

# 广义马尔科夫跳变系统的事件触发 异步故障检测滤波

张志涵<sup>1</sup>, 戴菲菲<sup>2</sup>, 朱凤增<sup>1</sup>, 彭力<sup>1,3</sup>

(1. 江南大学 物联网应用技术教育部工程中心, 江苏 无锡 214122;

2. 台州市产品质量安全检测研究院, 浙江 台州 240610;

3. 无锡太湖学院 江苏省物联网应用技术重点建设实验室, 江苏 无锡 214064)

**摘要:** 针对一类具有事件触发机制的离散时间广义马尔科夫跳变系统, 解决了异步故障检测滤波问题; 提出了一种事件触发策略, 实现了合理利用网络资源, 降低通信负担的目的; 考虑了系统模态和滤波器模态之间存在的异步现象, 使用两种不同的马尔科夫链来分别表示系统模态和滤波器模态, 并在此基础上提出了一种异步故障检测滤波器的设计方法; 通过将异步故障检测滤波器的设计问题与事件触发机制相结合, 根据 Lyapunov 稳定性理论, 给出了保证残差误差系统具有正则性、因果性和随机稳定的并且满足  $H_\infty$  性能的充分条件, 通过求解一组特定的线性矩阵不等式, 得到了期望的异步故障检测滤波器参数; 最后, 通过一个仿真例子说明了所设计的异步故障检测滤波器的设计方法是有效的。

**关键词:** 事件触发; 广义马尔科夫跳变系统; 异步; 故障检测; 线性矩阵不等式

## Event-Triggered Asynchronous Fault Detection Filtering for Singular Markov Jump Systems

ZHANG Zhihan<sup>1</sup>, DAI Feifei<sup>2</sup>, ZHU Fengzeng<sup>1</sup>, PENG Li<sup>1,3</sup>

(1. Research Center of Engineering Applications for IOT, Jiangnan University, Wuxi 214122, China;

2. Taizhou Institute of Product Quality and Safety Inspection, Taizhou 240610, China; 3. Jiangsu Province Internet of Things Application Technology Key Construction Laboratory, Wuxi 214064, China)

**Abstract:** For a class of discrete-time singular Markov jump systems with an event-triggered mechanism, the problem of asynchronous fault detection filtering is solved. First, an event-triggered strategy is proposed to achieve the purpose of rationally using network resources and reducing the burden of communication. Then, considering the asynchronous phenomenon between the system mode and the filter mode, two different Markov chains are used to represent the system mode and the filter mode respectively, and on this basis, a design method of the asynchronous fault detection filter (FDF) is proposed. Next, by combining the design problem of the asynchronous fault detection filter with the event-triggered mechanism, based on the Lyapunov stability theory, the sufficient condition is given to ensure that the residual error system is to be regular, causal, stochastically stable and satisfy  $H_\infty$  performance. The expected parameters of the asynchronous fault detection filter are available by solving a specific set of linear matrix inequality (LMI). Finally, a simulation example is given to illustrate that the design method of the asynchronous fault detection filter is effective.

**Keywords:** event-triggered; singular Markov jump systems; asynchronization; fault detection; linear matrix inequality

## 0 引言

马尔科夫跳变系统作为一种可以模拟结构或参数发生突然变化的特殊随机混合系统, 在过去几十年里受到广泛关注, 其应用涵盖了网络控制系统、经济系统、电力系统等多个领域<sup>[1-2]</sup>。相比于传统的马尔科夫跳变系统, 广义马尔科夫跳变系统是一种更为复杂的混杂动态系统, 可以更精确地描述系统动态特性。对离散广义马尔科夫跳变系统进

行分析时, 需要考虑系统的正则性、因果性、稳定性, 目前, 针对广义马尔科夫跳变系统的研究也越来越多<sup>[3-5]</sup>。例如, 文献 [3] 针对一类 Markov 跳变参数的离散广义系统, 在转移概率部分未知的情况下, 研究了系统稳定性与镇定控制问题; 文献 [4] 研究了具有时变时滞的非线性不确定离散广义马尔科夫跳变系统的  $H_\infty$  滤波问题; 文献 [5] 研究了具有执行器饱和的离散广义马尔科夫跳变系统的  $H_\infty$  控制问题。

收稿日期: 2022-01-06; 修回日期: 2022-01-14。

基金项目: 国家自然科学基金项目(61873112); 国家重点研发计划资助(2018YFD0400902)。

作者简介: 张志涵(1995-), 女, 山东菏泽人, 硕士研究生, 主要从事故障检测、容错控制方向的研究。

通讯作者: 彭力(1967-), 男, 河北唐山人, 教授, 博士生导师, 主要从事复杂系统控制与优化、视觉物联网方向的研究。

引用格式: 张志涵, 戴菲菲, 朱凤增, 等. 广义马尔科夫跳变系统的事件触发异步故障检测滤波[J]. 计算机测量与控制, 2022, 30(3): 81-

随着现代工业的不断发展,人们对被控制系统的安全性和可靠性越来越重视。文献 [6] 从提升系统可靠性的角度出发,借助 Markov 过程模型,针对系统的可靠性进行量化分析。在这种情况下,针对系统在运行过程中可能发生的故障,及时有效地进行检测,对保证系统安全、可靠地运行有重要意义,所以故障检测技术得到了很大关注。但由于实际系统的内部结构复杂,参数变化随机性强,因此对马尔科夫跳变系统这一随机混合系统的故障检测问题也得到了很多关注。文献 [7] 采用 T-S 模糊方法研究了非齐次马尔科夫跳变系统的故障检测滤波问题;文献 [8] 中研究了具有时变时滞和参数不确定性的广义马尔科夫跳变系统的故障检测滤波问题;文献 [9] 针对部分转移概率未知的广义马尔科夫跳变系统,设计了一种故障检测观测器,此观测器不仅对故障敏感,而且对干扰具有鲁棒性。

滤波或估计是通过量测值重构系统的状态向量,它以“预测—实测—修正”的顺序递推,根据系统的量测信息,剔除随机干扰信息,再现系统的状态,或根据系统的测量值从被“污染”的系统中估计系统的实际面目。滤波技术在众多应用领域中都发挥着重要作用,如信号处理、目标跟踪和图像处理等,文献 [10] 就研究了鲁棒边缘粒子滤波算法,并在平面跟踪模型中进行了仿真验证。在针对马尔科夫跳变系统的故障检测研究中,故障检测滤波器是指采用解析模型的方法,设计一个基于滤波器的故障检测方案,通过滤波器的滤波功能估计离散广义马尔科夫跳变系统的状态值,得到残差信号,也就是说将以滤波器为基础的故障检测问题最终转化成了  $H_\infty$  滤波问题,然后在此基础上构造一个与残差信号相关的评价函数以及阈值,通过评价函数与阈值的比较来判断故障是否已经发生,系统是否会产生故障警报,最终实现对系统的故障检测功能。

现有的针对马尔科夫跳变系统的研究成果中,通常假设控制器或滤波器可以精确获得系统模态信息。然而,在实际工业应用中,由于有限的物理装置存在识别系统模态不及时、传输丢包等现象,导致这种假设在实际中很难实现。为了克服模态依赖控制器或滤波器的缺点,一种解决方案是设计模态独立的控制器或滤波器<sup>[11-12]</sup>。显然,在模态独立的设计方法中,系统模态信息即使是可用的,也被完全忽略了,因此模态独立的设计方法并不是处理系统模态与滤波器模态之间复杂异步现象的最佳选择,该方法具有一定程度的保守性。为了解决这一问题,一种新的滤波器方法,即异步滤波器引起了越来越多的关注<sup>[13-15]</sup>。例如,文献 [13] 设计了一种异步滤波器,研究了具有传感器非线性的马尔科夫跳变系统的  $l_2-l_\infty$  滤波问题;文献 [14] 中为时变时滞马尔科夫跳变系统设计了一种异步  $H_\infty$  状态反馈控制器;文献 [15] 研究了衰落信道下非线性马尔科夫跳变系统在频域内的异步故障检测问题。

在一些通信带宽有限的网络化系统中,采用事件触发机制可以有效地节约通信资源。与时间触发机制相比,事件触发机制仅在满足事件触发条件时才会传输信号,在保证

系统稳定的前提下,有效地降低了系统资源消耗,已经引起了人们广泛关注<sup>[16-17]</sup>。文献 [16] 研究了事件触发机制下的离散马尔科夫跳变系统的故障检测滤波问题;文献 [17] 中研究了具有事件触发通信机制的离散时变系统的分布式滤波问题。

因此,本文研究了具有事件触发机制的广义马尔科夫跳变系统的异步故障检测滤波问题。考虑了系统模态和滤波器模态之间的异步现象,使用两种不同的马尔科夫链分别代表系统模态和滤波器模态,提出了一种异步故障检测滤波器设计方法,这种方法可以充分利用系统的模态信息,比模态独立的故障检测滤波器设计方法的保守性小;引入了事件触发机制,与时间触发机制相比,减少了数据传输量,降低了网络上的通信负担;以线性矩阵不等式的形式给出了使残差误差系统正则、因果和随机稳定的且满足  $H_\infty$  性能的充分条件。最后通过一个仿真例子说明该方法的有效性并对比分析了在不同的事件触发阈值参数下的性能情况。

## 1 故障检测滤波器的算法描述

在固定概率空间下,考虑如下离散广义马尔科夫跳变系统模型:

$$\begin{cases} \mathbf{E}x(k+1) = \mathbf{A}(\theta(k))x(k) + \mathbf{B}(\theta(k))\boldsymbol{\omega}(k) + \mathbf{L}(\theta(k))f(k) \\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{C}(\theta(k))x(k) + \mathbf{D}(\theta(k))\boldsymbol{\omega}(k) + \mathbf{G}(\theta(k))f(k) \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $x(k) \in \mathbf{R}^n$  为系统状态,  $\boldsymbol{\omega}(k) \in \mathbf{R}^l$  为外部干扰输入向量,  $f(k) \in \mathbf{R}^q$  为被检测的故障向量,设  $\boldsymbol{\omega}(k)$  和  $f(k)$  均为  $l_2$  范数有界向量,  $y(k) \in \mathbf{R}^p$  为系统测量输出向量,矩阵  $\mathbf{E} \in \mathbf{R}^{n \times n}$  为奇异矩阵,并满足  $\text{rank}(\mathbf{E}) = r < n$ 。

在非负整数集  $Z$  下,  $\{\theta(k), k \in Z\}$  是离散的马尔科夫链且在有限集合  $\mathcal{N} = \{1, 2, \dots, N\}$  中取值,其状态转移概率矩阵为  $\boldsymbol{\Pi} = \{\pi_{ij}\}$ ,其中  $\pi_{ij} = P(\theta(k+1) = j | \theta(k) = i)$  和  $\pi_{ij} \geq 0, \forall i, j \in \mathcal{N}$  对  $\theta(k) = i \in \mathcal{N}$  所有的每个可能取值有  $\sum_{j=1}^N \pi_{ij} = 1$ ,且定义  $\mathbf{A}_i, \mathbf{B}_i, \mathbf{C}_i, \mathbf{D}_i, \mathbf{G}_i, \mathbf{L}_i$  为包含模态信息的具有适当维数的已知矩阵。

为了降低通信负担,节约有限的通信资源,引入如下的事件触发机制:

$$g(k) = \boldsymbol{\varepsilon}^T(k)\boldsymbol{\varepsilon}(k) - \sigma\mathbf{y}^T(k)\mathbf{y}(k) \quad (2)$$

其中:  $\boldsymbol{\varepsilon}(k) = \mathbf{y}(k_u) - \mathbf{y}(k)$ ,  $k$  表示当前时刻,  $k_u$  表示在当前时刻之前最新的事件触发时刻,  $u$  标记为传输时刻。

注 1: 系统测量输出的最新数据只有当满足触发条件  $k_{u+1} = \min\{k \in \mathcal{N} | k > k_u, g(k) > 0\}$  时才会发送到相应的故障检测滤波器。与传统的时间触发机制相比,事件触发机制可以减少冗余信息的传输,通过事件触发阈值参数  $\sigma$  来平衡网络传输的通信负担,提高了资源利用率。

然后设计如下的异步故障检测滤波器:

$$\begin{cases} \hat{x}_f(k+1) = \mathbf{A}_f(\delta(k))\hat{x}_f(k) + \mathbf{B}_f(\delta(k))\mathbf{y}(k_u) \\ \mathbf{r}(k) = \mathbf{C}_f(\delta(k))\hat{x}_f(k) \end{cases} \quad (3)$$

其中:  $\hat{x}_f(k) \in \mathbf{R}^n$  为状态估计,  $\mathbf{r}(k) \in \mathbf{R}^p$  为故障检测滤波器的残差输出,  $\mathbf{A}_f(\delta(k)), \mathbf{B}_f(\delta(k)), \mathbf{C}_f(\delta(k))$  为待确定的

参数矩阵。与系统模态  $\theta(k)$  不同, 滤波器中引入了新的随机变量  $\delta(k)$  来描述滤波器模态。

在非负整数集  $Z$  下,  $\{\delta(k), k \in Z\}$  是另一个离散的马尔科夫链且在有限集合  $\mathcal{M} = \{1, 2, \dots, M\}$  中取值, 其状态转移概率矩阵为  $\mathbf{P}^{\theta(k+1)} = \{\chi_{pq}^{\theta(k+1)}\}$ , 其中  $\chi_{pq}^j \geq 0$  且有转移概率  $\chi_{pq}^j = P(\delta(k+1) = q | \delta(k) = p), \forall p, q \in \mathcal{M}$  对  $\delta(k) = p \in \mathcal{M}$  所有的每个可能取值有  $\sum_{q=1}^M \chi_{pq}^j = 1$ 。

注 2: 在实际系统中, 模态依赖滤波器可能存在无法准确获得系统模态的缺点, 为了克服这一缺点通常选择模态独立滤波器, 但显然模态独立滤波器由于完全忽略了系统的模态信息, 具有一定的保守性, 且不能很好地解决系统模态与滤波器模态之间复杂的异步现象。因此为了处理这一复杂的异步现象, 在式 (3) 中引入了一种新的故障检测滤波器, 即异步故障检测滤波器。使用两个不同的马尔科夫链分别代表系统模态  $\theta(k)$  和滤波器模态  $\delta(k)$ , 这个滤波器模态与系统模态是异步的, 但是与系统模态之间又存在一定的概率关系,  $\delta(k)$  不仅与  $\delta(k-1)$  有关, 而且还与  $\theta(k)$  有关, 这意味着故障检测滤波器可以充分利用系统模态的信息。与模态独立的故障检测滤波器相比, 降低了保守性。

注 3: 当  $\mathcal{M} = \{1\}$  时, 异步故障检测滤波器就会变成模态独立的故障检测滤波器, 即异步故障检测滤波器包含了模态独立故障检测滤波器这一特殊情况; 当  $\mathcal{M} = \mathcal{N}$  并且  $\delta(k) = \theta(k)$  时, 异步故障检测滤波器则转变为同步的模态依赖的故障检测滤波器。因此, 所设计的异步故障检测滤波器更符合一般情况。

定义  $\bar{\mathbf{x}}^T(k) = [\mathbf{x}^T(k) \quad \mathbf{x}_f^T(k)]$  为增广状态向量,  $\mathbf{r}_e(k) = \mathbf{r}(k) - \mathbf{f}(k)$  为残差误差信号, 并令  $\bar{\boldsymbol{\omega}}^T(k) = [\boldsymbol{\omega}^T(k) \quad \mathbf{f}^T(k)], \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^T(k) = [0 \quad \boldsymbol{\varepsilon}^T(k)]$ , 由式 (1) 和式 (3), 整理可得一增广系统  $\sum$ :

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{E}}\mathbf{x}(k+1) = \bar{\mathbf{A}}_{ip}\bar{\mathbf{x}}(k) + \bar{\mathbf{B}}_{ip}\bar{\boldsymbol{\omega}}(k) + \bar{\mathbf{C}}_{ip}\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}(k) \\ \mathbf{r}_e(k) = \bar{\mathbf{D}}_{ip}\bar{\mathbf{x}}(k) + \bar{\mathbf{F}}\boldsymbol{\omega}(k) \end{cases} \quad (4)$$

其中:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{E}} &= \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{A}}_{ip} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_i & \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_{fp}\mathbf{C}_i & \mathbf{A}_{fp} \end{bmatrix}, \\ \bar{\mathbf{B}}_{ip} &= \begin{bmatrix} \mathbf{B}_i & \mathbf{L}_i \\ \mathbf{B}_{fp}\mathbf{D}_i & \mathbf{B}_{fp}\mathbf{G}_i \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{C}}_{ip} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{B}_{fp} \end{bmatrix}, \\ \bar{\mathbf{D}}_{ip} &= [\mathbf{0} \quad \mathbf{C}_{fp}], \bar{\mathbf{F}} = [\mathbf{0} \quad -\mathbf{I}] \end{aligned}$$

本文的目的是在考虑系统模态和滤波器模态异步的情况下, 设计如式 (3) 所示的异步故障检测滤波器, 对所有系统干扰输入, 系统 (4) 是正则、因果、随机稳定的并且给定一个标量  $\gamma > 0$ , 使得残差误差  $r_e(k)$  满足如下的  $H_\infty$  性能指标:

$$\mathbb{E}\{\|\mathbf{r}_e(k)\|^2\} < \gamma^2 \mathbb{E}\{\|\bar{\boldsymbol{\omega}}(k)\|^2\} \quad (5)$$

在本小节的最后部分, 介绍一下后续证明将用到的定义、引理及检测故障所用到的评价函数和阈值的公式。

定义 1<sup>[18]</sup>: 对于系统 (4):

①如果  $\det(z\bar{\mathbf{E}} - \bar{\mathbf{A}}_{ip})$  不恒为 0, 那么系统 (4) 是正

则的;

②如果有  $\deg(\det(z\bar{\mathbf{E}} - \bar{\mathbf{A}}_{ip})) = \text{rank}(\bar{\mathbf{E}})$ , 那么系统 (4) 是因果的;

③在  $\bar{\boldsymbol{\omega}}(k) = 0$  时, 如果对于初始状态  $(\bar{\mathbf{x}}(0), \theta_0, \delta_0)$  有下列不等式成立:

$$\mathbb{E}\left\{\sum_{k=0}^{\infty} \|\bar{\mathbf{x}}(k)\|^2 \mid \bar{\mathbf{x}}(0), \theta_0, \delta_0\right\} < \infty$$

那么系统 (4) 是随机稳定的;

④如果系统 (4) 是正则, 因果和随机稳定的, 那么它是随机容许的。

本文选择评价函数和阈值分别如下:

$$\begin{cases} J(\mathbf{r}, k) = \left\{ \sum_{k_0}^{k_0+S} \mathbf{r}^T(k) \mathbf{r}(k) \right\}^{1/2} \\ J_{th} = \sup_{\omega(k) \in \mathcal{L}_i, \mathbf{f}(k)=0} J(\mathbf{r}, k) \end{cases} \quad (6)$$

其中:  $k_0$  表示初始评价时刻,  $S$  表示选择的时间窗宽度。从评价函数和阈值的公式中可以看出: 评价函数是由残差信号  $\mathbf{r}(k)$  所构造的, 用来评估所设计的故障检测滤波器的检测效果, 阈值则为不存在故障时的评价函数的最大值。且时间窗宽度  $S$  越大, 代表需要累加计算的残差数据越多, 所需要的故障检测判断的时间就越长, 而采用较小的时间窗宽度, 代表了所需要的故障检测判断的时间较短, 故障检测灵敏度更高。

通过式 (7) 所示的故障判断规则检测系统是否发生故障, 当评价函数的数值高于阈值时, 系统是存在故障的, 发出警报, 当评价函数的数值小于或者等于阈值时, 系统则没有故障, 正常工作:

$$\begin{cases} J(\mathbf{r}, k) > J_{th} \Rightarrow \text{不正常} \Rightarrow \text{有故障} \\ J(\mathbf{r}, k) \leq J_{th} \Rightarrow \text{没有故障} \end{cases} \quad (7)$$

引理 1<sup>[19]</sup>: 如果存在矩阵  $\mathbf{A}, \mathbf{R} = \mathbf{R}^T$  以及  $\mathbf{Q} > 0$  使得  $\mathbf{A}^T\mathbf{Q}\mathbf{A} - \mathbf{R} < 0$ , 那么存在一个矩阵  $\mathbf{G}$  使得:

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{R} & \mathbf{A}^T\mathbf{G}^T \\ \mathbf{G}\mathbf{A} & \mathbf{Q} - \mathbf{G} - \mathbf{G}^T \end{bmatrix} < 0 \quad (8)$$

## 2 故障检测滤波器的性能分析

本节将通过定理 1 给出系统 (4) 是正则、因果和随机稳定并且满足  $H_\infty$  性能指标的充分条件。

定理 1: 给定  $\gamma > 0$ , 对每一个  $i \in \mathcal{N}, p \in \mathcal{M}$ , 如果存在矩阵  $\mathbf{P}_{ip} > 0$  和  $\mathbf{Z}_{ip}$ , 使得下列不等式成立:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Theta}_{ip} & * & * & * & * & * \\ \bar{\mathbf{C}}_{ip}^T \mathbf{R} \mathbf{Z}_{ip}^T & -\mathbf{I} & * & * & * & * \\ \bar{\mathbf{B}}_{ip}^T \mathbf{R} \mathbf{Z}_{ip}^T & \mathbf{0} & -\gamma^2 \mathbf{I} & * & * & * \\ \mathbf{X}_{ip} \bar{\mathbf{A}}_{ip} & \mathbf{X}_{ip} \bar{\mathbf{C}}_{ip} & \mathbf{X}_{ip} \bar{\mathbf{B}}_{ip} & -\mathbf{X}_{ip} & * & * \\ \bar{\mathbf{D}}_{ip} & \mathbf{0} & \bar{\mathbf{F}} & \mathbf{0} & -\mathbf{I} & * \\ \sqrt{\sigma} \check{\mathbf{C}}_i & \mathbf{0} & \sqrt{\sigma} \check{\mathbf{D}}_i & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{I} \end{bmatrix} < 0 \quad (9)$$

那么系统 (4) 是随机稳定的, 且满足式 (5) 所示的  $H_\infty$  性能指标, 其中  $\boldsymbol{\Theta}_{ip} = \mathbf{Z}_{ip} \bar{\mathbf{R}}^T \bar{\mathbf{A}}_{ip} + \bar{\mathbf{A}}_{ip}^T \mathbf{R} \mathbf{Z}_{ip}^T - \bar{\mathbf{E}}^T \mathbf{P}_{ip} \bar{\mathbf{E}}, \mathbf{X}_{ip} = \sum_{j=1}^N \sum_{q=1}^M \pi_{ij} \chi_{pq}^j \mathbf{P}_{jq}$ , 且  $\bar{\mathbf{R}}$  为列满秩矩阵, 满足  $\bar{\mathbf{E}}^T \bar{\mathbf{R}} = 0$ 。

证明: 首先证明系统 (4) 是正则和因果的。构造非奇异矩阵  $\mathbf{M}$  和  $\mathbf{N}$  为以下形式:

$$\bar{M}\bar{E}N = \begin{bmatrix} I_{n+r} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \bar{M}\bar{A}_{ip}N = \begin{bmatrix} A_{ip}^1 & A_{ip}^2 \\ A_{ip}^3 & A_{ip}^4 \end{bmatrix},$$

$$\bar{R} = M^T \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ I \end{bmatrix} H, Z_{ip} = N^{-T} \begin{bmatrix} Z_{ip}^1 \\ Z_{ip}^2 \end{bmatrix}$$

其中:  $H$  是具有适当维数的非奇异矩阵。

经过简单的计算容易得到不等式:

$$Z_{ip}^2 H^T A_{ip}^4 + A_{ip}^4 H Z_{ip}^{2T} < 0$$

式中,  $A_{ip}^4$  为非奇异的。

因此, 系统 (4) 在  $\bar{\omega}(k) = 0$  时是正则和因果的。接下来证明系统 (4) 是随机稳定且容许的, 定义系统的 Lyapunov 函数如下:

$$V(k, \bar{x}(k), \theta(k), \delta(k)) = \bar{x}^T(k) \bar{E}^T P_{\theta(k)\delta(k)} \bar{E} \bar{x}(k) \quad (10)$$

当  $\bar{\omega}(k) = 0$  时:

$$\Delta V = \mathbb{E}\{V(k+1) | V(k)\} - V(k) =$$

$$\mathbb{E}\{\bar{x}^T(k+1) \bar{E}^T P_{\theta(k+1)\delta(k+1)} \bar{E} \bar{x}(k+1)\} - \bar{x}^T(k) \bar{E}^T P_{\theta(k)\delta(k)} \bar{E} \bar{x}(k)$$

其中:  $P_{\theta(k+1)\delta(k+1)} = X_{ip} = \sum_{j=1}^N \sum_{q=1}^M \pi_{ij} \chi_{pq}^j P_{jq}$ , 这一公式由贝叶斯定理可以求得, 求解这一公式主要涉及到两个不同的马尔科夫链以及多项求和问题, 所以后续计算会比较复杂。

之后通过进一步的计算就可以得到:

$$\Delta V = \bar{x}^T(k) \bar{A}_{ip}^T X_{ip} \bar{A}_{ip} \bar{x}(k) + \bar{x}^T(k) \bar{A}_{ip}^T X_{ip} \bar{C}_{ip} \bar{\epsilon}(k) +$$

$$\bar{\epsilon}^T(k) \bar{C}_{ip}^T X_{ip} \bar{A}_{ip} \bar{x}(k) + \bar{\epsilon}^T(k) \bar{C}_{ip}^T X_{ip} \bar{C}_{ip} \bar{\epsilon}(k) -$$

$$\bar{x}^T(k) \bar{E}^T P_{ip} \bar{E} \bar{x}(k)$$

定义  $\check{C}_i = [C_i \quad \mathbf{0}]$ ,  $\check{D}_i = [D_i \quad G_i]$ , 根据事件触发的条件 (2), 可以得到不等式:

$$-\bar{\epsilon}^T(k) \bar{\epsilon}(k) + \alpha \bar{x}^T(k) \check{C}_i^T \check{C}_i \bar{x}(k) > 0$$

又考虑到  $\bar{E}^T \bar{R} = 0$  的情况, 可以得到:

$$0 = \bar{x}^T(k) Z_{ip} R^T A_{ip} \bar{x}(k) + \bar{x}^T(k) Z_{ip} R^T C_{ip} \bar{\epsilon}(k) +$$

$$\bar{x}^T(k) \bar{A}_{ip}^T R Z_{ip}^T \bar{x}(k) + \bar{\epsilon}^T(k) \bar{C}_{ip}^T R Z_{ip}^T \bar{\epsilon}(k)$$

因此:

$$\Delta V \leq \begin{bmatrix} \bar{x}(k) \\ \bar{\epsilon}(k) \end{bmatrix}^T \Lambda_{ip} \begin{bmatrix} \bar{x}(k) \\ \bar{\epsilon}(k) \end{bmatrix} \quad (11)$$

其中:  $\Lambda_{ip} = \begin{bmatrix} \Lambda_{ip}^{11} & * \\ \Lambda_{ip}^{21} & \Lambda_{ip}^{22} \end{bmatrix}$  且满足  $\Lambda_{ip}^{11} = \bar{A}_{ip}^T X_{ip} \bar{A}_{ip} + \alpha \check{C}_i^T \check{C}_i$

$$- \bar{E}^T P_{ip} \bar{E} + Z_{ip} R^T A_{ip} + \bar{A}_{ip}^T R Z_{ip}^T, \Lambda_{ip}^{21} = \bar{C}_{ip}^T X_{ip} \bar{A}_{ip} + \bar{C}_{ip}^T R Z_{ip}^T, \Lambda_{ip}^{22} = \bar{C}_{ip}^T X_{ip} \bar{C}_{ip} - I.$$

显然, 利用 Schur 引理, 式 (9) 中隐含  $\Lambda_{ip} < 0$ 。因此, 我们可以得到:

$$\Delta V \leq \begin{bmatrix} \bar{x}(k) \\ \bar{\epsilon}(k) \end{bmatrix}^T \Lambda_{ip} \begin{bmatrix} \bar{x}(k) \\ \bar{\epsilon}(k) \end{bmatrix} \leq -\alpha_0 \bar{x}^T(k) \bar{x}(k) \quad (12)$$

其中:  $\alpha_0 = \lambda_{\min}\{-\Lambda_{ip}, i, j \in \mathcal{N}, p, q \in \mathcal{M}\}$ 。

也就是说, 在式 (12) 的两边同时累加, 且满足趋于  $\infty$  时, 可以得到不等式:

$$\mathbb{E}\left\{\sum_{l=0}^{\infty} \bar{x}^T(l) \bar{x}(l) \mid \bar{x}(0), \theta(0), \delta(0)\right\} \leq$$

$$\frac{V\{\bar{x}(0), \theta(0), \delta(0)\}}{\alpha_0} < \infty \quad (13)$$

也就意味着, 当  $\bar{\omega}(k) = 0$  时, 根据定义 1 可知, 系统

(4) 是随机稳定的。系统 (4) 既是正则和因果的, 又是随机稳定的, 所以系统 (4) 是随机容许的。

最后证明系统 (4) 满足  $H_{\infty}$  性能指标, 此时  $\bar{\omega}(k) \neq 0$ 。定义性能函数为:

$$\mathcal{J} = \mathbb{E}\{V(\bar{x}(k+1), \theta(k+1), \delta(k+1))\} -$$

$$\mathbb{E}\{V(\bar{x}(k), \theta(k), \delta(k))\} +$$

$$\mathbb{E}\{r_e^T(k) r_e(k)\} - \gamma^2 \mathbb{E}\{\bar{\omega}^T(k) \bar{\omega}(k)\} \quad (14)$$

由简单计算可以得到:

$$\mathcal{J} \leq \begin{bmatrix} \bar{x}(k) \\ \bar{\epsilon}(k) \\ \bar{\omega}(k) \end{bmatrix}^T \Psi_{ip} \begin{bmatrix} \bar{x}(k) \\ \bar{\epsilon}(k) \\ \bar{\omega}(k) \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\text{其中: } \Psi_{ip} = \begin{bmatrix} \Psi_{ip}^{11} & * & * \\ \Psi_{ip}^{21} & \Psi_{ip}^{22} & * \\ \Psi_{ip}^{31} & \Psi_{ip}^{32} & \Psi_{ip}^{33} \end{bmatrix} \text{ 且满足下式 } \Psi_{ip}^{11} = \Lambda_{ip}^{11} +$$

$$\bar{D}_{ip}^T \bar{D}_{ip}, \Psi_{ip}^{21} = \Lambda_{ip}^{21}, \Psi_{ip}^{22} = \Lambda_{ip}^{22}, \Psi_{ip}^{31} = \bar{B}_{ip}^T X_{ip} \bar{A}_{ip} + \alpha \check{D}_i^T \check{C}_i +$$

$$\bar{F}^T \bar{D}_{ip} + \bar{B}_{ip}^T R Z_{ip}^T, \Psi_{ip}^{32} = \bar{B}_{ip}^T X_{ip} \bar{C}_{ip}, \Psi_{ip}^{33} = \bar{B}_{ip}^T X_{ip} \bar{B}_{ip} - \gamma^2 I +$$

$$\alpha \check{D}_i^T \check{D}_i + \bar{F}^T \bar{F}.$$

利用 Schur 引理, 式 (9) 等于  $\Psi_{ip}$ , 因此  $\Psi_{ip} < 0$ , 满足  $\mathbb{E}\|r_e(k)\|^2 < \gamma^2 \mathbb{E}\|\bar{\omega}(k)\|^2$  成立, 即系统 (4) 具有  $H_{\infty}$  性能。以上推导得到了系统 (4) 是正则、因果、随机稳定并满足  $H_{\infty}$  性能的充分条件, 定理 1 证明完毕。

### 3 故障检测滤波器的设计

上一节证明了系统 (4) 是正则、因果、随机稳定和满足式 (5) 所示的  $H_{\infty}$  性能指标的, 并给出了详细的分析过程。基于上述分析, 本小节将针对广义马尔科夫跳变系统, 主要研究事件触发基础下的异步故障检测滤波器的设计问题。

定理 2: 给定  $\gamma > 0$ , 对于任意的  $i \in \mathcal{N}, p \in \mathcal{M}$ , 如果存在矩阵  $Z_{ip}^1, Z_{ip}^2, V_1, V_2, F_1, \bar{A}_{fp}, \bar{B}_{fp}, \bar{C}_{fp}$  及  $\begin{bmatrix} P_{ip}^1 & * \\ P_{ip}^2 & P_{ip}^3 \end{bmatrix} > 0$  使得

下列不等式成立:

$$\begin{bmatrix} \Xi_{11} & * & * & * & * & * & * & * & * & * & * \\ \Xi_{21} & \Xi_{22} & * & * & * & * & * & * & * & * & * \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \Xi_{33} & * & * & * & * & * & * & * & * \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \Xi_{44} & * & * & * & * & * & * & * \\ \Xi_{51} & \Xi_{52} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \Xi_{55} & * & * & * & * & * & * \\ \Xi_{61} & \Xi_{62} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \Xi_{66} & * & * & * & * & * \\ \Xi_{71} & \Xi_{72} & \mathbf{0} & \Xi_{74} & \Xi_{75} & \Xi_{76} & \Xi_{77} & * & * & * & * \\ \Xi_{81} & \Xi_{82} & \mathbf{0} & \Xi_{84} & \Xi_{85} & \Xi_{86} & \Xi_{87} & \Xi_{88} & * & * & * \\ \mathbf{0} & \Xi_{92} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \Xi_{96} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \Xi_{99} & * & * \\ \Xi_{101} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \Xi_{105} & \Xi_{106} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \Xi_{1010} & * \end{bmatrix} < 0 \quad (16)$$

其中:  $\bar{R}$  为列满秩矩阵, 满足  $\bar{E}^T \bar{R} = 0$  以及:

$$\Xi_{11} = Z_{ip}^1 R^T A_{ip} + A_{ip}^T R Z_{ip}^{1T} - E^T P_{ip} E, \Xi_{51} = B_{ip}^T R Z_{ip}^{1T},$$

$$\Xi_{21} = Z_{ip}^2 R^T A_{ip} - P_{ip}^2 E, \Xi_{22} = -P_{ip}^3, \Xi_{52} = B_{ip}^T R Z_{ip}^{2T},$$

$$\Xi_{33} = \Xi_{44} = \Xi_{96} = \Xi_{99} = \Xi_{1010} = -I, \Xi_{55} = \Xi_{66} = -\gamma^2 I,$$

$$\Xi_{61} = L_{ip}^T R Z_{ip}^{1T}, \Xi_{62} = L_{ip}^T R Z_{ip}^{2T}, \Xi_{71} = F_1 A_{ip} + \bar{B}_{fp} C_{ip},$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{72} &= \mathbf{E}_{82} = \bar{\mathbf{A}}_{fp}, \mathbf{E}_{74} = \mathbf{E}_{84} = \bar{\mathbf{B}}_{fp}, \mathbf{E}_{92} = \bar{\mathbf{C}}_{fp}, \\ \mathbf{E}_{75} &= \mathbf{F}_1 \mathbf{B}_i + \bar{\mathbf{B}}_{fp} \mathbf{D}_i, \mathbf{E}_{76} = \mathbf{F}_1 \mathbf{L}_i + \bar{\mathbf{B}}_{fp} \mathbf{G}_i, \\ \mathbf{E}_{77} &= \mathbf{X}_{ip}^1 - \mathbf{F}_1 - \mathbf{F}_1^T, \mathbf{E}_{81} = \mathbf{V}_1 \mathbf{A}_i + \bar{\mathbf{B}}_{fp} \mathbf{C}_i, \\ \mathbf{E}_{85} &= \mathbf{V}_1 \mathbf{B}_i + \bar{\mathbf{B}}_{fp} \mathbf{D}_i, \mathbf{E}_{86} = \mathbf{V}_1 \mathbf{L}_i + \bar{\mathbf{B}}_{fp} \mathbf{G}_i, \\ \mathbf{E}_{87} &= \mathbf{X}_{ip}^2 - \mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2^T, \mathbf{E}_{88} = \mathbf{X}_{ip}^3 - \mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_2^T, \\ \mathbf{E}_{101} &= \sqrt{\sigma} \mathbf{C}_i, \mathbf{E}_{105} = \sqrt{\sigma} \mathbf{D}_i, \mathbf{E}_{106} = \sqrt{\sigma} \mathbf{G}_i. \end{aligned}$$

那么系统 (4) 是随机容许且稳定的, 并且具有  $H_\infty$  性能, 且期望的故障检测滤波器的参数可以表示为:

$$\mathbf{A}_{fp} = \mathbf{V}_2^{-1} \bar{\mathbf{A}}_{fp}, \mathbf{B}_{fp} = \mathbf{V}_2^{-1} \bar{\mathbf{B}}_{fp}, \mathbf{C}_{fp} = \bar{\mathbf{C}}_{fp} \quad (17)$$

证明: 引入一个松弛变量  $\mathcal{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_1 & \mathbf{F}_2 \\ \mathbf{F}_3 & \mathbf{F}_4 \end{bmatrix}$ , 则式 (9) 等价于下式:

$$\begin{bmatrix} \Theta_{ip} & * & * & * & * & * \\ \bar{\mathbf{C}}_{ip}^T \mathbf{R} \mathbf{Z}_{ip}^T & -\mathbf{I} & * & * & * & * \\ \bar{\mathbf{B}}_{ip}^T \mathbf{R} \mathbf{Z}_{ip}^T & \mathbf{0} & -\gamma^2 \mathbf{I} & * & * & * \\ \mathcal{F} \bar{\mathbf{A}}_{ip} & \mathcal{F} \bar{\mathbf{C}}_{ip} & \mathcal{F} \bar{\mathbf{B}}_{ip} & \mathbf{X}_{ip} - \mathcal{F} - \mathcal{F}^T & * & * \\ \bar{\mathbf{D}}_{ip} & \mathbf{0} & \bar{\mathbf{F}} & \mathbf{0} & -\mathbf{I} & * \\ \sqrt{\sigma} \check{\mathbf{C}}_i & \mathbf{0} & \sqrt{\sigma} \check{\mathbf{D}}_i & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{I} \end{bmatrix} < 0 \quad (18)$$

式 (9) 和式 (18) 主要的不同点在于: 式 (9) 中 Lyapunov 矩阵  $\mathbf{X}_{ip}$  和滤波器增益矩阵之间是耦合的, 而式 (18) 则通过引入额外的松弛变量  $\mathcal{F}$ , 消除了 Lyapunov 矩阵和滤波器增益矩阵之间的乘积项, 这为滤波器参数的求解化解了困难, 可通过接下来的运算顺利求解期望的异步故障检测滤波器参数。

由式 (18) 可以得到  $\mathcal{F}^T + \mathcal{F} > 0$ , 由此可知  $\mathbf{F}_4$  是可逆的。

接下来定义:

$$\bar{\mathbf{J}} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{F}_2 \mathbf{F}_4^{-1} \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{J}} \mathbf{Z}_{ip} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{ip}^1 \\ \mathbf{Z}_{ip}^2 \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{R}} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix},$$

$$\bar{\mathbf{J}} \mathbf{P}_{ip} \bar{\mathbf{J}}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{ip}^1 & * \\ \mathbf{P}_{ip}^2 & \mathbf{P}_{ip}^3 \end{bmatrix}, \mathbf{T} = \text{diag} \{ \bar{\mathbf{J}}, \mathbf{I}, \mathbf{I}, \bar{\mathbf{J}}, \mathbf{I}, \mathbf{I} \},$$

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{F}_2 \mathbf{F}_4^{-1} \mathbf{F}_3, \mathbf{V}_2 = \mathbf{F}_2 \mathbf{F}_4^{-T} \mathbf{F}_2^T$$

用  $\mathbf{T}$  及其转置分别左乘和右乘式 (18) 的左边和右边, 并定义满足下式:

$$\bar{\mathbf{A}}_{fp} = \mathbf{F}_2 \mathbf{A}_{fp} \mathbf{F}_4^{-T} \mathbf{F}_2^T, \bar{\mathbf{B}}_{fp} = \mathbf{F}_2 \mathbf{B}_{fp}, \bar{\mathbf{C}}_{fp} = \mathbf{C}_{fp} \mathbf{F}_4^{-T} \mathbf{F}_2^T$$

通过计算可以得到:

$$\mathbf{A}_{fp} = \mathbf{F}_2^{-1} \bar{\mathbf{A}}_{fp} \mathbf{F}_2^{-T} \mathbf{F}_4^T, \mathbf{B}_{fp} = \mathbf{F}_2^{-1} \bar{\mathbf{B}}_{fp}, \mathbf{C}_{fp} = \bar{\mathbf{C}}_{fp} \mathbf{F}_2^{-T} \mathbf{F}_4^T$$

之后利用线性变换经过简单的计算, 即可解出期望的故障检测滤波器参数, 如式 (17) 所示。

定理 2 证明完毕。

注 4: 使用 MATLAB 中的 LMI 工具仿真可以得到所期望的异步故障检测滤波器, 式 (6) 给出了阈值和通过残差构造的评价函数的计算方法, 通过式 (7) 所示的故障判断规则, 比较评价函数和阈值之间的大小情况, 就可以判断出系统是否发生了故障。

在很多实际应用中, 性能指标  $\gamma$  是一个系统的重要指

标, 为了获得最小  $H_\infty$  性能指标  $\gamma$ , 线性矩阵不等式 (16) 可以转化为如下凸优化问题的求解。

$$\begin{aligned} \min_{\gamma, \mathbf{Z}_{ip}, \mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2, \mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2, \mathbf{F}_3, \mathbf{F}_4, \bar{\mathbf{A}}_{fp}, \bar{\mathbf{B}}_{fp}, \bar{\mathbf{C}}_{fp}} \quad & \bar{\gamma} \\ \text{s. t.} \quad & \text{式(16)}. \end{aligned}$$

其中:  $\bar{\gamma} = \gamma^2$ , 异步的故障检测滤波器克服了模态独立故障检测滤波器完全忽略系统模态信息的缺点, 能够充分利用系统的模态信息, 且可以处理系统模态与滤波器模态之间复杂的异步现象, 与之相比, 降低了保守性, 在实际工程应用中更加实用。

### 4 仿真设计与分析

根据上述分析, 本节将通过一组参数矩阵, 利用 MATLAB 仿真, 证明所提出的广义马尔科夫跳变系统的事件触发异步故障检测滤波器的有效性并对其进行性能分析。

针对广义马尔科夫跳变系统 (1), 其选取的参数矩阵如下所示:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_1 &= \begin{bmatrix} 0.8 & 2.4 \\ 1.7 & 2.5 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{L}_1 = \begin{bmatrix} -1.2 \\ -1 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{C}_1 &= [0.9 \quad -0.4], \mathbf{D}_1 = 0.8, \mathbf{G}_1 = 0.9, \\ \mathbf{A}_2 &= \begin{bmatrix} 0.7 & 1.8 \\ 2.9 & 3 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \mathbf{L}_2 = \begin{bmatrix} 1.2 \\ 2.1 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{C}_2 &= [0.7 \quad 0.2], \mathbf{D}_2 = -0.9, \mathbf{G}_2 = 0.2 \end{aligned}$$

假设广义马尔科夫跳变系统 (1) 包含两个系统模态, 相应的马尔科夫链  $\theta(k)$  的状态转移概率矩阵为:

$$\mathbf{\Pi} = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.8 \\ 0.4 & 0.6 \end{bmatrix}$$

以及假设所设计的异步故障检测滤波器 (3) 有三个模态, 则其马尔科夫链  $\delta(k)$  的状态转移概率矩阵为<sup>[13]</sup>:

$$\mathbf{\Gamma}^1 = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.5 & 0.2 \\ 0.2 & 0.5 & 0.3 \\ 0.6 & 0.2 & 0.2 \end{bmatrix}, \mathbf{\Gamma}^2 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.6 & 0.2 \\ 0.3 & 0.2 & 0.5 \\ 0.4 & 0.2 & 0.4 \end{bmatrix}$$

即当  $\theta(k)$  为模态 1 时, 异步故障检测滤波器的状态转移概率符合矩阵  $\mathbf{\Gamma}^1$  中的概率情况, 当  $\theta(k)$  为模态 2 时, 异步故障检测滤波器的状态转移概率符合矩阵  $\mathbf{\Gamma}^2$  中的概率情况。

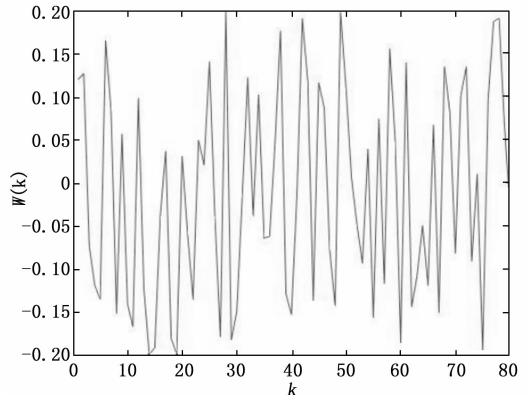


图 1 外部干扰  $\omega(k)$

假设初始时间  $k_0 = 0$ , 时间宽度  $S = 80$ , 如图 1 所示, 选取系统的干扰输入  $\omega(k)$  为幅值小于 0.2 的随机信号, 故障信号  $f(k)$  的模型如下, 只在  $20 \leq k \leq 40$  时有数据, 其余时刻则为零, 也就是说假设系统只在  $20 \leq k \leq 40$  时存在故障, 其余时刻则没有故障, 即:

$$f(k) = \begin{cases} 2, & 20 \leq k \leq 40 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

选取事件触发阈值参数  $\sigma = 0.3$ , 利用 MATLAB 的 LMI 工具箱可以得到所设计的异步故障检测滤波器参数矩阵如下:

$$\begin{aligned} A_{f1} &= \begin{bmatrix} 0.4677 & -0.2042 \\ 0.0003 & -0.0001 \end{bmatrix}, B_{f1} = \begin{bmatrix} 0.4699 \\ 0.0003 \end{bmatrix}, \\ C_{f1} &= [0.1546 \quad -0.0524], \\ A_{f2} &= \begin{bmatrix} 0.4683 & -0.2050 \\ 0.0003 & -0.0001 \end{bmatrix}, B_{f2} = \begin{bmatrix} 0.4704 \\ 0.0003 \end{bmatrix}, \\ C_{f2} &= [0.1524 \quad -0.0491], \\ A_{f3} &= \begin{bmatrix} 0.4597 & -0.2065 \\ 0.0002 & -0.0001 \end{bmatrix}, B_{f3} = \begin{bmatrix} 0.4809 \\ 0.0003 \end{bmatrix}, \\ C_{f3} &= [0.0753 \quad -0.0551], \gamma = 1.4123 \end{aligned}$$

图 2 为事件触发阈值参数  $\sigma = 0.3$  时的系统输出释放时间和和释放时间间隔, 可以看出在事件触发机制的作用下, 系统的数据传输率仅有 62.5%, 与时间触发机制相比, 系统只在满足事件触发机制条件 (2) 时才会传输数据, 这大大降低了系统的通信负担, 节约了通信资源。图 3 为故障检测滤波器的残差信号  $r(k)$ , 从图中可以明显看到, 当  $20 \leq k \leq 40$  即故障信号  $f(k)$  存在时, 残差信号  $r(k)$  的曲线发生了明显的变化, 远远高于没有故障信号存在时的情况, 当  $k \leq 20$  或  $k \geq 40$  即故障信号为 0 时, 残差信号  $r(k)$  的曲线趋于平稳。

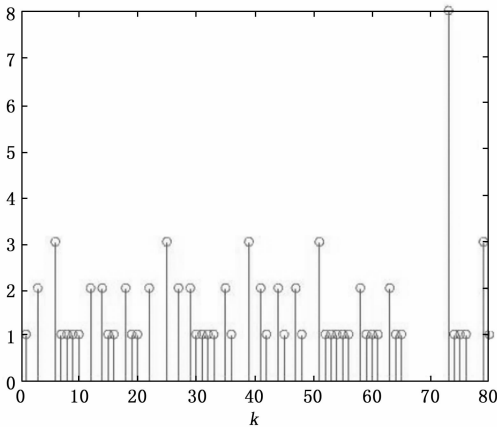


图 2 事件触发释放时间和时间间隔的关系图

图 4 为残差评价函数  $J(r, k)$  的曲线, 分别用实线表示系统无故障时的情况以及用虚线表示系统有故障时的情况。

从图中可以明显的看出, 当  $k = 20$  即故障信号发生时, 残差评价函数  $J(r, k)$  中代表有故障的曲线即虚线有明显变化。根据式 (6) 给出的残差评价函数和阈值的计算方法, 通过计算可得到阈值为  $J_{th} = \sup_{\omega(k) \in L_r, f(k)=0} J(r, k) = 0.0680$ , 残

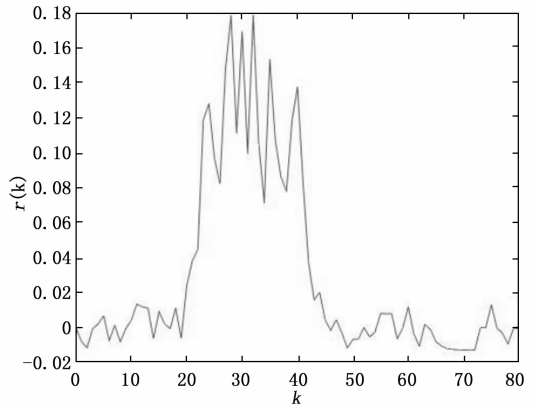


图 3 残差信号  $r(k)$

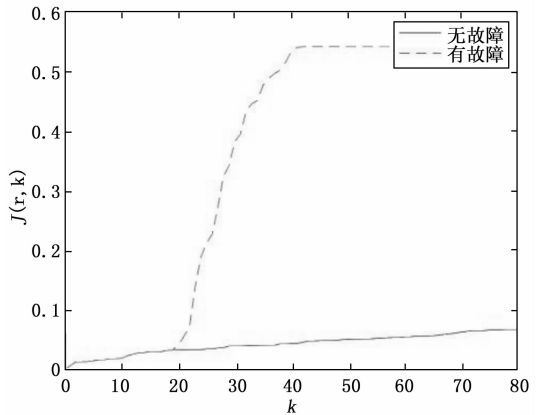


图 4 残差评价函数  $J(r, k)$

差评价函数为  $J(r, 23) = 0.0718 > J_{th}$ 。因此, 根据式 (7) 的故障判断规则可知, 在故障发生之后的 3 个时间周期, 本文所设计的异步故障检测滤波器就可以检测出故障。

上述证明了本文所设计的故障检测滤波器的有效性, 下面给出当选取不同的事件触发阈值参数  $\sigma$  时, 对滤波器的性能影响、数据传输率变化以及相应的故障检测时间的影响, 如表 1 所示。

表 1 不同  $\sigma$  值下的参数值

$\sigma$	0.1	0.3	0.5	0.7	0.9
$\gamma$	1.0483	1.4123	1.7480	2.0290	2.2756
传输率	81.25%	62.5%	57.5%	55%	46.25%
检测时间	22	23	24	25	28

表 1 的结果表明,  $\sigma$  值越大, 则  $\gamma$  值越大, 数据传输率会降低, 相应的故障检测时间越长。与时间触发机制相比, 事件触发机制的数据传输量要低于时间触发机制的数据传输量, 随着事件触发阈值参数  $\sigma$  的增大, 数据传输率会逐渐降低, 对故障检测的灵敏度产生一定的影响, 也就是说若选取的参数  $\sigma$  过小, 则结果会类似于时间触发方案, 不能很好地节约网络资源, 但如果选取的参数  $\sigma$  过大, 可能会由于数据传输少而导致影响滤波性能, 延长检测到故障所需的时间。因此, 事件触发阈值参数过大或者过小, 都有可能

导致系统变得不稳定, 利用事件触发机制降低数据传输量和通信负担的前提是要保持系统稳定性和保证检测故障所需时间, 保证系统可以稳定运行。

针对马尔科夫跳变系统所设计的滤波器可分为两种不同类型: 模态独立滤波器和模态依赖滤波器。在实际系统中, 为了克服模态依赖滤波器可能存在的无法准确获得系统模态的缺点, 通常选择模态独立滤波器来解决这一问题, 但由于模态独立滤波器完全忽略了系统模态信息, 所以其并不是解决系统模态与滤波器之间复杂异步现象的最佳方案。表2通过不同 $\sigma$ 值下的模态独立故障检测滤波器( $M=\{1\}$ )与异步故障检测滤波器的对比, 更清楚的看出, 异步故障检测滤波器的保守性要低于模态独立故障检测滤波器的保守性, 因此本文所设计的基于事件触发的异步故障检测滤波器在工程应用中更加实用。

表2 不同 $\sigma$ 值下两种故障检测滤波器的 $\gamma$ 值对比

$\sigma$	0.1	0.3	0.5	0.7	0.9
异步	1.048 3	1.412 3	1.748 0	2.029 0	2.275 6
模态独立	1.048 4	1.414 2	1.749 7	2.030 5	2.277 0

## 5 结束语

本文研究了基于事件触发机制的离散时间广义马尔科夫跳变系统的异步故障检测滤波问题。为了解决系统模态与滤波器模态之间的异步现象, 使用两个不同的马尔科夫链分别代表系统模态和滤波器模态, 设计了一个异步的故障检测滤波器。然后引入了事件触发机制以减少通信负担, 节约通信资源。以线性矩阵不等式的形式给出了滤波器存在的充分条件, 所设计的滤波器能够使残差误差系统是正则、因果、随机稳定的并且满足 $H_\infty$ 性能。最后通过仿真例子证明了所设计的异步故障检测滤波器是有效的。

### 参考文献:

- [1] 师博, 何璐, 张文明. 黄河流域城市经济高质量发展的动态演进及趋势预测 [J]. 经济问题, 2021 (1): 1-8.
- [2] 张武洋, 李籽良, 李永照, 等. 基于马尔科夫链和蒙特卡洛法的继电保护风险评估策略研究 [J]. 智慧电力, 2019, 47 (12): 7-14.
- [3] 盛立, 杨慧中. 一类离散 Markov 跳变奇异系统的镇定控制 [J]. 控制与决策, 2010, 25 (8): 1189-1194.
- [4] KULAN Z, WANG J M, MA S P. Robust  $H_\infty$  filtering for nonlinear discrete-time singular Markov jump systems with time-varying delay [C] // Proceedings of the 34th Chinese Control Conference, Hangzhou, China; Technical Committee on Control Theory, Chinese Association of Automation, 2015: 985-990.
- [5] MA S P, ZHANG C H.  $H_\infty$  control for discrete-time singular Markov jump systems subject to actuator saturation [J]. Journal of The Franklin Institute, 2012, 349 (3): 1011-1029.
- [6] 牛其磊, 张卫东. 双余度核电 DEH 设计与马尔科夫模型分析 [J]. 计算机测量与控制, 2021, 29 (7): 218-222.
- [7] LI F B, SHI P, LIM C C, et al. Fault detection filtering for nonhomogeneous Markovian jump systems via a fuzzy approach [J]. IEEE Transactions on Fuzzy systems, 2018, 26 (1): 131-141.
- [8] LIU G B, PARK J, XU S Y, et al. Robust non-fragile  $H_\infty$  fault detection filter design for delayed singular Markovian jump systems with linear fractional parametric uncertainties [J]. Nonlinear Analysis: Hybrid Systems, 2019, 32: 65-78.
- [9] YIN Y Y, SHI J B, LIU F, et al. Robust fault detection of singular Markov jump systems with partially unknown information [J]. Information Sciences, 2020, 537: 368-379.
- [10] 王宗原, 周卫东. 鲁棒边缘粒子滤波及在目标跟踪中应用 [J]. 计算机测量与控制, 2021, 29 (12): 209-214.
- [11] 张鹏, 曹江涛, 王国良. 一种广义马尔科夫跳变时滞系统的保成本控制 [J]. 生物数学学报, 2013, 28 (1): 153-158.
- [12] WU H N, CAI K Y. Mode-independent robust stabilization for uncertain Markovian jump nonlinear systems via fuzzy control [J]. IEEE Transactions on Systems, Man & Cybernetics-Part B: Cybernetics, 2006, 36 (3): 509-519.
- [13] WU Z G, SHI P, SU H Y, et al. Asynchronous  $l_2 - l_\infty$  filtering for discrete-time stochastic Markov jump systems with randomly occurred sensor nonlinearities [J]. Automatica, 2014, 50 (1): 180-186.
- [14] SHAN Y N, SHE K, ZHONG S M, et al. Asynchronous  $H_\infty$  control of Markov jump discrete-time systems with incomplete transition probability and unreliable links [J]. ISA Transactions, 2021, 10.1016/j.isatra.2021.04.044.
- [15] LONG Y, CHENG Y H, LI T S, et al. Asynchronous frequency-dependent fault detection for nonlinear Markov jump systems under wireless fading channels [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2021, 10.1109/TCYB.2021.3108347.
- [16] QIAO B N, SU X J, JIA R F, et al. Event-triggered fault detection filtering for discrete-time Markovian jump systems [J]. Signal Processing, 2018, 152 (11): 384-391.
- [17] LIU Q Y, WANG Z D, HE X, et al. Event-based recursive distributed filtering over wireless sensor networks [J]. IEEE Transactions on Automatic control, 2015, 60 (9): 2470-2475.
- [18] XU S Y, LAM J. Robust control and filtering of singular systems [M]. Berlin; Springer-Verlag, 2006.
- [19] OLIVEIRA M C D, BERNUSSOU J, GEROMEL J C. A new discrete-time robust stability condition [J]. Systems & Control Letters, 1999, 37: 261-265.
- [20] 赖永波, 陆国平. 离散奇异跳变系统的网络化  $H_\infty$  鲁棒滤波 [J]. 控制工程, 2015, 22 (6): 1186-1191.
- [21] WANG J M, MA S P, ZHANG C H, et al.  $H_\infty$  state estimation via asynchronous filtering for descriptor Markov jump systems with packet losses [J]. Signal Processing, 2019, 154: 159-167.
- [22] XU Z W, SU H Y, XU H L, et al. Asynchronous  $H_\infty$  filtering for discrete-time Markov jump neural networks [J]. Neurocomputing, 2015, 157: 33-40.