方案的有效性。

### 3.2 仿真故障信号去噪时的对比实验分析

为了进一步分析所提出自适应阈值函数的去噪性能，

将其分别与硬阈值函数、软阈值函数的去噪结果进行比较。采用信噪比 (SNR, signal-to-noise ratio) 和均方根误差 (RMSE, root mean square error) 对去噪性能进行评价分析。SNR 和 RMSE 的定义公式分别为:

$$SNR = 10 \lg \left[ \frac{\sum_{i=1}^n x^2(i)}{\sum_{i=1}^n [x(i) - \tilde{x}(i)]^2} \right],$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^n [x(i) - \tilde{x}(i)]^2} \quad (19)$$

其中:  $x(i)$  表示原始含噪信号,  $\tilde{x}(i)$  表示去噪后的信号,  $N$  表示信号的总长度。去噪后信号的 SNR 越大、RMSE 越小, 表明去噪后信号与原信号越接近, 去噪的效果越好。

为了计算 SNR 和 RMSE, 需要用到不含噪声的纯净振动信号, 但在轴承振动信号的实际测量中, 受到工况、运行环境等原因的影响, 获得不含噪声的纯净信号较为困难。因此, 首先采用仿真模拟信号验证本文所提方法的有效性, 分别构造外圈故障信号、内圈故障信号和滚珠故障信号。然后将本文提出的方法分别与传统小波分解的软阈值去噪和硬阈值去噪进行比较。针对外圈故障仿真信号, 设置轴承固有振动频为  $f_n = 3\ 000$  Hz, 外圈故障特征频率为 100 Hz, 采样频率设置为  $f_s = 20$  kHz, 采样长度为  $N = 4\ 096$ 。给仿真信号加入信噪比为 2 dB 的高斯白噪声, 原始仿真信号和添加白噪声后的信号分别如图 7 (a) 和 7 (b) 所示。

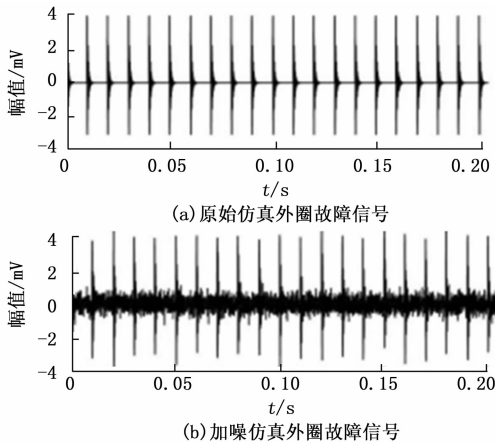


图 7 仿真外圈故障信号

将加噪仿真信号利用 TQWT 分解后, 分别采用硬阈值函数、软阈值函数和本文提出的阈值函数进行去噪处理, 3 种方法去噪后的结果如图 8 所示。

从图 8 可以看出, 硬阈值函数的去噪结果优于软阈值函数的去噪结果, 但硬阈值函数去噪后, 信号中的噪声仍未去除的不够充分, 有较多的残留, 噪声对故障冲击脉冲波形造成了较大的干扰, 必然会影响后继的故障特征提取。从图 8 (c) 可以看出, 含噪信号经本文提出的阈值函数去噪后, 噪声基本被去除, 而且比较完整地保留了外圈故障信号的冲击脉冲。因此, 从图 8 中的波形对比可以看出, 本文方法取得了更优的去噪效果, 与经典的硬阈值和软阈

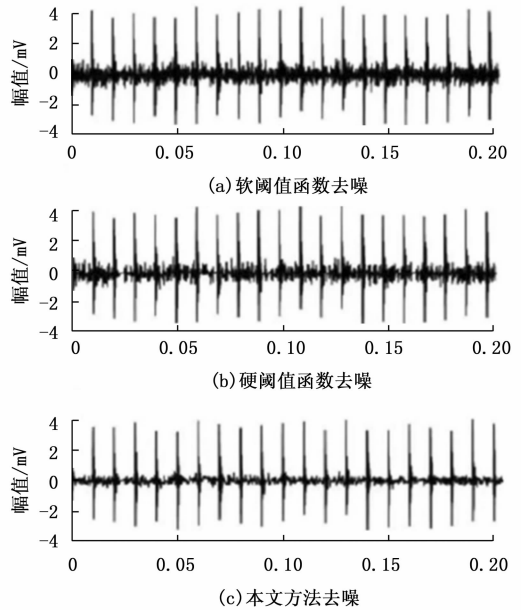


图 8 不同阈值函数去噪后结果

值函数相比, 去噪效果都有了较大幅度的提高。

为了进一步对 3 种阈值函数的去噪效果进行对比, 下面分别计算 3 种方法去噪之后信号的 SNR 和 RMSE, 结果如表 1 所示。

表 1 各方法对轴承信号降噪后的评价指标

故障类型		硬阈值	软阈值	本文方法
外圈故障	SNR	6.626 5	5.014 8	11.640 7
	RMSE	0.464 2	0.487 5	0.384 9
内圈故障	SNR	7.716 6	6.579 0	12.132 5
	RMSE	0.779 1	0.795 0	0.615 2
滚珠故障	SNR	6.865 4	6.726 6	9.882 6
	RMSE	0.662 1	0.675 9	0.506 7

从表 1 可以看出, 相较于软阈值函数, 硬阈值函数在外圈故障和内圈故障信号的去噪中效果更好, 其 SNR 更高、RMSE 更低。对于滚珠故障信号来说, 硬阈值函数和软阈值函数去噪后的效果相当, 硬阈值函数去噪后的效果略好一点, 但两者相差不大。从表 1 也可以看出, 不论是外圈故障、内圈故障还是滚珠故障信号, 本文方法去噪后的 SNR 和 RMSE 都要优于两种经典的阈值函数。对于 3 种故障信号, 与硬阈值函数相比, 本文方法去噪后的 SNR 平均增加了 4.149 1, RMSE 平均下降了 0.132 9; 与软阈值函数相比, 本文方法去噪后的 SNR 平均增加了 5.111 8, RMSE 平均下降了 0.150 5。因此, 可以看出本文提出的阈值函数具有更优的去噪效果, 可以在去除噪声的同时更好地保留轴承故障的冲击性脉冲特征。

### 3.3 实测故障信号去噪时的对比实验分析

分别采用硬阈值算法、软阈值算法和本文方法对美国凯斯西储大学 (case western reserve university) 的轴承故

障试验数据进行去噪, 比较 3 种方法的去噪性能。该实验中, 轴承型号为 SKF6205 深沟球轴承, 实验参数如表 2 所示, 实验数据的采样频率为 12 kHz, 本文中选取的实验数据的长度为 2 048。在凯斯西储大学的轴承故障实验中, 通过点蚀的方式在分别内圈和外圈布置尺寸为  $0.006 \times 0.012$  英寸的单点故障。内圈故障和外圈故障的频率分别如式 (20) 中的  $f_i$  和  $f_o$  所示:

$$f_i = \frac{r}{60}(1 + \frac{d}{D} \cos\alpha) \frac{n}{2}, f_o = \frac{r}{60}(1 - \frac{d}{D} \cos\alpha) \frac{n}{2} \quad (20)$$

其中:  $r$  表示轴承本身的转速,  $n$  表示轴承中滚珠的个数;  $d$  表示轴承滚珠的直径;  $D$  表示轴承保持架的直径;  $\alpha$  表示轴承滚珠接触角。

表 2 实验轴承参数设置 英寸

内径	外径	厚度	滚珠直径	保持架直径
0.984 3	2.047 2	0.590 6	0.312 6	1.537

### 3.3.1 轴承外圈故障信号去噪效果分析

本文选取的外圈故障实验信号如图 9 (a) 所示, 根据式 (20) 可求出外圈故障的冲击频率为 103.47 Hz。分别采用硬阈值函数、软阈值函数和本文提出的方法对外圈故障信号进行去噪处理, 然后计算 3 种方法去噪后信号的 Hilbert 包络谱, 分别如图 9 (b)、(c) 和 (d) 所示。

从图 9 (b) 和 9 (c) 可以看出, 故障信号经硬阈值和软阈值方法去噪后, 其 Hilbert 包络谱中可以看出外圈故障频率的一倍频 (104.4 Hz) 以及其二倍频 (210.7 Hz)。与软阈值去噪相比, 硬阈值方法去噪效果有一定的优势, 其去噪后的 Hilbert 谱 (图 9 (b)) 中外圈故障一倍频和二倍频的幅值更清晰, 且周围的干扰谱线也较少。但硬阈值和软阈值去噪后, 都无法显示故障的其他倍频, 仍无法精确识别轴承的具体故障类型。从图 9 (d) 可以看出, 经过本文方法去噪后的 Hilbert 包络谱中, 可以比较清楚的看出

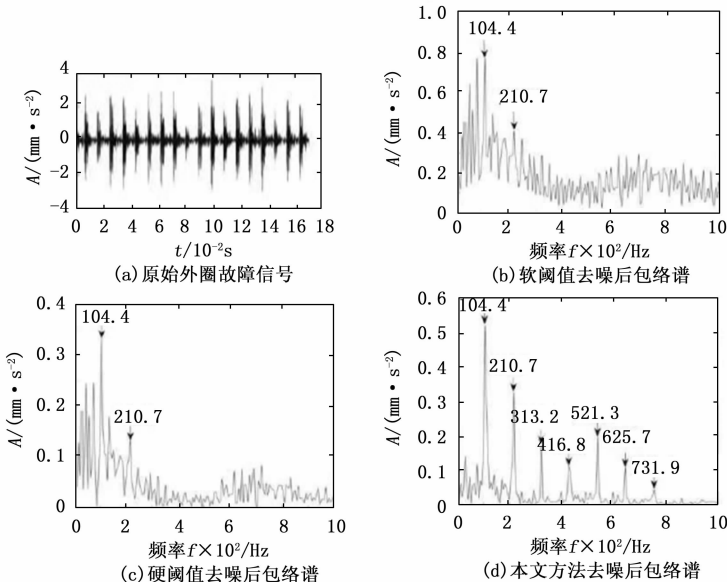


图 9 外圈故障信号 3 种方法去噪后的 Hilbert 包络谱

外圈故障特征频率的一倍频、二倍频至七倍频, 且干扰谱线较少, 可以充分的显示外圈故障的冲击特征, 从而准确识别轴承的故障类型。因此, 对于轴承外圈故障信号, 本文所提出的去噪方法可以取得更好的去噪效果。

### 3.3.2 轴承内圈故障信号去噪效果分析

本文选取的内圈故障实验信号如图 10 (a) 所示, 根据式 (20) 可求出内圈故障的特征频率为 161.21 Hz。分别采用硬阈值函数、软阈值函数和本文提出的方法对内圈故障信号进行去噪, 3 种方法去噪后信号的 Hilbert 包络谱分别如图 10 (b)、(c) 和 (d) 所示。

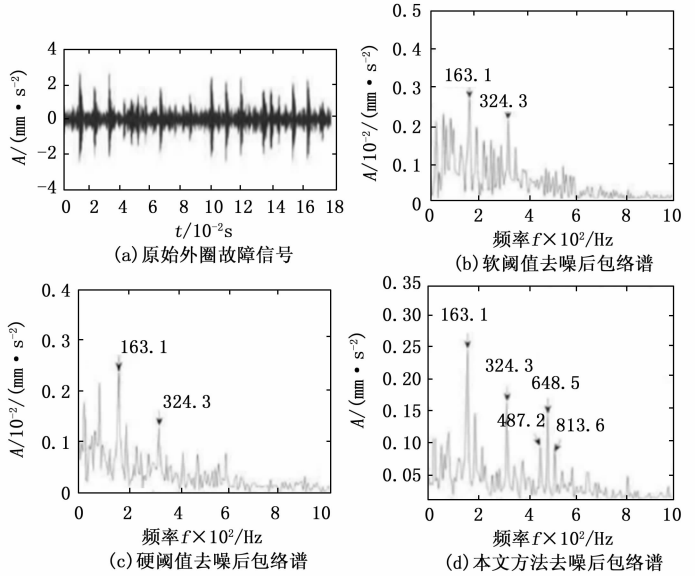


图 10 内圈故障信号 3 种方法去噪后的 Hilbert 包络谱

从图 10 (b) 和 10 (c) 可以看出, 硬阈值方法的去噪效果由于软阈值方法, 但两种方法去噪后的 Hilbert 包络谱中, 都只能显示出内圈故障频率的一倍频 (163.1 Hz) 以及其二倍频 (324.3 Hz)。由于残留噪声的干扰, 内圈故障频率的其他倍频倍淹没, 无法清晰显示, 影响了内圈故障类型的识别。从图 10 (d) 可以看出, 本文方法去噪后的 Hilbert 包络谱中, 内圈故障特征频率的 1 倍频 163.1 Hz, 2 倍频 324.3 Hz, 3 倍频 487.2 Hz, 4 倍频 648.5 和 5 倍频 813.6 Hz 等都清晰可见。显然, 使用本文方法获得了最好的降噪效果, 充分去除了内圈故障信号中的噪声且保留了故障特征的冲击波形, 降低了噪声对轴承故障特征影响。通过 Hilbert 包络检测到的倍频值与理论计算出的内圈故障理论值基本吻合, 因此, 可以准确地识别出轴承内圈故障。

## 4 结束语

传统的滚动轴承故障诊断方法不适用于低速运行时的转子轴承系统, 本文采用改进的 TQWT 小波去噪和包络谱分析的混合方法对低速运行的轴承故障进行诊断分析。在本文所提出的方法中, 首先对轴承故

障振动信号进行 TQWT 小波分解,然后基于 sigmoid 函数构造了一种新的阈值函数,利用该阈值函数对 TQWT 小波分解系数进行去噪处理。利用所提出的方法对低速运行轴承的外圈故障、内圈故障和滚珠故障分别进行了去噪实验分析,实验结果表明,本文方法具有较好的去噪效果,经本文方法去噪后,显著减少了噪声的干扰,包络谱中可清晰地呈现轴承故障的频谱特征,对去噪后信号利用包络谱分析可以较好地发现各种故障症状,从而实现对故障类型的分析和分类。本文方法是在 TQWT 分解的基础上进行阈值去噪处理的,因此 TQWT 小波的分解参数 ( $Q, r, J$ ) 非常重要, ( $Q, r, J$ ) 取不同值时对去噪效果有较大的影响,如何选取 TQWT 的最后参数组合,进一步提高轴承故障信号的去噪效果是本文下一步将要开展的研究方向。

#### 参考文献:

- [1] MCFADDEN P D, SMITH J D, et al. Vibration monitoring of rolling element bearing by the high-frequency resonance technique—a review [J]. *Tribology international*, 1984, 17 (1): 3 - 10.
- [2] DARLOW M S, BADGLEY R H, HOGG G W, et al. Application of high frequency resonance technique for bearing diagnosis in helicopter gear boxes [R]. US Army Air Mobility Research and Development Laboratory Report, USAAMRDL-TR, 1974: 74 - 77.
- [3] SAWALHI N, RANDALL R B, ENDO H, et al. The enhancement of fault detection and diagnosis in rolling element bearings using minimum entropy deconvolution combined with spectral kurtosis [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2007, 21 (6): 2616 - 2633.
- [4] ANTONI J, RANDALL R B, et al. The spectral kurtosis: application to the vibratory surveillance and diagnostics of rotating machines [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2006, 20 (2): 308 - 331.
- [5] HOWAR I M. Higher order spectral techniques for machine vibration condition monitoring [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, 1997, 211 (4): 211 - 219.
- [6] BIN G F, GAO J J, LI X J, DHILLON B S, et al. Early fault diagnosis of rotating machinery based on wavelet packets—Empirical mode decomposition feature extraction and neural network [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2012, 27: 696 - 711.
- [7] WANG K S, HEYNS P S, et al. Application of computed order tracking, Vold-kalman filtering and EMD in rotating machine vibration [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2011, 25 (1): 416 - 430.
- [8] ABBASION S, RAFSANJANI A, FARSHIDIANFAR A, et al. Rolling element bearings multi-fault classification based on the wavelet de-noising and support vector machine [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2007, 21 (7): 2933 - 2945.
- [9] MISHRA C, SAMANTARAY A K, CHAKRABORTY G, et al. Rolling element bearing defect diagnosis under variable speed operation through angle synchronous averaging of wavelet denoised estimate [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2016, 72: 206 - 222.
- [10] NIKOLAOU N G, ANTONIADIS A, et al. Rolling element bearing fault diagnosis using wavelet packets [J]. *Ndt & E International*, 2002, 35 (3): 197 - 205.
- [11] COCCONELLI M, ZIMROZ R, RUBINI R, et al. STFT based approach for ball bearing fault detection in a varying speed motor [M]. *Condition Monitoring of Machinery in Non-stationary Operations*, Springer, Berlin, Heidelberg, 2012: 41 - 50.
- [12] MECHEFSKE C K, MATHEW J, et al. Fault detection and diagnosis in low speed rolling element bearings part II: the use of nearest neighbour classification [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 1992, 6 (4): 309 - 316.
- [13] JAMALUDIN N, MBA D, BANNISTER R H, et al. Condition monitoring of slow-speed rolling element bearings using stress waves [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part E: Journal of Process Mechanical Engineering*, 2001, 215 (4): 245 - 271.
- [14] MECHEFSKE C K, MATHEW J, et al. Fault detection and diagnosis in low speed rolling element bearings using inductive inference classification [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 1995, 9 (3): 275 - 286.
- [15] MECHEFSKE C K, MATHEW J, et al. Fault detection and diagnosis in low speed rolling element bearings part I: the use of parametric spectra [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 1992, 6 (4): 297 - 307.
- [16] ALTMANN J, MATHEW J, et al. Multiple band pass autoregressive demodulation for rolling element bearing fault diagnosis [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2001, 15 (5): 963 - 977.
- [17] HU Y T, ZHOU Q, GAO J F, et al. Compound fault diagnosis of rolling bearings based on improved tunable Q-factor wavelet transform [J]. *Measurement Science and Technology*, 2021, 32 (10): 1 - 15.
- [18] DAUBECHIES I. Time-frequency density and orthonormal bases [J]. *Ten Lectures on Wavelets*, 1992: 107 - 28.
- [19] LI Y B, LIANG X H, XU M Q, et al. Early fault feature extraction of rolling bearing based on ICD and tunable Q-factor wavelet transform [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2017, 86: 204 - 223.
- [20] DONOHO D L, JOHNSTONE J M, et al. Ideal spatial adaptation by wavelet shrinkage [J]. *Biometrika*, 1994, 81 (3): 425 - 455.
- [21] DONOHO D L, JOHNSTONE I M, et al. Adapting to unknown smoothness via wavelet shrinkage [J]. *Journal of the American Statistical Association*, 1995, 90 (432): 1200 - 1224.