

蒙特卡洛法在发动机推力测量不确定度评估中的应用

郑科, 耿卫国, 朱子环

(北京航天试验技术研究所, 北京 100074)

摘要: 现行对发动机试验推力测量不确定度的评估一直采用 GUM 法, 存在输入量和输出量概率分布假设以及非线性模型近似等问题, 有一定的局限性; 以发动机推力矢量测量为例, 文中简述了压电式推力矢量测量的数学模型, 运用 GUM 法对推力矢量参数的不确定度评估, 同时分析了蒙特卡洛法的原理、具体评估过程和适用性, 编制了软件, 并将不确定度评估结果与 GUM 法评估结果进行对比; 对比结果表明, 在发动机试验推力矢量参数的不确定度评估过程中, 蒙特卡洛法相比 GUM 法更为适用。

关键词: 推力矢量; 蒙特卡洛法; 测量不确定度

Application of Monte Carlo Method in Uncertainty Evaluation of Engine Thrust Measurement

Zheng Ke, Geng Weiguo, Zhu Zihuan

(Beijing Institute of Testing Technology, Beijing 100074, China)

Abstract: The GUM method has always been used to evaluate the uncertainty of the thrust measurement of the engine test. There are problems such as the assumption of the probability distribution of the input and output and the approximation of the nonlinear model, which have certain limitations. Taking engine thrust vector measurement as an example, the article briefly describes the mathematical model of piezoelectric thrust vector measurement, uses GUM method to evaluate the uncertainty of thrust vector parameters, and analyzes the principle, specific evaluation process and application of Monte Carlo method. The software was compiled and the uncertainty evaluation result was compared with the GUM method evaluation result. The comparison results show that the Monte Carlo method is more suitable than the GUM method in the process of evaluating the uncertainty of the thrust vector parameters of the engine test.

Keywords: thrust vector; Monte Carlo method; measurement uncertainty

0 引言

发动机常被用于卫星、火箭等的精确轨道控制和姿态调整, 姿轨控发动机推力矢量直接关系到卫星能否入轨以及发射任务的成败; 准确测出推力矢量参数, 能够为发动机的在轨工作状态提供基本依据。目前推力矢量测量有多种方案, 但在我国的发动机高空模拟热标定试验中, 技术和工艺比较成熟且经多次飞行验证效果显著的, 是北京航天试验技术研究所投入使用的转台推力矢量测量方法^[1]和该所研制的基于压电的动态矢量推力测量方法^[2-3]。

无论采用何种推力测量方法, 推力矢量参数都不是直接测得, 而是基于一定的数学模型通过计算间接得出, 前期对推力矢量不确定度的评估, 是依据国家计量技术规范《测量不确定度评定与表示》JJF 1059.1-2012 中的 GUM 方法, 对各个具体测得量进行评估后, 按照不确定度传播率计算合成标准不确定度^[4-5]。但针对多个输入量和单一输

出的测量模型, 作为 JJF 1059.1-2012 的补充文件, 国家计量技术规范《用蒙特卡洛法评定测量不确定度》JJF 1059.2-2012 规范了一种评估测量不确定度的方法^[6], 其核心内容是在建立测量模型的基础上利用对概率分布的随机抽样进行分布传播不确定度。本文基于压电式推力矢量架, 在介绍其数学模型后, 采用 GUM 法和蒙特卡洛法 (MCM, Monte Carlo method) 进行不确定度评估, 对不确定度评估结果进行对比验证, 比较两种方法的适用性。

1 压电式推力矢量测量

火箭发动机压电式推力矢量系统的数学测量模型如图 1 所示^[7]。

图 1 中, $O-XYZ$ 为测力平台坐标系, $O'-XY'Z'$ 为火箭发动机坐标系。其中, YOZ 为压电测力仪三维测力传感器的安装定位平面, O 点为 OX 轴与三维测力传感器安装定位平面交点; $Y'O'Z'$ 为火箭发动机的安装定位法兰平面,

收稿日期: 2021-01-14; 修回日期: 2021-03-24。

作者简介: 郑科 (1996-), 男, 山西省朔州人, 硕士生, 主要从事液体火箭发动机测试计量方向的研究。

引用格式: 郑科, 耿卫国, 朱子环. 蒙特卡洛法在发动机推力测量不确定度评估中的应用[J]. 计算机测量与控制, 2021, 29(6): 249-254.

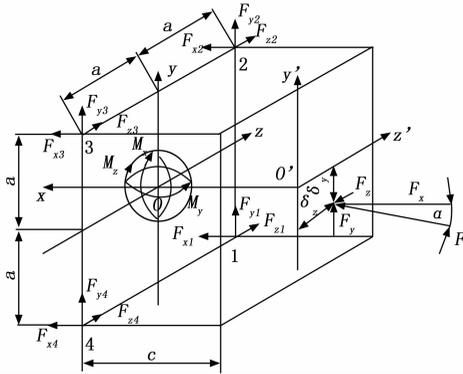


图 1 某压电式推力矢量测量系统数学模型

O' 点为火箭发动机喷管几何理论轴线与法兰平面交点。矢量力偏斜角为 α ，作用点为 (δ_y, δ_z) 。

F 为姿轨控发动机点火产生的空间矢量推力；

F_x, F_y, F_z 分别为矢量推力 F 在作用点 (δ_y, δ_z) 的三向分力；

$F_{x1}, F_{x2}, F_{x3}, F_{x4}$ 分别为通过测力平台上的 4 个排列成正方形分布的三维力传感器实际测得的 X 方向的 4 个分力。同样， $F_{y1}, F_{y2}, F_{y3}, F_{y4}$ 和 $F_{z1}, F_{z2}, F_{z3}, F_{z4}$ 分别为通过传感器实际测得的 Y 方向和 Z 方向分力；

M_o 为火箭发动机矢量推力 F 对测量平台坐标系中心产生的总力矩；

M_x, M_y, M_z 分别为总力矩 M_o 在各方向上的分力矩；

a 为发动机测力平台上三维力传感器与坐标轴之间的距离；

c 发动机测力平台上三维力传感器与法兰平面之间的垂直距离。

建立火箭发动机推力矢量参数的测量模型：

发动机的三项推力为：

$$\begin{cases} F_x = F_{x1} + F_{x2} + F_{x3} + F_{x4} \\ F_y = F_{y1} + F_{y2} + F_{y3} + F_{y4} \\ F_z = F_{z1} + F_{z2} + F_{z3} + F_{z4} \end{cases} \quad (1)$$

推力矢量力矩为：

$$\begin{cases} M_x = a(-F_{y1} - F_{y2} + F_{y3} + F_{y4}) + \\ \quad a(-F_{z1} + F_{z2} + F_{z3} - F_{z4}) \\ M_y = a(F_{x1} + F_{x2} - F_{x3} - F_{x4}) \\ M_z = a(F_{x1} - F_{x2} - F_{x3} + F_{x4}) \end{cases} \quad (2)$$

则得：

推力斜偏角 α ：

$$\alpha = \arctan \frac{\sqrt{F_y^2 + F_z^2}}{F_x} \quad (3)$$

侧向力方位角：

$$\gamma = \arctan \frac{F_z}{F_y} \quad (4)$$

推力偏移：

$$\begin{cases} \delta_x = c \\ \delta_y = \frac{-F_y c - M_z}{F_x} \\ \delta_z = \frac{-F_z c + M_y}{F_x} \\ \delta = \sqrt{\delta_y^2 + \delta_z^2} \end{cases} \quad (5)$$

推力偏移方位角：

$$\beta = \arctan \frac{\delta_z}{\delta_y} \quad (6)$$

2 蒙特卡洛法不确定度评估

2.1 蒙特卡洛法原理

蒙特卡洛法计算测量不确定度是以概率统计为基础，利用随机抽样实现概率分布传递的一种数值计算方法，区别于 GUM 法的不确定度传播率，适用于可由任意多个概率密度函数 (PDF, probability density function) 表征的输入量和单一输出量的模型，尤其适用于各不确定度分量的大小不相近、输出量的估计值和其标准不确定度相当、测量模型明显呈非线性等典型情况^[8-9]。

蒙特卡洛法为输出量的表征提供了一种方法，输出量 Y 的分布函数为。

$$G_Y(\eta) = \int_{-\infty}^{\eta} g_Y(\eta) d\eta \quad (7)$$

式中， $G_Y(\eta)$ 为输出量 Y 的概率密度函数。

$g_Y(\eta)$ 可由输入量 X_i 的概率密度函数 $g_{X_i}(\xi_i)$ 通过测量模型传递得到，概率分布传递如图 2 所示，核心是对输入量的 PDF 重复采样，即利用对输入量概率分布的随机抽样代入数学模型进行分布传递，计算求得输出量 Y 的 PDF 的离散抽样值，因为离散抽样值 $G_Y(\eta)$ 包括了输出量 Y 的数值特性，所以能够由输出量的离散分布数值求出 Y 的最佳估计值以及标准不确定度， Y 的不确定度和包含区间等数值特性的可靠性可随着对输入量的概率密度函数的随机抽样数 M 增加而提高^[10-11]。

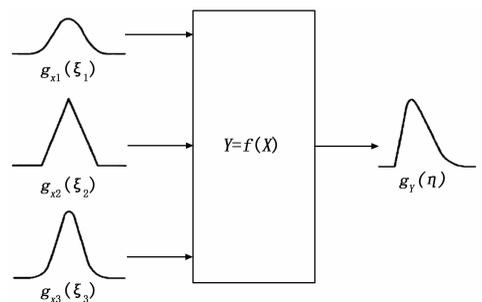


图 2 由多输入量 PDF 得到单一输出量 PDF 的示意

MCM 评估过程：

- 1) 建立输出量 Y 和各个输入量 X_1, X_2, \dots, X_n 的模型 $Y=f(X_1, X_2, \dots, X_n)$ ；
- 2) 确定利用获得的先验信息，确定各输入量的概率密度函数 $g_{X_i}(\xi_i)$ ；
- 3) 确定 MCM 的仿真次数 M ；

- 4) 从各个输入量 X_i 的概率密度函数中随机抽样 M 个样本值 x_{ir} ($i=1, 2, \dots, N, r=1, 2, \dots, M$);
- 5) 对每个的样本矢量 $(x_{1r}, x_{2r}, \dots, x_{Nr})$, 代入模型得 $y_r = f(x_{1r}, x_{2r}, x_{3r}, \dots, x_{Nr})$ ($r=1, 2, \dots, M$);
- 6) 将计算得到的 M 个模型值按照递增顺序排序, 得出输出量 Y 的离散表示 G ;
- 7) 由输出量的离散表示 G 计算 Y 的期望值以及标准差, 求出估计值 \bar{y} 和不确定度 $\mu(y)$;
- 8) 通过输出量的离散表示 G 求出给定包含概率下的包含区间^[12]。

蒙特卡洛法的流程如图 3 所示。

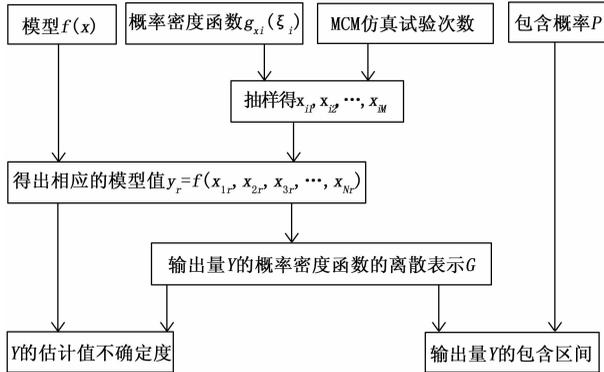


图 3 蒙特卡洛法流程图

2.2 蒙特卡洛法的实现

2.2.1 概率密度函数的确定

针对输入量数据量小的问题, 通常采用最大熵原理^[13-14]求出各输入量的 PDF, 通过对每个输入量的概率密度函数进行 M 次抽样即解决了小样本数据量小的问题。

2.2.2 抽样仿真次数 M

抽样模拟仿真次数 M 增加, 样本容量的大小增加, 蒙特卡洛法接近于输出量的真实总体。但如果 M 增多, 随机抽样需要计算的时间越久, M 减小, 与输出量的实际情况偏离, 计算不确定度的结果不准确。所以为了计算相对准确的不确定度需要合理的选择仿真次数 M 。

抽样仿真次数 M 的确定一般有两种方法:

- 1) 一般情况下, M 的值应至少大于 $1/(1-p)$ 的 10^4 倍, 包含概率 p 为 0.95 时, 抽样仿真次数 M :

$$M \geq \frac{1}{1-p} \times 10^4 = 2 \times 10^5 \quad (8)$$

- 2) 一般要求测量结果的测量不确定度不超过两位有效数字时:

$$\frac{\sigma(u(y))}{u(y)} \leq 0.5 \times 0.005 = 0.00025 \quad (9)$$

根据自由度的计算公式可得:

$$v = M - 1 = \frac{1}{2} \left[\frac{\sigma(u(y))}{u(y)} \right]^{-2} \geq 8 \times 10^4 \quad (10)$$

因此, 抽样仿真次数 M 应该大于 8×10^4 , 才能使评估结果的不确定度具有两位有效数字。

根据上述两种方法得到的计算结果, 结合不确定度评

估的实际经验, 一般可以取抽样仿真次数 M 为 10^6 。

2.2.3 舍选法抽样

在使用蒙特卡洛法评估测量不确定度时, 需要在各输入量 PDF 的约束下产生大量的随机数, 对测量模型进行随机抽样, 即产生随机变量, 通过对产生的随机数进行模型传递以及统计计算, 求得输出量的统计性质。

针对本文的小样本数据, 在通过最大熵原理求出针对小样本数据的概率密度函数后, 求得的概率密度函数分布不一定是常见分布, 不能直接通过 Matlab 特定函数产生随机数, 为了得到符合任意概率分布下的随机数, 本文采用舍选抽样法^[15-16]求随机数。

舍选抽样法的原理是: 根据给定的输入量的概率密度函数 $f(x)$, 对概率分布为均匀分布的随机数序列 $\{R\}$ 进行舍选。舍选的原则是当 $f(x)$ 取值较大时, 选择较多的随机数 ri ; 在 $f(x)$ 取值较小时, 选择较少的随机数 ri , 从而使最后得到的子样本分布满足给定的概率密度函数。

输入量 x_i 的概率密度函数为 $g_{x_i}(\xi_i)$, 在 $g_{x_i}(\xi_i)$ 的约束下产生 M 个值 x_{ir} ($i=1, 2, 3, \dots, n, r=1, 2, 3, \dots, M$), 若对 n 个输入量分别在其概率密度函数的约束下产生 M 个伪随机数, 则可以得到 M 组向量:

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_r \\ \vdots \\ X_M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{1,1} & \cdots & x_{i,1} & \cdots & x_{N,1} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ x_{1,r} & \cdots & x_{i,r} & \cdots & x_{N,r} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ x_{1,M} & \cdots & x_{i,M} & \cdots & x_{N,M} \end{pmatrix} \quad (11)$$

2.2.4 蒙特卡洛法仿真结果

将 M 组输入量的值代入数学模型中, 能够求解出输出量的 M 个模型值 y_r ($r=1, 2, 3, \dots, M$), 对 M 个模型值进行计算, 求解出输出量的最佳估计值 \bar{y} 以及标准不确定度 $u(y)$ 分别为:

$$\bar{y} = \frac{1}{M} \sum_{r=1}^M y_r \quad (12)$$

$$u(y) = \sqrt{\frac{\sum_{r=1}^M (y_r - \bar{y})^2}{(M-1)}} \quad (13)$$

3 压电式推力矢量不确定度评估

3.1 测量数据

根据某次推力试车数据推导出推力矢量参数如表 1 所示。

表 1 某次试车推力矢量参数

参数	估计值
$\alpha/(\circ)$	0.033 1
$\gamma/(\circ)$	-65.4
$\beta/(\circ)$	-35.5
δ/mm	0.730

表 2~4 为试车前 X 、 Y 、 Z 方向的推力检验值。

表 2 压电式推力矢量系统 X 向静态标定

测点数 K=5 循环次 数 R=3	力值	0	1200	2400	3000	3600	
校准 数据 (力值)	1	正	7.57	1 205.43	2 405.03	3 006.17	3 609.87
		反	10.12	1 211.67	2 408.14	3 010.42	3 608.78
	2	正	10.18	1 207.17	2 407.30	3 010.07	3 610.20
		反	12.45	1 214.67	2 413.76	3 012.97	3 612.14
	3	正	12.49	1 209.29	2 409.71	3 011.44	3 613.24
		反	14.39	1 215.95	2 416.78	3 015.50	3 613.24
正平均 Y _{ci}		10.080 6	1 207.300 1	2 407.346 9	3 009.224 9	3 611.100 7	
反平均 Y _{fi}		12.318 1	1 214.097 7	2 412.891 7	3 012.961 9	3 611.387 9	
总平均 Y ₁		11.199 3	1 210.698 9	2 410.119 3	3 011.093 4	3 611.244 3	
最小二乘值 a+bXi		10.871 0	1 210.871 0	2 410.871 0	3 010.871 0	3 610.871 0	
线性差值 dL		-0.328 3	0.172 1	0.751 7	-0.222 3	-0.373 3	
迟滞性 dH		2.237 5	6.797 5	5.544 8	3.737 0	0.287 2	

表 3 压电式推力矢量系统 Y 向静态标定

测点数 K=5 循环次 数 R=3	力值	0	20	40	60	80	
校准 数据 (力值)	1	正	-0.034 0	19.938 7	40.010 2	60.072 2	80.155 4
		反	0.362 6	20.356 5	40.181 6	60.266 9	80.167 9
	2	正	0.355 1	20.385 6	40.426 0	60.452 3	80.539 9
		反	0.671 1	20.642 3	40.643 3	60.627 3	80.548 4
	3	正	0.663 1	20.628 7	40.630 9	60.701 2	80.775 6
		反	0.998 8	20.974 5	40.939 1	60.899 6	80.783 2
正平均 Y _{ci}		0.328 1	20.317 7	40.355 7	60.408 6	80.490 3	
反平均 Y _{fi}		0.677 5	20.657 8	40.588 0	60.597 9	80.499 8	
总平均 Y ₁		0.502 8	20.487 7	40.471 9	60.503 2	80.495 1	
最小二乘值 a+bXi		0.492 1	20.492 1	40.492 1	60.492 1	80.492 2	
线性差值 dL		0.010 7	0.004 4	0.020 3	0.011 1	0.002 9	
迟滞性 dH		0.349 5	0.340 1	0.232 3	0.189 4	0.009 5	

表 4 压电式推力矢量系统 Z 向静态标定

测点数 K=5 循环次 数 R=3	力值	0	20	40	60	80	
校准 数据 (力值)	1	正	0.139 7	20.291 1	40.507 7	60.722 2	80.975 4
		反	0.556 1	20.640 4	40.764 0	60.881 3	80.976 3
	2	正	0.552 5	20.667 3	40.866 5	61.081 1	81.291 9
		反	0.801 7	20.862 7	41.003 9	61.153 9	81.291 6
	3	正	0.798 1	20.931 8	41.082 0	61.256 1	81.438 3
		反	0.863 6	20.995 8	41.170 3	61.313 7	81.438 1
正平均 Y _{ci}		0.496 8	20.630 1	40.818 7	61.019 8	81.235 2	
反平均 Y _{fi}		0.740 4	20.833 0	40.979 4	61.116 3	81.235 3	
总平均 Y ₁		0.618 6	20.731 5	40.899 1	61.068 1	81.235 3	
最小二乘值 a+bXi		0.596 5	20.753 5	40.910 5	61.067 5	81.224 5	
线性差值 dL		0.022 1	0.022 0	0.011 4	0.000 6	0.010 8	
迟滞性 dH		0.243 7	0.202 9	0.160 7	0.096 5	0.000 1	

3.2 GUM 法不确定的评估

计算参数合成不确定度一般表达式为:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) \quad (14)$$

式中, f 为被测量 y 与直接测量量 x_i 的函数关系。

由于 $F_x = F_{x1} + F_{x2} + F_{x3} + F_{x4}$, 是线性的, 所以对 F_x 的 A 类不确定度计算如下:

平均值即为各分量均值的代数和: $\overline{F_x} = \overline{F_{x1}} + \overline{F_{x2}} + \overline{F_{x3}} + \overline{F_{x4}}$ 。

根据合成标准不确定度推导:

$$u_c^2(F_x) = \left[\frac{\partial F_x}{\partial F_{x1}} \right]^2 u^2(F_{x1}) + \left[\frac{\partial F_x}{\partial F_{x2}} \right]^2 u^2(F_{x2}) + \left[\frac{\partial F_x}{\partial F_{x3}} \right]^2 u^2(F_{x3}) + \left[\frac{\partial F_x}{\partial F_{x4}} \right]^2 u^2(F_{x4}) = u^2(F_{x1}) + u^2(F_{x2}) + u^2(F_{x3}) + u^2(F_{x4}) \quad (15)$$

主推力合力的 A 类不确定度:

$$u_c(F_x) = \sqrt{u(F_{x1})^2 + u(F_{x2})^2 + u(F_{x3})^2 + u(F_{x4})^2} \quad (16)$$

由前面章节推导公式得出推力矢量参数的合成不确定度。例如:

1) α 的合成不确定度:

$$u_c^2(\alpha) = \left(\frac{F_x F_y}{(F_x^2 + F_y^2 + F_z^2) \sqrt{F_y^2 + F_z^2}} \right)^2 u^2(F_y) + \left(\frac{F_x F_z}{(F_x^2 + F_y^2 + F_z^2) \sqrt{F_y^2 + F_z^2}} \right)^2 u^2(F_z) + \left(\frac{\sqrt{F_y^2 + F_z^2}}{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} \right)^2 u_c^2(F_x) \quad (17)$$

2) δ 的合成不确定度:

$$u_c^2(\delta) = \left(\frac{\delta_y}{\delta} \right)^2 u_c^2(\delta_y) + \left(\frac{\delta_z}{\delta} \right)^2 u_c^2(\delta_z) \quad (18)$$

通过上述表得出 X、Y、Z 方向的不确定度 U_x, U_y, U_z , 代入合成不确定度评估公式得出压电式推力矢量参数 ($\alpha, \gamma, \beta, \delta$) 的不确定度评估结果如表 5 所示。

表 5 GUM 法推力矢量不确定度评估

参数	估计值	标准不确定度 U	包含区间
$\alpha/(\circ)$	0.033 1	0.003 26	(0.026 5, 0.039 6)
$\gamma/(\circ)$	-65.4	2.67	(-70.7, -60.1)
$\beta/(\circ)$	-35.5	8.13	(-51.8, -19.2)
δ/mm	0.730	0.119	(0.492, 0.968)

表 5 中, 扩展不确定度包含因子为 $k=2$, 包含区间的包含概率为 95%。

3.2.1 GUM 法的适用条件

在实际应用中, GUM 法适用于以下条件:

- 1) 输入量的概率分布可以近似是为对称分布;
- 2) 输出量的概率分布可以近似是正态分布或 t 分布;
- 3) 测量数学模型为线性模型或者能够用线性模型近似

的模型^[17]。

因此, GUM 法具有一定的局限性。

当测量数学模型是复杂的非线性模型时, 输入量的一阶偏导数通常不容易求解; 根据泰勒级数展开, 将非线性模型近似转化为线性模型, 忽略了高阶项, 带来了一定的误差, 且每个输入量之间的相关系数难以计算; 评估扩展不确定度时, 一般取包含因子 k 为 2 或 3, 具有主观性, GUM 法默认被测量的概率分布近似是正态分布或者 t 分布。

3.3 MCM 的软件实现

图形用户界面 (GUI, graphical user interfaces) 是 Matlab 的一个主要功能, 是根据用户体验和用户需求设计的可视化用户界面, 一般由窗口、菜单、对话框等各种图形对象组成, 用于与计算机、操作系统和应用程序互动交流, 即使计算机产生某种动作, 实现计算和绘图等功能^[18-19]。

本文根据上文中的蒙特卡洛法流程利用 GUI 编写软件, 固化流程, 通过输入数据, 进行直接计算, 软件不仅可以计算推力矢量参数的不确定度, 通过更改数学模型 $Y=f(X_1, X_2, \dots, X_n)$, 还可以计算发动机试验中温度、流量以及压力等的测量不确定度。

软件具体实施方式:

- 1) 将发动机试验数据导入软件界面;
- 2) 通过多组数据计算每个输入量的中心矩 m_i ;
- 3) 确定每个输入量的数据边界;
- 4) 依据最大熵原理计算每组数据的概率密度函数 $g_{x_i}(\xi_i)$, 得出每个输入量的概率分布;
- 5) 利用舍选抽样法进行抽样, 随机抽样符合各个输入量 X_i 概率密度函数的 M 个样本值 $(x_{ir}, (i=1, 2, \dots, 6, r=1, 2, \dots, M))$;
- 6) 点击各输出量即参数测量模型, 得出输出量的概率分布, 从而给出不确定度及其给定包含概率下的包含区间。

将表 3 X 方向的静态标定线性差值, 以及表 4 Y 方向、表 5 Z 方向的静态标定线性差值导入不确定度评估软件中, 如图 4 所示, 不确定度评估结果如表 6 所示。

表 6 基于 MCM 的推力矢量不确定度评估结果

参数	估计值	标准不确定度 U	包含区间
$\alpha/(\circ)$	0.033 1	0.004 8	(0.024 7, 0.042 3)
$\gamma/(\circ)$	-65.4	6.66	(-76.3, -52.6)
$\beta/(\circ)$	-35.5	1.73	(-38.9, -32.3)
δ/mm	0.730	0.030 4	(0.672, 0.785)

表 6 中, 给出的包含区间为包含概率为 95% 的包含区间。

图 4 中, 导入输入量的小样本数据后, 通过最大熵原理计算出输入量的概率密度函数, 可以看出输入量的概率分布不一定为对称分布, 利用舍选法抽样产生 M 个伪随机

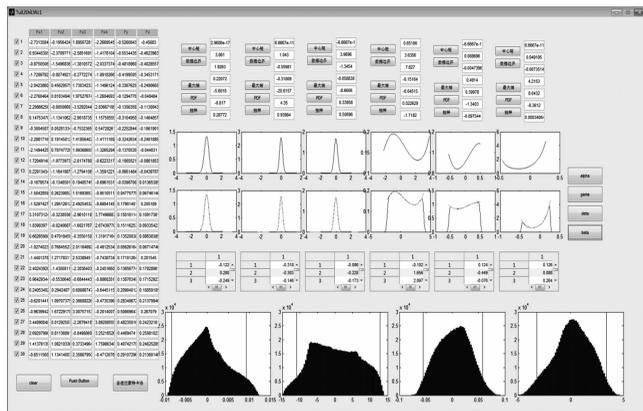


图 4 MCM 推力矢量不确定度评估

数, 解决了输入量小样本的问题。

将在输入量概率密度函数的约束下产生的伪随机数代入测量模型, 得到推力矢量参数的概率分布, 输出量的概率分布不一定是正态分布或 t 分布, 通过 M 个输出量的值求出不确定度以及给定包含概率下的包含区间。

3.3.1 MCM 的适用条件

基于 MCM 的测量不确定度评估相比 GUM 法具有以下优点^[20]:

- 1) 对模型没有非线性的限制;
- 2) 不受输入量的相关性和模型复杂性的影响;
- 3) 不受输入量分布的影响;
- 4) 不用假设被测量的分布;
- 5) 不用计算偏导数和有效自由度。

3.4 GUM 法与 MCM 的对比验证

MCM 提供了验证 GUM 法的方法, 当两者一致时, GUM 法仍然作为测量不确定度的主要方法, 当两者不一致时, 应采用 MCM。

验证方法:

- 1) 应用 GUM 法得到输出量的概率 p 的包含区间 $y \pm U_p$;
- 2) 通过运用自适应蒙特卡洛法获得输出量的标准不确定度 $u(y)$ 以及概率对称或最短包含区间的端点值 y_{low} 和 y_{high} ;
- 3) 确定由 GUM 法及 MCM 获得的包含区间在约定的数值容差 dt 下是否一致, 确定两个包含区间的各自端点的绝对偏差:

$$d_{low} = |y - U_p - y_{low}| \quad (19)$$

$$d_{high} = |y + U_p - y_{high}| \quad (20)$$

如果 $d_{low} \leq dt, d_{high} \leq dt$, 则 GUM 法通过验证。

以 α, δ 为例:

- 1) 推力斜偏角 α 。有效数字保留 3 位, 数值容差 $dt = 0.5 \times 10^{-5}$, $d_{low} = 0.042 3 - 0.039 6 = 0.000 27 > dt$, $d_{high} = 0.024 7 - 0.026 5 = 0.001 8 > dt$, GUM 法没有通过 MCM 的验证。

2) 推力偏移 δ 。有效数字保留 3 位, 数值容差 $dt=0.5 \times 10^{-3}$, $d_{low}=0.968-0.785=0.183 > dt$, $d_{high}=0.672-0.492=0.18 > dt$, GUM 法没有通过 MCM 的验证, 相比 MCM 法较为保守。

4 结束语

对于压电式推力矢量不确定度评估, 数学模型使用了复杂的非线性模型, 输入量的概率分布不是对称分布, 使用 GUM 法存在一定的局限性, MCM 作为 GUM 法的补充, 有更广的适用范围, 依据各个输入量的概率密度函数进行随机抽样, 计算得出 M 个结果, 不仅解决了小样本测量数据少的问题, 减少了大量人力物力的投入, 还可以得出不用近似的包含区间, 可以验证 GUM 法的有效性, 可以作为发动机试验中不确定度评估的有效方法。

参考文献:

[1] 颜雄雄, 耿卫国. 小发动机推力矢量的测量 [J]. 推进技术, 2000, 21 (3): 86-88.

[2] 陈修平. 月面软着陆火箭发动机推力矢量测试系统研究 [D]. 大连: 大连理工大学, 2013.

[3] 朱文勇. 发动机推力矢量测试系统研究 [D]. 大连: 大连理工大学, 2014.

[4] 全国法制计量管理计量技术委员会. JJF 1059.1-2012, 测量不确定度评定与表示 [S]. 北京: 国家质量监督检验检疫总局, 2012: 12.

[5] 费业泰. 误差理论与数据处理 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2015.

[6] 全国法制计量管理计量技术委员会. JJF 1059.2-2012, 用蒙特卡罗法评定测量不确定度 [S]. 北京: 国家质量监督检验检疫总局, 2012: 12.

[7] 高长银, 孙宝元. 火箭发动机推力矢量测量平台的原理与结构 [J]. 压电与声光, 2010, 32 (3): 480-482.

[8] Nicola L, Carlo M, Sara S. Modeling ADC nonlinearity in Monte Carlo procedures for uncertainty estimation [A]. IEEE IMTC [C]. Como, Italy: 2004: 522-527.

[9] Herrador M, Asuero A G, González A G. Estimation of the uncertainty of indirect measurements from the propagation of distributions by using the Monte-Carlo method: an overview [J]. Chemometrics & Intelligent Laboratory Systems, 2005, 79 (1/2): 115-122.

[10] 陈怀艳, 曹芸, 韩洁. 基于蒙特卡罗法的测量不确定度评定 [J]. 电子测量与仪器学报, 2011, 25 (4): 301-308.

[11] 张俊亮. 基于贝叶斯理论的测量不确定度评定与控制 [D]. 杭州: 中国计量学院, 2014.

[12] 吴呼玲. 基于蒙特卡罗法的平面度测量不确定度评定 [J]. 计算机测量与控制, 2017, 25 (5): 262-265.

[13] 程亮. 最大熵原理与最小熵方法在测量数据处理中的应用 [D]. 成都: 电子科技大学, 2008.

[14] 朱坚民, 郭冰菁, 王中宇, 等. 基于最大熵方法的测量结果估计及测量不确定度评定 [J]. 电测与仪表, 2005 (8): 5-8.

[15] 王丙参, 魏艳华, 孙永辉. 利用舍选抽样法生成随机数 [J]. 重庆师范大学学报 (自然科学版), 2013, 30 (6): 86-91.

[16] Wang P, et al. Acceptance-rejection sampling based Monte Carlo ray tracing in anisotropic porous media [J]. Energy, 2020, 199.

[17] 刘彦刚. JJF1059.1-2012 对测量模型太苛求 [J]. 中国计量, 2015 (5): 87-88.

[18] 苗继松, 邵琼玲, 任元, 等. Matlab/STK 联合仿真方法研究及 GUI 设计 [J]. 计算机测量与控制, 2017, 25 (8): 199-202.

[19] 王凯红. 不确定度理论在电能计量和局放信号处理中的应用研究 [D]. 保定: 华北电力大学, 2015.

[20] 王中宇, 陈晓怀, 吕京. 测量系统不确定度评估及其应用 [M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2019.

重建优化求解方法。依靠有限的测试数据, 先是获取了燃面微波 CT 成像场的磁力线路径, 然后又投影出燃面的数据, 通过前面这些数据来最优重建固体火箭发动机点火试验的退移图像, 最后通过实例进行仿真计算, 得出重建数值与实际数值之间的误差不大于 1 mm, 符合重建要求, 同时验证了上述重建方法的有效性, 为进一步掌握固体火箭发动机的燃烧特性奠定基础。

(上接第 248 页)

参考文献:

[1] 史怀林. CT 迭代图像重建技术若干问题的应用研究 [D]. 济南: 山东大学, 2012.

[2] 郭威. CT 不完全投影数据重建算法研究 [D]. 长春: 吉林大学, 2011.

[3] Candes E J, Romberg J, Tao T. Robust uncertainty principles; exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52 (2): 489-509.

[4] 匡涛. CT 图像重建的压缩感知算法研究 [D]. 西安: 西安电子科技大学, 2014.

[5] 齐宏亮. 稀疏角度下的 CT 图像重建迭代算法研究 [D]. 广州: 南方医科大学, 2013.

[6] Chen W. An efficient method for an ill-posed problem—band-limited extrapolation by regularization [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54 (12): 4611-4618.

[7] Feng J, Zhang J Z. An adaptive dynamic combined energy minimization model for few-view computed tomography reconstruction [J]. International Journal of Imaging Systems and Technology, 2013, 23 (1): 44-52.

[8] Sidky E Y, Pan X. Image reconstruction in circular cone-beam computed tomography by constrained, total variation minimization [J]. Physics in medicine and biology, 2008, 53 (17): 4777-4807.

[9] Velikina J, Leng S, Chert G H. Limited view angle tomographic image reconstruction via total variation minimization [A]. Proc. SPIE, 2007.