

非同轴两轮机器人自平衡与转向闭环控制

周鑫强, 石晓辉, 黄剑鸣

(重庆理工大学 车辆工程学院, 重庆 400054)

摘要: 针对车速、车身侧倾角和前轮转角变化较大工况下的非同轴两轮机器人在基于前轮转角的自平衡控制中, 因动力学模型准确性对自平衡控制带来的影响, 设计了基于 RBF 神经网络模糊滑模控制的自平衡控制器, 利用 RBF 神经网络的逼近特性, 对动力学模型中非线性时变的不确定部分进行自适应逼近, 从而提高动力学模型的准确性, 并借助模糊规则削弱滑模控制中产生的系统抖振; 以及因前轮转角用于自平衡控制中难以实现转向闭环控制, 建立了基于纯跟踪法的轨迹跟踪控制器, 并设计利用车身平衡时车身侧倾角与前轮转角的耦合关系, 将转向闭环控制中的目标前轮转角替换为目标车身侧倾角, 从而将自平衡控制器与轨迹跟踪控制器相结合, 在保证车身平衡行驶的前提下, 实现带有轨迹跟踪的转向闭环控制。实验结果表明, 凭借动力学模型的较高准确性, RBF 神经网络模糊滑模自平衡控制器具有鲁棒性好、超调量低和响应迅速的优点, 并且利用车身平衡后车身侧倾角与前轮转角耦合关系, 实现转向闭环控制是可行的, 具有良好的轨迹跟踪效果。

关键词: 非同轴两轮机器人; 自平衡控制; 轨迹跟踪控制; 模糊滑模控制; RBF 神经网络; 纯跟踪

Self-balancing and Steering Closed-loop Control of Non-coaxial Two Wheeled Robot

ZHOU Xinqiang, SHI Xiaohui, HUANG Jianming

(School of Vehicle Engineering, Chongqing University of Technology, Chongqing 400054, China)

Abstract: Aiming at the large changes in vehicle speed, body roll angle and front wheel rotation angle for non-coaxial two-wheeled robot, the accuracy for the dynamic model of the non-coaxial two-wheeled robot influences on the self-balancing control based on the front wheel rotation angle, a self-balancing controller based on fuzzy sliding mode control of radial basis function (RBF) neural network is proposed. Using the approximation characteristics of the RBF neural network, the nonlinear time-varying uncertain part of the dynamic model is adaptively approximated, thereby the accuracy of the dynamic model is improved, and the system chattering generated in sliding mode control is weakened with the help of fuzzy control rule. Because the front wheel angle is used for the self-balancing control, it is difficult to realize the steering closed-loop control, a trajectory tracking controller based on pure tracking method is established, and the coupling relationship between the body roll angle and the front wheel angle is designed to control the steering closed-loop control when the body is balanced. The target front wheel turning angle in the system is replaced with the target body roll angle, so that the self-balancing controller and trajectory tracking controller are combined to realize the closed-loop steering control with trajectory tracking on the premise of ensuring the balanced driving of the body. The experimental results show that with the high accuracy of the dynamic model, the RBF neural network fuzzy sliding mode self-balancing controller has the advantages of good robustness, low overshoot and fast response, and the body is used to balance the rear body roll angle and the front. It is feasible to realize the steering closed-loop control based on the coupling relationship of the wheel rotation angle, which has a good trajectory tracking effect.

Keywords: non-coaxial two wheeled robot; self-balance control; path tracking control; fuzzy sliding mode control; RBF neural network; pure pursuit

0 引言

随着自动控制理论和传感器技术发展, 两轮机器人作为近几年发展起来的新型移动机器人具有运动灵活、能源清洁、结构简单等特点^[1], 在安保巡逻、快递运输、灾区救援等领域具有广阔运用前景^[2], 因此受到国内外众多学者

研究^[3-8]。

非同轴两轮机器人结构类似于自行车, 在侧向方向上是不具有直接驱动的, 属于典型的欠驱动非完整约束系统^[9], 在正常情况下车身是不平衡的容易倾倒。保持车身平衡就是自平衡控制问题, 同时也是非同轴两轮机器人转向闭环控制的前提。

收稿日期: 2022-07-19; 修回日期: 2022-08-22。

基金项目: 国防科技创新特区项目。

作者简介: 周鑫强(1998-), 男, 江西抚州人, 硕士研究生, 主要从事车辆智能驾驶方向的研究。

石晓辉(1963-), 男, 重庆人, 教授, 博士生导师, 主要从事汽车传动系统零件制造与检测技术方向的研究。

引用格式: 周鑫强, 石晓辉, 黄剑鸣. 非同轴两轮机器人自平衡与转向闭环控制[J]. 计算机测量与控制, 2023, 31(3): 140-148.

目前对于非同轴两轮机器人基于前轮转角来实现自平衡控制方面研究已经取得了许多成果。例如文献 [10] 中利用动量矩定理建立了自行车动力学模型, 设计了变增益 LQR (linear quadratic regulator, 线性二次调节器) 自平衡控制器, 实现了自行车直线变速行驶; 文献 [11] 中利用拉格朗日方程建立了自行车动力学模型, 针对车身侧倾角和车身侧倾角速度分别设计了 PID (proportion integration differentiation, 比例、积分、微分) 控制器, 利用双 PID 切换控制实现了无人自行车的匀速直线运动; 文献 [12] 中建立了无人自行车在直线行驶自平衡和 90° 车把定车运动状态下的动力学方程, 利用泰勒级数法进行线性化, 针对两种运动状态设计了自适应模糊控制器; 文献 [13] 在匀速圆周和匀速直线运动状态下分别设计了相应的模糊 PID 控制器, 并借助车身倾角和车把转角双位置环控制器, 改善了系统的动态响应。文献 [14] 中分析了轴距、自行车质心、前叉倾角对无人自行车系统稳定性影响, 提出速度修正函数与最优控制相结合的全状态反馈自平衡控制。

上述文献中, 针对无人自行车动力学模型中非线性时变的不确定部分采用模型线性化方法来处理, 而该方法的理想条件是无人自行车处于低速、车身侧倾角和前轮转角较小工况。因此设计的自平衡控制器只有在该工况下具有较好的控制效果, 为无人自行车自平衡控制提供了一定的研究思路 and 基础。但是还是存在以下几点问题: 其一, 没有考虑到无人自行车在车速、车身侧倾角和前轮转角变化较大工况下不满足动力学模型线性化处理的理想条件时, 模型线性化处理对于无人自行车动力学模型准确性和自平衡控制器控制效果产生的影响; 其二, 当无人自行车侧向方向上遭受干扰时, 自平衡控制器使无人自行车车身恢复平衡所需的时间较长, 往往需要花费数秒钟, 因此需要提高自平衡控制器的响应速度, 从而缩短车身稳定时间; 其三, 没有进一步研究当前轮转角作为自平衡控制器的控制量时, 如何实现无人自行车的转向闭环控制, 只是停留在直线行驶和开环转向阶段, 当无人自行车面临复杂路面情况时无法投入使用。

针对上述问题, 文中利用动量矩定理法建立了非同轴两轮机器人动力学模型, 在车速、车身侧倾角和前轮转角变化较大工况下, 基于建立的动力学模型设计了一种响应快、超调低和鲁棒性较强的 RBF (radial basis function, 径向基函数) 神经网络模糊滑模自平衡控制器, 利用 RBF 神经网络能够自适应逼近非线性函数特性^[15], 对动力学模型中非线性时变的未知部分进行自适应逼近, 从而避免了由于模型线性化处理对动力学模型准确性和自平衡控制器控制效果带来的影响。随后建立了非同轴两轮机器人在大地坐标上的运动学方程, 在得到的运动方程基础上建立了基于纯跟踪法的轨迹跟踪控制器, 设计利用非同轴两轮机器人车身平衡时车身侧倾角与前轮转角的关系, 将闭环转向控制中所需的目标前轮转角替换为目标车身侧倾角, 从而将轨迹跟踪控制器与自平衡控制器结合起来, 实现非

同轴两轮机器人带有轨迹跟踪的转向闭环控制。

1 非同轴两轮机器人动力学模型

针对非同轴两轮机器人这类欠驱动、非线性系统, 文中选择动量矩定理法建立非同轴两轮机器人的动力学模型。

如图 1 和图 2 所示, 非同轴两轮机器人主要由前轮、车体、后轮三部分组成。其中 W 为整车质心位置; P_1P_2 分别为前后轮与地面接触点; h 为质心高度; l 为轴距; b 为质心至后轴距离; δ 为前轮转角; φ 为车身侧倾角; ψ 为偏航角; m 为整车质量; v 为车速; J 为非同轴两轮机器人系统相对于接触线的转动惯量; Q 点为速度瞬心。

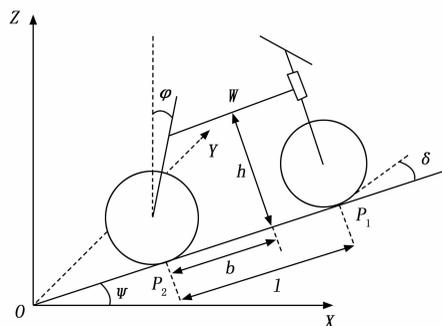


图 1 非同轴两轮机器人结构示意图

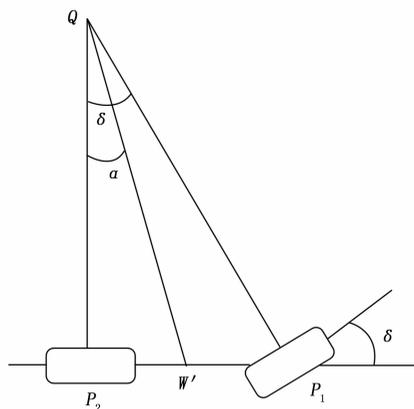


图 2 非同轴两轮机器人俯视图

根据质点系相对于动轴的动量矩定理^[16], 质点系相对于动轴的动量矩对时间的导数等于外力系对动轴的主矩与加在质心上的牵引惯性力的合力对动轴之矩的矢量和。非同轴两轮机器人系统在平面运动时的角速度和角加速度分别为:

$$\omega = \frac{d\psi}{dt} = \frac{v}{l} \tan\delta \quad (1)$$

$$\epsilon = \dot{\omega} = \frac{v}{l \cos^2\delta} \frac{d\delta}{dt} \quad (2)$$

式中, ω 为角速度; ϵ 为角加速度。

则质心投影点 W' 绕速度瞬心 Q 转动的速度为:

$$v_{W'} = r_{QW'} \times \omega = \frac{bv \tan\delta}{l \sin\alpha} \quad (3)$$

式中, $r_{QW'}$ 为质心投影点 W' 至速度瞬心点 Q 之间的距离; α

为非同轴两轮机器人俯视示意图中 QW' 与 QP_2 间的夹角。

则质心投影点 W' 处的切向加速度 α' 和法向加速度 α'' 分别为：

$$\alpha' = \varepsilon \times r_{QW'} = \frac{bv}{l \cos^2 \delta \cdot \sin \alpha} \frac{d\delta}{dt} \quad (4)$$

$$\alpha'' = \omega \times v_w = \frac{bv^2 \tan^2 \delta}{l^2 \sin \alpha} \quad (5)$$

因为非同轴两轮机器人系统受到的牵引惯性力只有在垂直接触线方向上的分量 \vec{F}_\perp 才产生力矩作用，所以只需求 \vec{F}_\perp ，其大小为：

$$|\vec{F}_\perp| = ma' \sin \alpha + ma'' \cos \alpha = \frac{mbv}{l \cos^2 \delta} \frac{d\delta}{dt} + \frac{mv^2 \tan^2 \delta}{l} \quad (5)$$

其中： $|\vec{F}_\perp|$ 方向为垂直接触线向右。

又因为非同轴两轮机器人所受外力中的前后轮摩擦力在接触线上不产生力矩作用，只有本身重力产生力矩，由动量矩定理可以得以下方程：

$$J \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = mgh \sin \varphi + F_\perp h \cos \varphi \quad (6)$$

将 $|\vec{F}_\perp|$ 和 $J = mh^2$ 带入上式得非同轴两轮机器人非线性动力学方程：

$$mh^2 \ddot{\varphi} = mgh \sin \varphi + \frac{mhvb \cos \varphi \dot{\delta}}{l \cos^2 \delta} + \frac{mv^2 h \cos \varphi \tan^2 \delta}{l} \quad (7)$$

为了满足后文验证动力学模型线性化处理方法在车速、车身侧倾角和前轮转角变化较大条件下对模型准确性和自平衡控制效果影响的需要，所以对得到的动力学方程中非线性时变的不确定部分进行线性化处理。假设非同轴两轮机器人车身侧倾角 φ 和前轮转角 δ 均在较小范围内变动，则 $\sin \varphi \approx \varphi$, $\cos \varphi = 1$, $\sin \delta = \delta$, $\cos \delta = 1$ 得线性动力学方程：

$$mh^2 \ddot{\varphi} = mgh \varphi + \frac{mhvb \dot{\delta}}{l} + \frac{mv^2 h \delta}{l} \quad (8)$$

取状态变量 $x = [\varphi, \delta, \dot{\varphi}, \dot{\delta}]^T$ ，控制量 $u = \dot{\delta}$ ，将表 1 中参数带入得线性化处理后系统状态空间方程为：

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (9)$$

式中，

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{9.8}{0.6} & \frac{v^2}{0.6} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.4v \\ 0.6 \\ 0 \end{bmatrix}, C = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$$

表 1 非同轴两轮机器人结构参数

含义	符号	值	单位
轴距	l	1	m
质心至后轴距离	b	0.4	m
重力加速度	g	9.8	m/s ²
质心高度	h	0.6	m
整车质量	m	12.5	kg

2 非同轴两轮机器人运动学模型

如图 3 所示，为非同轴两轮机器人在大地坐标上的运动示意图。其中 δ 为前轮转角； ψ 为偏航角； l 为轴距； Q 点为速度瞬心； R_F , R_B 分别为速度瞬心至前后轮距离； v 为车速。

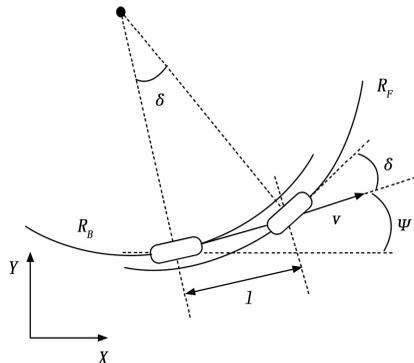


图 3 非同轴两轮机器人运动示意图

假设单位时间 dt 内，非同轴两轮机器人经过的距离为 ds ，偏航角度变化为 $d\psi$ ，则根据几何关系有：

$$\frac{ds}{dt} = R_B \frac{d\psi}{dt} \quad (11)$$

而 $R_B = l / \tan \delta$ ，所以由上式可得：

$$\dot{\psi} = \frac{\tan \delta}{l} \frac{ds}{dt} = \frac{v \tan \delta}{l} \quad (12)$$

此外结合非同轴两轮机器人在大地坐标系上的速度为 $(v_x, v_y) = (v \cos \psi, v \sin \psi)$ ，得到非同轴两轮机器人在大地坐标上的运动学方程为：

$$\begin{cases} \dot{x} = v \cos \psi \\ \dot{y} = v \sin \psi \\ \dot{\psi} = \frac{v \tan \delta}{l} \end{cases} \quad (13)$$

式中， \dot{x} , \dot{y} 分别表示 x 和 y 方向上的速度， $v_x = \dot{x}$, $v_y = \dot{y}$ 。通过该方程可以表示非同轴两轮机器人在大地坐标上任意时刻的位置和偏航角。

3 非同轴两轮机器人控制器设计

根据前文建立的非同轴两轮机器人动力学模型和运动学模型，设计的系统整体控制框图如图 4 所示，实现非同轴两轮机器人的自平衡行驶与轨迹跟踪功能。由图 4 可知，轨迹跟踪控制器输入参数为期望位置 (x_d, y_d) 与非同轴两轮机器人实际位置 (x, y) 之间的误差，输出参数为车速 v 和期望车身侧倾角。自平衡控制器输入参数为期望车身侧倾角 φ_d 与实际车身侧倾角 φ 误差和 s 与 \dot{s} 乘积，以及动力学模型中的车身侧倾角速度 $\dot{\varphi}$ 、车身侧倾角加速度 $\ddot{\varphi}$ 和前轮转角 δ ；输出参数为控制量 $\dot{\delta}$ 。

3.1 自平衡控制器设计

RBF 神经网络模糊滑模控制思想是利用 RBF 神经网络逼近特性，对滑模控制律中包含的动力学模型中不确定性函数进行逼近，将逼近后得到的新函数代替原有的不确定

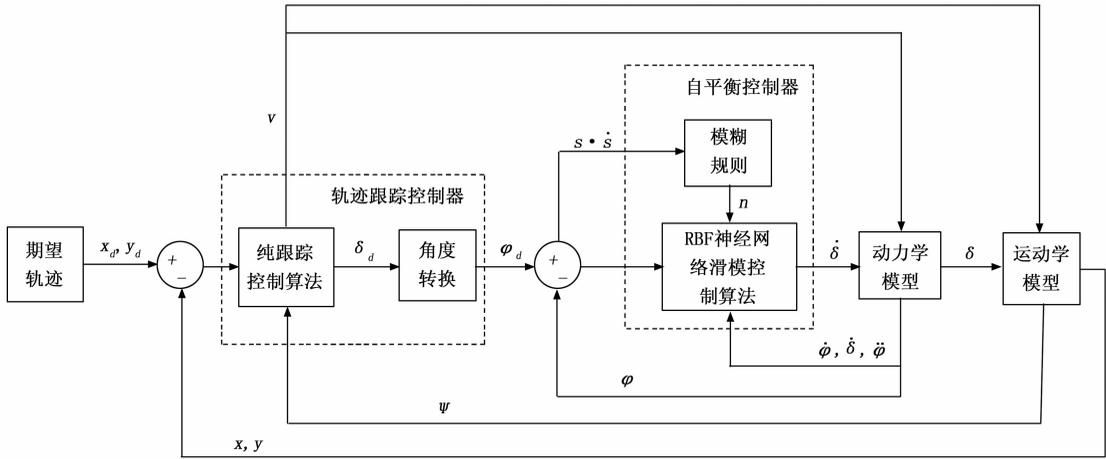


图 4 非同轴两轮机器人系统整体控制框图

性函数, 并结合模糊控制思想^[17]对指数趋近律中的等速趋近项参数进行模糊控制, 以此来削弱系统抖振。

从滑模控制的定义可知^[18], 一个滑模控制器的设计主要包括滑模面函数和控制律设计。

3.1.1 滑模面函数设计

为了跟踪轨迹跟踪控制器传递来的期望车身侧倾角, 从而实现车身平衡, 所以滑模面函数设计如下:

$$s = \dot{e} + ce \quad (14)$$

$$\dot{s} = \dot{c}\dot{e} + \ddot{e} \quad (15)$$

$$e = \varphi_d - \varphi \quad (16)$$

$$\dot{e} = \dot{\varphi}_d - \dot{\varphi} \quad (17)$$

$$\ddot{e} = \ddot{\varphi}_d - \ddot{\varphi} \quad (18)$$

式中, e 为跟踪误差; φ_d 为期望车身侧倾角; c 为模糊滑模控制算法控制参数。

3.1.2 滑模控制律设计

将前文非同轴两轮机器人非线性动力学方程式 (8) 中 δ 当作控制量 u , 并改写成以下形式:

$$\ddot{\varphi} = f + gu \quad (19)$$

式中,

$$f = \frac{g}{h} \sin\varphi + \frac{v^2 \cos\varphi \tan\delta}{lh}$$

$$g = \frac{vb \cos\varphi}{lh \cos^2\delta}$$

则式 (15) 变为:

$$\dot{s} = \dot{c}\dot{e} + \ddot{e} = \dot{c}\dot{\varphi}_d + \ddot{\varphi}_d - f - gu \quad (20)$$

趋近律选择指数趋近律:

$$\dot{s} = -nsgns - ks \quad (21)$$

式中, n, k 为模糊滑模控制算法参数。

由式 (20) ~ (21) 得控制律 u 为:

$$u = \frac{1}{g}(\dot{c}\dot{\varphi}_d + \ddot{\varphi}_d - f + nsgns + ks) \quad (22)$$

式中, $\ddot{\varphi}_d = 0, k > 0$ 。

在控制律式 (22) 中包含的函数 f 与非同轴两轮机器

人质心高度 h 、车速 v 、轴距 l 、前轮转角 δ 和车身侧倾角 φ 参数有关, 所以在非同轴两轮机器人行驶过程中会发生改变是非线性时变的不确定性函数。利用 RBF 神经网络对其进行逼近, 可以消除其不确定性对自平衡控制产生的影响。

3.1.3 RBF 神经网络设计

RBF 神经网络初始结构取 2-5-1, 即输入个数为 2, 隐含层神经元个数为 5, 输出个数为 1, 输入输出算法为:

$$h_j = \exp\left(-\frac{\|x - c_j\|^2}{2b_j^2}\right) \quad (23)$$

$$f(x) = W^{*T}h(x) + \varepsilon \quad (24)$$

式中, x 为网络输入; $f(x)$ 为网络输出; i 表示网络输入层第 i 个输入, j 为网络隐含层第 j 个网络输入; $h = [h_j]^T$ 为高斯基函数的输出; W^* 为理想网络权值; ε 为网络逼近误差, $\varepsilon \leq \varepsilon_n$; c_j 和 b_j 分别为高斯函数中心点坐标和宽度参数。

将网络输入 $x = [e, \dot{e}]$ 带入式 (23) ~ (24) 中, 得网络输出为:

$$\hat{f} = \hat{W}^T h(x) \quad (25)$$

式中, \hat{W}^T 为根据自适应律式 (30) 设计的网络权值。

将网络输出式 (25) 中的 \hat{f} 代替控制律式 (22) 中的 f 得到新的控制律为:

$$\dot{u} = \frac{1}{g}(\dot{c}\dot{\varphi}_d + \ddot{\varphi}_d - \hat{f} + nsgns + ks) \quad (26)$$

由新的控制律式 (26)、式 (20) 和式 (24) 得:

$$\dot{s} = -f + \hat{f} - \eta s g n s - ks = -\tilde{f} - \eta s g n s - ks \quad (27)$$

其中:

$$\tilde{f} = f - \hat{f} = W^{*T}h(x) + \varepsilon - \hat{W}^T h(x) = \tilde{W}^T h(x) + \varepsilon$$

$$\tilde{W} = W^* - \hat{W}$$

设计 Lyapunov 函数为:

$$L = \frac{1}{2}s^2 + \frac{1}{2}\gamma \tilde{W}^T \tilde{W} \quad (28)$$

式中, γ 为模糊滑模控制算法参数, $\gamma > 0$ 。

则由式 (26) ~ (28) 得:

$$\begin{aligned} \dot{L} &= \dot{s} + \gamma \tilde{W}^T \dot{W} = \\ s(-\tilde{f} - n \operatorname{sgn}s - ks) - \gamma \tilde{W}^T \dot{W} &= \\ s(-\tilde{W}^T h(x) - \varepsilon - n \operatorname{sgn}s - ks) - \gamma \tilde{W}^T \dot{W} &= \\ -\tilde{W}^T [sh(x) + \gamma \dot{W} - s(\varepsilon + n \operatorname{sgn}s + ks)] \end{aligned} \quad (29)$$

取自适应律为:

$$\dot{W} = -\frac{1}{\gamma} sh(x) \quad (30)$$

则式 (29) 变为:

$$\dot{L} = -\varepsilon s - \eta |s| - ks^2 \quad (31)$$

由于逼近误差 ε 为很小的正实数, 且 $k > 0$, 所以为了保证 $\dot{L} \leq 0$, 只需满足 $n \geq \varepsilon_n$.

3.1.4 模糊规则设计

在得到的新控制律式 (26) 中, 由于采用了指数趋近律, 使得系统抖振较大。为了保证系统快速趋近切换面 $s = 0$, 同时削弱系统抖振, 可以对指数趋近律中的等速趋近项参数 n 进行模糊控制。根据专家经验模糊规则应该设计如下:

IF $s \cdot \dot{s} > 0$, 则 n 应该增大

IF $s \cdot \dot{s} < 0$, 则 n 应该减小

根据上述模糊规则设计 $s \cdot \dot{s}$ 与 n 之间的模糊控制系统, 输入变量为滑模面函数 s 与滑模面函数导数 \dot{s} 的乘积, 输出变量为等速趋近项参数 n 。其中输入变量论域范围为 $[-15, 15]$, 采用 5 个模糊子集的语言变量进行描述为 {NB (负大), NM (负中), ZO (零), PM (正中), PB (正大)}, 隶属度函数采用三角形函数和高斯型函数, 隶属度函数如图 5 所示; 输出变量为了满足前文 Lyapunov 函数 $n \geq \varepsilon_n$ 要求, 论域范围为 $[-1.5, 1.5]$, 同样采用 5 个模糊子集的语言变量进行描述为 {NB (负大), NM (负中), ZO (零), PM (正中), PB (正大)}, 隶属度函数采用三角形函数和高斯型函数, 隶属度函数如图 6 所示。模糊规则设计如下:

R1: IF $s\dot{s}$ is PB, THEN n is PB

R2: IF $s\dot{s}$ is PM, THEN n is PM

R3: IF $s\dot{s}$ is ZO, THEN n is ZO

R4: IF $s\dot{s}$ is NM, THEN n is NM

R5: IF $s\dot{s}$ is NB, THEN n is NB

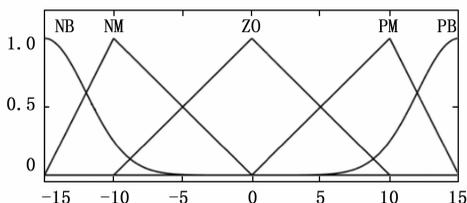


图 5 输入量的隶属度函数曲线

3.2 轨迹跟踪控制器设计

针对轨迹跟踪算法有纯跟踪法^[19]、MPC (model pre-

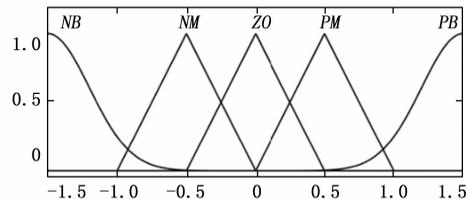


图 6 输出量隶属度函数曲线

dictive control, 模型预测控制) 法^[20]、LQR^[21]法等, 本文选择纯跟踪法作为路径跟踪方法。纯跟踪法的基本思想是以车辆后轮作为中心位置, 然后根据预瞄距离 l_d 在参考轨迹上寻找预瞄点 C , 假设车辆后轮以转弯半径为 R 到达预瞄点, 根据预瞄距离 l_d 、转弯半径 R 、预瞄点与中心位置偏角 θ 就可以确定前轮转角 δ , 纯跟踪法原理如图 7 所示。

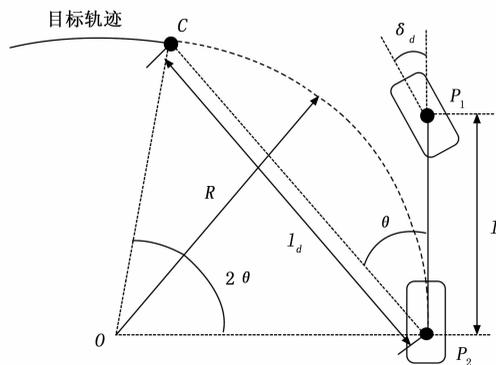


图 7 纯跟踪法原理图

为了使非同轴两轮机器人沿半径为 R 的轨迹到达参考路径上的预瞄点 C , 在 $\triangle OCP_2$ 中需满足以下关系:

$$\frac{l_d}{\sin 2\theta} = \frac{R}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)} \quad (32)$$

化简得到:

$$R = \frac{l_d}{2\sin\theta} \quad (33)$$

根据阿克曼转向关系得到:

$$\tan\delta_d = \frac{L}{R} \quad (34)$$

所以从式 (33) 和式 (34) 得到:

$$\delta_d = \arctan\left[\frac{2L\sin(\theta)}{l_d}\right] \quad (35)$$

从式 (35) 可以看出纯跟踪法计算得到的是目标前轮转角 δ_d , 而前文自平衡控制器输入是目标车身侧倾角 φ_d , 所以不能直接作为自平衡控制器输入。而根据非线性动力学方程式 (8) 可以看出, 当非同轴两轮机器人车身平衡后, 车身侧倾角 φ 和前轮转角 δ 是具有耦合关系的, 根据耦合关系可以将目标前轮转角 δ_d 转换为目标车身侧倾角 φ_d , 耦合关系如下:

$$-gl \tan\varphi_d = v^2 \tan\delta_d \quad (36)$$

4 仿真实验和分析

利用 MATLAB/Simulink 搭建的非同轴两轮机器人仿真系统如图 8 所示。

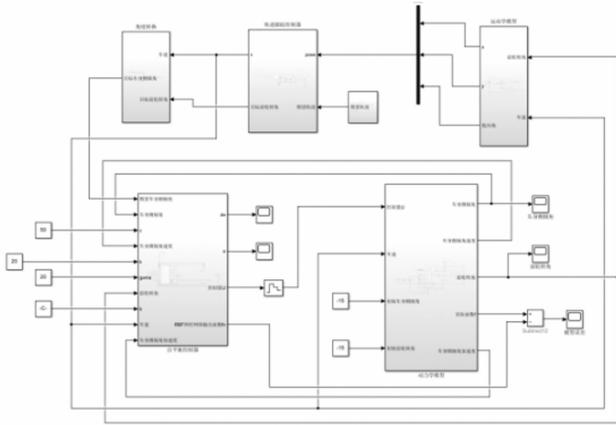


图 8 MATLAB/Simulink 仿真系统

图 8 中期望轨迹模块内部存放的是期望轨迹的 (x, y) 坐标; 其余轨迹跟踪控制器模块、自平衡控制器模块、角度转换模块、运动学模块、动力学模块的输入输出参数和功能已经在第 3 节中进行了详细介绍。

模型准确性实验和自平衡实验步骤如下。

步骤 1: 只保留自平衡控制器模块和动力学模块, 隔离有关轨迹跟踪功能模块, 期望车身侧倾角 φ_d 设置为 0 度, 使得非同轴两轮机器人仅具有自平衡功能。

步骤 2: 根据实验中所需的工况, 按照表 2 分别配置动力学模型中初始车身侧倾角 φ_0 、初始前轮转角 δ_0 、车速 v 。

步骤 3: 首先对自平衡控制器中 RBF 神经网络参数 b_j 和 c_j 进行训练优化, 再对模糊滑模控制算法参数 c, k, γ, n 进行优化, 保证自平衡控制器具有良好的控制效果。

步骤 4: 进行仿真实验, 获取所需的实验数据, 对实验数据进行分析总结。

轨迹跟踪实验步骤如下。

步骤 1: 导入之前实验中隔离的有关轨迹跟踪功能模块。

步骤 2: 根据轨迹跟踪实验所需的工况, 按照表 2 分别配置动力学模型中初始车身侧倾角 φ_0 、初始前轮转角 δ_0 、车速 v 。

步骤 3: 对轨迹跟踪控制器中的参数前视距离 l_d 进行优化, 保证轨迹跟踪控制器具有良好跟踪能力。

步骤 4: 进行仿真实验, 获取所需的实验数据, 对实验数据进行分析总结。

仿真实验之前, 对前文线性化处理后得到的线性动力学方程式 (9) 分别设计了基于经典滑模控制算法的自平衡控制器和基于纯跟踪算法的轨迹跟踪控制器, 与本文对非线性动力学方程式 (8) 设计的 RBF 神经网络模糊滑模自平衡控制器和纯跟踪法轨迹跟踪控制器进行对比实验。实验

中工况类型见表 2, 自平衡控制器中模糊滑模控制算法参数优化结果为 $c=50, k=20, n=10, \gamma=20$ 。

表 2 工况种类

工况序号	初始车身侧倾角 φ_0/deg	初始前轮转角 δ_0/deg	车速 $v/(\text{m/s})$
工况 1	-15	-15	3
工况 2	-30	-30	6
工况 3	-60	-60	12

4.1 RBF 神经网络参数 c_j 和 b_j 训练优化

在表 2 中 3 种工况下, 通过前文建立的仿真系统对非线性时变不确定函数 f 进行随机输入输出仿真实验, 输入为车身侧倾角 φ 与前轮转角 δ , 输出为函数 f 数值, 测量随机输入输出数据。其中一部分作为 RBF 神经网络训练样本, 训练样本随机输入范围为 $[-1.5, 1.5]$ 。剩下部分作为测试样本, 由于自平衡控制器中 RBF 神经网络实际输入为 e 和 \dot{e} , 所以根据实际输入 e 和 \dot{e} 范围将测试样本随机输入范围设置为 $[-1, 1]$ 。训练结果如图 9 所示, 其中图 9 为训练过程中均方差与隐含层神经元个数关系曲线, 图 10 (a) 和图 10 (b) 分别为训练样本和测试样本曲线, 图 11 (a) 和图 11 (b) 分别为利用训练优化得到的 RBF 神经网络对测试样本进行逼近的结果和误差。

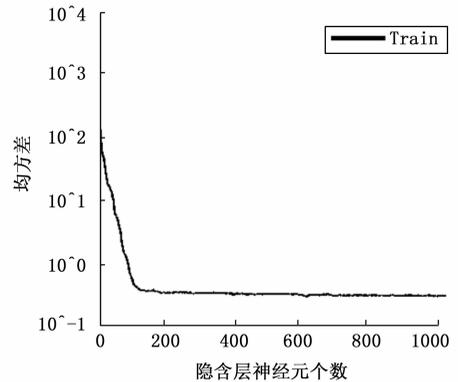
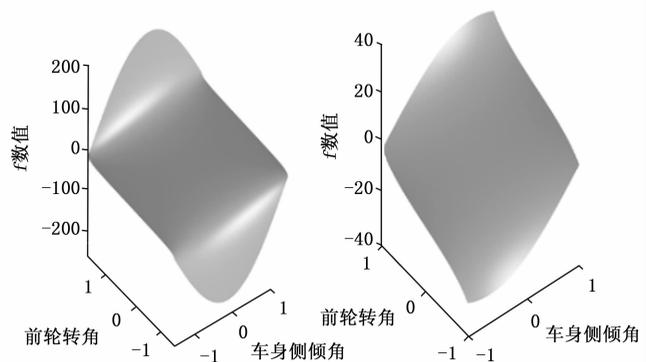


图 9 均方差与隐含层神经元个数关系曲线



(a) 训练样本

(b) 测试样本

图 10 训练样本和测试样本曲线

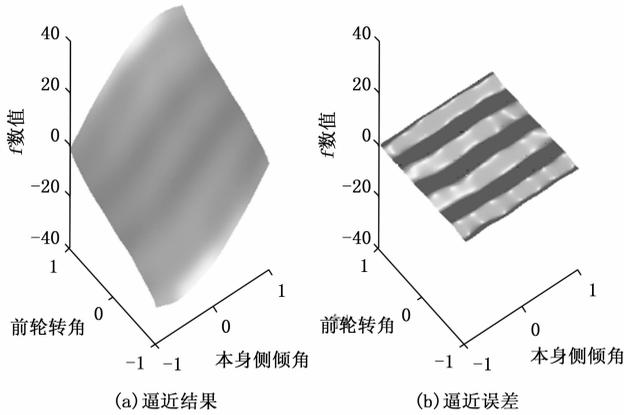


图 11 逼近结果和逼近误差曲线

从图 9 中可以看出，隐含层神经元个数为 300 个时，此时均方差为 0.348 8，当隐含层神经元个数继续增加 1 000 个时，均方差仅下降了 0.033。由于隐含层神经元个数增加不仅会使得网络结构变复杂，还会增加网络逼近所需的时间，所以为了加快 RBF 神经网络逼近速度，同时保证良好的逼近效果，将隐含层神经元个数设置为 300。训练优化后的 RBF 神经网络结构变为 2-300-1，参数 $b_j = 0.65$ ，矩阵 c_j 列大小与隐含层神经元个数有关变为 2 行 300 列大小的矩阵。从图 11 中可以看出，利用训练优化好后的 RBF 神经网络对测试样本逼近具有良好的效果，误差分布在 $[-1, 1]$ 之间。

4.2 模型准确性实验分析

为了验证在面对车速、车身侧倾角和前轮转角变化较大情况下，本文提出的利用 RBF 神经网络对非线性动力学模型式 (19) 中非线性时变不确定函数 f 逼近造成的模型误差，在表 2 所示 3 种工况下进行模型准确性实验，实验结果如下所示。其中图 12 为两种处理非线性时变不确定函数 f 方法造成的模型误差曲线；表 3 为模型误差实验数据，表中模型误差收敛时间是指模型误差曲线进入 $[-1, 1]$ 范围内时所需的时间。

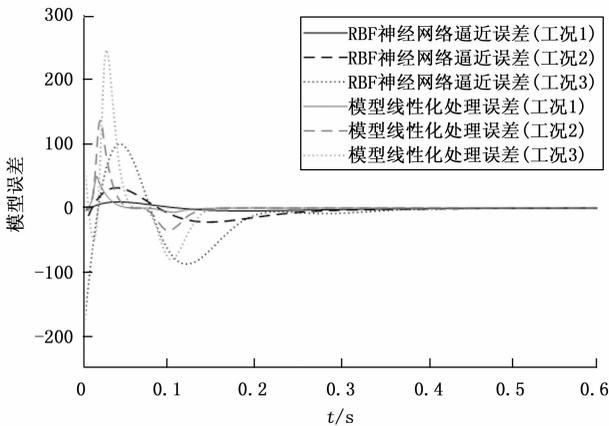


图 12 两种处理方法造成的模型误差曲线

表 3 两种处理方法的模型误差实验数据

工况种类	处理方法	模型误差最大值	模型误差收敛时间/s
工况 1	模型线性化处理	49.90	0.14
工况 2		136.90	0.15
工况 3		246.30	0.16
工况 1	RBF 神经网络逼近	9.55	0.40
工况 2		31.50	0.43
工况 3		99.82	0.45

从图 12 中可以看出，在 3 种工况下非同轴两轮机器人车身平衡后两种处理方法造成的模型误差都能收敛到 0 附近，这是因为此时期望车身侧倾角 φ_d 和期望前轮转角 δ_d 都设置为 0 度，即非同轴两轮机器人做直线行驶，使得非线性时变不确定函数 f 最终值为 0。只有当期望车身侧倾角 φ_d 和期望前轮转角 δ_d 都不为 0 度时，即非同轴两轮机器人做连续转向运动，此时模型线性化处理方法不满足理想条件，造成的模型误差会以一个非 0 值一直存在。而 RBF 神经网络利用其逼近特性，造成的模型误差会尽可能收敛到 0。

虽然模型误差能否收敛到 0 对自平衡控制器控制效果具有影响，但是影响的主要因素是模型误差能否在短时间内快速、平稳的收敛到 0。从表 3 中数据可以看出，RBF 神经网络逼近方法产生的模型最大误差与模型线性化处理方法产生的模型最大误差相比：在工况 1 下，从 49.90 下降至 9.55，减少了 40.35；在工况 2 下，从 136.90 下降至 31.50，减少了 105.40；在工况 3 下，从 246.30 下降至 99.82，减少了 146.48。因此在面对车速、车身侧倾角和前轮转角变化较大情况下，RBF 神经网络逼近方法能够有效的减小模型最大误差，从而提高了动力学模型的准确性，更有利于后续的自平衡控制。虽然所需的模型误差收敛时间相较于模型线性化处理方法虽然增加了 0.26 s、0.28 s 和 0.29 s，但仍处于可接受范围。

4.3 自平衡实验分析

为了验证在面对车速、车身侧倾角和前轮转角变化较大情况下，本文设计的 RBF 神经网络模糊滑模自平衡控制器控制效果好坏，在表 2 所示 3 种工况下进行自平衡实验，实验结果如下所示。其中图 13 和图 14 分别为实验过程中车

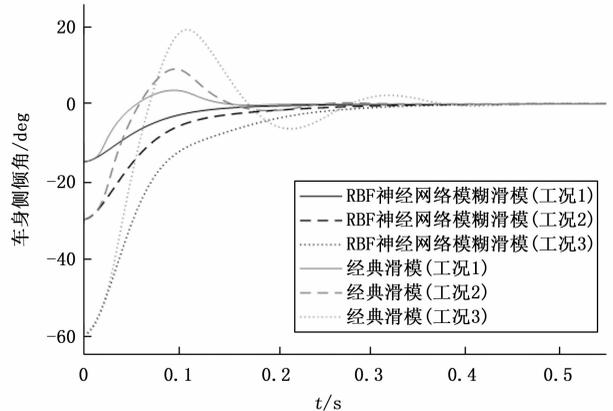


图 13 自平衡实验车身侧倾角响应曲线

身侧倾角响应曲线和前轮转角响应曲线, 其中车身平衡后车身侧倾角和前轮转角都应在 0 deg 附近; 表 4 为车身侧倾角实验数据, 其中车身平衡所需时间是指车身侧倾角曲线收敛到 $[-1, 1]$ deg 范围内所需的时间。

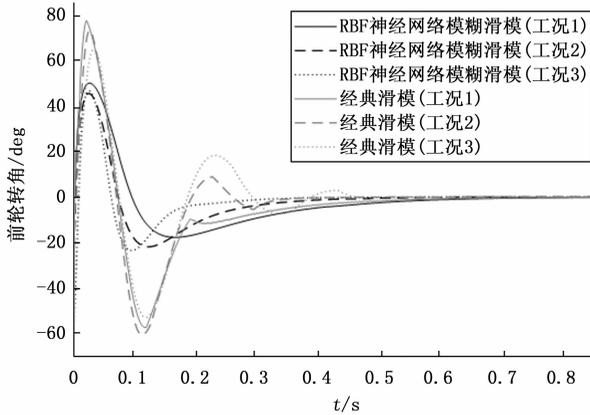


图 14 自平衡实验前轮转角响应曲线

表 4 车身侧倾角实验数据

工况种类	控制器种类	车身侧倾角曲线超调量/deg	车身平衡所需时间/s
工况 1	经典滑模	3.54	0.13
工况 2		9.04	0.15
工况 3		19.19	0.17
工况 1	RBF 神经网络模糊滑模	4.8×10^{-4}	0.15
工况 2		8.4×10^{-4}	0.24
工况 3		7.6×10^{-4}	0.29

结合图 13 和表 4 可以看出, RBF 神经网络模糊滑模自平衡控制器与经典滑模自平衡控制器相比: 在工况 1 下, 车身侧倾角曲线超调量下降了约 3.54 deg, 车身平衡时间增加了 0.02 s; 在工况 2 下, 车身侧倾角曲线超调量下降了约 9.04 deg, 车身平衡时间增加了 0.09 s; 在工况 3 下, 车身侧倾角曲线超调量下降了约 19.19 deg, 车身平衡时间增加了 0.12 s。该结果与动力学模型准确性有关: 因为 RBF 神经网络处理方法能够有效的减小模型最大误差, 所以使得车身侧倾角曲线超调量能够有效的下降至 0 deg 附近; 又因为 RBF 神经网络处理方法所需的模型误差收敛时间增加, 所以使得车身平衡所需时间也相应增加。因此在车速、初始车身侧倾角和初始前轮转角快速增大情况下, RBF 神经网络模糊滑模自平衡控制器与经典滑模自平衡控制器相比, 具有更低的超调量和更好的鲁棒性, 虽然车身平衡所需时间增加了, 但是也远低于文献 [8-12] 中的自平衡控制器。

此外从图 15 中还可以看出在 3 种工况下, 经典滑模自平衡控制器的前轮转角波动幅度为 $[-59.5, 76.8]$ deg, RBF 神经网络模糊滑模自平衡控制器的前轮转角波动幅度为 $[-22.5, 49.6]$ deg, 明显小于经典滑模自平衡控制器。因此 RBF 神经网络自平衡控制器使车身平衡所需的前轮转角更小, 而前轮转角作为控制量, 所以系统能量消耗也更

小。并且实际使用中非同轴两轮机器人前轮转角是有限位的, 可能无法满足经典滑模自平衡控制器所需前轮转角波动范围的要求。

4.4 轨迹跟踪实验分析

为了验证本文设计的利用车身平衡后车身侧倾角与前轮转角耦合关系, 将 RBF 神经网络模糊滑模自平衡控制器与纯跟踪法轨迹跟踪控制器结合后, 能否实现带有轨迹跟踪的转向闭环控制, 在表 2 中的工况 1 下进行轨迹跟踪实验。实验开始前预瞄距离 l_d 优化后为 4.5 m; 非同轴两轮机器人初始位置为 $(x_0, y_0) = (0, -1)$ m。实验结果如下所示, 图 15 为实验过程中非同轴两轮机器人运行轨迹, 其中目标轨迹为两个相切半圆组成, 函数关系式分别为 $y = \sqrt{400 - (x-20)^2}$ 和 $y = -\sqrt{400 - (x-60)^2}$, 用来模拟连续转向运动; 图 16 为运行轨迹与目标轨迹在 y 方向上的跟踪误差曲线; 图 17 为实验过程中车身侧倾角响应曲线; 表 5 为轨迹跟踪误差实验数据, 其中成功跟踪时间是指跟踪误差进入 $[-0.1, 0.1]$ m 范围内所需的时间。

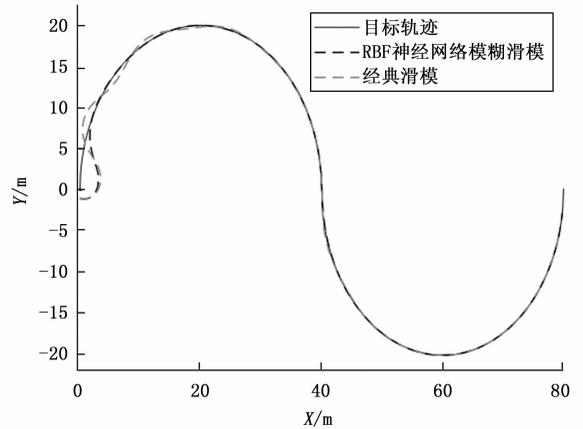


图 15 运行轨迹

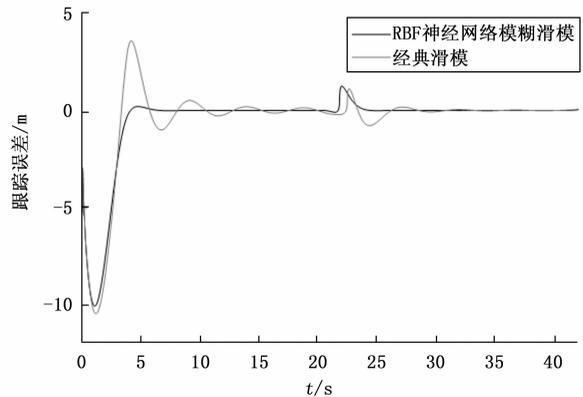


图 16 跟踪误差曲线

表 5 跟踪误差实验数据

控制器种类	最大跟踪误差/m	成功跟踪时间/s
经典滑模	3.58	28.80
RBF 神经网络模糊滑模	0.19	5.45

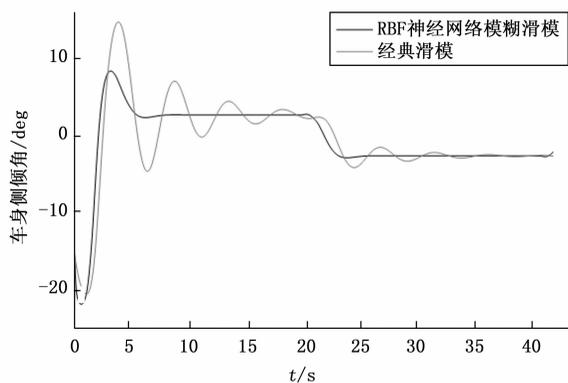


图 17 轨迹跟踪实验车身侧倾角响应曲线

从图 15~17 和表 5 中可以看出, RBF 神经网络自平衡控制器凭借车身侧倾角曲线更低的超调量和更快的收敛速度, 能够快速准确的跟踪目标轨迹, 其中最大跟踪误差从 3.58 m 下降至 0.19 m, 减小了 3.39 m; 成功跟踪时间从 28.80 s 下降至 5.45 s, 减小了 23.35 s。此外在 24 s 左右时, 两者的跟踪误差曲线发生波动, 是由于非同轴两轮机器人行驶到两个半圆相交处导致目标轨迹方向发生突变, 但是 RBF 神经网络模糊滑模自平衡控制器的跟踪误差曲线波动很快得到抑制。因此利用车身平衡后车身侧倾角与前轮转角耦合关系, 将转向闭环控制中所需的目标前轮转角替换为目标车身侧倾角, 使 RBF 神经网络模糊滑模自平衡控制器与纯跟踪轨迹跟踪控制器相结合, 实现带有轨迹跟踪的转向闭环控制是可行的, 并且具有良好的轨迹跟踪效果。

5 结束语

1) 在非同轴两轮机器人基于前轮转角的自平衡控制中, 即使前轮转角作为控制量用于自平衡控制, 也可通过车身平衡时的车身侧倾角与前轮转角之间的耦合关系, 将转向闭环控制中的目标转角替换成目标车身侧倾角, 将闭环转向控制与自平衡控制结合, 从而实现转向闭环控制。

2) 对于动力学模型中非线性时变的不确定部分使用模型线性化处理办法, 在车速、前轮转角和车身侧倾角变化较大的情况下会产生较大的模型误差。而利用 RBF 神经网络逼近非线性动力学模型中不确定部分的方法, 在上述情况下可以很好的抑制产生的模型误差, 使 3 种工况下的模型最大误差分别下降了 40.73、135.14 和 137.74。

3) 模型准确性对于自平衡控制会产生较大影响, 并进一步影响到轨迹跟踪控制。主要原因是模型误差曲线超调量和收敛时间增大, 会导致自平衡控制中车身侧倾角曲线的超调量和车身稳定所需时间增加, 使得自平衡控制效果变差。而自平衡控制效果会影响到轨迹跟踪控制效果, 其中车身侧倾角曲线超调量和车身稳定所需时间增加, 使得最大跟踪误差和成功跟踪目标轨迹所需时间增大。所以本文设计的自平衡控制器和轨迹跟踪控制器, 凭借较高的模

型准确性, 具有超调量低、鲁棒性强和响应快的优点。

参考文献:

- [1] 欧东梅. 基于 ARM 和 FPGA 的自平衡机器人研究与实现 [D]. 成都: 四川大学, 2021.
- [2] 谢振生. 带辅助臂的两轮机器人建模与控制研究 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2019.
- [3] 戴福全. 多自由度两轮平衡自平衡机器人技术研究 [D]. 北京: 北京理工大学, 2015.
- [4] 邱金凤. 非同轴两轮自平衡移动机器人的平稳性研究 [D]. 武汉: 武汉理工大学, 2018.
- [5] 闫娟, 杨惠斌, 程武山. 两轮机器人自平衡稳定性控制研究仿真 [J]. 计算机仿真, 2016, 33 (7): 383-387.
- [6] 徐晗. 自平衡式两轮电动车运动控制技术研究 [D]. 大连: 大连理工大学, 2016.
- [7] OWCZARKOWSKI A, HORLA D. Robust LQR and LQI control with actuator failure of a 2DOF unmanned bicycle robot stabilized by an inertial wheel [J]. International Journal of Applied Mathematics & Computer Science, 2016, 26 (2): 325-334.
- [8] 缪文南. 基于模糊 PID 的无人自行车控制器研究与设计 [J]. 电子测量技术, 2021, 44 (12): 12-17.
- [9] 李亚峰, 王卫军, 张弓, 等. 非同轴两轮机器人的自平衡分析与控制策略 [J]. 自动化与仪表, 2018, 33 (3): 37-41.
- [10] 和童昭. 自行车动力系统模型分析及其自平衡控制研究 [D]. 天津: 天津职业技术师范大学, 2018.
- [11] 王涵, 李艳. 基于切换 PID 的无人自行车的平衡控制 [J]. 电子器件, 2019, 42 (3): 774-780.
- [12] 李静. 前轮驱动自行车机器人建模与自适应控制策略研究 [D]. 北京: 北京邮电大学, 2017.
- [13] 彭椿皓. 自行车自动驾驶系统关键技术研究 [D]. 济南: 山东大学, 2021.
- [14] ZHANG Y, ZHAO G, LI H. Multibody dynamic modeling and controlling for unmanned bicycle system [J]. ISA Transactions, 2021, 118 (2): 174-118.
- [15] 肖宗鑫, 李晓杰, 肖宗烁, 等. 基于 RBF 神经网络优化的无人驾驶车辆增量线性模型预测轨迹跟踪控制研究 [J]. 重庆理工大学学报 (自然科学), 2021, 35 (3): 36-45.
- [16] 王立新. 模糊系统与模糊控制教程 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2003.
- [17] 李文礼, 郭文博, 石晓辉, 等. 基于模糊控制的车辆主动避撞系统及仿真验证 [J]. 重庆理工大学学报 (自然科学), 2021, 35 (7): 28-36.
- [18] 李捷, 王晓文, 王毫旗, 等. 基于迭代滑模的挖掘机工作装置控制策略 [J]. 机电工程, 2022, 39 (4): 561-566.
- [19] 黄立栋. 智能安防巡逻车导航系统设计与实现 [D]. 济南: 山东大学, 2021.
- [20] 王明阳. 基于模型预测的水下机器人养殖网箱巡检轨迹跟踪研究 [D]. 大连: 大连海洋大学, 2022.
- [21] 郑苏. 无人驾驶汽车轨迹跟踪控制研究 [D]. 锦州: 辽宁工业大学, 2021.