

通信时延下 UAV/UGV 混合编队 控制系统的稳定性分析

朱 旭, 赵文杰

(长安大学 电子与控制工程学院, 西安 710064)

摘要: 针对通信时延下的高维异构无人机 (UAV, unmanned aerial vehicle) /无人车 (UGV, unmanned ground vehicle) 混合编队控制系统, 对系统稳定的充分必要条件和准确时延边界的计算方法进行了研究; 具体地, 为了处置 UAV/UGV 工作空间、运动学模型的差异, 建立考虑异构特性的 UAV/UGV 混合编队模型; 并针对 UAV 群组、UGV 群组, 分别设计基于信息一致性的分布式控制器; 利用矩阵相似变换, 将高维异构的 UAV/UGV 混合编队控制系统降维拆分为若干等价的低维子系统, 极大地降低了稳定性分析的解析难度和运算量; 在此基础上, 利用辅助特征函数法推导准确的时延边界, 得到系统稳定的充要条件; 最后通过仿真验证了所提出稳定性分析方法的有效性。

关键词: 通信时延; 时延边界; UAV/UGV 混合编队; 降维拆分; 辅助特征函数法

Stability Analysis of UAV/UGV Hybrid Formation Control System with Communication Delay

ZHU Xu, ZHAO Wenjie

(School of Electronic and Control Engineering, Chang'an University, Xi'an 710064, China)

Abstract: For the high-dimensional heterogeneous UAV (Unmanned Aerial Vehicle, UAV) /UGV (Unmanned Ground Vehicle, UGV), the hybrid formation control system with the communication delay is proposed, the sufficient and necessary conditions for system stability and the calculation method of accurate delay boundary are studied. Specifically, in order to deal with the differences between the UAV/UGV workspace and the kinematics models, a UAV/UGV hybrid formation model with heterogeneous characteristics is established. For UAV and UGV groups, the information consensus based distributed controllers are designed respectively. Using the similar transformation of matrix, the high-dimensional heterogeneous UAV/UGV hybrid formation control system is split into several equivalent low-dimensional subsystems, which greatly reduces the analytical difficulty and computational complexity of stability analysis. On this basis, the auxiliary characteristic function method is used to derive the accurate time delay boundary, and obtain the necessary and sufficient conditions for system stability. Finally, the effectiveness of proposed stability analysis method is verified by simulations.

Keywords: communication delay; delay boundary; UAV/UGV hybrid formation; dimensionality reduction and split; auxiliary characteristic function method

收稿日期: 2021-06-18; 修回日期: 2021-07-23。

基金项目: 国家自然科学基金(62003054); 陕西省重点研发计划项目(2020GY218, 2020GY113); 中央高校基本科研业务费专项资金(300102320109)。

作者简介: 朱旭(1987-), 男, 山东烟台人, 副教授, 硕士研究生导师, 主要从事机器人导航与控制等方向的研究。

引用格式: 朱旭, 赵文杰. 通信时延下 UAV/UGV 混合编队控制系统的稳定性分析[J]. 计算机测量与控制, 2022, 30(1): 106-113.

0 引言

无人机 (UAV, unmanned aerial vehicle) / 无人车 (UGV, unmanned ground vehicle) 混合编队控制, 通过空地协作, 可以实现 UAV 编队和 UGV 编队在感知、通讯、负载等方面的互补, 提高整个系统的灵活性和对未知环境的适应性, 从而完成单独 UAV 编队或 UGV 编队难以完成的任务, 如空地立体化交通监管、快速精准跟踪追逃、协同定位、紧急救援等^[1-2]。

然而, UAV 与 UGV 之间存在巨大差异, 不同的工作空间、不同的动力学特性, 使得 UAV/UGV 混合编队控制变得异常困难^[3-4]。同时, 由于网络通讯环境和通讯带宽的限制, 混合编队的交互信息中含有通信时滞, 导致控制系统的稳定裕度急剧下降, 甚至引发系统不稳定, 进一步加剧了混合编队控制的难度^[5-7]。因此, 研究通信时延下 UAV/UGV 混合编队控制系统的稳定性具有重要意义。

关于通信时延下控制系统稳定性的研究, 有两大类方法: 时域方法、频域方法^[8]。时域方法是当前的主流方法, 往往基于 Lyapunov-Razumikhin 定理或 Lyapunov-Krasovskii 泛函进行研究^[9-12]。然而, 时域方法仅能获取通信时延下控制系统稳定的充分条件, 而非充要条件, 具有很大的保守性^[13]。

频域方法致力于研究通信时延下控制系统特征方程的求解问题, 可以获取系统稳定的充要条件^[14]。但是, 时延系统的特征函数具有无穷多个特征根, 现有的数学工具无法计算出其所有特征根, 所以更关注临界虚根 (位于复平面虚轴上的特征根) 求解^[15]。常用的临界虚根求解方法有: Rekasius 代换法^[16]、辅助特征函数法^[17]、直接法^[18]、 τ 分解法等^[19]。这些临界虚根求解方法各有优缺点, 这里推荐辅助特征函数法, 其主要优势包括: (1) 对临界虚根的检测可简单有效地通过求解辅助特征方程完成; (2) 在辅助特征方程没有重根的前提下, 所有临界虚根的稳定行为可以直接判断, 无需其他计算^[20]。

目前, 利用频域方法分析通信时延下 UAV/UGV 混合编队控制系统稳定性的研究较为匮乏, 存在一些关键难题。比如, 囿于 UAV/UGV 的异构特性, 难以将频域方法直接应用于混合编队的复杂系统特征方程的求解。特别地, 随着 UAV、UGV 数量

的增加, 混合编队系统特征方程的维数不断增加, 临界虚根求解运算量呈指数膨胀, 导致“维度爆炸”问题。因此, 研究通信时延下 UAV/UGV 混合编队控制系统的稳定性问题, 推导系统稳定的充要条件, 尚存在研究瓶颈。

综合以上分析, 本文研究通信时延下 UAV/UGV 混合编队控制系统的稳定性分析问题, 旨在推导系统稳定的充要条件, 计算准确的时延边界, 即可容许的最大时延。首先, 建立考虑 UAV/UGV 异构特性的混合编队模型, 并描述混合编队的通信关系。接着, 针对 UAV 群组、UGV 群组, 分别设计基于信息一致性的分布式控制器, 并构建 UAV/UGV 混合编队控制系统。然后, 利用矩阵相似变换, 将高维异构的 UAV/UGV 混合编队控制系统降维拆分为若干等价的低维子系统, 降低解析难度和运算量。最后, 采用辅助特征函数法计算这些子系统特征方程的临界虚根, 获取系统稳定的充要条件, 得到准确的时延边界, 并通过仿真验证了所提理论方法的有效性。

1 UAV/UGV 混合编队建模

首先, 对 UAV、UGV 分别进行建模, 并确立 UAV/UGV 的共同控制量; 然后, 构建 UAV/UGV 混合编队的通信拓扑, 描述编队的通信关系。

1.1 UAV 与 UGV 建模

在地面惯性坐标系 OXYZ 中^[21], 由于无人车仅在 OXY 平面运动, 因此选取平面运动状态作为 UAV/UGV 共同的控制量, 而高度协同控制只在 UAV 群组内部进行。UAV 模型选用四旋翼, UGV 模型选用双轮差分驱动式。

首先, 四旋翼无人机的运动学模型为^[22]:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_i^f \\ \dot{y}_i^f \\ \dot{z}_i^f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_i^f \cos\theta_i^f \cos\phi_i^f \\ V_i^f \cos\theta_i^f \sin\phi_i^f \\ V_i^f \sin\theta_i^f \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中: $i = 1, 2, \dots, m$, x_i^f, y_i^f, z_i^f 分别表示第 i 架 UAV 在惯性坐标系下的 X 、 Y 、 Z 轴位置。 $V_i^f, \theta_i^f, \phi_i^f$ 分别为第 i 架 UAV 的速度、俯仰角、偏航角。

假设仅考虑定高模式下的 UAV 运动, 则其俯仰角 θ_i^f 的变化可认为很小。因此, 对式 (1) 进行简化, 得到:

$$\begin{cases} \dot{x}_i^f(t) = V_i^f(t)\cos(\psi_i^f(t)) \\ \dot{y}_i^f(t) = V_i^f(t)\sin(\psi_i^f(t)) \\ \dot{z}_i^f(t) = V_{zi}^f(t) \\ \dot{\psi}_i^f(t) = \omega_i^f(t) \\ \dot{\omega}_i^f(t) = u_i^f(t) \end{cases} \quad (2)$$

其中: $V_{zi}^f(t)$ 表示第 i 架 UAV 在惯性坐标系下沿 Z 轴的速度, $\omega_i^f(t)$ 表示第 i 架 UAV 的偏航角速度; $u_i^f(t)$ 为控制输入。

再者, 双轮差分驱动轮式移动机器人的运动学模型为^[23]:

$$\begin{cases} \dot{x}_i^g(t) = V_i^g(t)\cos(\psi_i^g(t)) \\ \dot{y}_i^g(t) = V_i^g(t)\sin(\psi_i^g(t)) \\ \dot{\psi}_i^g(t) = \omega_i^g(t) \\ \dot{\omega}_i^g(t) = u_i^g(t) \end{cases} \quad (3)$$

其中: $i = m + 1, m + 2, \dots, n$, $x_i^g(t), y_i^g(t)$ 为第 i 辆 UGV 在惯性坐标系下的 X 轴、 Y 轴位置。 $\psi_i^g(t), V_i^g(t), \omega_i^g(t)$ 分别为第 i 辆 UGV 的偏航角、速度、角速度; $u_i^g(t)$ 为控制输入。

为了实现 UAV/UGV 混合编队在平面的协同, 选取偏航角和偏航角速度作为 UAV/UGV 共同的控制量。

1.2 UAV/UGV 混合编队的通信拓扑

考虑由 m 架四旋翼 UAV、 $n - m$ 辆双轮差分驱动 UGV 所构成的混合编队, 其通信拓扑可以用图论的相关知识进行描述^[24-25]。

UAV/UGV 混合编队的通信拓扑用无向图 $G = \langle V, \varepsilon, \mathbf{A} \rangle$ 表示, 节点集 V 由所有的无人器组成, 边集合 $\varepsilon \subseteq V \times V$ 表征通信关系。对于 $i, j \in V$, 邻接矩阵 $\mathbf{A} = [a_{ij}]_{n \times n}$ 的元素为: 1) $(i, j) \in \varepsilon$ 时, $a_{ij} = 1$; 2) $(i, j) \notin \varepsilon$ 时, $a_{ij} = 0$ 。 N_i 是向第 i 个无人器 (UAV 或 UGV) 通信的其他无人器集合。入度矩阵为 $\mathbf{D} = \text{diag}\{d_1, d_2, \dots, d_n\}$, 其中 $d_i = \sum_{j \in N_i} a_{ij}$ 。 UAV/UGV 混合编队通信拓扑的拉普拉斯矩阵定义为 $\mathbf{L} = \mathbf{D} - \mathbf{A}$ 。

UAV/UGV 混合编队可以分为 UAV 群组 and UGV 群组, $\Gamma_1 = \{1, 2, \dots, m\}, \Gamma_2 = \{m + 1, m + 2, \dots, n\}$ 分别表示 UAV、UGV 的集合, 有 $\Gamma_1 \cup \Gamma_2 = \nu$ 。 $\mathbf{L}^f \in \mathbb{R}^{m \times m}$ 是 UAV 群组通信拓扑的拉普拉斯矩阵, $\mathbf{L}^g \in \mathbb{R}^{(n-m) \times (n-m)}$ 是 UGV 群组通信拓扑的拉普拉斯矩阵。

此外, 为了表征 UAV 群组与 UGV 群组的交叉通信关系, 定义 N_i^{fg} 为向第 i 架 UAV 通信的 UGV

集合, N_i^{gf} 为向第 i 辆 UGV 通信的 UAV 集合; $\mathbf{A}^{fg} \in \mathbb{R}^{m \times (n-m)}, \mathbf{A}^{gf} \in \mathbb{R}^{(n-m) \times m}$ 分别为 N_i^{fg}, N_i^{gf} 所对应的邻接矩阵; $\mathbf{D}^{fg} \in \mathbb{R}^{m \times m}, \mathbf{D}^{gf} \in \mathbb{R}^{(n-m) \times (n-m)}$ 分别为 N_i^{fg}, N_i^{gf} 所对应的入度矩阵。

2 通信时延下 UAV/UGV 混合编队的稳定性分析

针对通信时延下的 UAV/UGV 混合编队, 设计分布式控制器, 并分析编队的稳定性, 获取准确的时延边界。首先, 设计通信时延下基于一致性算法的 UAV/UGV 混合编队分布式控制器, 并推导编队的闭环系统特征方程。然后, 根据 UAV/UGV 编队的闭环系统特征方程, 推导编队稳定的一组必要条件; 继而利用辅助特征函数法对带有通信时延的 UAV/UGV 混合编队进行稳定性分析, 证明只有一个时延区间可以令编队稳定, 并得到编队稳定的充要条件, 获取准确的时延边界。

2.1 UAV/UGV 混合编队的分布式控制器设计

为了设计 UAV/UGV 混合编队的分布式控制器, 先定义误差量。 $\tilde{\psi}_i^f(t), \tilde{\psi}_i^g(t)$ 分别为 UAV 和 UGV 的偏航角误差, $\tilde{\omega}_i^f(t), \tilde{\omega}_i^g(t)$ 别为 UAV 和 UGV 的偏航角速度误差, 具体形式为:

$$\begin{cases} \tilde{\psi}_i^f(t) = \psi^d(t) - \psi_i^f(t), & i \in \Gamma_1 \\ \tilde{\omega}_i^f(t) = \omega^d(t) - \omega_i^f(t), & i \in \Gamma_1 \\ \tilde{\psi}_i^g(t) = \psi^d(t) - \psi_i^g(t), & i \in \Gamma_2 \\ \tilde{\omega}_i^g(t) = \omega^d(t) - \omega_i^g(t), & i \in \Gamma_2 \end{cases} \quad (4)$$

其中: $\psi^d(t), \omega^d(t)$ 为 UAV/UGV 混合编队的期望偏航角和期望偏航角速度。 UAV/UGV 混合编队的控制目标为:

$$\begin{cases} \lim_{t \rightarrow \infty} \|\tilde{\psi}_i^f(t)\| = 0, & i \in \Gamma_1 \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \|\tilde{\omega}_i^f(t)\| = 0, & i \in \Gamma_1 \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \|\tilde{\psi}_i^g(t)\| = 0, & i \in \Gamma_2 \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \|\tilde{\omega}_i^g(t)\| = 0, & i \in \Gamma_2 \end{cases} \quad (5)$$

接下来, 针对 UAV 群组、UGV 群组, 分别设计基于信息一致性的分布式控制器:

$$\begin{aligned} u_i^f(t) = & -k^f \sum_{j \in N_i} a_{ij} [\tilde{\psi}_j(t - \tau) - \tilde{\psi}_i^f(t - \tau)] - \\ & k^f \sum_{j \in N_i} a_{ij} [\tilde{\omega}_j(t - \tau) - \tilde{\omega}_i^f(t - \tau)] + \\ & k^f \tilde{\psi}_i^f(t - \tau) + k^f \tilde{\omega}_i^f(t - \tau), i \in \Gamma_1 \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned}
 u_i^g(t) = & -k^g \sum_{j \in N_i} a_{ij} [\tilde{\psi}_j(t-\tau) - \tilde{\psi}_i^g(t-\tau)] - \\
 & k^g \sum_{j \in N_i} a_{ij} [\tilde{\omega}_j(t-\tau) - \tilde{\omega}_i^g(t-\tau)] + \\
 & k^g \tilde{\psi}_i^g(t-\tau) + k^g \tilde{\omega}_i^g(t-\tau), i \in \Gamma_2 \quad (7)
 \end{aligned}$$

其中: $u_i^f(t), u_i^g(t)$ 分别为 UAV、UGV 的控制输入, τ 为通信时延, $k^f > 0, k^g > 0$ 是相应的控制增益。 $\tilde{\psi}_j, \tilde{\omega}_j$ 分别表示第 j 个无人器的偏航角误差和偏航角速度误差。

然后, 定义 $\xi = [\tilde{\psi}_i^f, \tilde{\omega}_i^f, \tilde{\psi}_i^g, \tilde{\omega}_i^g]^T$, 得到 UAV/UGV 混合编队控制系统的状态空间表达式:

$$\dot{\xi}(t) = \mathbf{H}_1 \xi(t) + \mathbf{H}_2 \xi(t-\tau) \quad (8)$$

其中:

$$\mathbf{H}_1 = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{I} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -k^f \mathbf{I} - k^f(\mathbf{L}^f + \mathbf{D}^{fg}) & -k^f \mathbf{I} - k^f(\mathbf{L}^f + \mathbf{D}^{fg}) \\ 0 & 0 \\ k^g \mathbf{A}^{gf} & k^g \mathbf{A}^{gf} \\ 0 & 0 \\ k^f \mathbf{A}^{fg} & k^f \mathbf{A}^{fg} \\ 0 & 0 \\ -k^g \mathbf{I} - k^g(\mathbf{L}^g + \mathbf{D}^{gf}) & -k^g \mathbf{I} - k^g(\mathbf{L}^g + \mathbf{D}^{gf}) \end{bmatrix}$$

其中: \mathbf{I} 为单位矩阵。定义矩阵 \mathbf{L}^* 为:

$$\mathbf{L}^* = \begin{bmatrix} -k^f(\mathbf{I} + \mathbf{L}^f + \mathbf{D}^{fg}) & k^f \mathbf{A}^{fg} \\ k^g \mathbf{A}^{gf} & -k^g(\mathbf{I} + \mathbf{L}^g + \mathbf{D}^{gf}) \end{bmatrix} \quad (9)$$

存在变换矩阵 \mathbf{U} , 使得通过相似变换 $\mathbf{U}^{-1} \mathbf{L}^* \mathbf{U} = \mathbf{\Lambda}$, 得到对角矩阵 $\mathbf{\Lambda}$, $\mathbf{\Lambda}$ 的特征值与 \mathbf{L}^* 相同, 设这些特征值为 $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n$ 。利用上述相似变换, 推导出 UAV/UGV 混合编队控制系统的特征方程:

$$f(\lambda, \tau) = |\mathbf{H}_1 + \mathbf{H}_2 e^{-\lambda\tau} - \lambda \mathbf{I}| =$$

$$\begin{vmatrix} -\lambda & 0 \\ 0 & -\lambda \\ -k^f(\mathbf{I} + \mathbf{L}^f + \mathbf{D}^{fg})e^{-\lambda\tau} & k^f \mathbf{A}^{fg} e^{-\lambda\tau} \\ k^g \mathbf{A}^{gf} e^{-\lambda\tau} & -k^g(\mathbf{I} + \mathbf{L}^g + \mathbf{D}^{gf})e^{-\lambda\tau} \\ \mathbf{I} & 0 \\ 0 & \mathbf{I} \\ -k^f(\mathbf{I} + \mathbf{L}^f + \mathbf{D}^{fg})e^{-\lambda\tau} - \lambda \mathbf{I} & k^f \mathbf{A}^{fg} e^{-\lambda\tau} \\ k^g \mathbf{A}^{gf} e^{-\lambda\tau} & -k^g(\mathbf{I} + \mathbf{L}^g + \mathbf{D}^{gf})e^{-\lambda\tau} - \lambda \mathbf{I} \end{vmatrix} =$$

$$\begin{aligned}
 & |U^{-1}(\lambda^2 \mathbf{I} + (\lambda + 1)e^{-\lambda\tau} \mathbf{L}^*) \mathbf{U}| = \\
 & |\lambda^2 \mathbf{I} + (\lambda + 1)e^{-\lambda\tau} \mathbf{\Lambda}| =
 \end{aligned}$$

$$\prod_{i=1}^n [\lambda^2 + \gamma_i(\lambda + 1)e^{-\lambda\tau}] = \prod_{i=1}^n f_i(\lambda, \tau) \quad (10)$$

其中: λ 为拉氏变量, $f_i(\lambda)$ 为对控制系统特征方程进行降维拆分后的子系统特征方程, 其形式为:

$$f_i(\lambda, \tau) = \lambda^2 + \gamma_i(\lambda + 1)e^{-\lambda\tau} \quad (11)$$

至此, 利用矩阵相似变换, 将高维异构的混合编队控制系统 (8) 降维拆分为若干等价的低维子系统 (11), 分析这些子系统的稳定性与分析原 UAV/UGV 混合编队控制系统等价, 可大幅度降低稳定性分析的解析难度和运算量。

2.2 准确时延边界求解

针对通信时延下 UAV/UGV 混合编队控制系统的稳定性分析分为两部分。首先, 给出整个系统稳定的一组必要条件, 推导无时延情况下的稳定性判据。然后, 利用辅助特征函数法, 证明只存在一个时延区间可以令编队稳定, 并计算通信时延下系统准确的时延边界, 得到编队稳定的充要条件。

无时延情况下 UAV/UGV 混合编队控制系统的稳定条件, 是有时延情况下系统稳定的前提和必要条件。因此, 先给出无时延情况下的稳定性判据。

引理 1: 对于 $\tau = 0$, 当且仅当 $\gamma_i > 0$ 时, $i \in V$, UAV/UGV 混合编队控制系统 (8) 是 Hurwitz 稳定的。

证明: 由于分析 UAV/UGV 混合编队控制系统 (8) 的稳定性与分析各个子系统 (11) 的稳定性等价, 所以计算 $\tau = 0$ 时子系统 (11) 的特征方程:

$$f_i(\lambda, 0) = \lambda^2 + \gamma_i \lambda + \gamma_i \quad (12)$$

用劳斯判据推导式 (12) Hurwitz 稳定的充要条件, 即 $\gamma_i > 0$ 。

接下来, 给出通信时延下 UAV/UGV 混合编队控制系统的稳定性判据。

定理 1: 对于满足引理 1 所述稳定性条件的 UAV/UGV 混合编队控制系统 (8), 有且仅有一个时延区间 $\tau \in [0, \bar{\tau})$ 可以令编队稳定, 其时延边界 $\bar{\tau} = \min \bar{\tau}_i, i \in V$, 且:

$$\bar{\tau}_i = \frac{1}{\alpha_i} \arccos \left(\frac{\alpha_i^2}{\alpha_i^2 \gamma_i + \gamma_i} \right) \quad (13)$$

证明: 子系统 (11) 的特征方程可以写为如下形式:

$$f_i(\lambda) = a_0(\lambda) + a_1(\lambda)e^{-\lambda\tau} \quad (14)$$

其中: $a_0(\lambda) = \lambda^2, a_1(\lambda) = \gamma_i(\lambda + 1)$ 。

定义辅助特征函数 $F_i(W_i)$:

$$F_i(W_i) = \operatorname{Re}(a_0(i\alpha_i))^2 + \operatorname{Im}(a_0(i\alpha_i))^2 - \operatorname{Re}(a_1(i\alpha_i))^2 - \operatorname{Im}(a_1(i\alpha_i))^2 \quad (15)$$

其中: $\lambda = i\alpha_i \neq 0$ 是特征方程 (14) 对应的一个临界虚根, 且 $W_i = \alpha_i^2$ 。将式 (14) 代入式 (15), 得:

$$F_i(W_i) = W_i^2 - \gamma_i^2 W_i - \gamma_i^2 \quad (16)$$

式 (16) 的判别式为 $\Delta = \gamma_i^4 + 4\gamma_i^2$ 。当满足引理 1 所述稳定性条件 $\gamma_i > 0$ 时, $\Delta > 0$, 此时 $F_i(W_i)$ 有两个实根 $W_{i1} = \frac{\gamma_i^2 + \sqrt{\gamma_i^4 + 4\gamma_i^2}}{2}, W_{i2} = \frac{\gamma_i^2 - \sqrt{\gamma_i^4 + 4\gamma_i^2}}{2}$ 。

又因为 $\gamma_i^2 < \sqrt{\gamma_i^4 + 4\gamma_i^2}$, 可知式 (16) 只存在一个大于 0 的单根 $W_{i1} > \gamma_i$, 且 $\frac{dF_i(W_{i1})}{dW_{i1}} = 2(W_{i1} - \gamma_i) > 0$ 。

根据文献 [20] 中关于辅助特征函数法的引理 2 可知, 则该临界虚根从左向右穿越虚轴, 子系统 (11) 从稳定变为不稳定。因此, 有且仅有一个时延区间 $\tau \in [0, \bar{\tau}_i)$ 可以令子系统 (11) 稳定, $\bar{\tau}_i$ 为 W_{i1} 所对应的时延, 即子系统 (11) 准确的时延边界。

然后, 给出 $\bar{\tau}_i$ 的计算方法。将 $e^{-\lambda\tau} = (\cos(\alpha_i\tau) - i\sin(\alpha_i\tau))$ 代入式 (11) 中, 令其实部和虚部分别等于 0, 可得如下方程组:

$$\begin{cases} \alpha_i^2 - \gamma_i(\cos(\alpha_i\tau)) - \gamma_i\alpha_i(\sin(\alpha_i\tau)) = 0 \\ \alpha_i(\cos(\alpha_i\tau)) - \sin(\alpha_i\tau) = 0 \end{cases} \quad (17)$$

解方程组得到式 (11) 的时延边界为 (13)。

在所有子系统的时延边界中取最小值, 可最终得到整个 UAV/UGV 混合编队控制系统 (8) 的时延边界 $\bar{\tau} = \min\bar{\tau}_i, i \in V$ 。

3 仿真结果与分析

为了验证所提出通信时延下 UAV/UGV 混合编队稳定性分析方法的有效性, 使用由 3 架 UAV 和 3 辆 UGV 构成的混合编队进行仿真。混合编队的通信拓扑如图 1 所示。

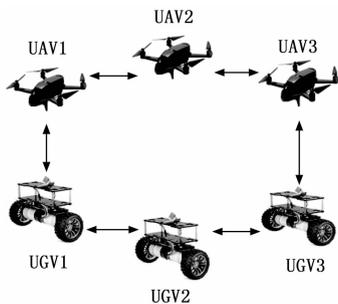


图 1 UAV/UGV 混合编队的通信拓扑

图 1 所示通信拓扑对应的 L^* 为:

$$L^* = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 3 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 9 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & 9 & -3 \\ -3 & 0 & 0 & 0 & -3 & 9 \end{bmatrix}$$

L^* 的特征值为 $\gamma_1 = 13.3923, \gamma_2 = 9.4641, \gamma_3 = 5.5319, \gamma_4 = 1.2803, \gamma_5 = 2.5359, \gamma_6 = 3.7956$ 。所有的特征值均大于零, 满足引理 1。

控制增益设定为 $k^f = 1, k^g = 3$ 。UAV/UGV 混合编队的初始状态量 $V_i^f(0) = V_i^g(0) = V_{zi}(0) = 2 \text{ m/s}$ 。控制目标: UAV 飞行高度 20 m, UAV/UGV 偏航角 $\psi^d = 80^\circ$, 偏航角速度 $\omega^d = 0^\circ/\text{s}$ 。

根据定理 1, 计算得到准确的时延边界 $\bar{\tau} = 0.1114 \text{ s}$ 。

接下来, 分三种情况验证定理 1 的正确性。三种情况的时延大小有差异, 分别为: 1) 时延略小于边界值, $\tau = 0.1100 \text{ s}$; 2) 时延等于边界值, $\tau = 0.1114 \text{ s}$; 3) 时延略大于边界值, $\tau = 0.1120 \text{ s}$ 。

情况 1: $\tau = 0.1100 \text{ s}$

UAV/UGV 混合编队的偏航角和偏航角速度变化曲线分别如图 2、图 3 所示, 偏航角误差和偏航角速度误差曲线分别如图 4、图 5 所示。UAV/UGV 的偏航角在 50 s 之内趋近于控制目标 80° 并保持不变, 偏航角速度趋近于 0, 偏航角误差、偏航角速度误差也均在 50 s 内趋近于 0。由此可知当通信时延 $\tau = 0.1100 \text{ s}$ 时, UAV/UGV 混合编队控制系统是稳定的。

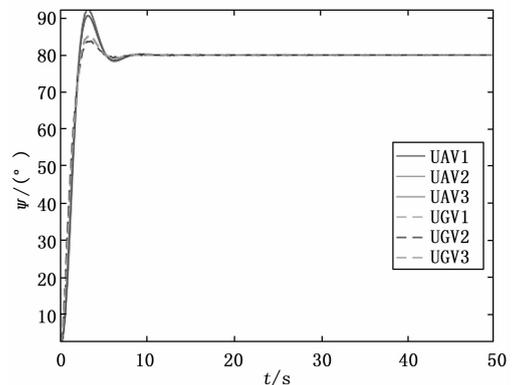


图 2 $\tau = 0.1100 \text{ s}$ 时的偏航角

UAV/UGV 混合编队的 OXY 平面运动轨迹如图 6 所示, 三维运动轨迹如图 7 所示。UAV/UGV 混合编队系统在 50 s 内达到稳定状态。

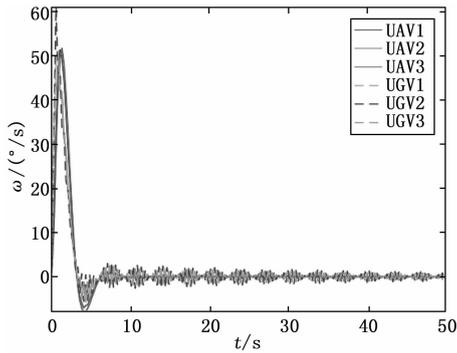


图 3 $\tau=0.1100$ s 时的偏航角速度

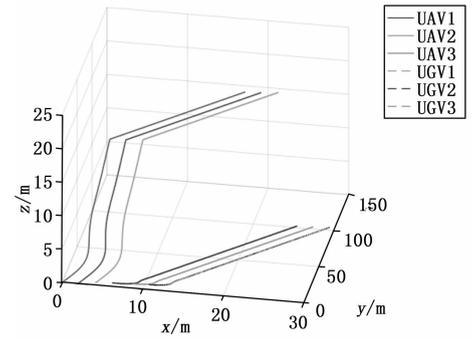


图 7 UAV/UGV 混合编队的三维运动轨迹

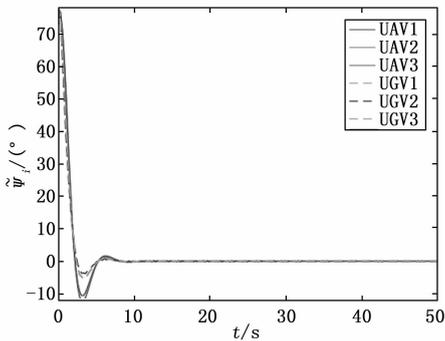


图 4 $\tau=0.1100$ s 时的偏航角误差

UAV/UGV 混合编队的偏航角误差和偏航角速度误差分别如图 8、图 9 所示。此时, 系统的状态呈现等幅振荡, UAV/UGV 混合编队控制系统临界稳定。

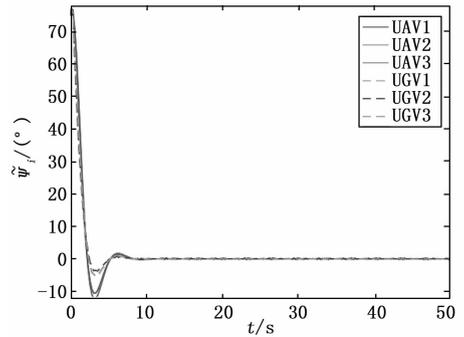


图 8 $\tau=0.1114$ s 时的偏航角误差

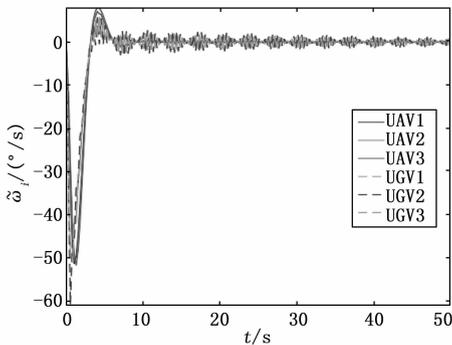


图 5 $\tau=0.1100$ s 时的偏航角速度误差

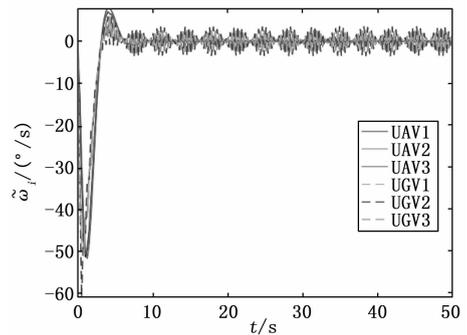


图 9 $\tau=0.1114$ s 时的偏航角速度误差

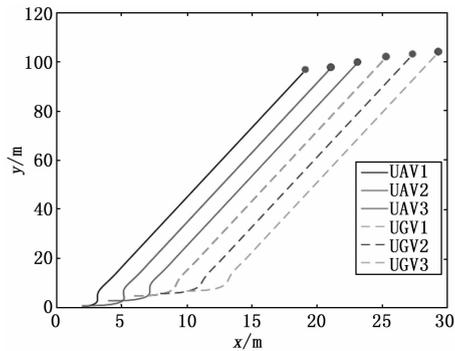


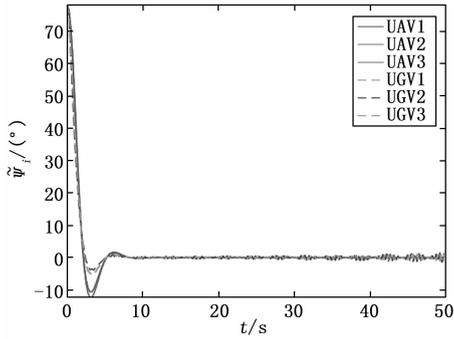
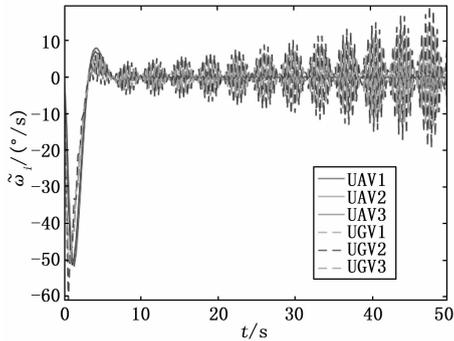
图 6 UAV/UGV 混合编队的 OXY 平面运动轨迹

情况 3: $\tau=0.1120$ s

UAV/UGV 混合编队的偏航角误差和偏航角速度误差分别如图 10、图 11 所示。此时, 混合编队的偏航角误差、偏航角速度误差曲线均发散, UAV/UGV 混合编队控制系统不稳定。

上述三种不同情况的仿真结果表明, 定理 1 的时延边界计算方法是正确的, 所提出的通信时延下 UAV/UGV 混合编队稳定性分析方法是有效的。

情况 2: $\tau=0.1114$ s

图 10 $\tau=0.1120$ s 时的偏航角误差图 11 $\tau=0.1120$ s 时的偏航角速度误差

4 结束语

针对通信时延下的高维异构 UAV/UGV 混合编队控制系统, 本文提出了系统稳定的充分必要条件, 给出准确时延边界的计算方法。建立了考虑异构特性的 UAV/UGV 混合编队模型, 对 UAV 群组、UGV 群组分别设计了基于信息一致性的分布式控制器。利用矩阵相似变换, 将高维异构的 UAV/UGV 混合编队控制系统进行降维拆分, 极大地降低了稳定性分析的解析难度和运算量。证明了只存在一个时延区间可以令编队稳定, 并利用辅助特征函数法推导了准确的时延边界。最后, 通过三组仿真验证了所提出稳定性分析方法的有效性。

参考文献:

- [1] SHI J L, HU B, CHEN L, et al. Formation tracking of heterogeneous UGV-UAV systems with switching directed topologies [C] // 2019 IEEE 4th International Conference on Advanced Robotics and Mechatronics (ICARM). IEEE, 2019: 970-975.
- [2] 段海滨, 刘森琪. 空中/地面机器人异构协同技术研究: 现状和展望 [J]. 中国科学: 技术科学, 2010, 40 (9):

1029-1036.

- [3] 周思全, 董希旺, 李清东, 等. 无人机-无人车异构时变编队控制与扰动抑制 [J]. 航空学报, 2020, 41 (S1): 128-139.
- [4] 周小强. 无人机-无人车空地联合编队控制研究 [D]. 西安: 长安大学, 2017.
- [5] RAHIMI R, ABDOLLAHI F, NAQSHI K. Time-varying formation control of a collaborative heterogeneous multi agent system [J]. Robotics and autonomous systems, 2014, 62 (12): 1799-1805.
- [6] NETO A A, MOZELLI L A, SOUZA F O. Control of air-ground convoy subject to communication time delay [J]. Computers & Electrical Engineering, 2019, 76: 213-224.
- [7] DALY J M, MA Y, WASLANDER S L. Coordinated landing of a quadrotor on a skid-steered ground vehicle in the presence of time delays [J]. Autonomous Robots, 2015, 38 (2): 179-191.
- [8] LI X G, NICULESCU S I, Cela A, et al. A frequency-sweeping framework for stability analysis of time-delay systems [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2016, 62 (8): 3701-3716.
- [9] 张汝波, 姜丽梅, 刘佰龙. 具有时延的编队控制系统稳定性分析方法 [J]. 西南交通大学学报, 2011, 46 (5): 770-778.
- [10] LUO J, LIU C L, LIU F. Distributed consensus analysis for a class of heterogeneous multi-agent systems composed of first-order and fourth-order integrators [C] // 2016 12th IEEE International Conference on Control and Automation (ICCA). IEEE, 2016: 565-570.
- [11] WANG Y, CHENG Z, XIAO M. UAVs' formation keeping control based on multi-agent system consensus [J]. IEEE Access, 2020, 8: 49000-49012.
- [12] ZHOU S, DONG X, LI Q, et al. Time-varying formation tracking control for UAV-UGV heterogeneous swarm systems with switching directed topologies [C] // 2020 IEEE 16th International Conference on Control and Automation (ICCA), IEEE, 2020: 1068-1073.
- [13] LIU P, WANG J, GUO Z. Multiple and complete stability of recurrent neural networks with sinusoidal activation function [J]. IEEE transactions on neural networks and learning systems, 2020, 32 (1): 229-240.

- [14] NAVEED A, SÖNMEZŞ, AYASUN S. Identification of stability delay margin for load frequency control system with electric vehicles aggregator using rekasiussubstitution [C] // 2019 IEEE Milan PowerTech, IEEE, 2019; 1-6.
- [15] SÖNMEZ Ş, AYASUN S. Gain and phase margins-based delay margin computation of load frequency control systems using rekasiussubstitution [J]. Transactions of the Institute of Measurement and Control, 2019, 41 (12): 3385-3395.
- [16] ALMODARESI E, BOZORG M, TAGHIRAD H D. Stability domains of the delay and PID coefficients for general time-delay systems [J]. International Journal of Control, 2016, 89 (4): 783-792.
- [17] WANG Z H, HU H Y. Stability switches of time-delayed dynamic systems with unknown parameters [J]. Journal of Sound and Vibration, 2000, 233 (2): 215-233.
- [18] OLGAC N, SIPAHI R. An exact method for the stability analysis of time-delayed linear time-invariant (LTI) systems [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2002, 47 (5): 793-797.
- [19] LI X G, NICULESCU S I, CELA A. Complete stability for neutral time-delay systems: A unified frequency-sweeping approach [C] // Proceedings of the 33rd Chinese Control Conference, IEEE, 2014; 6080-6085.
- [20] 李旭光, 张颖伟, 冯琳. 时滞系统的完全稳定性研究综述 [J]. 控制与决策, 2018, 33 (7): 1153-1170.
- [21] 周思全, 化永朝, 董希旺, 等. 面向空地协同作战的无人机-无人车异构时变编队跟踪控制 [J]. 航空兵器, 2019, 26 (4): 54-59.
- [22] 周红梅. 微型无人机集群编队控制与协作算法研究 [D]. 成都: 电子科技大学, 2020.
- [23] 闫茂德, 周小强, 张逊逊, 等. 关于异构无人器地空联合编队控制仿真研究 [J]. 计算机仿真, 2016, 33 (10): 361-365.
- [24] 林倩玉. 多无人机协同编队控制算法研究 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2018.
- [25] 陈传均. 多机器人领航-跟随型编队控制研究 [D]. 杭州: 杭州电子科技大学, 2015.
- [1] 李旭光, 张颖伟, 冯琳. 时滞系统的完全稳定性研究综述 [J]. 控制与决策, 2018, 33 (7): 1153-1170.
- [2] 周思全, 化永朝, 董希旺, 等. 面向空地协同作战的无人机-无人车异构时变编队跟踪控制 [J]. 航空兵器, 2019, 26 (4): 54-59.
- [3] 周红梅. 微型无人机集群编队控制与协作算法研究 [D]. 成都: 电子科技大学, 2020.
- [4] 闫茂德, 周小强, 张逊逊, 等. 关于异构无人器地空联合编队控制仿真研究 [J]. 计算机仿真, 2016, 33 (10): 361-365.
- [5] 林倩玉. 多无人机协同编队控制算法研究 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2018.
- [6] 陈传均. 多机器人领航-跟随型编队控制研究 [D]. 杭州: 杭州电子科技大学, 2015.
- [7] 田恒, 段富海, 樊亮, 等. 基于测试性 D 矩阵的多故障诊断与维修策略 [J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44 (4): 802-809.
- [8] 马瑞萍, 董海迪, 马长李. 基于故障-测试相关性矩阵的测试性分析 [J]. 兵工自动化, 2016, 35 (5): 5-7.
- [9] 田恒, 段富海, 江秀红, 等. 基于准信息熵的测试性 D 矩阵故障诊断新算法 [J]. 兵工学报, 2016, 37 (5): 923-928.
- [10] 王宝龙, 黄考利, 马立元, 等. 基于依赖矩阵的测试性分析 [J]. 计算机测量与控制, 2011, 19 (6): 1260-1262.
- [11] 石伟文, 王学奇, 范凯胤, 等. 结合多信号模型与遗传算法的板级电路测点选取方法 [J]. 计算机科学, 2018, 45 (8): 295-299.
- [12] 丛华, 张睿, 刘远宏, 等. 和声搜索算法用于测试性建模的测点布局优化 [J]. 计算机工程与设计, 2018, 39 (11): 3590-3595.
- [13] 孙萌, 景博, 黄以锋, 等. 基于多特征量的 D 矩阵模型的建立与分析 [J]. 电子测量与仪器学报, 2017, 31 (11): 1731-1736.
- (上接第 64 页)
- [6] 龙玉峰, 史贤俊, 肖支才, 等. 基于改进键合图方法的层次机电系统的测试性建模与分析 [J]. 计算机测量与控制, 2021, 29 (9): 61-66.
- [7] 韩露, 史贤俊, 秦玉峰, 等. 基于相关性矩阵合并算法的系统级测试性建模方法研究 [J]. 兵工自动化, 2021, 40 (8): 80-87.
- [8] 赵杰, 唐建立, 靳为东, 等. 基于多信号流图的测试性建模与分析方法 [J]. 电子制作, 2021 (14): 19-21.
- [9] 杨敬, 贾召会, 龚梦彤, 等. 基于多信号流图的亚跨超声速风洞故障诊断方法 [J]. 计算机测量与控制, 2021, 29 (8): 67-71.
- [10] 郝海玲. 基于参数优化的舰船电动机故障诊断 [J]. 舰船科学技术, 2019, 41 (18): 103-105.
- [11] 韩露, 史贤俊, 秦玉峰, 等. 基于相关性矩阵合并算法的系统级测试性建模方法研究 [J]. 兵工自动化, 2021, 40 (8): 80-87.
- [12] 文昌俊, 陈立, 黄一凡, 等. 基于 D 矩阵的装备测试性分析系统 [J]. 湖北工业大学学报, 2021, 36 (1): 5-8.
- [13] 王力, 贾春宇. 基于可测试性技术的测试矩阵优化研究 [J]. 现代电子技术, 2020, 43 (21): 137-142.
- [14] 田恒. 基于测试性 D 矩阵的故障诊断策略研究