

基于事件触发的 Buck 型 DC-DC 变换器有限时间控制

吴 梅, 黄世沛, 曾国强, 张正江

(温州大学 电气数字化设计技术国家地方联合工程实验室, 浙江 温州 325035)

摘要: 针对 Buck 型 DC-DC 变换器输出电压跟踪控制问题, 提出了一种基于事件触发机制的有限时间控制方案; 首先, 将 Buck 变换器建模成一类反馈型非线性系统; 然后, 为能有效地避免通信资源的浪费, 通过构造一种状态变换设计了一种事件触发机制; 同时, 利用反步法, 设计了系统的状态反馈控制器, 该控制器在事件触发时刻更新; 然后, 基于所设计的事件触发控制器, 利用有限时间 Lyapunov 稳定性理论分析了系统的稳定性, 并证明了所设计的控制方案不会发生 Zeno 现象; 最后, 通过 Buck 变换器仿真实例验证了所提出的事件触发控制方案的有效性, 仿真结果表明了在所设计的控制方案下, Buck 型 DC-DC 变换器的输出在有限时间内可以达到期望值, 同时还能减少通信资源的浪费。

关键词: Buck 变换器; 事件触发机制; 有限时间控制; Lyapunov 稳定性

Finite-time Control of DC-DC Buck Converters Based on Event-Triggered

WU Hui, HUANG Shipai, ZENG Guoqiang, ZHANG Zhengjiang

(National-Local Joint Engineering Laboratory for Digitalize Electrical Design Technology, Wenzhou University, Wenzhou 325035, China)

Abstract: Aiming at the problem of output voltage tracking control for Buck DC-DC converter, a finite-time controller based on event-triggered is proposed. Firstly, the Buck converter is modeled as a class of feedback nonlinear system. Then, in order to effectively avoid unnecessary waste of communication resources, an event-triggered scheme is designed by constructing a kind of state transformation. At the same time, the state-feedback controller which is dependent on triggering instants is designed by using backstepping. Then, based on the proposed event-triggered controller, the stability of closed-loop system is analyzed by using finite-time Lyapunov stability theory, and the control scheme is designed and proved to be the Zeno phenomenon. Finally, the effectiveness of the proposed event-triggered control scheme is verified by the simulation example about the Buck converter, the simulation results show that the proposed control method can reach the prescribed voltage for the Buck DC-DC converter in finite time, the waste of communication resource can be reduced at the same time.

Keywords: buck converter; event-triggered mechanism; finite-time control; lyapunov stability

0 引言

DC-DC 降压变换器广泛应用于现代工业, 如海岛微电网^[1], 电动汽车^[2]和太阳能电池能源管理^[3]等。随着分布式发电和智能微电网发电技术的发展, 对于 DC-DC 降压变换器的可靠性的要求越来越高。传统的变换器的控制方法集中于线性控制方案^[4-6], 如传统的 PID^[7]控制是基于目标误差而不是模型的控制, 虽然可以实现对系统输出电压的控制, 但是动态响应较慢、控制效果较差。

近年来, 很多现代控制方法被提出来, 如状态空间法^[8]、Lyapunov 直接法^[9]等, 用于改善 DC-DC 变换器的控制性能。文献 [8] 基于状态空间法, 设计了基于极点配置的反馈控制器, 使得系统的稳态特性和动态特性得到了进

一步的改善。文献 [9] 提出了一种基于 Lyapunov 直接法的非线性控制方法保证了系统大范围渐近稳定。文献 [10] 针对具有输入扰动的 DC-DC 升压变换器, 结合状态空间理论提出了一种状态观测器的设计方法, 有效地降低了系统输出电压的超调量。文献 [11] 利用了切换线性系统的理论, 对 DC-DC 变换器进行建模与控制, 最终也是能够保证系统的渐近稳定性。近年来, 由于有限时间控制的系统不仅具有收敛速度快的优点, 还具有较好的抗干扰性能^[12], 被广泛研究, 用于各类系统的设计。文献 [13] 研究了一类线性系统的有限时间有界跟踪控制问题, 所提出的控制方法使得闭环系统的误差信号可以处于给定的界内。文献 [14] 设计了一种有限时间控制器, 解决了具有参数不确定

收稿日期: 2021-10-12; 修回日期: 2021-12-02。

基金项目: 国家自然科学基金项目(61972288)。

作者简介: 吴梅(1997-), 女, 安徽安庆人, 硕士研究生, 主要从事非线性控制方向的研究。

通讯作者: 黄世沛(1989-), 男, 浙江温州人, 博士, 副教授, 主要从事非线性控制方向的研究。

引用格式: 吴梅, 黄世沛, 曾国强, 等. 基于事件触发的 Buck 型 DC-DC 变换器有限时间控制[J]. 计算机测量与控制, 2022, 30(5): 81-

的刚体航天器的姿态跟踪控制的问题。文献 [15] 基于有限时间稳定性理论, 针对发生混沌现象的四阶电力系统, 设计了一种有限时间控制器, 能较好地抵抗外界干扰。文献 [16] 针对输入电压未知的 Buck 型 DC-DC 变换器提出了一种快速的电压收敛控制算法, 保证了输出电压在有限时间内收敛于参考电压。文献 [17] 结合齐次滑模控制理论设计了有限时间的无电流传感控制器, 解决了 Buck 变换器输出电压的有限时间控制问题。文献 [18] 提出了一类依赖驻留时间的切换规则, 实现了 DC-DC 切换仿射系统的有限时间稳定。

需要指出的是, 上述所讨论到的研究结果均是基于连续时间控制的, 即控制器时刻都在更新。当系统状态趋于稳定时, 数据的传输、控制器的实时更新可能就会造成通信资源的浪费。随着数字控制技术的发展, 周期采样控制被提出用于闭环控制系统的分析和设计。然而, 为了较好地获得期望的性能, 一般周期采样的更新周期很小, 此方法仍旧会导致频繁的数据传输。基于上述讨论, 如何高效的利用通信资源变得十分重要。有研究指出事件触发控制^[19]既能保持系统的稳定性, 还能够弥补传统连续时间控制下造成的有限通信资源浪费的不足。文献 [20] 提出了 3 种新的事件触发设计策略, 分别是基于固定阈值策略、相对阈值策略和切换阈值策略, 保证了系统跟踪误差指数收敛到一个可调的紧集。文献 [21] 提出了一种基于切换阈值策略的事件触发控制器, 保证闭环系统的所有信号有界。

综上所述, 目前关于 DC-DC 变换器的渐近稳定控制或有限时间控制的结果都是基于连续时间控制的, 还未见有 DC-DC 变换器事件触发控制的结果。因此, 本文主要研究基于事件触发机制的 Buck 型 DC-DC 变换器有限时间控制。首先, 将 Buck 变换器建模成一类反馈型非线性系统。然后, 构造一种状态变换, 基于此变换设计一种事件触发机制。接着, 采用反步法设计一种状态反馈控制器, 该控制器仅在事件触发条件满足时才更新。通过构造一类 Lyapunov 函数, 证明闭环系统的有限时间稳定性, 即变换器的输出电压能在有限时间内收敛到给定电压, 同时通过对事件触发误差求偏导数证明所提出的有限时间事件触发控制方案不会产生 Zeno 现象。最后, 通过仿真结果与分析, 表明所提出的有限时间事件触发控制方案的有效性。

1 问题描述

针对 Buck 型 DC-DC 变换器, 其工作原理如图 1 所示, 根据开关管的导通和关断两种状态, 在开关频率足够快的情况下, 建立如下的 Buck 型变换器的状态空间模型^[22]:

$$\begin{cases} \dot{\bar{i}}_L = \frac{1}{L}(\mu v_m - v_o), \\ \dot{\bar{v}}_o = \frac{1}{C}(i_L - \frac{v_o}{R}), \end{cases} \quad (1)$$

其中: v_m 是输入电压; v_o 是输出电压; S 是 MOS 型开关; D 是二极管; R 为负载电阻, L、C 分别是电感和电容; i_L

为电感电流; $\mu(t) \in [0, 1]$ 是控制输入, 该信号最终用于驱动 PWM 波。

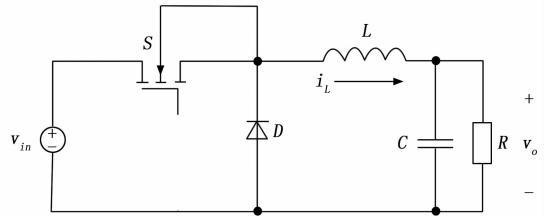


图 1 Buck 变换器电路图

定义输出电压误差: $x_1 = v_o - v_{ref}$, 其中 v_{ref} 为参考输出电压, 则 Buck 电路的误差动态方程如下:

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}_1 = \dot{\bar{v}}_o = x_2(t), \\ \dot{\bar{x}}_2 = \frac{1}{C}(\bar{i}_L - \frac{\bar{v}_o}{R}) = \\ u(t) + f(x) \end{cases} \quad (2)$$

式中,

$$u(t) = \frac{1}{CL}(\mu(t)v_m - v_{ref}) \quad (3)$$

$$f(x) = -\frac{1}{CL}x_1 - \frac{1}{CR}x_2 \quad (4)$$

本文的控制目标是实现 Buck 型 DC-DC 变换器 (1) 的有限时间输出跟踪控制, 即设计基于事件触发的有限时间控制器, 保证输出电压有限时间跟踪到给定参考电压的同时减少不必要的通信资源浪费。

为了后续的设计和分析, 给出如下定义和引理。

定义 1^[23]: 考虑如下系统

$$\dot{\bar{x}}(t) = f(x), x \in R^n$$

其中: R^n 是 n 维的欧几里得空间, x 表示系统状态, $f: D \rightarrow R^n$ 是满足条件 $f(0) = 0$ 的连续函数, D 为包含原点的开区间。如果系统是强稳定的且满足有限时间收敛, 则系统是有限时间稳定的。此处的有限时间收敛是指针对任意的初始状态 $x \in D_0 \subset R^n$, 总有一个连续函数 $T(x): D_0 \setminus \{0\} \rightarrow (0, +\infty)$ 使得当 $t \in [0, T(x_0))$ 时, 系统的状态满足 $x(t, x_0) \in D_0 \setminus \{0\}$ 且 $\lim_{t \rightarrow T(x_0)} x(t, x_0) = 0$; 当 $t > T(x_0)$ 时, 满足 $x(t, x_0) = 0$ 。如果 $D = D_0 = R^n$, 则系统是全局有限时间稳定的。

引理 1^[24]: 考虑如下系统

$$\dot{\bar{x}}(t) = f(t, x(t)), x(t) \in R^n$$

其中: $f(t, x(t))$ 为连续的非线性函数。该系统满足 $f(t, 0) \equiv 0$, 初始条件 $x(0) = x_0 \in R^n$ 。假设存在一个对于任意 $t \geq 0$, 所有的 $x(t) \neq 0$ 有 $V(x(t)) > 0$ 的连续函数 $V(x(t))$, 即当且仅当 $x(t) = 0$ 时, $V(x(t)) = 0$ 以及 $\lim_{x(t) \rightarrow \infty} V(x(t)) = +\infty$ 。

若有 $\frac{\partial V(x(t))}{\partial x(t)} f(t, x(t)) + cV^\alpha(x(t)) \leq 0$ 成立, 其中 $c > 0, 0 < \alpha < 1$ 是已知的常数, 则存在一个有限时间 $0 < T \leq \frac{V^{1-\alpha}(x(0))}{c(1-\alpha)}$, 使得 $x(t) \equiv 0, \forall t \geq T$ 。

2 控制器设计和稳定性分析

本节将给出主要结果。首先提出有限时间控制器与事件触发机制设计结果, 然后对闭环系统进行有限时间稳定性分析, 最后讨论所设计的事件触发机制不会发生 Zeno 现象。

2.1 事件触发控制器的设计

在本小节, 将给出有限时间控制器与事件触发机制设计方法。其中, 反步法是一种递推的设计方法, 通过若干步骤设计系统的控制器 (不会超过系统的阶数)。本小节利用反步法设计整个系统的反馈控制律, 首先构造如下坐标变换:

$$\begin{aligned} z_1 &= x_1^{q_1} - x_1^{*q_1}, x_1^* = 0, \\ z_2 &= x_2^{q_2} - x_2^{*q_2}, x_2^* = -\beta_1 z_1^{1/q_2} \end{aligned} \quad (5)$$

式中, $\beta_1 \geq 1$ 是待设计的参数, $q_1 = 1, 1 + \frac{1}{q_{i+1}} = \tau + \frac{1}{q_i}, i = 1, 2, \tau \in (0, 1)$ 是两个奇数的比。

步骤 1: 构造如下 Lyapunov 函数

$$V_1(z_1) = \int_{x_1^*}^{x_1} (s^{q_1} - x_1^{*q_1})^{2-1/q_1} ds \quad (6)$$

对 V_1 求导, 并选取式 (5) 中构造的虚拟控制律 x_2^* , 可得:

$$\bar{V}_1(z_1) \leq -z_1^{1+\tau} + z_1^{2-1/q_1} (x_2 - x_2^*) \quad (7)$$

步骤 2: 构造如下函数

$$V_2(z_1, z_2) = V_1(z_1) + W_2(z_2) \quad (8)$$

其中: $W_2(z_2) = \int_{x_2^*}^{x_2} (s^{q_2} - x_2^{*q_2})^{2-1/q_2} ds$, 并对 V_2 进行求导, 有:

$$\bar{V}_2(z_1, z_2) = \bar{V}_1(z_1) + \frac{\partial W_2(z_2)}{\partial x_1} x_1 + \frac{\partial W_2(z_2)}{\partial x_2} x_2 \quad (9)$$

运用 young 不等式^[25-26], 对式 (9) 进行放缩可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(z_1, z_2) &\leq -z_1^{1+\tau} + \frac{1}{4} |z_1|^{1+\tau} + b_2 |z_2|^{1+\tau} + \\ &\quad \left(2 - \frac{1}{q_2}\right) \left| \frac{\partial x_2^{*q_2}}{\partial x_1} \right| |x_1| \times \\ &\quad \int_{x_2^*}^{x_2} (s^{q_2} - x_2^{*q_2})^{1-1/q_2} ds + z_2^{2-1/q_2} [u(t) + f(x)] \leq \\ &\quad -\frac{1}{2} z_1^{1+\tau} + (b_1 + b_2) z_2^{1+\tau} + z_2^{2-1/q_2} [u(t) + f(x)] \end{aligned} \quad (10)$$

选择 $\bar{u}(t) = -\beta_2 z_2^{1/q_2} - f(x)$, 其中 $\beta_2 \geq (1 + b_1 + b_2)$, $b_i, i = 1, 2$ 是关于 τ 的正常数。因此, 式 (10) 可以改写成如下:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(z_1, z_2) &\leq -\frac{1}{2} z_1^{1+\tau} - z_2^{1+\tau} + \\ &\quad z_2^{2-1/q_2} [u(t) - \bar{u}(t)] \end{aligned} \quad (11)$$

为了后续分析设计简便, 在本节中定义 $\{t_j, j = 1, 2, \dots\}, t_j < t_{j+1}$ 为触发序列, 其中 $t_0 = 0$ 是初始的触发时刻。首先定义如下的事件触发误差:

$$e(t) = \sum_{i=1}^2 |z_i^{2-1/q_i}(t) - z_i^{2-1/q_i}(t_j)|, t \in [t_j, t_{j+1}) \quad (12)$$

且有事件触发机制设计如下:

$$t_j^1 = \inf\{t > t_j | e(t) \geq r \|z(t)\|^{2-1/q_1}\} \quad (13)$$

$$t_j^2 = \inf\{t > t_j | \|z_i(t) - z_i(t_j)\|^{1/q_i} \geq \lambda_i, i = 1, 2\} \quad (14)$$

其中: $\|z(t)\| = |z_1(t)| + |z_2(t)|, r \in (0, 1)$ 是待设计的参数, 选择触发时刻:

$$t_{j+1} = \min\{t_j^1, t_j^2\} \quad (15)$$

如果条件式 (13) 或式 (14) 被触发, 则控制律 $u(t)$ 将会更新为 $\bar{u}(t_{j+1})$ 。当 $t \in [t_j, t_{j+1})$ 时, 执行器将会保持不变, 即:

$$u(t) = \bar{u}(t_j) \quad (16)$$

注 1: 本文设计了触发机制式 (15)。该触发机制有两个触发条件式 (13) 和式 (14) 确定, 当其中一个触发条件满足时, 触发就会发生。若没有引入事件触发机制时, 式 (11) 中 $u(t) = \bar{u}(t)$, 则系统 (1) 的稳定性很容易被证明。由于事件触发的引入, $u(t) \neq \bar{u}(t)$, 式 (11) 存在输入误差 $u(t) - \bar{u}(t)$, 使得系统 (1) 的有限时间稳定性分析难度加大。因此, 后续稳定性分析中如何处理输入误差 $u(t) - \bar{u}(t)$ 显得尤为重要。我们将会证明通过选择合理的参数 r 以及 $\lambda_i, i = 1, 2$, 闭环系统的状态可以在有限时间内收敛到平衡状态。

2.2 闭环系统稳定性分析

基于上述分析, 将总结以下定理证明所设计的控制方案能够保证 Buck 型变换器系统 (1) 的有限时间稳定性。

定理 1: 针对系统 (1), 在控制器 (16) 下, 闭环系统的状态将在有限的时间收敛到原点, 即 Buck 变换器的输出电压能够有限时间收敛到给定值。

证明: 当 $t \in [t_j, t_{j+1})$ 时, 根据式 (4)、(5) 以及事件触发控制器 (16), 可知式 (11) 中有下式成立:

$$\begin{aligned} |u(t) - \bar{u}(t)| &= |\bar{u}(t_j) - \bar{u}(t)| \leq \\ &\beta_2 |z_2^{1/q_2}(t) - z_2^{1/q_2}(t_j)| + \frac{1}{CL} |x_1(t) - x_1(t_j)| + \\ &\frac{1}{CR} |x_2(t) - x_2(t_j)| \leq \beta_2 |z_2^{1/q_2}(t) - z_2^{1/q_2}(t_j)| + \\ &\frac{1}{CL} |z_1^{1/q_1}(t) - z_1^{1/q_1}(t_j)| + \frac{1}{CR} (|z_2^{1/q_2}(t) - z_2^{1/q_2}(t_j)| + \\ &\beta_1^q |z_1^{1/q_1}(t) - z_1^{1/q_1}(t_j)|) \end{aligned} \quad (17)$$

又根据触发机制中的式 (13) 和式 (14), 可知在 $t \in [t_j, t_{j+1})$ 时, 有下式成立:

$$|z_2^{1/q_2}(t) - z_2^{1/q_2}(t_j)| \leq a_1 \|z(t)\|^{1/q_2} \quad (18)$$

其中: $a_1 = 2^{-1/((2-1/q_2) * q_2)} r^{1/((2-1/q_2) * q_2)}$ 。选取 $\lambda_i = \frac{1}{2^i \max\{2^{1-1/q_1}, 2^{1-1/q_2} \beta_1^{1/q_1}\}}, i = 1, 2$, 有以下不等式成立:

$$\frac{1}{CL} |z_1^{1/q_1}(t) - z_1^{1/q_1}(t_j)| \leq \frac{a_2}{CL} |z(t)|^{1/q_1} \quad (19)$$

$$\frac{1}{CR} |z_2^{1/q_2}(t) - z_2^{1/q_2}(t_j)| \leq \frac{a_3}{CR} |z(t)|^{1/q_2} \quad (20)$$

$$\beta_1^{q_1} |z_1^{1/q_1}(t) - z_1^{1/q_1}(t_j)| \leq a_3 \beta_1^{q_1} |z(t)|^{1/q_1} \quad (21)$$

式中, $a_2 = 2^{(1-1/(2-1/q_2))/q_1} r^{1/((2-1/q_2) * q_1)}, a_3 = 2^{1-1/q_1 + (1-1/(2-1/q_2))/q_1} r^{1/((2-1/q_2) * q_1)}$ 。

将式 (18) ~ (21) 代入到 (17), 可以得到如下结论:

$$|u(t) - \bar{u}(t)| \leq \epsilon \|z(t)\|^{1/q_1} \quad (22)$$

其中:

$$\begin{aligned} \epsilon &= \beta_2 2^{2^{-1}/((2-1/q_2) * q_2)} r^{1/((2-1/q_2) * q_2)} + \\ &\frac{1}{CL} 2^{(1-1/(2-1/q_2))/q_2} r^{1/((2-1/q_2) * q_2)} + \\ &\frac{1}{CR} 2^{2^{-1}/q_2 + (1-1/(2-1/q_2))/q_2} r^{1/((2-1/q_2) * q_2)} + \\ &\beta_1^q 2^{1-1/q_2 + (1-1/(2-1/q_2))/q_2} r^{1/((2-1/q_2) * q_2)} \end{aligned} \quad (23)$$

因此, 将式 (23) 代入到式 (11), 可以得到:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(\bar{z}) &\leq -\frac{1}{2} z_1^{1+\tau} - z_2^{1+\tau} + \frac{2\tau-1}{1+\tau} \epsilon b_3 z_1^{1+\tau} + \\ &(1 + \frac{2-\tau}{1+\tau}) \epsilon b_3^{(1-2\tau)/(2-\tau)} z_2^{1+\tau} \end{aligned} \quad (24)$$

其中: $b_3 > 0$ 是一个常数。

通过选取足够小的 r 可以使得:

$$\frac{2\tau-1}{1+\tau} \epsilon b_3 \leq \frac{1}{4}, (1 + \frac{2-\tau}{1+\tau}) \epsilon b_3^{(1-2\tau)/(2-\tau)} \leq \frac{3}{4}$$

因此式 (24) 可以转换成:

$$\dot{V}_2(z_1, z_2) \leq -\frac{1}{4} (z_1^{1+\tau} + z_2^{1+\tau}) \quad (25)$$

根据 young 不等式^[25-26]有:

$$\begin{aligned} V_2(z_1, z_2) &= \sum_{i=1}^2 \int_{x_i^*}^{x_i} (s^{q_i} - x_i^{*q_i})^{2-1/q_i} ds \leq \\ &2(|z_1|^2 + |z_2|^2) \end{aligned} \quad (26)$$

结合式 (25) 和 (26), 可以得到如下结论:

$$\begin{aligned} \bar{V}_2(z_1, z_2) &\leq -2^{-(1+\tau)/2-2} (2(|z_1|^2 + |z_2|^2))^{(1+\tau)/2} \leq \\ &-2^{-(1+\tau)/2-2} V_2^{(1+\tau)/2}(\bar{z}) \end{aligned} \quad (27)$$

根据式 (27)、引理 1 以及定义 1 可知, 闭环系统 (1) 是有限时间稳定的, 即 Buck 变换器的输出电压可以有限时间收敛到给定的电压值。

注 2: 根据式 (10) 可知, 参数 τ 和虚拟控制器增益 β_1 的选取决定了控制器增益 β_2 的大小, 进一步影响了 r 的取值。又由式 (27) 和引理 1 可知, 系统 (1) 的收敛时间也取决于 τ 的大小。当 τ 的值取得相对较小时, 系统状态的响应速度也较快。结合事件触发机制 (12) ~ (15) 以及 (24) 可知, τ 的取值较大将会增加事件触发的次数, 进而会降低系统输出电压的收敛速度以及造成系统通信资源的浪费。

2.3 Zeno 现象的排除

由于事件触发的引入, 需要考虑在执行所设计的事件触发控制方案时, 系统中是否会发生 Zeno 现象, 即考虑在一个事件触发区间内, 系统是否会存在无穷次采样的现象。因此, 结合上述定义的事件触发误差和所设计的事件触发方案, 总结以下定理表明系统的事件触发区间间隔存在一个正的下界, 即在本文所提出的控制方案下, 系统不会产生 Zeno 现象。

定理 2: 考虑系统 (1), 在事件触发机制 (12) ~ (15) 和控制器 (16) 下, 闭环系统不会发生 Zeno 现象, 即系统的事件触发区间间隔存在正的下界 d , 即 $t_{j+1} - t_j \geq d$, $j = 1, 2, \dots$ 。

证明: 当 $t \in [t_j, t_{j+1})$ 时, 事件触发误差 $e(t)$ 关于时间的导数为:

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= (2 - \frac{1}{q_2}) \sum_{i=1}^2 \text{sgn}(z_i(t) - z_i(t_j)) |z_i^{1-1/q_2}| \dot{z}_i \leq \\ &(2 - \tau) \sum_{i=1}^2 |z_i^{1-1/q_2}| \|\dot{z}_i\| \end{aligned} \quad (28)$$

其中: 因为 $1 + \tau - \frac{1}{q_2} = 1$, 所以上式可以改写为:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{e_j(t)}{\|z(t)\|^{1+\tau-1/q_2}} &\leq \frac{\dot{e}_j(t) \|z(t)\|^{1+\tau-1/q_2}}{\|z(t)\|^{1+\tau-1/q_2}} + \\ &\frac{(1 + \tau - 1/q_2) r \|z(t)\|^{2-1/q_2}}{\|z(t)\|^{1+\tau-1/q_2}} \times \\ &\|z(t)\|^{1+\tau-1/q_2-1} \|\dot{z}(t)\| \leq (4 - 2\tau + r) \frac{\|\dot{z}(t)\|}{\|z(t)\|^\tau} \end{aligned} \quad (29)$$

根据 $z(t)$ 的定义, 有以下不等式成立:

$$\|\dot{z}(t)\| \leq \gamma \|z(t)\|^\tau \quad (30)$$

其中: $\gamma > 0$ 是一个常数。所以, 式 (29) 可以进一步改写为:

$$\frac{d}{dt} \frac{e_j(t)}{\|z(t)\|^{1+\tau-\frac{1}{q_2}}} \leq (4 - 2\tau + r) \gamma \quad (31)$$

因此, 可以推断出:

$$t_{j+1} - t_j \geq \frac{r}{(4 - 2\tau + r) \gamma} \quad (32)$$

综上所述, 触发区间间隔存在一个正的下界, 即:

$$d = \frac{r}{(4 - 2\tau + r) \gamma} > 0 \quad (33)$$

因此, 排除了系统中 Zeno 现象存在的可能性, 以上完成了定理 2 的证明。

注 3: 值得注意的是, 本文构造了不同于文献 [15-16] 中所设计的事件触发误差:

$$e(t) = \sum_{i=1}^2 |z_i^{2-\frac{1}{q_2}}(t) - z_i^{2-\frac{1}{q_2}}(t_j)|, t \in [t_j, t_{j+1})$$

其导数中包含了 $z_i^{1-\frac{1}{q_2}}(t), i = 1, 2$ 。通过对误差 $e(t)$ 关于 $\|z(t)\|^{1+\tau-1/q_2}$ 求偏导, 以及利用不等式 $\|\dot{z}(t)\| \leq \gamma \|z(t)\|^\tau$ 对事件触发误差的导数进行放缩, 最后证明了所设计的控制方案不会产生 Zeno 现象。

3 仿真实例分析

为了验证本文所设计的事件触发有限时间控制方案的有效性, 本节将给出 Buck 变换器的仿真结果。首先给出系统控制器设计步骤如下:

- 1) 选择合理的参数 τ 。
- 2) 选取虚拟控制器增益 β_1 , 结合参数 τ 确定控制器增益 β_2 的大小。
- 3) 基于所设计的事件触发方案, 构造事件触发控制器 (16) 并计算占空比:

$$\mu(t) = \frac{v_{\text{ref}} - \beta_2 CL z_3^{1/q_2}(t_j) - CL f(x(t_j))}{v_{\text{in}}}, t \in [t_j, t_{j+1})$$

值得注意的是, 所设计的参数 τ, β_1 和 β_2 的选取可能会影响事件触发的频率, 以及系统状态的收敛速度, 不宜过大或过小, 应当结合输出电压的调节速率和事件触发生的频率来权衡选择。

本次仿真实验的控制目标为设计控制器 (16), 从而实

现输入电压有限时间内收敛到预设的参考电压。其中, Buck 电路的仿真参数为: $R=20\ \Omega$, $C=1\ \mu\text{F}$, $L=4.7\ \text{mH}$, 输入电压和参考输出电压分别为 $v_m=30\ \text{V}$ 、 $v_{\text{ref}}=15\ \text{V}$ 。系统初始条件为: $x_1(0)=-15$ 和 $x_2(0)=0.5$ 。此外, 为了说明控制器增益的选取对系统性能的影响, 本次仿真实验在确定参数 $\tau = \frac{3}{5}$, $q_1 = 1$, $q_2 = \frac{5}{3}$, $q_3 = 5$ 之后, 分别选取不同的控制增益 β_1 进行仿真对比, 即选取 $\beta_1 = 1.5$ 、 $\beta_1 = 5$ 和 $\beta_1 = 10$ 三组参数对系统进行仿真。

仿真结果如图 2~5 所示。图 2 给出了三组参数下 Buck 变换器的输出电压曲线, 从图中可以明显看出, 本文的控制方案能够使得输出电压在有限时间内收敛到参考电压。控制增益 β_1 越大, Buck 变换器输出电压收敛的越快, $\beta_1 = 10$ 时输出电压收敛时间是在 $0.39\ \text{s}$, $\beta_1 = 5$ 时输出电压收敛时间为 $1.57\ \text{s}$, $\beta_1 = 1.5$ 时输出电压收敛时间超过 $5\ \text{s}$ 。由此可见, 同样的控制方案但是选择不同的参数, 虽然均能实现控制目标, 但是系统的响应速度受到影响。参数 β_1 越大, 输出电压的收敛速度越快。因此, 参数 β_1 的选取需要参考输出电压的收敛速度以及系统调节精度的要求。图 3 描述的是三组参数下 Buck 变换器中电感电流的变化情况, 从图中可以看出, 电感电流在有限时间内也达到了稳态, 参数 β_1 越大, 电感电流的收敛速度也越快。

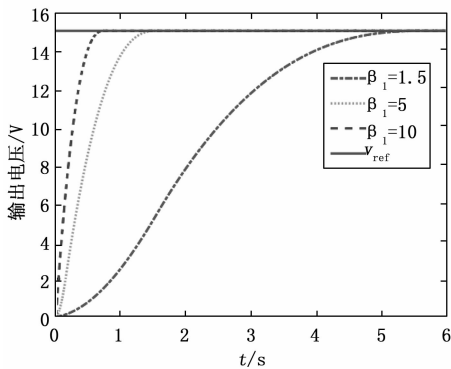


图 2 系统的输出电压 v_o

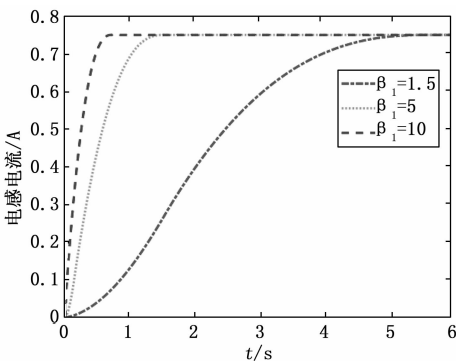


图 3 电感电流 i_L

图 4 给出了参数 $\beta_1 = 10$ 下系统的触发时刻和事件触发间隔的仿真结果, 可见在 $0.39\ \text{s}$ 内仅发生了 41 次事件触发, 避免了控制输入信号连续传输, 由于在 $0.39\ \text{s}$ 之后系

统已达到有限时间稳定, 故 $0.39\ \text{s}$ 之后不再发生事件触发。同时每次事件触发间隔均大于 0, 表明所提出的事件触发方案有效地节省了系统的通信资源, 也避免了 Zeno 现象的发生。图 5 给出了三组参数下所设计的基于事件触发方案下的占空比。可以看出占空比均在有限时间内达到一个恒定值。仿真结果表明, 本文所提出的事件触发控制方案不仅能够很好的保证系统的有限时间稳定性, 实现系统输出电压的有限时间跟踪, 还能有效地利用系统的通信资源, 从而避免不必要的浪费。

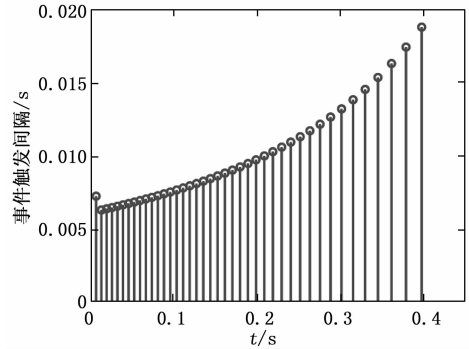


图 4 事件触发机制 ($\beta_1 = 10$)

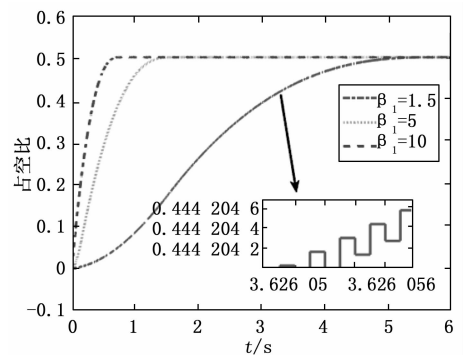


图 5 占空比 $\mu(t)$

4 结束语

本文针对 Buck 型 DC-DC 变换器, 提出了一种基于事件触发的有限时间控制器设计方法。采用反步法设计了一种事件触发机制和有限时间状态反馈控制器。通过理论分析证明了所提出的控制方案在减少不必要的通信资源浪费的同时, 也保证了 Buck 变换器的输出电压在有限时间内收敛到给定的参考电压, 也证明了闭环系统不会存在 Zeno 现象。最后, 仿真结果说明了本文所提出的控制方案的有效性。在未来工作中, 我们将考虑把本文提出的事件触发有限时间控制方案推广到具有不确定参数或者负载未知的 Buck 变换器。

参考文献:

[1] 陈洪涛, 胡 健, 韩小雨, 等. 直流微电网内 DC/DC 变换器非线性控制策略研究 [J]. 现代电子技术, 2019, 42 (4): 153 - 157.

- [2] 孙文, 林平, 卢冶, 等. 用于电动汽车的双向 DC/DC 变换器控制设计 [J]. 电力电子技术, 2012, 46 (7): 40-42.
- [3] 杨惠, 骆姍, 孙向东, 等. 光伏储能双向 DC-DC 变换器的自抗扰控制方法研究 [J]. 太阳能学报, 2018, 39 (5): 1342-1350.
- [4] 王朝明, 王华广, 王晴. 基于双 PI 控制器的模块化多电平变换器环流抑制策略 [J]. 电网技术, 2014, 38 (10): 2905-2912.
- [5] KATSUHIKO O. 现代控制工程 [M]. 电子工业出版社, 2003.
- [6] 冯全源, 严宏举. 一种变参数比例积分控制 BUCK 变换器设计 [J]. 电机与控制学报, 2016, 20 (5): 68-76.
- [7] 陶永华, 尹怡欣. 新型 PID 控制及其应用 [M]. 北京: 机械工业出版社, 1998.
- [8] 高朝晖, 林辉. 状态空间设计在 DC/DC 变换器反馈控制中的应用 [J]. 电机与控制学报, 2007 (4): 403-407.
- [9] 黄卫平, 谢运祥. 基于 Lyapunov 直接法控制的新型 Boost 功率因数校正开关变流器 [J]. 低压电器, 2010 (4): 57-60.
- [10] 谢世杰, 曹玉华, 戴国平. 基于状态观测器的 DC-DC 升压变换器反演控制 [J]. 计算机测量与控制, 2020, 28 (5): 98-102.
- [11] 陆益民, 张波, 尹丽云. DC/DC 变换器的切换仿射线性系统模型及控制 [J]. 中国电机工程学报, 2008 (15): 16-22.
- [12] BHAT S, BERNSTEIN D. Finite-time Stability of Continuous Autonomous Systems [J]. SIAM Journal on Control and Optimization, 2000, 38 (3): 751-766.
- [13] 杨晨, 程盈盈, 都海波, 等. Buck 型变换器自适应有限时间降压控制算法研究 [J]. 自动化学报, 2016, 42 (2): 315-320.
- [14] 冯昱澍, 刘昆, 冯健. 航天器姿态跟踪有限时间自适应积分滑模控制 [J]. 电子科技大学学报, 2021, 50 (4): 527-534.
- [15] 赵辉, 袁大壮, 王红君, 等. 电力系统有限时间稳定控制策略 [J]. 控制与决策, 2018, 33 (12): 2283-2288.
- [16] CHENG Y, DU H, YANG C, et al. Fast adaptive finite-time voltage regulation control algorithm for buck converter system [J]. IEEE Transactions on Circuits & Systems II Express Briefs, 2016, 64 (9): 1082-1086.
- [17] ZHANG L, WANG Z, LI S, et al. Universal finite-time observer based second-order sliding mode control for DC-DC buck converters with only output voltage measurement [J]. Journal of the Franklin Institute, 2020, 357 (16): 11863-11879.
- [18] 谭嘉林. 切换连续系统的有限时间稳定、有界及应用含有限时间不稳定子系统情形 [D]. 南京: 南京理工大学, 2018.
- [19] 高永峰. 非线性控制系统的事件触发机制设计 [D]. 大连: 大连理工大学, 2017.
- [20] XING L, WENG C, SU H, et al. Event-triggered adaptive control for a class of uncertain nonlinear systems [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2016, 62 (4): 2071-2076.
- [21] LIU C, LIU X, WANG H, et al. Event-triggered adaptive finite-time prescribed performance tracking control for uncertain nonlinear systems [J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2020, 30 (18): 8449-8468.
- [22] 南余荣, 陈姝瑾, 王满意. 基于 GPI 观测器的 Buck 型变换器趋近律控制 [J]. 计算机测量与控制, 2021, 29 (8): 89-94.
- [23] 丁世宏. 非线性系统的有限时间控制若干问题研究 [D]. 南京: 东南大学, 2010.
- [24] LI M, GUO J, XIANG Z. Global adaptive finite-time stabilization for a class of p-normal nonlinear systems via an event-triggered strategy [J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2020, 30 (10): 4059-4074.
- [25] QIAN C, LIN W. Non-Lipschitz continuous stabilizers for nonlinear systems with uncontrollable unstable linearization [J]. Systems & Control Letters, 2001, 42 (3): 185-200.
- [26] QIAN C, JI L. Global output feedback stabilization of upper-triangular nonlinear systems using a homogeneous domination approach [J]. International Journal of Robust & Nonlinear Control, 2010, 16 (9): 441-463.
- [15] 陈凌峰, 刘群兴, 罗宗敏. 球压试验压痕判定方法 [J]. 安全与电磁兼容, 2006, 18 (6): 62.
- [16] 王忠义. 球压试验 [J]. 安全与电磁兼容, 2005, 17 (1): 75-76, 81
- [17] 柯远辉. 谈 GB4706. 1 的球压试验 [J]. 家用电器科技, 2000 (7): 62-63.
- [18] 朱俊杰, 周培贤. 球压痕硬度试验原理及正确使用 [J]. 计量技术, 1987, 31 (2): 17-19.
- [19] 张力, 张祖勋, 张剑清. Wallis 滤波在影像匹配中的应用 [J]. 武汉测绘科技大学学报, 1999, 43 (1): 24-27, 35.
- [20] 朱桂英, 张瑞林. 基于 Hough 变换的圆检测方法 [J]. 计算机工程与设计, 2008, 29 (6): 1462-1464.
- [21] 王建民, 浦昭邦, 赵辉, 等. 一种新的二维图像测量系统标定方法 [J]. 哈尔滨工业大学学报, 2000, 47 (3): 37-41.
- [22] 王建民, 浦昭邦, 晏磊, 等. 二维图像测量机系统的研究 [J]. 仪器仪表学报, 2001, 22 (4): 349-353.

(上接第 74 页)

- [8] 何东升. 基于球压比对试验探讨压痕测量技术的改进 [J]. 计量与测试技术, 2014, 41 (2): 3-4, 6.
- [9] 田鹏, 周洪, 倪榴铭, 等. 电工电子产品球压试验研究 [J]. 环境技术, 2013, 05 (19): 20-39.
- [10] 杨杰, 赵延轲. 球压试验压痕尺寸测量新方法探究 [J]. 电子测试, 7 (19): 45-46.
- [11] 刘思哲. 电气电子产品用非金属材料性能分析 [J]. 电子测试, 2015, 9 (2): 126-128.
- [12] 于静. 热塑性塑胶材料球压试验及测量不确定度评定 [J]. 现代测量与实验室管理, 2014, 22 (5): 13-14.
- [13] 万程. 球压试验及非金属材料耐热性分析 [J]. 家电科技, 2014, 34 (2): 48-50.
- [14] 杜锡勇, 冯荣彪, 王国良. 灯具绝缘材料在耐热试验中压痕直径的不确定度评定 [J]. 中国照明电器, 2009, 39 (10): 34-37.