

基于 T-S 模糊双线性模型的事件触发滑模控制

陈 汉, 陈 珺

(江南大学 轻工过程与先进控制教育部重点实验室, 江苏 无锡 214122)

摘要: 针对模糊双线性系统, 研究一类事件触发滑模控制; 求出使控制器分母为零的奇异区域, 选定事件触发阈值, 确定事件触发需满足的条件区域, 使奇异区域包含于条件区域; 构造积分滑模面, 得出常规滑模控制律, 并在此基础上, 结合事件触发机制, 对控制律进行增广, 设计辅助控制律, 使得系统状态临近奇异区域时, 得以平稳过渡, 保证系统稳定性, 同时保证状态正常到达滑模面; 根据设计的事件触发滑模控制律, 考虑系统状态趋近奇异区域的不同情况, 结合李雅普诺夫稳定性条件, 分别对系统状态的可达性和稳定性进行证明; 最后, 以数值仿真验证所提方法的有效性。

关键词: T-S 模糊双线性系统; 滑模控制; 积分滑模面; 事件触发; 增广控制律

Event-triggered Sliding Mode Control for Takagi-Sugeno Fuzzy Bilinear Models

CHEN Han, CHEN Jun

(Jiangnan University, Key Laboratory of Advanced Process Control for Light Industry (Ministry of Education), Wuxi 214122, China)

Abstract: For fuzzy bilinear systems, a class of event triggered sliding mode control is studied. The singular region with zero denominator of the controller is obtained, the event trigger threshold is selected, and the condition region to be met for event trigger is determined, so that the singular region is included in the condition region. The integral sliding mode surface is constructed, and the conventional sliding mode control law is obtained. On this basis, combined with the event trigger mechanism, the control law is extended, and the auxiliary control law is designed to make the system state transition smoothly when it is close to the singular region, ensure the stability of the system, and ensure that the state reaches the sliding mode surface normally. According to the designed event triggered sliding mode control law, considering the different situations that the system state approaches the singular region, combined with the Lyapunov stability condition, the reachability and stability of the system state are proved respectively. Finally, the effectiveness of the proposed method is verified by numerical simulation.

Keywords: T-S fuzzy bilinear systems; sliding mode control; integral sliding surface; event-triggered; augmented control law

0 引言

近二十年来, 复杂非线性系统的模糊模型及其控制方法受到了广泛的关注, 而 T-S 模糊模型的后件部分为函数, 可由表示非线性系统局部输入输出关系的模糊规则 (IF-THEN) 表述, 具有良好的描述非线性系统的能力, 因此被广泛采用^[1]。T-S 模糊模型通过用线性系统模型^[2]表示每个模糊规则的局部动态特征, 并对线性系统模型利用模糊规则进行模糊推理, 得到系统的整体模糊模型。此外, 并行分布补偿 (PDC) 技术提供了一种可使模糊系统稳定的模糊控制器设计方法。在设计模糊控制器时, 每个控制规则与 T-S 模糊模型^[3]的模糊规则相对应, 最终得到的整体模糊控制器是每个独立线性控制器的模糊整合^[2-4]。

现有的研究成果大多是基于局部线性模型的 T-S 模糊模型的稳定性分析与建模上, 然而, 基于局部线性模型的

模糊模型只能描述部分非线性系统, 相较而言, 基于局部双线性模型的模糊模型可以更精准地逼近非线性系统。双线性系统涉及状态和控制量的乘积, 可以描述许多物理和生物过程, 能更明显地表征非线性系统的动力学特性^[5-7]。因此, 模糊双线性模型引起了广大学者的研究兴趣: 文献[8]给出了 T-S 模糊双线性系统的控制器设计方法; 文献[9]研究了带扰动的连续模糊双线性系统的非脆弱鲁棒镇定问题, 之后研究结果又被推广到状态带有时滞的连续时间模糊双线性系统^[5]; 对于离散系统, 文献[10]研究了一类不确定离散模糊双线性系统的鲁棒 H_∞ 控制, 之后结果被推广到离散时滞模糊双线性系统^[11]; 文献[6]给出了带有扰动的连续模糊双线性系统鲁棒自适应观测器设计方法。

然而, 这些控制方法都是基于状态反馈或观测器得到的, 关于模糊双线性系统的滑模控制方法依然较少。文献[12]研究了齐次模糊双线性系统的滑模控制方法, 并给出

收稿日期: 2021-09-06; 修回日期: 2021-10-17。

作者简介: 陈 汉(1995-), 男, 江苏连云港人, 硕士研究生, 主要从事模糊双线性系统控制方向的研究。

陈 珺(1980-), 女, 江苏无锡人, 硕士生导师, 副教授, 主要从事先进控制、模型预测控制和智能控制等方向的研究。

引用格式: 陈 汉, 陈 珺. 基于 T-S 模糊双线性模型的事件触发滑模控制[J]. 计算机测量与控制, 2021, 29(11): 71-75, 115.

了滑模面最优参数的求解算法。对带有双线性白噪声的离散模糊双线性系统，文献[13]研究了滑模控制对系统复杂性能的影响。文献[14]则针对单输入单输出且带有延迟的模糊双线性系统，给出了一种鲁棒滑模控制器的设计方法。可是，在这些研究成果中，由于双线性系统的特殊性，滑模控制器难以避免地被设计为分数形式，且分母中包含状态变量。这样一来，在系统运行时，就可能存在控制器的奇异问题。

为此，本文考虑对滑模控制引入事件触发机制。传统的滑模控制方法是基于时间触发的，这需要执行器不考虑状态的变化，定期执行和更新控制任务。在系统状态变化不大的情况下，基于时间触发的滑模控制会增加通信的信息交换负担。而前人所提出的事件触发机制^[15-16]，只有当系统状态不满足某些条件或事件时，控件才会更新。这意味着事件触发机制可以减少通信中的信息交换负担^[17-19]。与此同时，这种非周期控制策略也为滑模控制的研究提供了一种新的方法。通过使用基于事件触发的滑模控制，合理的设计触发参数，系统的状态轨迹也可以保持在预先设计的滑模面上。迄今为止，事件触发滑模控制在离散系统^[20]、交换系统^[21]、T-S模糊系统^[22]等各个领域都取得了较好的研究成果。因此，受以上成果启发，针对模糊双线性系统滑模控制器奇异问题，构造了事件触发滑模控制器。

1 滑模控制系统结构及原理

考虑一类由 T-S 模糊双线性模型描述的非线性系统，其规则如下：

Plant Rule *i*: IF $\vartheta_1(t)$ is M_{i1} and ... and $\vartheta_p(t)$ is M_{ip} , THEN

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + N_i x(t)u(t) + B_i u(t) + F_i w(t) \\ z(t) = C_i x(t) \end{cases} \quad (1)$$

其中： $x(t) \in R^n$ 为状态向量， $u(t) \in R^m$ 为控制输入， $w(t) \in R^l$ 为平方可积的干扰输入向量，且满足 $|\dot{w}(t)| \leq d$ ； $\vartheta_1(t), \dots, \vartheta_p(t)$ 为模糊规则的前件变量， $M_{ij} (j = 1, 2, \dots, p)$ 为模糊集合， r 为模糊规则推理数。 A_i, N_i, B_i, F_i, C_i 为具有适当维数的已知常数矩阵。

采用单点模糊化、乘积推理以及加权平均反模糊化的方法，可得模糊双线性系统的整体方程为：

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\vartheta) \begin{bmatrix} A_i x(t) + N_i x(t)u(t) + \\ B_i u(t) + F_i w(t) \end{bmatrix} \\ z(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\vartheta) C_i x(t) \end{cases} \quad (2)$$

式中， $\vartheta = [\vartheta_1(t) \ \vartheta_2(t) \ \dots \ \vartheta_p(t)]^T$ ，且 $h_i(\vartheta) = \mu_i(\vartheta) / \sum_{i=1}^r \mu_i(\vartheta)$ ， $\mu_i(\vartheta) = \prod_{j=1}^p M_{ij}(\vartheta_j(t))$ ，其中： $M_{ij}(\vartheta_j(t))$ 为 $\vartheta_j(t)$ 关于模糊集合 M_{ij} 的隶属度函数， $\mu_i(\vartheta)$ 第 i 条规则的隶属度。

一般，假设 $\mu_i(\vartheta)$ 满足 $\mu_i(\vartheta) \geq 0, i = 1, 2, \dots, r$ ， $\sum_{i=1}^r \mu_i(\vartheta) > 0$ ，因此，有 $h_i(\vartheta) > 0, i = 1, 2, \dots, r$ ，

$$\sum_{i=1}^r h_i(\vartheta) = 1, \text{ 成立。}$$

滑模变结构控制系统的设计主要可以分为两个步骤：
(1) 根据实际需要，设计关于系统状态 x 的滑模面 $S(x)$ ，需满足性能期望，比如快速性、抗干扰性等，保证系统状态在滑模面上可以有效到达预设值或者稳定值。
(2) 根据滑模面设计滑模控制律，滑模控制器又可以分为等效控制律 u_{eq} 和切换控制率 u_s 两个部分。

其中等效控制律，保证系统状态处于滑模面后可以稳定地运行在设定值或期望轨迹上，此时考虑系统已经克服外部干扰和内部参数不确定性到达滑模面，系统状态满足条件 $S(x) = 0$ ，为维持系统状态在滑模面上，只需令滑模面 $S(x)$ 满足条件 $\dot{S}(x) = 0$ ，这样便可求得等效控制量 u_{eq} 。

而切换控制律负责保障系统状态对滑模面的可达性，从而在到达后使等效控制律保障系统状态进行稳定的滑动模态运动，这一部分的控制过程对系统参数摄动、外部扰动具备很强的鲁棒性。而切换控制律 u_s 可以根据趋近律设计，例如等速趋近律，指数趋近律，幂次趋近律等，不同的趋近律有不同的性能，但都需满足条件 $\dot{S}(x)S(x) \leq 0$ 。

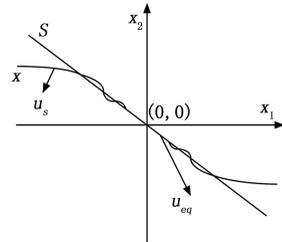


图 1 滑模控制结构原理

图 1 展示了滑模运动状态，其中 S 就是设计的滑模面，当状态 x 处于坐标原点时系统必然稳定。切换控制律 u_s 的作用就是使状态 x 从游离态到达滑模面 S ，由于切换控制的强制性，在一定程度上会导致系统状态在滑模面两侧多次穿越，引发系统抖振。而等效控制律 u_{eq} 的作用是保证系统状态在滑模面稳定地到达原点，同时兼备良好的动态品质。

2 控制器设计

以上介绍滑模控制器由两部分组成：等效控制 u_{eq} 和切换控制 u_s ，现在增加一个待设计的辅助控制量 u_a ，则总控制律表达式为：

$$u = u_{eq} + u_s + u_a \quad (3)$$

各个控制量的表达式先列于下方，后面小节说明这种设计方式的原因以及证明。

$$u_{eq} = \sum_{i=1}^r h_i(\vartheta) u_{wq} = \begin{cases} 0, & \text{若 } x \in \psi \text{ 且 } S \neq 0 \\ - \sum_{i=1}^r h_i(\vartheta) \frac{1}{D_i} (LA_i x + LN_i x u_{ki}), & \text{其他} \end{cases} \quad (4a)$$

$$u_s = \sum_{i=1}^r h_i(\vartheta) u_{is} =$$

$$\begin{cases} 0, & \text{若 } x \in \psi \\ -\sum_{i=1}^r h_i(\vartheta) \frac{1}{D_i} \left(\rho S + K \operatorname{sgn}(S) \right), & \text{其他} \end{cases} \quad (5a)$$

$$\quad (5b)$$

$$u_a = \sum_{i=1}^r h_i(\vartheta) u_{a_i} = \begin{cases} -\sum_{i=1}^r h_i(\vartheta) \frac{1}{LN_i} \left[\rho S + \alpha \operatorname{sgn}(S) \right], & \text{若 } x \in \psi \text{ 且 } S \neq 0 \\ \sum_{i=1}^r h_i(\vartheta) \frac{1}{G_i} \left[\frac{LA_i x - L(B_i + N_i x)^T Q x}{D_i(B_i + N_i x)^T Q x} \right], & \text{其他} \end{cases} \quad (6a)$$

$$\quad (6b)$$

其中: $L \in R^{1 \times n}$ 为滑模面待设计参数矩阵,

$$D_i = \begin{cases} \delta, & \text{若 } x \in \psi \\ L(B_i + N_i x), & \text{其他} \end{cases} \quad (7)$$

$$G_i = D_i - LN_i x \quad (8)$$

$$K > LF_d \quad (9)$$

$\alpha = (LA_i + dL)x, \rho > 0, \delta > 0, Q$ 为正定对称矩阵。 φ 为奇异平面, ψ 为其邻域 (示例图如图 2 所示), 其中 λ 即为事件触发参数:

$$\varphi = \{x(t) \in R^n \mid L_1(B_i + N_i x(t)) = 0\} \quad (10)$$

$$\psi = \{x(t) \in R^n \mid L_1(B_i + N_i x(t)) < \frac{\lambda}{2}\} \quad (11)$$

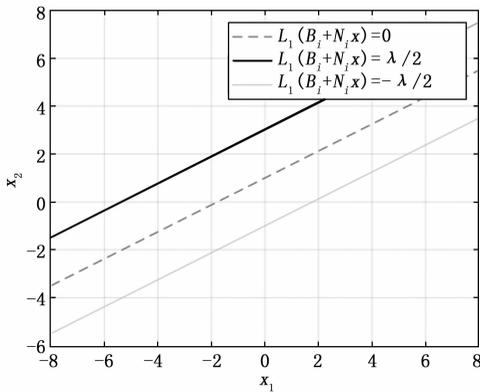


图 2 奇异平面 φ 及其邻域 ψ

控制器的设计主要考虑两大类情况: 1) 状态轨迹不在奇点域内, 即 $x \notin \psi$, 此时不用考虑奇点域对控制器的影响。因此, 此时主要由式 (4b)、(5b)、(6b) 负责将系统状态引导至滑模面 $S = 0$ 并保证在滑模面上运行至稳定状态。2) 状态轨迹处于奇点域, 即 $x \in \psi$, 此时, 又分两种情况: (1) 还未到达滑模面, 此时 (4a)、(5a) 均为 0, 由辅助控制器 (6a) 将系统状态引导至滑模面; (2) 已经处于滑模面 $S = 0$, 此时切换控制量 (5a) 与 (5b) 均为 0, (4b) 与 (6b) 将系统状态维系在滑模面上并保持渐近稳定。

在这两大类情况下, 由于 D_i 通过等式 (7) 定义, 避免了分母为 0 的情况, 从而可以规避滑模控制奇异性。

2.1 等效控制量

首先, 定义如下积分滑模面:

$$S = Lx - \int_0^t LB_i u_a dt, L \in R^{1 \times n} \quad (12)$$

其中: L 需满足如下条件:

$$|LB| > \frac{\beta}{2}, |LB - \delta| > \frac{\beta}{2}$$

这样可以避免在 $x \in \psi$ 时, 辅助控制律 u_a 可能发生的奇异问题。若有 $|LB| > \frac{\beta}{2}$, 则超平面 $LN_i x = 0$ 不会处于奇异区域 ψ , 保障了式 8 (a) 的非奇异性。若有 $|LB - \delta| > \frac{\beta}{2}$, 则有 G_i 不为 0, 是可逆函数, 且超平面函数 $\delta - LN_i x = 0$ 不会处于奇异区域 ψ , 保障了式 8 (b) 的非奇异性。

当系统到达滑模面时, 即 $S = 0$ 时, 为保持系统状态处于滑模面, 有:

$$\dot{S} = \dot{L}x - LB_i u_a = 0 \quad (13)$$

将式 (2) 和 (3) 带入得:

$$LA_i x + LN_i x u_a + L(B_i + N_i x) u_{eq} = 0 \quad (14)$$

此时忽略扰动的影响, 若对所有 $i = 1, \dots, r$ 都有 $\dot{S} = 0$, 则可得对第 i 条规则的等效控制量为:

$$u_{eq} = -\frac{1}{L(B_i + N_i x)} [LA_i x + LN_i x u_a] \quad (15)$$

$$K \geq L_1 D_{1,d}, L_1(N_i x + B_i) \neq 0$$

结合 PDC 算法, 整体的等效控制量为:

$$u_{eq} = \sum_{i=1}^r h_i(\vartheta) u_{eq_i} \quad (16)$$

显然, 当 $L(B_i + N_i x) = 0$ 时, 控制器存在奇异问题。为克服此问题, 将奇异区域进行划分 (如式 (10) 和图 2 所示), 并将式 (16) 替换为 (4a) 和 (4b)。根据式 (7), 此时 $L(B_i + N_i x)$ 由微小正数 δ 代替, 避免奇异性。

2.2 切换控制量

当满足如下条件, 则滑模面的可达性可以保证:

$$\frac{d}{dt}(S^T S) < 0 \quad (17)$$

为此, 设计切换控制器形式为:

$$u_{ir} = -\frac{1}{L(B_i + N_i x)} [\rho S + K \operatorname{sgn}(S)] \quad (18)$$

$$K \geq L_1 D_{1,d}, L_1(N_i x + B_i) \neq 0$$

这是结合了等速趋近律和指数趋近律的设计方法。当系统状态远远远离于滑模面之外, 指数趋近律 $\frac{-\rho S}{L(B_i + N_i x)}$ 可以使系统状态快速到达滑模面附近。此时指数趋近律作用减小, 等速趋近律 $\frac{-K \operatorname{sgn}(S)}{L(B_i + N_i x)}$ 则可保证状态对于滑模面一直有较快的趋近速度。

此时在等效控制量和切换控制量的共同作用下, 系统可达性可以保证, 下一节给出证明。结合 PDC 算法, 整体的等效控制量为:

$$u_s = \sum_{i=1}^r h_i(\vartheta) u_{s_i} \quad (19)$$

显然, 当 $L(B_i + N_i x) = 0$ 时, 控制器存在奇异问题。因此, 将式 (19) 替换为 (5a) 和 (5b)。此时 $L(B_i + N_i x)$ 由微小正数 δ 代替, 避免奇异性。

3 可达性和稳定性分析

本节证明系统在控制器 (3) 到 (7) 的作用下, 可以让系统状态轨迹到达设计好的滑模面 (12), 并在滑模面上稳定运行。

3.1 可达性分析

定理 1: 模糊双线性系统在控制律 (3) 到 (7) 的作用下, 将在有限时间内到达滑模面 (12)。

证明: 取李雅普诺夫函数 $V_1 = \frac{S^2}{2}$, 对 V_1 的时间 t 进行求导并将滑模面 (12) 代入得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \dot{S}^2 = \\ S \left\{ \sum_{i=1}^r h_i(\vartheta) \left[\mathbf{L}\mathbf{A}_i x + \mathbf{L}\mathbf{N}_i x u_a + \mathbf{L}(\mathbf{B}_i + \mathbf{N}_i x)(u_{ieq} + u_{is}) + \mathbf{L}\mathbf{F}_i f(t) \right] \right\} \end{aligned} \quad (20)$$

此时, 根据两种情况进行讨论。第一种情况: $x \notin \psi$ 。将式(20)中 u_{ieq} 和 u_{is} 分别用表达式 (4b) 和 (5b) 以及式 (7) 代入得:

$$\dot{V}_2 = S \times \sum_{i=1}^r h_i(\vartheta) \left\{ \mathbf{L} \begin{pmatrix} \mathbf{B}_i \\ + \mathbf{N}_i x \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{L}\mathbf{A}_i x + \mathbf{L}\mathbf{N}_i x u_a + \mathbf{L}\mathbf{F}_i f(t) + \\ -\frac{1}{\mathbf{L}(\mathbf{B}_i + \mathbf{N}_i x)} \left(\mathbf{L}\mathbf{A}_i x + \right. \\ \left. \frac{1}{\mathbf{L}(\mathbf{B}_i + \mathbf{N}_i x)} (\rho \mathbf{S} + \mathbf{K} \text{sgn}(\mathbf{S})) \right) \end{bmatrix} \right\} \quad (21)$$

根据式 (9), K 的取值大于扰动上界, 化简式 (21) 得:

$$S\dot{S} \leq -\rho S^2 - \mathbf{K}S \text{sgn}(S) + d\mathbf{L}\mathbf{F}_i \leq 0 \quad (22)$$

因此系统状态在 $x \notin \psi$ 的情况下可以到达滑模面。

第二种情况: $x \in \psi$ 。由式 (4a) 和 (5a) 可知此时 $u_{ieq} = u_{is} = 0$, 将式 (6a) 代入可直接得式 (22)。

证毕。

3.2 稳定性分析

当系统到达滑模面后, 有 $S = 0, u_s = 0, u_{eq}$ 采用式 (4b), 此时的闭环动力学系统将大大简化。在控制律 (3) 的作用下, 不考虑扰动影响, 系统方程为:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \sum_{i=1}^r h_i(\vartheta) \left[\mathbf{A}_i x + \begin{pmatrix} \mathbf{N}_i x \\ \mathbf{B}_i \end{pmatrix} \left(-\frac{1}{\mathbf{D}_i} \left(\frac{\mathbf{L}\mathbf{A}_i x +}{\mathbf{L}\mathbf{N}_i x u_{ia}} \right) + u_a \right) \right] = \\ & \sum_{i=1}^r h_i(\vartheta) \left[\mathbf{A}_i x + \begin{pmatrix} \mathbf{N}_i x \\ \mathbf{B}_i \end{pmatrix} \left(-\frac{\mathbf{L}\mathbf{A}_i x}{\mathbf{D}_i} + \frac{\mathbf{G}_i}{\mathbf{D}_i} u_a \right) \right] \end{aligned}$$

通过设计辅助控制律 u_a 的表达式 (6b) 可大大简化上式的复杂性, 将式 (6b) 代入, 可将上式写成如下形式:

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^r h_i(\vartheta) [\mathbf{A}_i x + (\mathbf{N}_i x + \mathbf{B}_i)(\mathbf{N}_i x + \mathbf{B}_i)^T \mathbf{Q} x] \quad (23)$$

简化后的闭环系统更加有利于稳定性分析, 下面给出稳定性定理以及证明过程。

定理 2: 若存在矩阵 \mathbf{L} 满足如下不等式 (24), 存在对称正定矩阵 \mathbf{Q} 满足如下线性矩阵不等式 (25), 则模糊双线性系统 (2) 在控制器 (3) 到 (7) 的作用下是渐近稳定的。

$$|\mathbf{L}\mathbf{B}_i| > \frac{\psi}{2}, |\mathbf{L}\mathbf{B}_i - \delta| > \frac{\psi}{2} \quad (24)$$

$$\mathbf{Q}\mathbf{A}_i + \mathbf{A}_i^T \mathbf{Q} < 0 \quad (25)$$

证明: G_i 表达式由式 (8) 给出, 可知 G_i 具有非奇异性: 当 $x \notin \psi$ 时, 有 $G_i = \mathbf{L}\mathbf{B}_i \neq 0$; 当 $x \in \psi$ 时, 由 \mathbf{L} 满足条件 $|\mathbf{L}\mathbf{B}_i| > \frac{\beta}{2}$, 可知 G_i 满足 $G_i = \delta - \mathbf{L}\mathbf{N}_i x \neq 0$ 。将辅助控制器 (6b) 代入式 (23) 可得简化系统:

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^r h_i(\vartheta) [\mathbf{A}_i x - \eta(\mathbf{N}_i x + \mathbf{B}_i)(\mathbf{N}_i x + \mathbf{B}_i)^T \mathbf{Q} x] \quad (26)$$

取李雅普诺夫函数 $V_2 = x^T \mathbf{Q} x$, 对 V_2 的时间 t 进行求导并将系统方程 (26) 代入得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \sum_{i=1}^r h_i(\vartheta) [x^T (\mathbf{Q}\mathbf{A}_i + \mathbf{A}_i^T \mathbf{Q}) x - \\ & 2x^T \mathbf{Q} (\mathbf{N}_i x + \mathbf{B}_i)^T (\mathbf{N}_i x + \mathbf{B}_i) \mathbf{Q} x] \end{aligned} \quad (27)$$

若有不等式 (25) 成立, 且易知式 (27) 第二项为负定项, 则模糊双线性系统 (2) 在控制器 (3) 到 (7) 的作用下是渐近稳定的。

证毕。

4 数值仿真

考虑如下参数的模糊双线性系统^[23]: $\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} -1.5 & 1.5 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{N}_1 = \mathbf{N}_2 = \begin{bmatrix} -0.08 & 0.2 \\ 0.1 & 0.01 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B}_1 = \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} 1.1 \\ 0.2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{F}_1 = \begin{bmatrix} -5 \\ 15 \end{bmatrix}$, $\mathbf{C}_1 = \mathbf{C}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ 。外部扰动为 $w(t) = e^{-t} \sin(5t)$, 因此有扰动上界 $d = 1$ 。通过求解不等式 (25), 得出矩阵 $\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 0.435 & 0.0549 \\ 0.0549 & 0.3571 \end{bmatrix}$; 为便于仿真, 滑模面参数的选取需满足条件 (24), 且保证系统状态在趋于稳定的过程中穿过奇点域, 因此取 $\mathbf{C} = [0.5 \ 0.1]$; 取 $\rho = 10, \delta = 0.25$, 奇点域边界取 $\lambda = 0.1$, 取 $K = 1.5$, 系统初始状态取 $\mathbf{C} = [3 \ 12]$ 。

图 3 为系统状态响应图, 由图可知, 系统在初始状态伴随扰动的情况下, 最终渐近稳定, 经过大约 7 s 趋于 0。在约 0.2 s 时有短暂的超调, 随机趋于稳定状态; 在约 1 s 时, 状态有明显的偏离稳定状态的现象, 这是因为此时系统状态经过奇点域, 事件触发条件得以满足, 控制器结构切换。可以预测, 若使用传统的滑模控制器, 则控制量瞬间趋于无穷, 系统状态必然发散, 但在本章所提出的控制器作用下, 状态虽有波动, 但并未大范围发散, 最终较为平稳度过奇点域。

图 4 为系统状态相位图, 从图中可以看出两个状态从初始状态趋于 0 的过程。结合图 3, 在 0.1 s 处的超调对应图 4 状态曲线的转折。约 1 s 处的发散对应图 4 中状态穿过蓝色实直线所划出的奇点域, 在穿越过程中, 状态走向了明显的变化, 但在穿过之后, 仍正常趋向稳定状态。

图 5 为滑模面随时间变化曲线, 图 6 为控制量变化曲

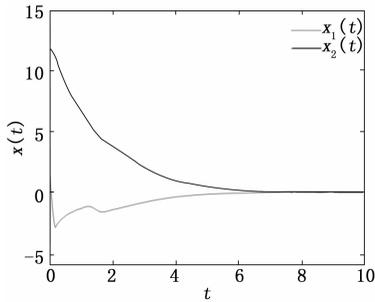


图 3 状态轨迹图

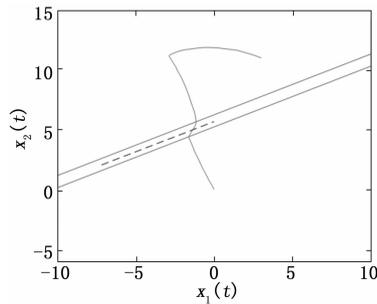


图 4 系统状态相位图

线。由图 5 可知, 系统在极短时间内就到达滑模面, 但结合图 3 系统仍在较长时间才真正到达平稳状态, 这是因为滑模面的结构中对于状态没有积分项, 导致 x_1 和 x_2 与平稳状态之间的误差成比例存在, 从而出现这种情况, 这也是有待改进的地方。结合图 4, 从图 6 可知, 当系统状态接近奇点域的时候, 由于控制量分母趋于 0, 导致控制量逐渐增大, 若没有事件触发所划出的奇点域以及构造相应的控制器, 控制量将会趋于无穷, 从而导致系统发散不稳定。当系统穿越奇点域, 控制量又逐渐减小, 最终与系统状态都趋于 0。

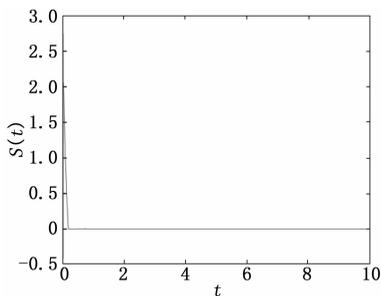


图 5 滑模面随时间变化曲线

5 结束语

本文主要设计了一种事件触发滑模控制器来稳定一类模糊双线性系统。该设计的关键步骤是在几个滑模控制量的切换之间构造事件触发机制, 同时增加一个变结构辅助控制量, 该控制量有两个作用。首先, 当系统轨迹需穿过奇点域时, 它有助于确保到达滑模面; 其次, 该控制量可以保证系统状态在滑模面上渐近稳定。

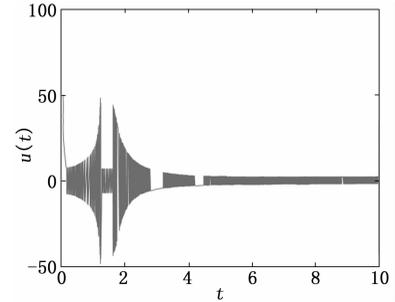


图 6 控制量随时间变化曲线

双线性结构本身具有更好的描述非线性现象的能力, 被广泛应用于各类领域, 使用滑模控制可以有效避免状态反馈控制增益选择的随意性问题。而通过引入事件触发机制, 又可以解决滑模控制器固有的奇异性问题。结合这一思想, 未来可以尝试使用更加高级的滑模面以及趋近律, 大大提高滑模控制对于模糊双线性系统的控制性能, 扩大滑模控制可以应用的对象。

参考文献:

- [1] CHEN Z R, ZHANG B Y, et al. Event-based fuzzy control for T-S fuzzy networked systems with various data missing [J]. *Neurocomputing*, 2020, 417: 322-332.
- [2] NGUYEN Dinh Phu, NGUYEN Nhut Hung. Minimum stability control problem and time-optimal control problem for fuzzy linear control systems [J]. *Fuzzy sets and systems*, 2019, 371 (SEP. 15): 1-24.
- [3] XU Y H, XIE Z H, et al. Robust Non-fragile Finite Frequency H_∞ Control for Uncertain Active Suspension Systems with Time-Delay Using T-S Fuzzy Approach [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2021, 358 (1): 4209-4238.
- [4] CHENG J, ZHANG D, et al. Finite-time stabilization of T-S fuzzy semi-Markov switching systems: A coupling memory sampled-data control approach [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2020, 357 (16): 11265-11280.
- [5] TSAI S H, CHEN Y A, CHEN C S. Robust stabilization of a class of uncertain time-delay fuzzy bilinear systems [C] // *International Conference on Advanced Robotics & Intelligent Systems*. IEEE, 2015.
- [6] LEE S, PARK M, BAEK J. Robust adaptive synchronization of a class of chaotic systems via fuzzy bilinear observer using projection operator [J]. *Information Sciences*, 2017, 402: 182-198.
- [7] LI J, FENG Z, ZHAO Y, et al. Reachable set estimation for discrete-time bilinear systems with time-varying delays [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2018, 355 (13): 5721-5735.
- [8] LI THS, TSAI SH. T-S fuzzy bilinear model and fuzzy controller design for a class of nonlinear systems [C] // *IEEE Trans Fuzzy Syst* 2007, 15 (3): 494-506.

(下转第 115 页)