

# 基于动态遗忘因子最小二乘与 EKF 的电池 SOC 估计

马福荣, 李演明, 杜浩, 焦振, 邱彦章

(长安大学 电子与控制工程学院, 西安 710064)

**摘要:** 电池荷电状态 SOC (state of charge) 作为电池管理系统中尤为重要的一部分, 其准确估计成为锂离子电池研究的重点; 为了提高动态工况下的 SOC 估计精度, 对锂离子电池等效模型进行分析, 基于 AIC (赤池信息) 准则确定二阶 RC 电路为等效电路模型, 使用递推最小二乘算法对模型参数进行在线辨识, 为提高辨识精度, 提出了带动态遗忘因子递推最小二乘的改进算法, 对算法加入遗忘因子, 通过电压结果误差实时动态调整算法遗忘因子取值; 将递推最小二乘算法和含动态遗忘因子最小二乘算法分别与扩展卡尔曼滤波 (EKF) 算法进行 SOC 联合估计, 并对其预测效果, 结果表明含有动态遗忘因子最小二乘与 EKF 联合估计模型具有更高的精度和鲁棒性。

**关键词:** 锂电池; SOC; 最小二乘; 动态遗忘因子; 扩展卡尔曼滤波

## Estimation of Battery SOC Based on Dynamic Forgetting Factor Least Square Algorithm and EKF

MA Furong, LI Yanming, DU Hao, JIAO Zhen, QIU Yanzhang

(School Of Electronic and Control Engineering, Chang'an University, Xi'an 710064, China)

**Abstract:** As a particularly important part of battery management system, the accurate estimation of battery state of charge (SOC) has become the focus of lithium-ion battery research. In order to improve the SOC estimation accuracy under dynamic condition, the equivalent model of lithium-ion battery is analyzed, the second-order RC circuit is determined as the equivalent circuit model based on Akaike Information (AIC) criterion, and recursive least square (RLS) algorithm is used to identify online identification of the model parameters, and in order to improve the identification accuracy, an improved least square algorithm with dynamic forgetting factor is proposed, the forgetting factor is added to the RLS algorithm, and the forgetting factor of the algorithm is dynamically adjusted in real time through the voltage result error. The RLS algorithm and the least square algorithm with dynamic forgetting factor are combined with the extended Kalman filtering (EKF) algorithm for SOC joint estimation respectively. Compared the prediction results, the results showed that the joint estimation model containing the least square with dynamic forgetting factor and EKF has higher accuracy and robustness.

**Keywords:** lithium battery; SOC; least square; dynamic forgetting factor; extended kalman filtering

## 0 引言

随着全球化石能源短缺的问题日益严峻, 新能源技术迎来了前所未有之发展机遇, 其中锂离子电池扮演着越来越重要的角色, 因此对锂离子电池管理系统的研究逐渐成为热点<sup>[1]</sup>。作为电池的关键性能参数之一, SOC (荷电状态) 的准确估算成为一大重点, SOC 主要用来表示电池电量的使用情况, 准确的 SOC 估计可以为电池健康监测、使用时长以及合理的能量分配提供重要的参考依据, 对有效地使用能源具有重要的积极影响<sup>[2]</sup>。锂离子电池的荷电状

态受诸多因素的影响, 其中主要包括电压、电流及温度等, 由于 SOC 与其相关影响因素主要呈非线性的关系, 并且电池系统本身也是个典型的非线性系统, 因此电池荷电状态的研究是众多学者研究的一大难点<sup>[3]</sup>。

对于电池 SOC 的主流研究方法主要是集中于能量守恒角度, 即认为电池剩余电量是电池即时剩余容量与电池总容量的比值<sup>[4]</sup>。目前国内外对电池 SOC 的研究主要是通过两大类角度来进行, 一类是通过电池的电化学性质, 对电池的化学特性与能量关系来计算 SOC 从而避免建立复杂物

收稿日期: 2022-05-31; 修回日期: 2022-06-27。

基金项目: 陕西省重点研发计划项目 (2019ZDLGY15-04-02)。

作者简介: 马福荣 (1998-), 男, 甘肃临夏人, 硕士研究生, 主要从事电池能源与混合信号集成电路方向的研究。

邱彦章 (1962-), 男, 陕西西安人, 博士研究生, 副教授, 主要从事电源管理与混合信号集成电路方向的研究。

通讯作者: 李演明 (1979-), 男, 甘肃白银人, 博士研究生, 副教授, 主要从事混合信号集成电路、功率电子及嵌入式系统方向的研究。

引用格式: 马福荣, 李演明, 杜浩, 等. 基于动态遗忘因子最小二乘与 EKF 的电池 SOC 估计[J]. 计算机测量与控制, 2023, 31(1): 167-173, 180.

理模型<sup>[5]</sup>；另一类是通过对外部建立合理的数学模型，根据电池外部物理量与数学原理来计算电池 SOC<sup>[6]</sup>。国内外对电池 SOC 的主要研究方式如图 1 所示。

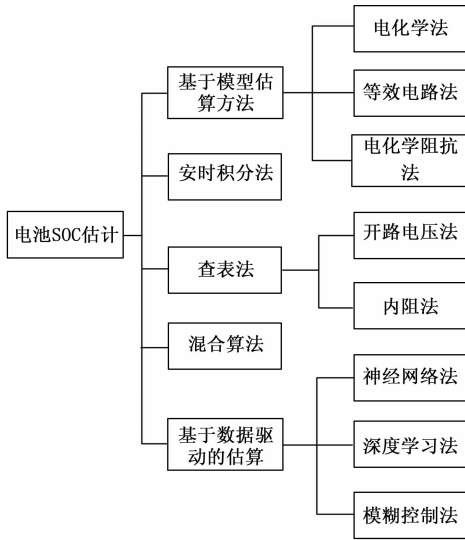


图 1 国内外电池 SOC 主要研究方式

在前人研究的基础上，对锂离子电池进行等效模型建立，基于动态工况的需求，根据数学原理，引入在线参数辨识算法，对算法进行改进，然后再结合扩展卡尔曼滤波进行电池 SOC 的有效估计，并且对模型参数辨识算法进行改进，从而提高整个 SOC 估计系统的精度与稳定性。

## 1 锂离子电池等效电路

### 1.1 等效电路模型分析

相较于电池内部复杂的化学反应，等效电路模型基于其简洁的模型和简单的数学表达式得到了锂离子电池研究的广泛应用<sup>[7]</sup>。等效电路模型主要用于表示电池内部状态与电池外部状态之间的关联性，使用物理原理及数学表达式来对电池的状态进行综合的数学表达。在电池研究中，常用的模型有 Rint 模型、Thevenin 模型和 PNGV 模型，基于这些常见模型的框架之上，为了更好描述电池的复杂状态，提出多级的 RC 电路模型，其主要结构是在 Rint 电路上串联多个 RC 电路<sup>[8]</sup>，如图 2 所示。

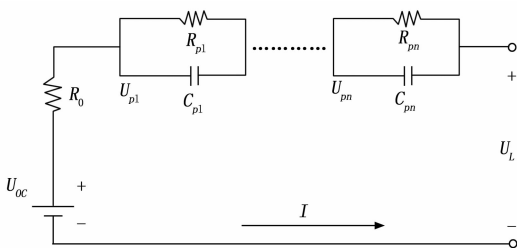


图 2 多阶 RC 电路模型

多阶 RC 电路的动态方程为：

$$\begin{cases} U_L = U_{oc} - R_0 I - U_{p1} - \dots - U_{pn} \\ I = \frac{U_p}{R_p} + C_p \frac{dU_p}{dt} = \dots = \frac{U_{pn}}{R_{pn}} + C_{pn} \frac{dU_{pn}}{dt} \end{cases} \quad (1)$$

电路模型与式 (1) 中， $U_{oc}$  表示开路电压， $R_0$  表示内阻； $I$  表示负载电流，规定图 1 中的电流方向为正方向， $R_{pn}$  表示极化电阻， $C_{pn}$  表示极化电容； $U_{pn}$  表示 RC 回路两端电压。

多阶 RC 具有多个极化电容和多个极化电阻，因此具有较高的精度，电路模型的阶数与模型的精确度成正比关系。但模型阶数的增加带来的是复杂的计算过程以及庞大的计算量，对于电池的 SOC 估计，模型的精确度将提高 SOC 的估计准确度，但同时复杂的过程会导致 SOC 计算速度的降低，因此需要在精度和速度的综合考虑下进行对模型阶数的合理选择<sup>[1]</sup>。

### 1.2 基于 AIC 准则的模型阶数的确定

AIC (赤池信息准则) 是一种统计学中常用的最优模型选择准则，该准则建立在熵的概念基础之上，可以对模型的复杂度和模型拟合的优良性之间进行合理的均衡，AIC 准则的一般形式如式 (2) 所示：

$$AIC = \ln \frac{SSE}{T} + 2 \frac{m}{T} \quad (2)$$

式 (2) 中， $T$  表示实验数据量， $m$  表示模型未知参数数量，(SSE, sum of squares for error) 表示残差平方和，SSE 的表达式如公式 (3) 所示：

$$SSE = \sum_{j=1}^T (y_j - y'_j)^2 \quad (3)$$

式 (3) 中， $y_j$  代表第  $j$  个实验数据的真值， $y'_j$  代表第  $j$  个实验数据的估计值。

AIC 准则力求在模型的复杂度和准确度之间达到平衡，对于锂离子电池的等效电路模型而言，电路的最佳平衡电路模型对应的 AIC 值应为最小。为了控制模型的实用性随着实验数量  $T$  的增加而降低，同时保证电池等效电路模型的准确度，可将 AIC 准则一般形式优化为：

$$AIC = \ln \frac{SSE}{T} + \frac{2m^d}{T} \quad (4)$$

其中：引入指数  $d$ ，使得  $2m/T$  的阶数提高，以此提高等效电路模型的过度拟合惩罚力度，达到提高电路模型实用性比重的目的，根据统计学理论，在此处  $d$  取值为 4。在等效电路的 RC 回路中，电路模型的阶数每增加一个，未知参数就会多增加两个，因此模型阶数  $n$  与电路未知参数  $m$  的关系为  $m = 2n + 1$ ，由此可确定等效 RC 电路模型的 AIC 准则方程为：

$$AIC = \ln \left\{ \frac{\sum_{i=1}^T [U_L - U_{oc} + \sum_{i=1}^n (IR_{pi} e^{-t/\tau_i})]^2}{T} \right\} + \frac{2(2n+1)^d}{T} \quad (5)$$

根据图 3，在不同的 SOC 范围内，AIC 值在不同阶数条件表现出差异，基于 AIC 值最小准则，当 SOC 值在 20% ~ 80% 范围内时，二阶的 AIC 值表现为最小，并且此范围涵盖了 SOC 估计的主要阶段，因此可以选定等效电路 RC 模型的阶数为 2。

## 2 二阶 RC 等效电路参数辨识

二阶 RC 等效电路模型如图 4 所示。

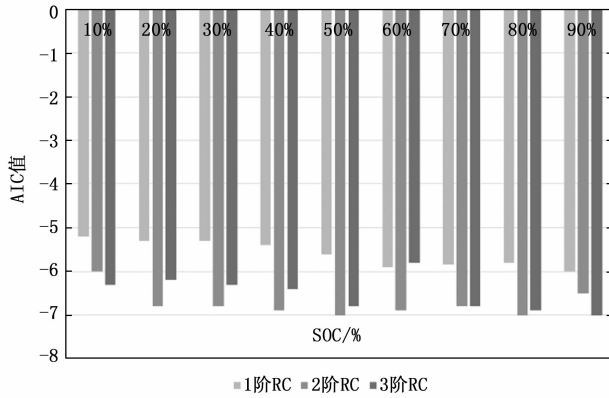


图 3 不同阶数充放电 AIC 值对比

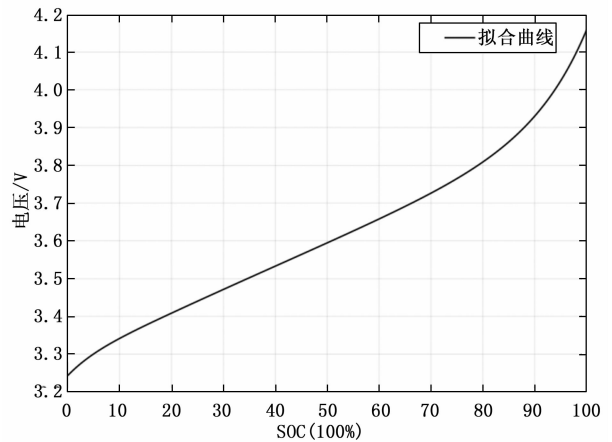


图 5 OCV-SOC 拟合曲线

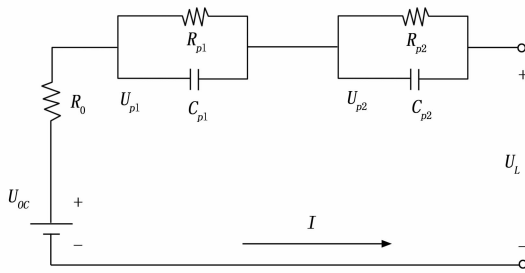


图 4 二阶 RC 等效电路模型

根据二阶 RC 等效电路模型, 可得电池端电压的零状态响应为:

$$U_L = U_{OC} - IR_0 - IR_{p1}(1 - e^{-t/R_{p1}C_{p1}}) - IR_{p2}(1 - e^{-t/R_{p2}C_{p2}}) \quad (6)$$

在实际的电池应用环境中, 对于电池二阶 RC 等效模型而言, 端电压  $U_L$ 、电流  $I$  及温度等数据是可以直接测量获取的, 而模型参数  $U_{OC}$ 、 $R_0$ 、 $R_p$  和  $C_p$  等参数需要对电路模型进行参数辨识才能获取, 进而利用辨识出来的参数进行电池 SOC 的准确估计。

### 2.1 二阶 RC 电路模型的离线参数辨识

锂电池等效电路的参数辨识主要有离线和在线两种模式。等效电路参数的离线辨识可以通过 OCV-SOC 曲线拟合来实现, 通过标准实验获取 OCV 和 SOC 的函数关系, 然后通过混合动力脉冲能力特性 (HPPC, Hybrid PulsePower Characteristic) 实验数据来辨识各项参数, 最终辨识出来的各项参数实际上是关于 SOC 的函数<sup>[3]</sup>。

首先根据 HPPC 测试步骤对电池依次进行静置、放电和充电等测试操作, 对每一个 SOC 点进行一次 HPPC 循环测试, 记录下每一个 SOC 值所对应的开路电压 OCV 值, 根据记录数据来进行 OCV 与 SOC 的函数拟合<sup>[6]</sup>。使用 Matlab 里的 CurveFittingTool 工具箱以及六阶多项式 RMSE 方式拟合 OCV 与 SOC 的曲线关系, 拟合结果如图 5 所示。

根据电池实验规范, 采用 HPPC 测试获得电池电压回弹特性曲线, 对其进行局部放大, 使用指数拟合的方式,

依次在每一处 SOC 所对应的电压回弹特性曲线计算出对应的参数  $U_{OC}$ 、 $R_0$ 、 $R_p$  和  $C_p$  等。

### 2.2 二阶 RC 电路模型的在线参数辨识

对于锂电池 SOC 的估计, 离线辨识虽能较为准确地计算出电路模型各状态参数, 是分段获取电池某一段 SOC 状态下的参数值, 而电池的工作过程是一个动态变化的过程, 在实际的工程实际中离线辨识方法在实时监测方面具有一定的局限性<sup>[6]</sup>。因此电池模型参数的在线辨识显得尤为重要, 本课题通过递推最小二乘方法对电池进行在线参数辨识, 运用最小二乘算法。

#### 2.2.1 最小二乘理论

设函数:

$$f(x) = a_1\varphi_1(x) + a_2\varphi_2(x) + \dots + a_n\varphi_n(x) \quad (7)$$

式 (7) 中,  $\varphi_k(x)$  为设定的一组线性无关函数,  $a_k$  为待定系数 ( $k=1, 2, 3 \dots m, m < n$ )。最小二乘拟合准则为使关系式  $y_i$  ( $i=1, 2, 3 \dots n$ ) 与上述函数  $f(x)$  之间的距离  $\delta_i$  的平方和为最小值。基于此目标, 可以设一对观测量  $(x, y)$ , 其中的  $x = [x_1, x_2 \dots x_n]^T \in R$ , 观测量  $(x, y)$  满足关系  $y = f(x, \omega)$ , 其中  $\omega = [\omega_1, \omega_2 \dots \omega_n]^T$  为待定参数。目标为寻找  $y = f(x, \omega)$  中  $\omega$  的最优值, 因此需求解目标函数:

$$L(y, f(x, \omega)) = \sum_{i=1}^m [y_i - f(x_i, \omega_i)]^2 \quad (8)$$

目标函数  $L$  的最小值的参数  $\omega_i$  ( $i=1, 2 \dots n$ ) 为最小二乘算法求得的  $\omega$  最优解。对于一个系统而言, 若其系统离散函数为:

$$G(Z^{-1}) = \frac{B(Z^{-1})}{A(Z^{-1})} = \frac{b_1 Z^{-1} + b_2 Z^{-2} + \dots + b_n Z^{-n}}{1 + a_1 Z^{-1} + a_2 Z^{-2} + \dots + a_n Z^{-n}} \quad (9)$$

此离散函数对应的差分方程为:

$$y_k = -a_1 y_{k-1} - a_2 y_{k-2} - \dots - a_n y_{k-n} + b_1 u_{k-1} + b_2 u_{k-2} + \dots + b_n u_{k-n} + e_k = \sum_{i=1}^n a_i y_{k-i} + \sum_{i=1}^n b_i u_{k-i} + e_k \quad (10)$$

式 (10) 中:  $y_k$  为系统输出,  $u_k$  为系统输入。令:

$\varphi_k = [-y_{k-1} \quad -y_{k-2} \quad \cdots \quad -y_{k-n} \quad u_{k-1} \quad u_{k-2} \quad \cdots \quad u_{k-n}]^T$   
 $\theta = [a_1 \quad a_2 \quad \cdots \quad a_n \quad b_1 \quad b_2 \quad \cdots \quad b_n]$  为系统待估计参数。

将式 (10) 可以写为:

$$y_k = \varphi_k^T \theta + e_k \quad (11)$$

对  $u_k$  和  $y_k$  进行  $N$  维扩展,  $k=1, 2, 3 \cdots N+n$ , 则矩阵形式为:

$$Y = \mathcal{O}\theta + e \quad (12)$$

式 (12) 中:

$$\mathcal{O} = \begin{bmatrix} -y_n & -y_{n-1} & \cdots & -y_1 & u_n & \cdots & u_1 \\ -y_{n+1} & -y_n & \cdots & -y_2 & u_{n+1} & \cdots & u_2 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ -y_{n+1} & -y_{n+N-1} & \cdots & -y_N & u_{n+N} & \cdots & u_N \end{bmatrix}$$

$$Y = [y_{n+1} \quad y_{n+2} \quad \cdots \quad y_{n+N}]^T$$

$$e = [e_{n+1} \quad e_{n+2} \quad \cdots \quad e_{n+N}]^T$$

对于上述矩阵形式, 可以取泛函数为:

$$J(\theta) = \sum_{i=1}^N (Y - \mathcal{O}\theta)^2 = \sum e_{n+i}^2 = (Y - \mathcal{O}\theta)^T (Y - \mathcal{O}\theta) \quad (13)$$

为取  $J(\theta)$  的最小值, 对其进行求一阶导数并令为 0:

$$\frac{\partial J}{\partial \theta} = \frac{\partial}{\partial \theta} [(Y - \mathcal{O}\theta)^T (Y - \mathcal{O}\theta)] = 0 \quad (14)$$

解方程可得最小二乘估计值为:

$$\hat{\theta} = (\mathcal{O}^T \mathcal{O})^{-1} \mathcal{O}^T Y \quad (15)$$

在实际应用中, 需要通过多次计算来使得估计值更精确, 所以需要多次最小二乘算法, 即递推最小二乘算法, 递推最小二乘算法过程如下所示:

$$\hat{\theta}_{k+1} = \hat{\theta}_k + K_{k+1} [y_{k+1} - \mathcal{O}_{k+1}^T \hat{\theta}_k] \quad (16)$$

$$K_{k+1} = P_{k+1} \mathcal{O}_{k+1} \quad (17)$$

$$P_{k+1} = P_k - \frac{P_k \mathcal{O}_{k+1} \mathcal{O}_{k+1}^T P_k}{1 + \mathcal{O}_{k+1}^T P_k \mathcal{O}_{k+1}} \quad (18)$$

式中,  $\hat{\theta}_k$  代表上一时刻估计值,  $\mathcal{O}_{k+1}^T \hat{\theta}_k$  代表此刻估计观测值大小,  $y_{k+1}$  为系统实际观测值,  $\hat{\theta}_{k+1}$  为本次估计值, 卡尔曼增益  $K(k+1)$  与预测误差的积即为当前时刻的预测值修正, 在启动递推最小二乘算法时, 需先提供初始  $\hat{\theta}_0$  与修正矩阵  $P_0$ 。

### 2.2.2 基于递推最小二乘的二阶 RC 电路模型在线参数辨识

根据二阶 RC 电路等效模型及电路原理, 可得电路辨识原理式为:

$$U_{\alpha c} - U_L = i \left( \frac{R_1}{R_1 C_1 S + 1} + \frac{R_2}{R_2 C_2 S + 1} + R_0 \right) \quad (19)$$

设定中间变量  $A = \tau_1 \tau_2$ ,  $B = \tau_1 + \tau_2$ ,  $C = R_1 + R_2 + R_0$ ,  $D = R_1 \tau_2 + R_2 \tau_1 + R_0$  ( $\tau_1 + \tau_2$ )。

式 (19) 可以改写为:

$$U_{\alpha c} + AU_{\alpha c} S^2 + BU_{\alpha c} S = AR_0 IS^2 + DIS + CI + AU_L S^2 + BU_L S + U_L \quad (20)$$

设  $\theta = [\theta_1 \quad \theta_2 \quad \theta_3 \quad \theta_4 \quad \theta_5]^T$ , 其中,  $\theta_1 = \frac{-BT-2A}{T^2+BA+A}$ ,  $\theta_2 = \frac{A}{T^2+BT+A}$ ,  $\theta_3 = \frac{CT^2+DT+AR_0}{T^2+BT+A}$ ,  $\theta_4 = \frac{-DT-2AR_0}{T^2+BT+A}$ ,  $\theta_5 = \frac{AR_0}{T^2+BT+A}$ ,  $T$  为系统采样时间。

则电路辨识原理式对应差分方程为:

$$U_{\alpha c}(k+1) - U_L(k+1) = \theta_1 [U_L(k) - U_{\alpha c}(k)] + \theta_2 [U_L(k-1) - U_{\alpha c}(k-1)] + \theta_3 I(k+1) + \theta_4 I(k) + \theta_5 I(k-1) \quad (21)$$

式 (21) 中,  $k$  代表上一时刻,  $k+1$  代表本时刻。将  $\theta$  作为递推最小二乘算法需要辨识的参值, 此时设定  $\theta_0 = T^2 + BT + A = \frac{T^2}{\theta_1 + \theta_2 + 1}$ , 则  $A = \theta_0 \theta_1$ ,  $B = \frac{-\theta_0 (\theta_1 + 2\theta_2)}{T}$ ,  $C = \frac{\theta_0 (\theta_3 + \theta_4 + \theta_5)}{T^2}$ ,  $D = \frac{-\theta_0 (\theta_4 + 2\theta_5)}{T}$ 。

根据以上各式解方程得参数辨识结果:

$$\begin{cases} R_0 = \frac{\theta_5}{\theta_2} \\ R_1 = \frac{\tau_1 C + \tau_2 R_0 - D}{\tau_1 \tau_2} \\ R_2 = C - R_1 - R_0 \\ C_1 = \frac{\tau_1}{R_1} \\ C_2 = \frac{\tau_2}{R_2} \end{cases} \quad (22)$$

基于递推最小二乘原理及以上电路原理分析可得二阶 RC 等效电路模型参数辨识的标准递推最小二乘方程为:

$$\begin{cases} y(k+1) = U_{\alpha c}(k+1) - U_L(k+1) \\ y(k+1) = \mathcal{O}(k+1)^T \theta \\ \mathcal{O}(K+1) = \begin{bmatrix} U_L(k) - U_{\alpha c}(k) \\ U_L(k-1) - U_{\alpha c}(k-1) \\ I(k+1) \\ I(k) \\ I(k-1) \end{bmatrix} \\ \theta = [\theta_1 \quad \theta_2 \quad \theta_3 \quad \theta_4 \quad \theta_5]^T \end{cases} \quad (23)$$

### 2.3 含有动态遗忘因子的递推最小二乘改进算法

递推最小二乘算法在参数辨识任务中发挥十分重要中的作用, 但是在具体执行过程中同时存在一定的问题, 其中比较显著的问题就是最小二乘具有无限记忆长度。在电池模型参数辨识过程中, 随着采样次数的逐步增加, 其递推次数也在增加, 从而导致每次递推后积累下来的旧数据会越来越多, 使得后面的递推过程中难以带入新的数据, 最后对参数辨识结果带来影响, 电池模型在线参数辨识是一个典型的时变过程, 积存下来的旧数据会导致新旧数据不平衡问题。

为了避免数据冗余对电池模型在线参数辨识造成影响, 可以对传统递推最小二乘算法进行改进, 引入遗忘因子  $\lambda$  ( $0 < \lambda < 1$ )。遗忘因子在统计学中主要用来做误差测量函数

中的加权因子, 这个加权因子被用来分配旧数据与新数据之间的权重, 可以适当地降低算法中旧数据的比重, 以避免数据冗余。在最小二乘算法中引入遗忘因子  $\lambda$ , 可以使最小二乘算法增强对输入过程特性变化的快速反应能力, 提高新数据的利用效率, 降低数据变化对在线辨识结果的影响。引入遗忘因子  $\lambda$  后的更新过程为:

$$P_{k+1}^{-1} = \lambda P_k^{-1} + \mathcal{O}_{k+1} \mathcal{O}_{k+1}^T \quad (24)$$

引入遗忘因子后, 即使递推次数很多,  $P_{N+1}$  也不会无限接近于 0, 从而可以达到避免数据饱和的目的。在含有遗忘因子的最小二乘算法中,  $\lambda$  的引入对算法跟踪能力有促进作用, 但同时会导致波动变大, 为了使算法系统更加稳定与精确, 进而可以将固定遗忘因子改进为动态遗忘因子。依据模型的开路电压  $U_{oc}$  辨识结果  $U_{oc}$  与真实电压  $u_{oc}$  之间的误差  $\epsilon_k$  来动态调整含遗忘因子最小二乘算法过程中的因子  $\lambda$ ,  $\epsilon_k$  的值为:

$$\epsilon_{k+1} = |U_{oc}(k) - u_{oc}(k)| \quad (25)$$

$\epsilon_k$  在辨识过程中主要用来表示模型参数辨识的效果, 根据含遗忘因子最小二乘算法原理, 当  $\epsilon_k$  较大时, 需要适度降低遗忘因子的取值, 以此来提高算法的收敛性, 当  $\epsilon_k$  较小时, 可以适度提高遗忘因子的取值来保证算法的精度与抗噪能力。建立  $\lambda$  的动态变化函数为:

$$\lambda_{k+1} = \mu + (1 - \mu)e^{-\gamma \epsilon_k} \quad (26)$$

式 (26) 中,  $\mu$  为接近且小于 1 的可调正参数,  $\gamma$  为正参数。由动态函数可知, 当  $\epsilon_k$  为一个较大值时,  $\lambda$  越接近于  $\mu$ , 反之  $\lambda$  越接近于 1, 从而可以达到动态调整遗忘因子的目的。

含有动态遗忘因子的最小二乘递推算法推导过程如式 (27)、(28)、(29) 所示:

$$\hat{\theta}_{k+1} = \hat{\theta}_k + K_{k+1} [y_{k+1} - \mathcal{O}_{k+1}^T \hat{\theta}_k] \quad (27)$$

$$K_{k+1} = P_k \mathcal{O}_{k+1} [\lambda_{k+1} + \mathcal{O}_{k+1}^T P_k \mathcal{O}_{k+1}]^{-1} \quad (28)$$

$$P_{k+1} = \frac{1}{\lambda_{k+1}} [I - K_{k+1} \mathcal{O}_{k+1}^T] P_k \quad (29)$$

### 3 基于扩展卡尔曼滤波的锂电池 SOC 估计

#### 3.1 扩展卡尔曼滤波算法原理

卡尔曼滤波主要用来研究线性系统, 而电池系统是一个典型的非线性系统, 尤其电池的温度及电流变化会加剧电池系统的非线性, 因此需要先对非线性系统进行线性化处理。扩展卡尔曼滤波算法 (EKF) 是在卡尔曼滤波算法 (KF) 为基础之上, 先对系统的每一个采样点处进行级数展开, 保留一阶部分系数, 略去高阶部分系数, 从而将其等效为线性系统, 最后再使用卡尔曼滤波迭代过程进行递推计算。卡尔曼滤波算法中主要包括时间更新过程和测量更新过程, 即先对某一采样时刻的状态预测值进行更新, 然后再将含有噪声的观测变量作为反馈, 从而获得此时刻的状态估计值。

对于一个非线性离散系统, 其状态方程为:

$$X_{k+1} = F(X_k, U_k) + \omega_k \quad (30)$$

观测方程为:

$$y_k = g(X_k, U_k) + v_k \quad (31)$$

式 (30)、(31) 中,  $f(X_k, U_k)$  为状态转移函数,  $g(X_k, U_k)$  为测量函数,  $X_k$  为系统状态变量,  $U_k$  为系统输入变量,  $\omega_k$  为系统噪声,  $v_k$  为观测噪声, 两类噪声的协方差为:  $Q_k = E[\omega_k \omega_k^T]$ ,  $R_k = E[v_k v_k^T]$ 。

在每一个采样时刻, 对  $f(X_k, U_k)$  和  $g(X_k, U_k)$  进行泰勒展开, 取其一阶部分, 并设定其在每一个采样时刻点处线性可微, 则可令:

$$\tilde{A}_k = \left. \frac{\partial f(X_k, U_k)}{\partial X_k} \right|_{X_k = \tilde{X}_k}, \tilde{C}_k = \left. \frac{\partial g(X_k, U_k)}{\partial X_k} \right|_{X_k = \tilde{X}_k} \quad (32)$$

得非线性系统线性化后关于状态变量的表达式为:

$$X_{k+1} \approx \tilde{A}_k X_k + [f(\tilde{X}_k, U_k - \tilde{A}_k X_k)] + \omega_k \quad (33)$$

$$y_k \approx \tilde{C}_k X_k + [g(\tilde{X}_k, U_k - \tilde{C}_k X_k)] + v_k \quad (34)$$

其中:  $\omega_k$ 、 $v_k$  的均值为 0, 且  $\omega_k \sim N(0, Q_k)$ ,  $v_k \sim N(0, R_k)$ 。

可得扩展卡尔曼滤波 (EKF) 算法具体过程为:

(1) 初始设定:  $k-1$  时刻:

$$\tilde{X}_{k-1} = E[X_{k-1}] \quad (35)$$

$$P_{k-1} = E[(X_{k-1} - \tilde{X}_{k-1})(X_{k-1} - \tilde{X}_{k-1})^T] \quad (36)$$

(2) 进行预测: 状态预测方程:

$$\tilde{X}_k = f(\tilde{X}_{k-1}, U_k) \quad (37)$$

噪声协方差预测方程:

$$P_k^- = \tilde{A}_{k-1} P_{k-1} \tilde{A}_{k-1}^T + Q_{k-1} \quad (38)$$

(3) 进行校正: 计算增益反馈:

$$K_k = P_k^- \tilde{C}_k^T (\tilde{C}_k P_k^- \tilde{C}_k^T + R_k)^{-1} \quad (39)$$

计算滤波方程:

$$\tilde{X}_k = \tilde{X}_k^- + K_k (y_k - g(\tilde{X}_k^-, U_k)) \quad (40)$$

(4) 噪声协方差矩阵更新:

$$P_k = (I - K_k H_k) P_k^- \quad (41)$$

从以上过程可知, 扩展卡尔曼滤波算法相较于卡尔曼滤波算法, 主要是在状态变量的更新方面使用了非线性状态方程, 使用向量估计值  $\tilde{y}_k = g(\tilde{X}_k^-, U_k)$  使得模型线性化, 从而近似确定  $\tilde{A}_k$  和  $\tilde{C}_k$ 。扩展卡尔曼滤波主要是通过不停的循环迭代, 实时跟踪系统的状态变化, 由此也不需要存储观测数据, 利于计算简便。

#### 3.2 RC 等效电路 SOC 预模型的建立

对于锂离子电池的 SOC 估算模型, 需要先确定系统的输入和输出, 以此来确定系统状态方程和系统观测方程, 根据二阶 RC 电路模型和卡尔曼滤波算法原理, 可以将 SOC、 $U_{p1}$  和  $U_{p2}$  作为系统的状态变量, 以电池的端电压方程作为系统的观测方程, 模型各类电压的变化本质上体现了电流的变化, 同时从外部宏观角度出发, 可见输入为电压和电流, 输出为 SOC 值, 满足模型估算总要求。

通过安时积分法及电路电压离散法, 可得式:

$$\begin{cases} SOC_{k+1} = SOC_k - \frac{\eta I_s}{Q} \\ U_{p1(k+1)} = U_{p1(k)} e^{-T_s/R_{n1} C_{n1}} + R_{p1} (1 - e^{-T_s/R_{n1} C_{n1}}) \\ U_{p2(k+1)} = U_{p2(k)} e^{-T_s/R_{n2} C_{n2}} + R_{p2} (1 - e^{-T_s/R_{n2} C_{n2}}) \end{cases} \quad (42)$$

根据以上状态向量，可得模型离散化状态向量方程：

$$X_{k+1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-T_s/R_1 C_{p1}} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-T_s/R_2 C_{p2}} \end{pmatrix} X_k + \begin{pmatrix} -\frac{\eta T_s}{Q} \\ R_{p1}(1 - e^{-T_s/R_1 C_{p1}}) \\ R_{p2}(1 - e^{-T_s/R_2 C_{p2}}) \end{pmatrix} i_k \quad (43)$$

模型的离散化观测方程为：

$$U_{L(k)} = U_{OC(k)} - i_k R_0 - U_{P1(k)} - U_{P2(k)} \quad (44)$$

式 (41) 中， $T_s$  表示采样时间间隔，在此取  $T_s=1\text{ s}$ ， $U_{P1(k)}$  和  $U_{P2(k)}$  分别代表采样时刻  $k$  时的 RC 回路电压值，由此可得系统状态向量  $X_k$  为：

$$X_k = \begin{cases} SOC_k \\ U_{P1(k)} \\ U_{P2(k)} \end{cases} \quad (45)$$

观测矩阵为：

$$C = \begin{bmatrix} \frac{\partial U_{OC}}{\partial SOC} & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad (46)$$

### 3.3 基于动态遗忘因子最小二乘在线参数辨识与 EKF 算法的电池 SOC 联合估计

含有动态遗忘因子最小二乘算法与扩展卡尔曼滤波算法都是含有循环迭代的过程，因此在使用这两种算法对电池 SOC 进行联合估计时，需要一定的初值设定。使用离线辨识 OCV-SOC 标定来获取初始 SOC 值和其余参数初始值，设定各类初始矩阵，然后启用扩展卡尔曼滤波算法，利用扩展卡尔曼滤波算法对电池 SOC 进行估算时，使用的状态变量为 SOC 和 RC 回路电压  $U_{P1}$ 、 $U_{P2}$ 。对于  $U_{P1}$ 、 $U_{P2}$  两个的非初值状态变量，使用动态遗忘因子最小二乘算法在线辨识出的参数来获取。EKF 中  $\omega_k$  作为系统噪声主要来源于非线性系统进行采样时候引起的误差，观测噪声  $v_k$  主要来源于电压测量误差。

启动动态遗忘因子最小二乘算法时，需设置采样时间  $T$ 、 $\hat{\theta}_0$ 、 $P_0$  以及动态遗忘因子  $\mu$ 、 $\gamma$  参数设定，根据系统测得电流和电压输入来求得最小二乘算法中的最优解，再根据最优解与变量关系反推出辨识参数结果，在执行算法过程中，同时根据辨识结果误差同步进行修正以及动态因子的实时调整。含有动态遗忘因子最小二乘算法与 EKF 联合估计 SOC 的执行过程如图 6 所示。

### 4 实验仿真与分析

在 matlab 环境中搭建递推最小二乘等效电路参数辨识与 EKF 联合估计 SOC 模型，基于 DST 工况下的测试数据与步骤，根据最小二乘算法原理与动态因子调整机制，设置采样时间  $T$  为 1 s， $\hat{\theta}_0$  为 0， $P_0=10^{-3}I$ ，动态遗忘因子参数  $\mu$  为 0.9，即动态遗忘因子在 0.9 至接近 1 之间取值，编写程序进行模型仿真，对普通递推最小二乘算法与含动态遗忘因子最小二乘算法分别进行验证。如图 7、图 8、图 9 显示为部分参数辨识结果：

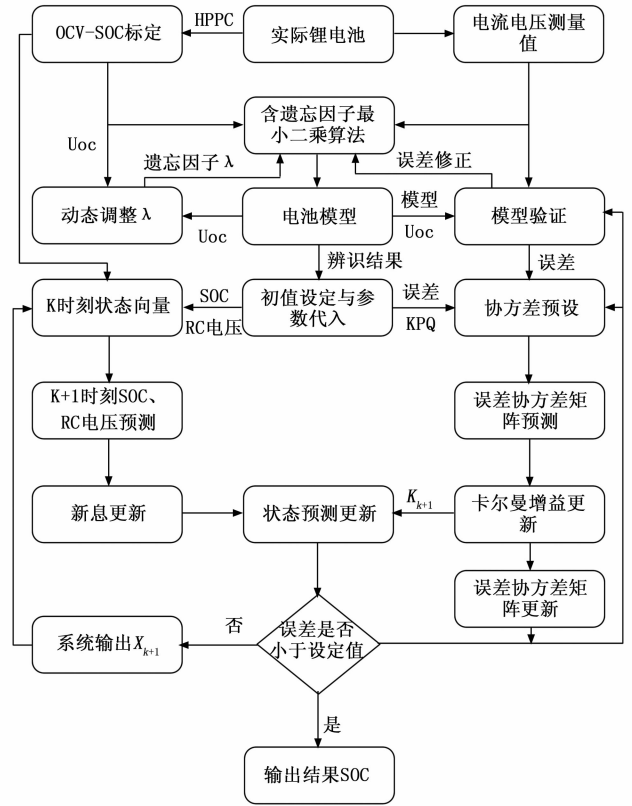


图 6 电池 SOC 联合估计整体过程

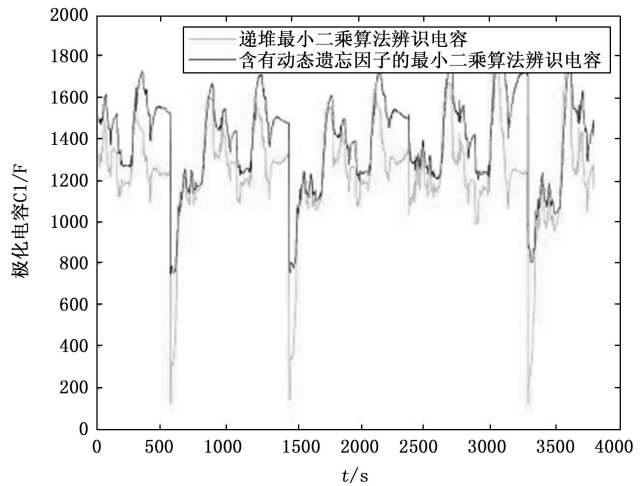


图 7 极化电容  $C_1$  辨识结果

如图 7、图 8、图 9 所示极化电容、极化内阻和端电压辨识结果，递推最小二乘算法可以较好地拟合出模型参数，但是在递推后期参数结果波动较大，而改进后的动态遗忘因子最小二乘算法相较于普通递推最小二乘，在递推后期有效减小波动。由图 9 结果所示，含有动态遗忘因子最小二乘算法比普通递推最小二乘算法结果更接近真实值；如图 10 所示，含有动态遗忘因子最小二乘的电压误差小于 0.05，二普通递推最小二乘电压结果误差大于 0.05，在运算后期，普通递推最小二乘算法的结果误差越来越大，而

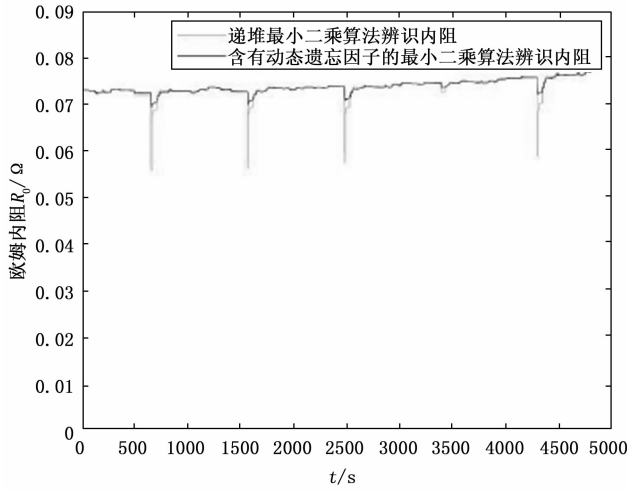


图 8 极化内阻  $R_0$  辨识结果

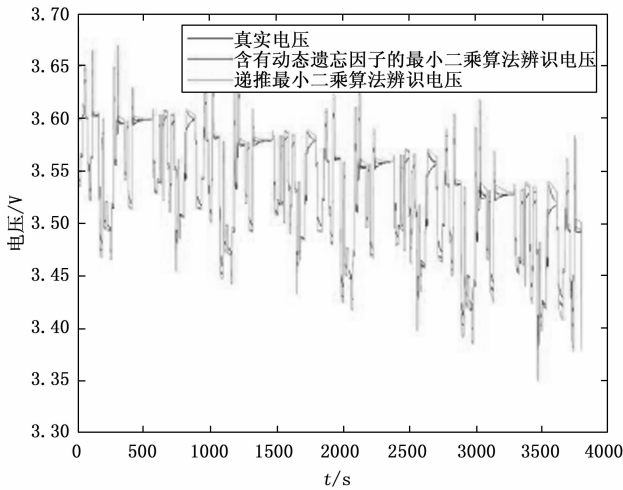


图 9 端电压  $U_{oc}$  辨识结果

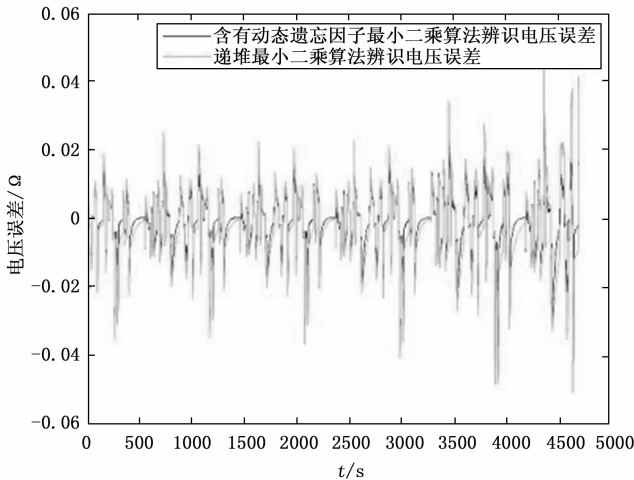


图 10 端电压  $U_{oc}$  辨识结果误差

加入动态遗忘因子后, 可以有效降低误差, 提高算法的精确性和收敛性。

对于联合估计最终结果如图 11 所示。

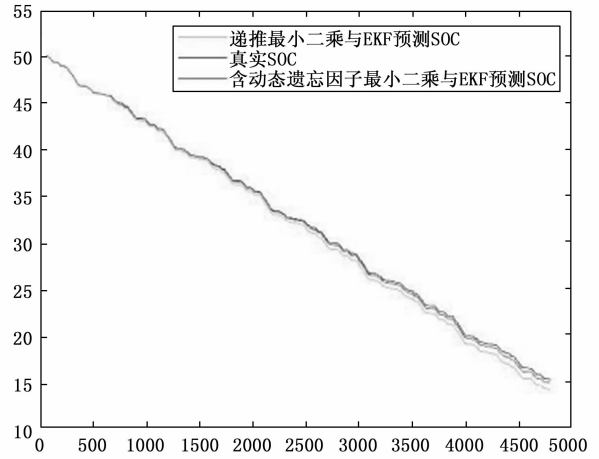


图 11 在线参数辨识与 EKF 联合估计 SOC 结果

如图 11 所示结果, 最小二乘算法与 EKF 联合估计模型可以较好地估算出 SOC 值, 在计算过程后期, 最小二乘 EKF 联合算法结果逐渐偏离真实值, 通过对比分析可知, 加入动态遗忘因子最小二乘 EKF 联合估计模型比普通最小二乘 EKF 联合估计的结果更接近真实 SOC 值, 表明动态遗忘因子机制使整个联合估计系统更加趋于稳定, 给系统精确度带来修正作用, 验证了递推最小二乘算法的改进 (加入动态遗忘因子) 具有实用价值。

### 5 结束语

针对锂离子电池荷电状态 SOC 的准确估计, 在动态工况需要在线参数辨识需求之下, 本文提出递推最小二乘算法并对其进行改进, 加入动态遗忘因子后, 有效调整了在线参数辨识算法的波动, 提高收敛能力, 提高电池模型参数辨识精度。将改进前辨识算法与改进后辨识算法同扩展卡尔曼滤波算法进行电池 SOC 的联合估计, 结果表明改进后的含动态遗忘因子最小二乘算法能够更好地跟随 SOC, 明显具有较高的估计精度, 同时也表明基于最小二乘与 EKF 搭建的电池等效模型可以较好地模拟真实电池系统, 具有工程实用价值。

### 参考文献:

[1] 付诗意, 吕桃林, 闵凡奇, 等. 电动汽车用锂离子电池 SOC 估算方法综述 [J]. 储能科学与技术, 2021, 10 (3): 1127-1136.  
 [2] 焦 振. 基于扩展卡尔曼滤波的锂离子电池 SOC 估算研究 [D]. 西安: 长安大学, 2021.  
 [3] 邓 涛, 李德才, 罗卫兴, 等. 分阶段电池 SOC 估算研究 [J]. 电源技术, 2018, 42 (5): 651-655.  
 [4] 王志福, 李仁杰, 李 霞. 基于混合 AUKF 和 HIFF 的锂离子电池 SOC 估计 [J]. 电池, 2021, 51 (4): 380-384.  
 [5] 吴铁洲, 张 敏, 曾艺师, 等. 自动引导车电池 SOC 估算方法研究 [J]. 计算机测量与控制, 2017, 25 (8): 166-169.

(下转第 180 页)