

基于粒子滤波的欠驱动移动机器人 多目标点跟踪控制

君萌萌, 张敏, 姜志伟, 任鹏舟, 左磊

(长安大学 电子与控制工程学院, 西安 710064)

摘要: 针对欠驱动移动机器人的多目标点跟踪问题, 提出了一种基于粒子滤波的高精度跟踪控制方法; 具体地, 在考虑移动机器人采样噪声的情况下, 首先利用粒子滤波对移动机器人的位置信息进行处理, 得到精准可靠的移动机器人状态信息; 在此基础上, 根据欠驱动移动机器人的运动学模型以及目标点的分布状况, 设计基于反馈控制的多目标点跟踪控制方法; 相对于传统的欠驱动移动机器人目标点跟踪控制算法, 改进了该控制方法中增益参数的约束条件, 有效避免了移动机器人在接近目标点时产生的奇异现象, 有效提高了移动机器人对目标点的跟踪精度; 此外, 分析了该目标点跟踪控制系统的稳定性, 并通过数值仿真验证了所提方法的可行性与有效性。

关键词: 欠驱动移动机器人; 粒子滤波; 多目标点跟踪; 反馈控制; 高精度跟踪控制

Multiple Way—points Tracking Control with Particle Filter for Under—actuated Mobile Robot

JUN Mengmeng, ZHANG Min, JIANG Zhiwei, REN Pengzhou, ZUO Lei

(College of Electronics and Control Engineering, Chang'an University, Xi'an 710064, China)

Abstract: In this paper, we consider the multi—target points tracking control problems of under—actuated mobile robot, which aiming at proposing a high—precision tracking control method based on particle filter. In order to filtering the measurement noise in the sampled position, a particle filter based algorithm is developed for the mobile robots. Then, a feedback control scheme for the under—actuated mobile robot is proposed to track the given targets. Comparing with traditional under—actuated robot target tracking control algorithm, the constraint conditions of parameters in the control method is provided to improve system tracking precision and effectively avoid the singular phenomenon. The stability of proposed target tracking control system is strictly analyzed. In final, the feasibility and effectiveness of proposed method is verified through numerical simulation.

Keywords: under—actuated mobile robot; particle filter; multi—target tracking; feedback control; high—precision

0 引言

近年来, 移动机器人目标点跟踪控制是机器人控制领域内的热点问题^[1-3], 也是多目标跟踪、轨迹跟踪以及移动目标跟踪等诸多领域的研究基础^[4-6]。目标点跟踪控制的实质是根据移动机器人的运动学特性, 设计相应的控制方法, 使得机器人能够从任意位置逐渐收敛到目标点附近。鉴于上述目标点跟踪控制的重要性, 大量学者针对该问题展开了深入的研究。例如, 文献 [7] 提出一种饱和和反馈控制器来解决移动机器人的跟踪问题。文献 [8] 采用模型预测控制技术开发控制器, 研究具有耦合输入约束的目标点跟踪控制。文献 [9] 提出具有一组不等式约束的控制方案来满足速度和扭矩约束。此外, 文献 [10] 研究基于事件触发机制的跟踪控制方法。文献 [11] 研究避免碰撞的跟踪控

制方法。文献 [12] 研究了保持安全距离的目标跟踪系统。文献 [13] 设计了模糊控制器实现轨迹跟踪控制。针对跟踪精度问题, 文献 [14] 提出基于模型预测控制的轨迹跟踪系统, 其中线性模型预测控制器可有效提高优化算法的运算效率。尽管现存文献已对移动机器人目标点跟踪控制进行了深入研究, 但在实际应用中仍存在许多问题。例如, 传统的目标跟踪控制方法跟踪精度较低, 难以满足较高精度的跟踪控制需求或会导致跟踪控制系统出现奇异现象。因此, 有必要深入研究移动机器人高精度跟踪控制。

由于目标跟踪精度控制问题中位置信息尤为重要, 然而在实际中位置信息受传感器采样噪声影响较大, 粒子滤波方法作为一种成熟的滤波算法, 是使用一系列带权值的空间随机采样粒子来逼近机器人的真实位置^[15]。由此可知,

收稿日期: 2021-04-16; 修回日期: 2021-05-21。

基金项目: 国家自然科学基金项目(51909008, 61803040); 大学生创新创业训练计划基金资助项目(201910710059)。

作者简介: 君萌萌(1999-), 女, 陕西咸阳市人, 研究生, 主要从事机器人目标跟踪等方向的研究。

通讯作者: 左磊(1989-), 男, 陕西西安人, 博士, 副教授, 主要从事多智能体协同控制、车路协同控制、模型预测控制等方向的研究。

引用格式: 君萌萌, 张敏, 姜志伟, 等. 基于粒子滤波的欠驱动移动机器人多目标点跟踪控制[J]. 计算机测量与控制, 2021, 29(12): 98-

粒子滤波独立于系统模型, 不受各种误差或噪声的约束, 可适用于任何环境下的状态测量与估计。例如, 利用粒子滤波方法实现有效跟踪预测^[16-18]和目标定位^[19-20]。尽管粒子滤波在定位精度方面取得了一定的研究成果, 但在移动机器人领域内的应用范围有限, 仍需开展进一步研究。

根据上述现状分析, 本文利用粒子滤波算法, 提出了一种面向欠驱动移动机器人的高精度目标点跟踪控制方法。其主要贡献为: 在考虑移动机器人采样位置噪声的情况下, 利用粒子滤波方法得到精准可靠的移动机器人位置信息。在此基础上, 设计基于反馈控制的多目标点跟踪控制方法, 并改进了其中控制参数的约束条件, 使得欠驱动移动机器人能够快速、精准地到达目标点。最后, 通过理论分析与数值仿真相结合的方式, 验证了所提算法的稳定性与可行性。

1 车辆模型

考虑如下差分型欠驱动移动机器人, 其运动学模型如下所示:

$$\begin{aligned} v_{ko} &= (v_l + v_r)/2 \\ \omega_{ko} &= (v_l - v_r)/D \\ \dot{p}_x &= v_{ko} \cos \theta_k \\ \dot{p}_y &= v_{ko} \sin \theta_k \\ \dot{\theta}_k &= \omega_{ko} \end{aligned} \quad (1)$$

其中: v_l 和 v_r 分别代表左、右车轮的速度, D 是两车轮之间的距离, v_{ko} 和 ω_{ko} 分别表示前向速度和角速度; θ_k 表示航向角; $P = [p_x, p_y]^T$ 表示移动机器人的位置协调中心。

假设目标点序列为 $W_k \in R^2, k = \{1, \dots, n\}$, 其中 n 为目标点的个数。移动机器人与目标点之间的位置关系如图 1 所示。从图 1 可知, 移动机器人与目标点之间的位置关系可数学描述为:

$$\begin{aligned} d_{w_k} &= \sqrt{(p_x - W_{kx})^2 + (p_y - W_{ky})^2} \\ \alpha_{ko} &= -\theta_k + \arctan\left(\frac{p_y - W_{ky}}{p_x - W_{kx}}\right) \\ \sigma_{ko} &= -\theta_k + \frac{\pi}{2} \end{aligned} \quad (2)$$

其中: d_{w_k} 是移动机器人到第 k 个目标点的距离, α_{ko} 是移动机器人的转向角, σ_{ko} 是移动机器人车身固定框架到全局框架的方向。 $W_k = [W_{kx}, W_{ky}]$ 是第 k 个目标点的位置。

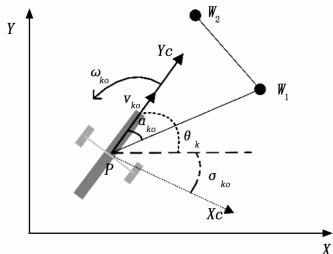


图 1 移动机器人与目标点之间的位置关系

根据移动机器人的运动学特性及其与目标点的位置关系, 基于移动机器人位置的极坐标运动学模型为:

$$\dot{d}_{w_k} = -v_{ko} \cos \alpha_{ko}$$

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}_{ko} &= \operatorname{sgn}\left(\frac{\pi}{2} - \|\alpha_{ko}\|\right) \frac{v_{ko} \sin \alpha_{ko}}{d_{w_k}} - \omega_{ko} \\ \dot{\sigma}_{ko} &= -\omega_{ko} \end{aligned} \quad (3)$$

其中: $\dot{\alpha}_{ko}$ 根据 $\|\alpha_{ko}\|$ 的取值范围 $0 \leq \|\alpha_{ko}\| \leq \pi/2$, $\|\alpha_{ko}\| = \pi/2$, $\pi/2 \leq \|\alpha_{ko}\| \leq \pi$ 紧密变化。随着 α_{ko} 改变, 移动机器人会使用不同的跟踪协议。

需要注意的是, 式 (3) 中的分母表示移动机器人到目标点的距离。当移动机器人到达目标点时, 跟踪系统达到奇异点。为解决此问题, 传统的研究方案使用一个半径为 R 的圆代替目标点。这种跟踪方式的精度往往取决于圆半径 R 。当需要达到高精度的跟踪性能时, 传统的跟踪方法可能无法满足精度要求或会出现奇异现象。因此, 本文将根据欠驱动移动机器人的运动学模型, 提出一种新的跟踪控制方案来提高移动机器人到目标点的跟踪精度。

2 基于粒子滤波的车辆位置信息处理

本文考虑移动机器人的采样噪声, 使用粒子滤波方法获得移动机器人的量测位置状态。假设 k 时刻移动机器人离散系统的状态方程和量测方程^[21]为:

$$\begin{aligned} x(k) &= f[x(k-1), l(k-1)] \\ z(k) &= g[x(k), s(k)] \end{aligned} \quad (4)$$

其中: $x = [p_x, p_y]^T$ 为系统状态, z 为观测数据 (传感器获得的位置数据), $f(\cdot), g(\cdot)$ 分别是状态转移函数和观测函数, l, s 分别是系统状态噪声和量测噪声。设 $z_{1:k} = \{z_1, z_2, \dots, z_k\}$ 为 $1 \sim k$ 时刻所有观测集合。

本文系统选取的状态转移函数规定在前后两帧观测时间内前向速度 v 和角速度 ω 保持不变。选取 $x = [p_x, p_y]^T$ 为状态变量, 则式 (4) 中移动机器人系统的状态转移函数 $f[x(k-1)]$ 为:

$$x(k) = x(k-1) + \begin{bmatrix} \frac{v_{k-1}}{\omega_{k-1}} (\sin(\theta_{k-1} + \omega_{k-1} * \Delta t) - \sin(\theta_{k-1})) \\ \frac{v_{k-1}}{\omega_{k-1}} (\cos(\theta_{k-1}) - \cos(\theta_{k-1} + \omega_{k-1} * \Delta t)) \end{bmatrix}$$

1) 初始化采样粒子。 $k = 0$ 时刻生成 M 个服从均匀分布的采样粒子 $\{x_i(0)\}_{i=1}^M$, 每个粒子初始权值 $\omega_i(0) = 1/M$;

2) 粒子预测。 $k = 1, 2, \dots, T$ 时刻, 假设采样粒子满足 $\{x_i(k)\}_{i=1}^M \sim q[x(k) | z_{1:k-1}]$, 其中 $q[x(k) | z_{1:k-1}]$ 是已知且易采样的重要性函数。而在工程应用中, 通常选取状态变量的转移函数作为重要性函数, 即 $f[x(k-1)] = q[x(k) | z_{1:k-1}]$ 。移动机器人运动时, 粒子做相同运动, 根据上述已知的状态转移函数叠加状态噪声 l , 预测 k 时刻所有粒子的状态 $\{\tilde{x}_i(k)\}_{i=1}^M$;

3) 粒子权重更新。经过粒子重要性采样, 每个粒子的重要性发生变化, 需要更新全部粒子权重; 利用传感器测量的数据信息 $z_k = [z_{kx}, z_{ky}]$ 更新每个粒子的权重值 $\tilde{w}_i(k)$, 并进行归一化;

$$\tilde{w}_i(k) \propto \frac{p[x_i(k) | z_{1:k}]}{q[x_i(k) | z_{1:k}]}$$

$$= \frac{1}{2\pi s_x s_y} e^{-((z_u - \tilde{p}_x^o)^2 / 2s_x^2 + (z_u - \tilde{p}_y^o)^2 / 2s_y^2)} \quad (5)$$

其中: $\tilde{p}_x^{(i)}, \tilde{p}_y^{(i)}$ 是根据重要性函数采样后每个粒子状态值, s_x, s_y 分别是 x, y 方向的量测噪声。

对权重进行归一化处理, 可得:

$$w_i(k) = \frac{\tilde{w}_i(k)}{\sum_{i=1}^M \tilde{w}_i(k)}$$

4) 重采样。通常粒子在迭代过程中存在权值退化现象, 即经过多次迭代, 仅有少部分的粒子权值较大, 无效的采样粒子浪费计算, 降低采样精度。为了获取方差最小下的粒子状态, 使用重采样方法舍弃低权值粒子, 复制高权值的粒子。一般采用有效粒子数 N_{eff} 衡量粒子的权值退化情况, 有效粒子数越小, 权值误差越大。当 N_{eff} 值小于设定阈值 N_s 时, 采取重采样措施, 使用采样粒子 $\{x_i(k)\}_{i=1}^M$ 和权重值 $w_i(k)$ 来创建 M 个新的采样粒子集合 $\{x_i(k), 1/M \mid i = 1 \dots M\} \sim \{\tilde{x}_i(k), \tau w_i(k)\}$;

$$N_{eff} \approx \frac{1}{\sum_{i=1}^M [\tau w_i(k)]^2} \quad (6)$$

5) 状态输出。由于 $x(k)$ 的最小方差估计就是 $x(k)$ 的条件期望, 则 k 时刻移动机器人系统的状态输出为:

$$\hat{x}(k) = [\hat{p}_x, \hat{p}_y] = E[x(k) \mid z_{1:k}] = \int x(k) p[x(k) \mid z_{1:k}] dx(k) = \sum_{i=1}^M w_i(k) \tilde{x}_i(k) \quad (7)$$

在该算法中, $k = 0$ 时刻初始化采样粒子, 生成权值相等的均匀分布粒子集合。移动机器人运动过程中, 每个粒子按照给定的状态转移函数进行状态更新, 之后根据传感器测量值计算全部粒子的权重, 最后加权权重就是系统的状态输出。与此同时, 当有效粒子数小于阈值 N_s 时, 对粒子集合进行重采样, 淘汰权值过低的粒子, 复制权值高的粒子组成新的粒子集, 继续进行系统状态转移传播, 构成一个循环滤波系统。

3 基于反馈控制的多目标点跟踪控制

根据上述基于粒子滤波的移动机器人量测位置信息, 移动机器人与目标之间的位置关系式 (2) 可表示为:

$$d_{w_i} = \sqrt{(\hat{p}_x - W_{kx})^2 + (\hat{p}_y - W_{ky})^2}$$

$$\alpha_k = -\theta_k + \arctan\left(\frac{\hat{p}_y - W_{ky}}{\hat{p}_x - W_{kx}}\right)$$

$$\sigma_k = -\theta_k + \frac{\pi}{2} \quad (8)$$

其中: \hat{p}_x, \hat{p}_y 为经过基于粒子滤波的量测位置信息。

在此基础上, 移动机器人跟踪目标的运动学模型可表述为:

$$\dot{d}_{w_i} = -v_k \cos \alpha_k$$

$$\dot{\alpha}_k = \operatorname{sgn}\left(\frac{\pi}{2} - \|\alpha_k\|\right) \frac{v_k \sin \alpha_k}{d_{w_i}} - \omega_k$$

$$\dot{\sigma}_k = -\omega_k \quad (9)$$

其中: v_k 和 ω_k 为输入信号, 令 $\operatorname{sgn} * \triangleq \operatorname{sgn}(\pi/2 -$

$\|\alpha_k\|)$, 即:

$$\operatorname{sgn} * = \begin{cases} 1, & 0 \leq \|\alpha_k\| < \pi/2 \\ 0, & \|\alpha_k\| = \pi/2 \\ -1 & \pi/2 < \|\alpha_k\| < \pi \end{cases}$$

在此基础上, 设计如下欠驱动移动机器人目标点跟踪控制律:

$$v_k = k_d d_{w_i}$$

$$\omega_k = k_a \alpha_k + \operatorname{sgn} * k_\sigma \sigma_k \quad (10)$$

其中控制增益 k_d, k_a, k_σ 满足以下约束条件:

$$k_d > 0$$

$$\operatorname{sgn} * k_\sigma < 0$$

$$\operatorname{sgn} * k_\sigma + k_a - k_d > 0 \quad (11)$$

具体地, 给出如下移动机器人目标点跟踪控制定理:

定理 1: 考虑移动机器人目标点跟踪问题, 其中移动机器人的运动学模型由式 (1) 表述。在考虑测量噪声的情况下, 移动机器人的位置信息可通过式 (7) 获得, 且移动机器人和目标点之间的运动学模型由式 (9) 表示。在此基础上, 利用式 (10) 中提出的控制律以及式 (11) 中的控制增益约束条件, 移动机器人将从任意初始位置渐近收敛到目标点。

从两个方面证明了系统的稳定性: 首先, 证明移动机器人跟踪控制系统的全局收敛性; 在此基础上, 进一步分析系统平衡点附近的局部稳定性 $\lim_{t \rightarrow \infty} \alpha_k = 0$ 。

根据式 (9) 和 (10), 可得移动机器人目标跟踪系统如下:

$$\dot{d}_{w_i} = -k_d d_{w_i} \cos \alpha_k$$

$$\dot{\alpha}_k = k_d \sin \alpha_k - k_a \alpha_k - \operatorname{sgn} * k_\sigma \sigma_k$$

$$\dot{\sigma}_k = -k_a \alpha_k - \operatorname{sgn} * k_\sigma \sigma_k \quad (12)$$

然后, 考虑下面的 Lyapunov 函数:

$$v_1 = (k_\sigma \sigma_k - k_a \alpha_k)^2 + 2 \operatorname{sgn} * k_\sigma k_d (\cos \alpha_k - 1)$$

因为 $\cos \alpha_k - 1 \leq 0, \forall \alpha_k \in [0, 2\pi]$, 调用式 (11) 参数条件: $k_d > 0$ 和 $\operatorname{sgn} * k_\sigma < 0$, 得到:

$$\operatorname{sgn} * k_\sigma k_d (\cos \alpha_k - 1) \geq 0$$

因为 $(k_\sigma \sigma_k - k_a \alpha_k)^2 \geq 0, v_1$ 满足 $v_1 \geq 0$ 。

当 $\sigma_k = 0, \alpha_k = 0$ 时, $v_1 = 0$, 那么 $\sigma_k = 0, \alpha_k = 0$ 是系统式 (12) 的平衡状态, v_1 满足李亚普诺夫稳定性定理的正定性。然后对 v_1 求导, 得到:

$$\dot{v}_1 = 2(k_\sigma \sigma_k - k_a \alpha_k)(k_\sigma \dot{\sigma}_k - k_a \dot{\alpha}_k) - 2 \operatorname{sgn} * k_\sigma k_d \sin \alpha_k \dot{\alpha}_k \quad (13)$$

将式 (12) 代入式 (13), 可得:

$$\dot{v}_1 = 2 \operatorname{sgn} * k_\sigma k_d \sin \alpha_k \alpha_k \left(\operatorname{sgn} * k_\sigma + k_a - k_d \frac{\sin \alpha_k}{\alpha_k} \right)$$

对 $\alpha_k \in [-\pi, \pi]$, 有 $\sin \alpha_k \alpha_k \geq 0$ 和 $\operatorname{sgn} * k_\sigma k_d < 0$ 。此外 $\sin \alpha_k / \alpha_k$ 可表示为:

$$\frac{\sin \alpha_k}{\alpha_k} = 1 - \frac{\alpha_k^2}{3!} < 1, \forall \alpha_k \in [-\pi, \pi]$$

根据式 (11) 参数条件 $\operatorname{sgn} * k_\sigma + k_a - k_d > 0$ 和 $k_d > 0$, 有:

$$\operatorname{sgn} * k_{\sigma} + k_{\sigma} - k_d \frac{\sin \alpha_k}{\alpha_k} > 0$$

因此, \dot{v}_1 满足 $\dot{v}_1 \leq 0$ 。基于拉萨尔不变集定理, 在式 (12) 中提出的目标跟踪控制系统将渐近收敛于集合 $v_1 = 0$, 即 $\lim_{t \rightarrow \infty} \alpha_k = 0$, 代表移动机器人从任意初始位置行驶到目标位置。

接下来证明式 (12) 在其平衡点 $\alpha_k = 0$ 的局部稳定性。在这个平衡点附近, 将式 (12) 线性化如下:

$$\begin{bmatrix} \dot{d}_{w_i} \\ \dot{\alpha}_k \\ \dot{\sigma}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_d & 0 & 0 \\ 0 & k_d - k_{\sigma} & -\operatorname{sgn} * k_{\sigma} \\ 0 & -k_{\sigma} & -\operatorname{sgn} * k_{\sigma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_{w_i} \\ \alpha_k \\ \sigma_k \end{bmatrix} \quad (14)$$

用 \mathbf{G} 表示式 (14) 的变换矩阵。 \mathbf{G} 的特征方程为:

$$\det_G = (\lambda + k_d)[(\operatorname{sgn} * k_{\sigma} + k_{\sigma} - k_d)\lambda + \lambda^2 - \operatorname{sgn} * k_{\sigma} k_d] \quad (15)$$

其中: λ 是矩阵 \mathbf{G} 的特征值。

假设线性系统式 (14) 稳定, 则 $\det_G(\lambda) = 0$, \mathbf{G} 的所有特征值必包含实负部分。回顾式 (11) 中的参数约束, 式 (15) 中的特征值为:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= -k_d < 0 \\ \lambda_2 + \lambda_3 &= -(\operatorname{sgn} * k_{\sigma} + k_{\sigma} - k_d)/2 < 0 \\ \lambda_2 \lambda_3 &= -\operatorname{sgn} * k_{\sigma} k_d > 0 \end{aligned}$$

因此, 有 $\operatorname{real}(\lambda_1) < 0, \operatorname{real}(\lambda_2) < 0, \operatorname{real}(\lambda_3) < 0$ 。这证明了所提跟踪系统的局部稳定性。证毕。

在上述证明中, 详细分析了所提跟踪系统的全局稳定性和局部稳定性。通常, 全局稳定性足以保证跟踪系统的可行性。然而, 在全局稳定性部分只能找到参数条件 $\operatorname{sgn} * k_{\sigma} + k_{\sigma} - k_d$ 的作用。局部稳定性部分给出了条件 $k_d > 0$ 和条件 $\operatorname{sgn} * k_{\sigma} < 0$ 的作用机理。因此, 有必要对定理 1 中的全局稳定性和局部稳定性详细分析。

本文提供的控制增益不是从变换矩阵 \mathbf{G} 的特征值推导出来的。事实上, 通过变换矩阵的特征值即可得到控制增益。然而, 这种方法只适用于线性系统。本文提出的跟踪系统式 (12) 是非线性系统。在非线性系统中, 通过变换矩阵直接获得控制增益是比较困难的。因此, 本文基于反馈控制得到了所提跟踪控制律中相关控制增益的范围。

此外, 本文还提出一组辅助参数条件提高系统跟踪性能:

$$\begin{aligned} 2\operatorname{sgn} * k_{\sigma} + k_{\sigma} - \frac{2}{\pi} k_d > 0, \quad 0 \leq \|\alpha_k\| < \frac{\pi}{2} \\ 2\operatorname{sgn} * k_{\sigma} + k_{\sigma} - k_d > 0, \quad \frac{\pi}{2} \leq \|\alpha_k\| \leq \pi \end{aligned} \quad (16)$$

移动机器人的初始航向角 $\alpha_k(0)$ 的范围是 $[-\pi/2, \pi/2]$ 或 $(-\pi, -\pi/2) \cup (\pi/2, \pi]$ 。如果 $\alpha_k(0) \in [-\pi/2, \pi/2]$, 那么, 希望它在 $\forall t \geq 0$ 满足 $\alpha_k(t) \in [-\pi/2, \pi/2]$ 。如果 $\pi/2 < \|\alpha_k(0)\| < \pi$, 首先引导 α_k 处于 $[-\pi/2, \pi/2]$ 范围内, 然后将其保持在该范围。式 (16) 中给出了保持移动机器人朝向目标行驶的辅助条件。

具体分析如下: 如果 $\alpha_k(t) \in [-\pi/2, \pi/2]$, $\dot{\alpha}_k$ 的方程为:

$$\dot{\alpha}_k = \begin{cases} -\frac{\pi}{2} k_{\sigma} - \operatorname{sgn} * k_{\sigma} \sigma(t) + k_d, & \alpha_k(t) = \frac{\pi}{2} \\ \frac{\pi}{2} k_{\sigma} - \operatorname{sgn} * k_{\sigma} \sigma(t) - k_d, & \alpha_k(t) = -\frac{\pi}{2} \end{cases}$$

由于 $\sigma_k(t) \in [-\pi, \pi], \forall t \geq 0$, 当 $\alpha_k(t)$ 在区间 $[-\pi/2, \pi/2]$ 内, $\dot{\alpha}_k$ 的极值是:

$$\dot{\alpha}_k = \begin{cases} -\frac{\pi}{2} k_{\sigma} - \operatorname{sgn} * k_{\sigma} \pi + k_d, & \alpha_k(t) = \frac{\pi}{2}, \sigma = \pi \\ \frac{\pi}{2} k_{\sigma} + \operatorname{sgn} * k_{\sigma} \pi - k_d, & \alpha_k(t) = -\frac{\pi}{2}, \sigma = -\pi \end{cases}$$

调用 $2\operatorname{sgn} * k_{\sigma} + k_{\sigma} - (2/\pi)k_d > 0$, 有:

$$\dot{\alpha}_k = \begin{cases} < 0, & \alpha_k = \pi/2 \\ > 0, & \alpha_k = -\pi/2 \end{cases} \quad (17)$$

然后, 移动机器人继续向目标点移动, 这提高了跟踪效率。

对于 $\alpha_k \in ([-\pi, -\pi/2) \cup (\pi/2, \pi])$, 根据辅助条件式 (16) $2\operatorname{sgn} * k_{\sigma} + k_{\sigma} - k_d$ 和 $\sigma \in [-\pi, \pi]$, $\dot{\alpha}_k$ 可变换为:

$$\dot{\alpha}_k = \begin{cases} < 0, & \alpha_k \in (\pi/2, \pi] \\ > 0, & \alpha_k \in [-\pi, -\pi/2) \end{cases} \quad (18)$$

然后, 移动机器人将转向它的目标点, 并继续向它前进。

辅助条件 $2\operatorname{sgn} * k_{\sigma} + k_{\sigma} - k_d$ 可能包含在参数条件 $\operatorname{sgn} * k_{\sigma} + k_{\sigma} - k_d$ 。然而, 如果只应用该控制律 $\operatorname{sgn} * k_{\sigma} + k_{\sigma} - k_d$, 在跟踪过程中航向角 α_k 可能会不在 $[-\pi/2, \pi/2]$ 范围。因此, 为了提高跟踪性能分别提出这两个条件。

在移动机器人跟踪多目标点时, 将 ϵ 表示为目标跃迁的临界值。如果 $d_{w_i} = \hat{p} - W_k < \epsilon$, 则移动机器人到达第 k 个目标点。目标点序列的转换函数如下所示:

$$\chi((\hat{p}_x, \hat{p}_y), k) = \begin{cases} k, & \|\hat{p} - W_k\| > \epsilon \\ k+1, & \|\hat{p} - W_k\| \leq \epsilon \\ n, & k = n \end{cases} \quad (19)$$

其中: $\chi((\hat{p}_x, \hat{p}_y), k)$ 表示车的当前目标指数。

对于算法中的目标跃迁临界值 ϵ , 本文所提出的跟踪方法可以不受任何限制地进行设置。然而, 使用圆形标记目标的跟踪算法, 跃迁临界值必须大于其圆形标记的半径。否则, 移动机器人将永远不会停止跟踪它的第一个目标点。

注 1: 与一般的圆形目标跟踪方法相比, 本节提出的跟踪控制方法可以实现移动机器人对目标点的高精度跟踪。一般的圆形标记目标跟踪方法, 移动机器人会停在目标圆的边界附近, 该算法的跟踪精度受目标圆半径 R 的限制。相比之下, 本节提出的控制律可以在保证系统稳定性的前提下, 使移动机器人尽可能到达目标点, 具有较高的精度。

注 2: 虽然所提跟踪控制方法在实际应用中存在诸多问题, 但仍具有一定的优越性。首先, 采用粒子滤波方法降低测量噪声, 提高了跟踪方法精度; 其次, 该控制方法给出了相关参数增益的选择范围; 最后, 由于本文所提出的跟踪控制律本质上是反馈控制, 因此在实验中保证了跟踪系统的稳定性和跟踪性能。

4 仿真结果与分析

本节将给出根据所设计的控制系统做出的仿真结果，以证明本文所提供的理论方法的可行性和有效性。

步骤 1: 检验粒子滤波的位置信息处理效果。根据移动机器人的离散状态方程 (4)，给定系统状态转移方程的状态噪声为 $l = \text{wgn}(2,1,10 * \log_{10}(3.42))$ ，观测方程的量测噪声为 $s = \text{wgn}(2,1,10 * \log_{10}(2.28))$ ，移动机器人的初始位置为 (50, 10)。粒子滤波算法的仿真结果如图 2 所示。

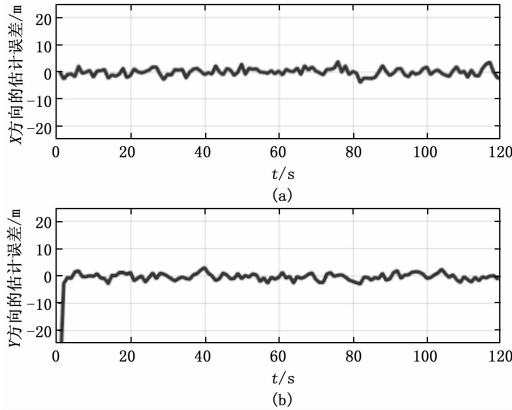


图 2 真实值与滤波后值的误差

图 2 (a) 和图 2 (b) 分别展示了系统真实值和滤波后的值在 x 方向、y 方向的误差。从该图中可以看出初始采样之后，经粒子滤波方法得到的位置与真实位置相差极小。图中误差周期性地从某个值变小甚至为零，这是因为在迭代过程中粒子退化达到重采样条件时，复制较高权值粒子，减小权重误差。该结果表明移动机器人采样信息受噪声干扰之后，经过粒子滤波算法得到了较为精准的移动机器人状态信息。

步骤 2: 在验证了粒子滤波的位置信息处理效果后，开始对基于粒子滤波的多目标点跟踪控制方法进行检验。

1) 考虑含有 18 个目标点的序列，移动机器人的运动学模型由式 (1) 描述。

2) 根据式 (11) 控制律参数条件给定控制收益，当 $\|\alpha_k\| \leq \pi/2$ 时，控制收益为 $k_d = 1, k_a = 20, k_s = -2.5$ ，当 $\pi/2 \leq \|\alpha_k\| \leq \pi$ 时，选择控制收益为 $k_d = -1, k_a = 20, k_s = -2.5$ 。

3) 设定式 (19) 中的目标跃迁的临界值 $\epsilon = 0.001$ 。

移动机器人多目标点跟踪的仿真结果如图 3~5 所示。

在图 3 中，三角形点表示给定的目标点，从该图可以明显地看出，所提出的控制方案驱动差动型机器人通过给定的目标点，最终停在最后的目标点。需要注意的是图 3 所示的跟踪轨迹并不严格遵循目标点的线。这是因为移动机器人驱动力不足，只有前向速度和航向角受到控制。例如，当移动机器人从初始位置驶向其第一个目标时，它被直接驱动驶向第一个目标，而无需考虑第二个目标。因此，不能保证移动机器人抵达第一个目标的最终状态。然后，

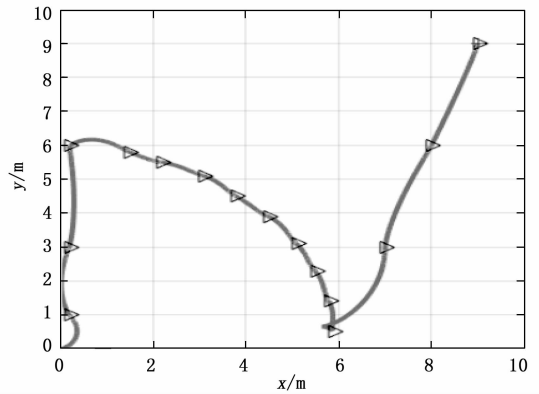


图 3 目标点轨迹

通过所提的控制律，移动机器人的航向角将调向第二个目标，因此导致图 3 中的弯曲轨迹。

图 4 (a) 和图 4 (b) 分别展现了移动机器人的前进速度 v 和转向角速度 ω 的演变。从该图可以看出，在 $t = 100$ s 时， v 和 ω 都收敛到零。从图 4 (a) 可知，移动机器人在 $t = 100$ s 到达最终目标点，然后在此时停止。而图 4 (b) 中曲线在 $t = 100$ s 之后有小幅波动是因为移动机器人到达最后目标点之后的方向校正。此外，前向速度 v 和角速度 ω 周期性地从某个值变为零，这是因为移动机器人会定期更改其跟踪目标，改变前向速度和航向角。

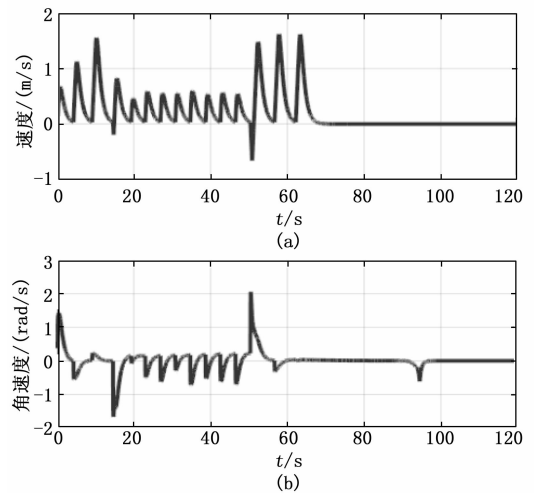


图 4 移动机器人速度和角速度变化曲线

图 5 (a) 和图 5 (b) 分别展现了移动机器人到当前目标的跟踪误差 (Ecc)、移动机器人到最后目标点的跟踪误差 (Ecf) 的演变。首先，在图 5 (b) 中 $t = 100$ s 时跟踪误差收敛到零可验证移动机器人停止在其最终目标位置。然后，在图 5 (a) 中，跟踪误差周期性地变为零可表明移动机器人到达各个目标点。该结果表明：通过使用所提出的控制律，移动机器人将逐个通过一系列目标点，并在最后一个目标点停止。

4) 关于目标点跟踪精度问题，以其中一个目标点为例，在目标跃迁临界值 ϵ 不同的情况下，移动机器人到目标点的跟踪精度如表 1 所示。

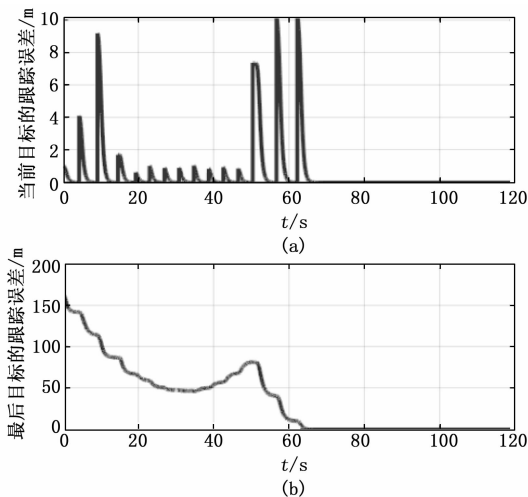


图 5 移动机器人和目标点的距离

表 1 不同临界值下跟踪精度

临界值	$\epsilon = 0.1$	$\epsilon = 0.01$	$\epsilon = 0.001$
跟踪精度	0.099 598	0.009 838	0.000 989 4

表 1 展现了在不同的目标跃迁临界值下, 移动机器人到目标点的跟踪精度。由该仿真结果可知, 移动机器人的跟踪精度总能达到或小于临界值, 而该跃迁临界值可由读者自行设置, 进而提高移动机器人的跟踪精度。

5 结束语

本文研究了基于反馈控制的欠驱动移动机器人高精度目标点跟踪控制问题。首先利用粒子滤波方法对移动机器人的位置信息进行降噪处理, 从而得到较为精确的量测位置。在此基础上, 结合反馈控制和欠驱动移动机器人的运动学模型, 提出了具有一组参数约束条件的高精度目标点跟踪控制方案, 使得移动机器人可从任意位置以较高的精度逐渐收敛到目标点, 并严格分析了所提跟踪系统的稳定性和高精度的跟踪性能。最后, 通过数值仿真的方式验证了本文所提算法的可行性和有效性。

参考文献:

[1] WANG Y, GE R. Way-point tracking control for air cushion vehicle [C] // IEEE International Conference on Mechatronics and Automation, IEEE, 2017: 1216 - 1220.

[2] HAN SI, LEE J M. Balancing and velocity control of a unicycle robot based on the dynamic model [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2015, 62 (1): 405 - 413.

[3] LI Y, CUI R, LI Z, et al. Neural network approximation based near-optimal motion planning with kinodynamic constraints using RRT [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2018, 65 (11): 8718 - 8729.

[4] SHI H Y, WANG L, WANG G G. A multi-objective predictive control method for model mismatch [C] // Chinese Control Conference, 2012: 4207 - 4211.

[5] SOLEA R, CIUBUCCIU G, CERNEGA D, et al. Trajectory

tracking nonlinear control and narrow spaces navigation of a WMR [C] // International Conference on System Theory, Control and Computing, 2018: 329 - 334.

[6] CHEN J, YANG F, LI R, et al. Moving target tracking of non-holonomic mobile robots for with anti-interference via finite-time control [C] // Chinese Automation Congress, 2019: 5092 - 5095.

[7] LEE T C, SONG K T, CH Lee, et al. Tracking control of unicycle-modeled mobile robots using a saturation feedback controller [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2001, 9 (2): 305 - 318.

[8] SUN Z, XIA Y. Receding horizon tracking control of unicycle-type robots based on virtual structure [J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2016, 26 (17): 3900 - 3918.

[9] CHEN X, JIA Y. Simple tracking controller for unicycle-type mobile robots with velocity and torque constraints [J]. Transactions of the Institute of Measurement & Control, 2015, 37 (2): 211 - 218.

[10] POSTOYAN R, BRAGAGNOLO M C, GALBRUN G, et al. Event-triggered tracking control of unicycle mobile robots [J]. Automatica, 2015, 52: 302 - 308.

[11] KOSTIC D, ADINANDRA S, CAARLS J, et al. Collision-free tracking control of unicycle mobile robots [C] // IEEE Conference on Decision and Control, IEEE, 2009: 5667 - 5672.

[12] 耿以才, 黄立新, 陈凌珊, 等. 无人船安全目标追踪与自动避障算法 [J]. 计算机测量与控制, 2015, 23 (7): 2467 - 2469, 2474.

[13] 赵明炬. 模糊控制运用于轮型机器人的目标追踪 [J]. 计算机测量与控制, 2014, 22 (2): 614 - 616.

[14] CASTILLO C L, MORENO W, VALAVANIS K P. Unmanned helicopter waypoint trajectory tracking using model predictive control [C] // Mediterranean Conference on Control & Automation, 2007: 1 - 8.

[15] 胡士强, 敬忠良. 粒子滤波算法综述 [J]. 控制与决策, 2005 (4): 361 - 365, 371.

[16] LIN C, CHANG Y, CHEN H, et al. Position tracking based on particle filter for self-capacitance single-touch screen panels [J]. Journal of Display Technology, 2015, 11 (2): 165 - 169.

[17] DAVIDSON P, COLLIN J, TAKALA J. Application of particle filters for indoor positioning using floor plans [C] // Ubiquitous Positioning Indoor Navigation and Location Based Service, IEEE, 2010: 1 - 4.

[18] 王双红, 张朋. 基于时间序列模型的粒子滤波行人跟踪算法研究 [J]. 计算机测量与控制, 2015 (5): 177 - 180, 184.

[19] WANG E, ZHAO W, CAI M. Research on improving accuracy of GPS positioning based on particle filter [C] // IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications, 2013: 1167 - 1171.

[20] BUGALLO M F, MIGUEZ J, DJURIC P M. Positioning by cost reference particle filters: study of various implementations [C] // The International Conference on Computer as a Tool, 2005: 1610 - 1613.

[21] 田梦楚, 薄煜明, 陈志敏, 等. 萤火虫算法智能优化粒子滤波 [J]. 自动化学报, 2016, 42 (1): 89 - 97.