

空间飞行器交会策略建模与仿真

李文鑫¹, 李旷代², 王伟³

(1. 北京交通大学 机械与电子控制工程学院, 北京 100044;

2. 北京宇航系统工程研究所, 北京 100076;

3. 北京航天自动控制研究所, 北京 100854)

摘要: 空间飞行器由于其所处环境的特殊性, 在不同跟随模式下, 如何与不同距离目标实现交会, 很难在真实环境进行全面的试验和评估; 通过对影响空间飞行器交会的各种系统误差和随机误差进行分析, 利用变轨算法以及优化算法构建飞行器从初始位置到交会位置的轨道模型, 进而得到空间飞行器交会准确度计算模型, 利用该模型进行空间飞行器交会仿真, 得到一系列仿真数据, 对空间飞行器的研究具有参考意义。

关键词: 空间飞行器; 变轨算法; 优化算法; 仿真模型

Modeling and Simulation of Spacecraft Rendezvous Strategy

LI Wenxin¹, LI Kuangdai², WANG Wei³

(1. School of Mechanical and Electronic Control Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China;

2. Beijing Aerospace Systems Engineering Research Institute, Beijing 100076, China;

3. Beijing Aerospace Automatic Control Research Institute, Beijing 100854, China)

Abstract: Due to the specificity of the environment in which the spacecraft is located, it is difficult to conduct a comprehensive test and evaluation in the real environment on how to achieve rendezvous with the target at different distances under different following modes. By analyzing various systematic and random errors that affect spacecraft rendezvous, the orbital model from the initial position to the rendezvous position is constructed by using orbit change algorithm and optimization algorithm, and then the spacecraft rendezvous accuracy calculation model is obtained, and the spacecraft rendezvous simulation is carried out by using this model to obtain a series of simulation data, which is of reference significance for the study of spacecraft.

Keywords: spacecraft; orbit change algorithm; optimization algorithm; simulation model

0 引言

空间飞行器一直是军事应用和科学探索重要的载体和平台, 对空间飞行器与其它飞行器交会策略的研究具有重要意义。传统地面飞行器的研究需要根据飞行器具体的形状特点以及所处环境的不同分析其具体的受力情况, 因此一般不能得到地面飞行器通用的交会仿真策略。空间飞行器根据天体力学的空间规律运行, 在研究空间飞行器交会过程时可以借助空间技术, 这是与普通飞行器研究不同的一点。由于空间中绝大部分飞行器的运动都可看作相对于地球的二体运动, 受力情况基本一致, 因此结合空间飞行器所处空间环境的特殊性, 针对它们的一些共性, 给出了利用变轨算法和优化算法构建空间飞行器交会轨道模型的方法, 在综合考虑误差因素的情况下, 得到了空间飞行器交会准确度的计算模型。

1 飞行器转移轨道模型构建

空间飞行器与目标的交会过程从另一方面可看作飞行器由原来轨道向目标位置转移的轨道转移过程, 可利用轨

道转移技术构建其交会轨道模型。飞行器的交会轨道是其从初始轨道向目标轨道的过渡轨道, 飞行器在发动机推力的作用下实现速度的变化, 进而完成轨道的转换。对飞行器交会轨道的构建可利用霍曼转移或 Lambert 转移, 其中霍曼转移一般适用于共面或非共面圆轨道转移情况, 为了空间飞行器交会策略的普遍适用性采用了既可应用于圆轨道转移也可适用于椭圆轨道转移的 Lambert 转移^[1]。

1.1 Lambert 变轨算法

研究 Lambert 转移的几个关键点是飞行器的初始位置和发射速度矢量、交会点位置和速度矢量以及转移时间, 即固定转移时间约束下对飞行器在转移轨道上初始位置和速度以及终点位置和速度的研究^[2]。Lambert 问题的具体描述为: 给定空间飞行器初始位置 P_1 和初始速度 \vec{v}_1 , 目标位置 P_2 和速度 \vec{v}_2 , 则相对于地球引力中心的位置矢量分别为 \vec{r}_1 和 \vec{r}_2 , 假设转移时间为 t_f , 则可以求得曲线转移轨道, 使得飞行器经过加速后可以沿着转移轨道从初始位置转移到目标位置。

基于 Lambert 理论的飞行器转移过程如图 1 所示。飞

收稿日期: 2020-12-01; 修回日期: 2021-01-08。

作者简介: 李文鑫(1997-), 男, 陕西西安人, 硕士研究生, 主要从事机电控制与仿真测试方向的研究。

引用格式: 李文鑫, 李旷代, 王伟. 空间飞行器交会策略建模与仿真[J]. 计算机测量与控制, 2021, 29(7): 208-212.

飞行器在初始位置获得一定的速度后就可以沿着转移轨道转移到理论上的目标点位置。

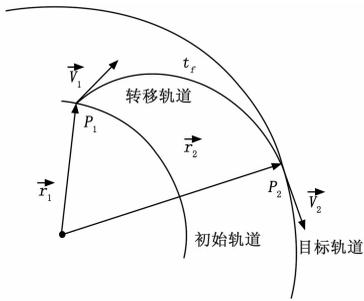


图 1 Lambert 变轨示意图

Lambert 问题也叫做 Gauss 问题^[3], 求解 Lambert 问题需要结合拉格朗日时间转移方程^[4], 而此方程是一个超越方程, 很难求得解析解。因此现在一般求解的思路是寻找该方程的数值解, 通过引入一些相对独立的迭代变量, 结合时间转移方程建立控制方程组, 在不断的循环迭代中求得满足精度的数值解。Lambert 求解方法很多, 具体可参考文献 [5-10]。利用普适量法对 Lambert 问题求解如下。

飞行器初始位置与速度矢量为 \vec{r}_1 和 \vec{v}_1 , 目标飞行器初始位置与速度矢量为 \vec{r}_2 和 \vec{v}_2 , 转移时间为 t_f , \vec{v}_{11} 为 \vec{r}_1 处飞行器转移轨道的初速度, 即为实现与目标在 \vec{r}_2 处交会飞行器应具有的速度, \vec{v}_{21} 为飞行器沿转移轨道到达 \vec{r}_2 时的速度。 \vec{v}_{11} 和 \vec{v}_{21} 可以由如下超越方程组求得:

$$\vec{r}_2 = f\vec{r}_1 + g\vec{v}_{11} \quad (1)$$

$$\vec{v}_{21} = \bar{f}\vec{r}_1 + \bar{g}\vec{v}_{11} \quad (2)$$

f, g 为拉格朗日系数, \bar{f}, \bar{g} 为该系数对于时间的导数, 其中:

$$f = 1 - \frac{r_2^2}{p}(1 - \cos\Delta\theta) \quad (3)$$

$$g = \frac{r_1 r_2 \sin\Delta\theta}{\sqrt{\mu p}} \quad (4)$$

$$\bar{f} = \sqrt{\frac{\mu}{p}} \left(\frac{1 - \cos\Delta\theta}{\sin\Delta\theta} \right) * \left(\frac{1 - \cos\Delta\theta}{p} - \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) \quad (5)$$

$$\bar{g} = 1 - \frac{r_1}{p}(1 - \cos\Delta\theta) \quad (6)$$

$$\Delta\theta = \arccos \frac{\vec{r}_1 \vec{r}_2}{r_1 r_2} \quad (7)$$

式中, μ 为引力常数, $\Delta\theta$ 表示 \vec{r}_1 和 \vec{r}_2 两处的真近点角差值, p 为计算过程中的中间变量。

通过引入普适变量 z 对式 (3) ~ (6) 进行重新表示, 推导后得到 z 与 Lambert 变轨转移时间 t_f 之间的关系:

$$t_f \sqrt{\mu} = \chi^3 S(z) + A \sqrt{y(z)} \quad (8)$$

式中, $\chi, S(z), y(z)$ 均为 z 的函数, 关于 z 及以上参数的具体定义可参考文献 [11]。

$\chi, y(z)$ 以及式 (8) 构成了一个一元超越方程, 可采用二分法迭代求出 z 的值。求出 z 的值后结合式 (3) ~ (7) 以及式 (1) 和式 (2) 即可求得 \vec{v}_{11} 和 \vec{v}_{21} 。

在空间中, 由于飞行器质量相对于地球质量可以忽略不计, 则空间飞行器相对于地球运动的轨道动力学方程如下:

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -\mu \frac{\vec{r}}{r^3} \quad (9)$$

已知飞行器在转移轨道起始点的位置矢量 \vec{r}_1 和速度矢量 \vec{v}_{11} , 或目标点的位置矢量 \vec{r}_2 和速度矢量 \vec{v}_{21} , 结合式 (9) 理论上可以求得任意时刻飞行器在转移轨道上的位置和速度矢量, 进而可以确定飞行器从起始点到目标位置的转移轨道。

由以上转移轨道的求解过程可知, 要利用 Lambert 变轨算法求得转移轨道, 需要给定转移时间作为已知条件, 并且目标位置不会随时间变化, 这是传统 Lambert 变轨算法的局限性, 只能解决飞行器在两个定点之间的轨道转移问题。在飞行器与目标交会的实际条件下, 从发射飞行器到与目标交会的转移时间一般不能提前获得, 目标的位置也处于不断变化中, 这是飞行器在两个动点之间的转移问题。为解决这一问题, 在 Lambert 变轨算法的基础上引入了粒子群优化算法和交会时间优化算法来进行飞行器转移轨道的构建。

1.2 粒子群优化算法获取转移时间

理论上飞行器的初始发射速度是可以控制的, 给定飞行器的初始发射速度 \vec{v}_{11} , 在飞行器初始位置矢量 \vec{r}_1 和目标位置矢量 \vec{r}_2 已知的情况下, 可以利用粒子群优化算法和 Lambert 算法计算飞行器从初始位置到目标初始位置的转移时间。

粒子群算法是一种智能算法, 一般用于解决最优化的搜索问题。粒子群算法的基本原理是通过个体之间的信息共享快速找到能够满足收敛条件的最优解。该算法的具体操作是给空间中所有的粒子随机分配满足条件的初始位置和初始速度。粒子的位置就对应了问题的一个解, 将粒子位置值代入目标函数就可得到一个对应的函数值, 这就是粒子的适应度。迭代过程中, 根据每个粒子的速度值和空间中已知的最优位置和粒子已知的最优位置更新粒子下一次的位置, 在不断的迭代过程中, 通过个体和种群之间的信息共享, 能够很快找到满足条件的粒子值。其算法流程图如图 2 所示。

利用粒子群算法求解转移时间的函数如下:

$$f = \|\vec{v}_{11} - L(\vec{r}_1, \vec{r}_2, x)\| \quad (10)$$

将飞行器的转移时间作为随机粒子 x , 每次迭代将其作为已知的转移时间, 在飞行器初始位置 \vec{r}_1 以及目标初始位置 \vec{r}_2 已知的条件下, 通过 Lambert 变轨算法, 计算在此交会时间下达到目标位置飞行器所需要的速度 \vec{v}_{12} , 求出该速度与给定发射速度 \vec{v}_{11} 的差向量, 将该向量的长度值 f 作为

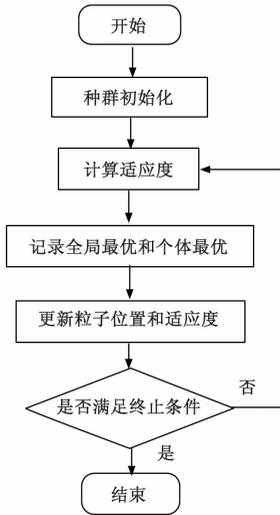


图 2 粒子群算法流程图

迭代更新过程中的适应度值， f 值越小， x 就越接近 \vec{v}_{11} 对应的转移时间。在不断的迭代过程中得到满足一定精度的适应度值对应的交会时间 x ，该交会时间即为对应飞行器初始发射速度下 \vec{v}_{11} 的交会时间 t_f 。

在给定目标初始位置的情况下，利用粒子群算法以及 Lambert 变轨算法得到了飞行器的初始转移轨道以及相应的转移时间 t_f ，如图 3 所示。然而在交会过程中，目标会沿着运行轨道不断移动，位置在不断发生变化，飞行器的实际转移轨道会随着目标位置的变化而变化，转移时间也随之改变。

为了构建飞行器的实际转移轨道模型，必须求得实际转移时间 t'_f ，得到转移时间 t'_f 后更新目标位置，再次利用 Lambert 变轨算法即可得到飞行器的实际发射速度。

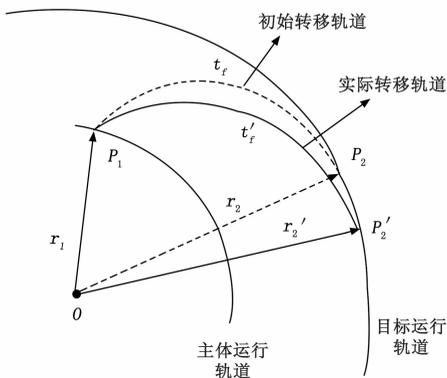


图 3 飞行器实际轨道示意图

1.3 转移时间优化

在已知初始转移时间 t_f ，目标初始位置以及速度矢量的情况下，采用如下方法来求得实际转移时间 t'_f 。

该优化方法的基本思路是：利用已知的定点到定点的转移时间给出一个初始的基可行解，也就是新的转移时间，然后根据提前设定的最优性判定方法对这个新的转移时间

进行判定，若该初始可行解是符合条件的最优解，则输出这个可行解，停止计算；若不满足最优性条件，则由当前的转移时间根据计算结果生成一个更接近最优解的新的转移时间，再次利用最优性判定方法进行判定，在不断更新可行解的过程中，一步步接近符合条件的转移时间值。利用该算法计算实际转移时间的流程如图 4 所示。

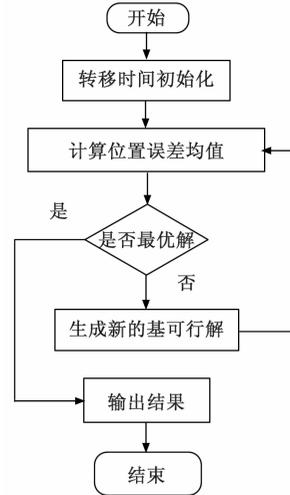


图 4 转移时间优化算法流程图

这里最优性判定方法为理论的交会点位置与目标实际位置之间的位置误差值，由于迭代过程中位置误差值不断减小，直到满足一定精度，因此所得转移时间为实际的转移时间 t'_f 。

首先利用初始转移时间 t_{f0} 给定一个基可行解：

$$x_1 = t_{f0} + \alpha * E \tag{11}$$

$$x_2 = t_{f0} \tag{12}$$

其中： α 为初始转移时间的一半， E 为取值系数，可根据计算结果调整，初次取值时为 1。

利用 x_1 和 x_2 分别作为转移时间值，结合目标位置与速度计算转移时间后的目标位置 \vec{r}_{21} ；结合飞行器转移初始速度及位置矢量，利用式 (9) 中的轨道动力方程计算经过转移时间后飞行器的位置 \vec{r}_{22} ，计算二者的位置误差值：

$$m = \|\vec{r}_{22} - \vec{r}_{21}\| \tag{13}$$

利用 x_1 和 x_2 计算得到的位置误差值分别为 m_1 和 m_2 。根据二者的大小进行最优解判断，当位置误差值未达到一定精度时，则由当前的转移时间产生一组新的转移时间，继续利用最优性理论进行判断，不断迭代，直到位置误差值不断减小，达到指定精度，该精度下的转移时间即为实际转移时间 t'_f 。

得到实际转移时间，根据目标初始速度以及位置矢量就可以得到实际交会过程中飞行器与目标交会时的位置，再结合飞行器初始位置，利用 Lambert 变轨算法就可以得到飞行器的实际发射速度。空间中可将飞行器与地球的相对运动看作二体运动，利用轨道动力学方程进行积分运算，

就可以得到飞行器的转移轨道模型。

2 交会准确度计算模型构建

上节得到的飞行器转移轨道模型是理想条件下的理想模型, 在不考虑误差因素影响的情况下, 飞行器严格按照预定的轨道与目标实现交会。在实际的发射过程中, 由于各种误差因素的影响, 飞行器会偏离理论的飞行轨道, 当偏差过大时, 飞行器可能与目标实现交会, 也可能不会与目标交会。在理想轨道模型中引入误差因素, 并对飞行器偏离目标点次数进行统计, 就可得到交会准确度计算模型。

2.1 误差分析

考虑空间飞行器交会策略的普遍适用性, 这里主要对以下普遍存在的误差进行分析, 主要包括: 系统存在的时间误差、计算过程中由精度引起的速度精度误差、飞行器理论发射角度与实际发射角度不一致导致的指向误差、角度测量过程中存在的角度测量误差、目标理论位置 and 实际位置不一致导致的目标位置误差以及各被测量随时间变化所产生的附加值即模型动态误差等。这些误差在各飞行器交会过程中普遍存在, 考虑这些误差的影响可以建立更加准确的空间飞行器交会策略。

确定了引入模型的误差, 每次仿真过程中需要给定误差值。根据误差类型的不同, 误差可按照系统误差和随机误差两种方式取值。系统误差每次仿真过程为固定值, 可根据实际情况取值。随机误差在仿真过程为随机值, 可给定误差范围, 每次仿真过程以符合该类型误差分布方式的形式取值。一般来说, 随机误差的分布方式分为正态分布和均匀分布两种。

得到误差值后, 就可以利用误差转换将误差引入飞行器转移轨道的具体计算过程中。在进行误差转换时需要根据对飞行器转移轨道模型构建影响方式的不同将误差转换为对应的变化量, 所以根据影响方式的类型可将误差分为以下几组:

- 1) 第一组误差: 主要影响飞行器的转移时间, 比如发射时间误差 E_t ;
- 2) 第二组误差: 主要影响飞行器的发射速度, 比如初速度精度误差 E_v 、指向误差 E_{dir} 、角度测量误差 E_{agl} 。
- 3) 第三组误差: 主要影响目标位置坐标的获取, 比如目标位置误差 E_{tar} 、模型动态误差 E_{shc} 等。

2.2 误差转换

为将误差因素引入转移轨道模型需要进行误差转换。其中第一组和第三组误差直接影响模型中的时间和目标位置, 可将误差值直接引入模型中。以目标位置误差为例:

$$\vec{r}'_2 = \vec{r}_2 + \vec{E}_{tar} \quad (14)$$

其中: \vec{r}'_2 为误差影响下的目标位置矢量, \vec{r}_2 为目标初始位置矢量。

第二组误差直接或间接影响飞行器的发射速度。其中初速度精度误差直接影响飞行器的发射速度, 对发射速度的

影响如下:

$$\vec{v}'_{11} = \vec{v}_{11} + \vec{v}_m * E_v \quad (15)$$

其中: \vec{v}'_{11} 为误差影响后的发射速度矢量, \vec{v}_{11} 为理论发射速度矢量, \vec{v}_m 为飞行器相对于初始速度 \vec{v}_1 的速度增量。

指向误差和角度测量误差以角度为量纲, 间接影响飞行器的发射速度, 需要根据实际情况进行误差转换, 以指向误差为例, 该误差向飞行器发射速度的转换公式如下:

$$\vec{v}_m = n * \sin E_{dir} * (\vec{e}_x * \cos \theta + \vec{e}_y * \sin \theta) + n * \vec{e}_z * (\cos E_{dir} - 1) \quad (16)$$

$$\vec{v} = \vec{v} + \vec{v}_m \quad (17)$$

其中: n 为 \vec{v}_m 的长度, \vec{e}_z 为 \vec{v}_m 的单位向量, \vec{e}_x 为 \vec{e}_z 和 x 轴方向单位向量的叉乘, \vec{e}_y 为 \vec{e}_z 和 y 轴的叉乘。

得到误差转换后的时间、发射速度、目标位置等变量后, 引入第 1 节介绍的理想轨道模型就可以得到飞行器与目标交会的实际轨道模型。

2.3 交会准确度计算

建立起飞行器的理论转移轨道模型并在模型中引入误差因素后, 飞行器的实际转移轨道模型就会因每次仿真误差取值的变化而变化。

假设每次交会仿真考虑误差因素的情况下, 依据飞行器实际轨道模型计算出飞行器经过交会时间到达的位置坐标为 (r_{sx}, r_{sy}, r_{sz}) , 目标的实际位置坐标为 (r_x, r_y, r_z) , 二者之间的差向量为 (dr_x, dr_y, dr_z) , 则可以得到:

$$dr_x = r_{sx} - r_x \quad (18)$$

$$dr_y = r_{sy} - r_y \quad (19)$$

$$dr_z = r_{sz} - r_z \quad (20)$$

假设目标为球体, 半径为 R , 飞行器与目标具有相同半径, 通过计算差向量的长度 l 并与目标半径 R 和飞行器半径之和进行比较: 当 $l > 2R$ 时, 飞行器未与目标交会; 反之, 则可认为目标与飞行器实现了交会。

假设经过 M 次交会仿真, N 次与目标交会, 则可以得到交会准确度:

$$P = \frac{N}{M} * 100\% \quad (21)$$

3 模型仿真

假定目标是半径为 0.25 m 的球体, 飞行器初速为 1 200 m/s, 进行 1 000 次仿真。误差参数如表 1 所示。

表 1 仿真误差参数

误差项	误差取值/误差范围	误差类型	分布方式
E_t /ms	0.2	系统误差	
E_{dir} /'	3	随机误差	正态分布
E_v	0.005	随机误差	正态分布
E_{shc} /'	2	系统误差	
E_{agl} /'	0.1	随机误差	正态分布
E_{tar} /'	0.1	系统误差	

表 2 给定飞行器及目标参数

	x (m)	y (m)	z (m)	v_x (m/s)	v_y (m/s)	v_z (m/s)
飞行器	-721 069.372	703 367.583	6 893 089.201	7 211.538	2 202.274	683.608
目标	-722 759.098	705 501.503	6 912 903.005	7 222.423	2 165.209	380.203

表 3 仿真结果

		x /m	y /m	z /m	l /m	时间/s	是否交会
第 1 次仿真	目标位置	-626 860.194	734 156.140	691 7236.747	0.284	13.267	是
	交会位置	-626 859.914	734 156.187	691 7236.766			
第 100 次仿真	目标位置	-626 651.532	734 218.264	691 7244.278	0.117	13.296	是
	交会位置	-626 651.536	734 218.148	691 7244.290			
第 500 次仿真	目标位置	-626 476.304	734 270.447	691 7251.044	0.795	13.321	否
	交会位置	-626 475.609	734 270.833	691 7251.062			
第 1000 次仿真	目标位置	-626 594.737	734 235.137	691 7246.070	0.519	13.305	否
	交会位置	-626 594.711	734 234.621	691 7246.128			

表 1 中系统误差为固定值，每次仿真都按误差取值项给定误差值，随机误差为随机值，每次仿真实按误差分布方式在 0 到误差范围项之间的范围内取值，因此每次仿真误差值都不相同。

前面两节设计得到了空间飞行器的交会策略，为了验证交会策略的正确性，需要进行仿真计算交会的准确度。假定飞行器和目标具有相同的半径，可通过式 (18) ~ (21) 计算假定条件下的交会准确度。飞行器在空间中的轨道可以由轨道六根数（半长轴、偏心率、轨道倾角、近地点幅角、升交点赤经以及升近点角）确定，也可指定轨道上某一点的位置速度矢量，二者可以互相转化。这里以地心惯性坐标系为基础，首先给定了飞行器及目标初始位置及速度矢量，参数如表 2 所示，此时飞行器与目标之间的相对距离为 20 km，相对速度为 300 m/s。

利用以上设定参数进行 1 000 交会仿真，得到飞行器与目标的交会准确度为 32.5%，选取某些仿真结果列于表 3。

将表 2 给定的参数转换为轨道六根数，确定飞行器和目标轨道，让飞行器和目标在各自轨道上运行，运行到指定距离后进行 1 000 次仿真，得到在此距离下飞行器与目标的交会准确度，结果如表 4 所示。由表可知，随着距离增加，交会准确度不断下降。

表 4 不同距离下飞行器与目标交会准确度

距离/km	1	2	3	4	5
准确度/%	97.7	95.6	92.9	86.8	77.0
距离/km	6	7	8	9	10
准确度/%	74.2	65.5	62.3	59.4	51.8

4 结束语

空间飞行器交会策略的构建做到了对大多数空间飞行器的适用性，可为多数空间飞行器的交会过程提供参考。

利用 Lambert 变轨算法为飞行器转移轨道模型的构建建立了基础，粒子群优化和交会时间优化算法解决了目标位置不断变化下交会时间的求解问题，在综合考虑误差因素后得到了飞行器与目标交会的准确度。通过仿真，该模型能够快速、高效、准确地得到准确度结果。

参考文献:

- [1] 李小将, 赵辉, 赵伟. 基于自适应模拟退火算法的最优 Lambert 双冲量转移 [J]. 装备指挥技术学院学报, 2011, 22 (4): 50-54.
- [2] 桑艳, 周进. 基于 Lambert 算法的脉冲精确变轨策略 [J]. 国防科技大学学报, 2009, 31 (3): 29-32.
- [3] LUO Y Z, TANG G J, et al. Optimization of Perturbed and Constrained Fuel—Optimal Impulsive Rendezvous Using a Hybrid Approach [J]. Engineering Optimization, 2006, 38 (8): 959-973.
- [4] VASILLE M. A global approach to optimal space trajectory design [C] // AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting, San Diego, CA, 2003, AAS Paper 03-141.
- [5] 朱仁璋, 蒙薇, 胡锡婷. 航天器交会中的 Lambert 问题 [J]. 中国空间科学技术, 2006 (6): 49-55.
- [6] NELSON S L, ZARCHAN P. Alternative Approach to the Solution of Lambert's Problem [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1992, 15 (4): 1003-1009.
- [7] AVANZINI G. A Simple Lambert Algorithm [J]. Journal of Guidance Control, and Dynamics, 2008, 31 (6): 1587-1594.
- [8] 彭坤, 徐世杰. 一种无奇异的求解 Lambert 变轨的普适变量法 [J]. 北京航空航天大学学报, 2010, 36 (4): 399-402.
- [9] 韩潮, 段彬, 付红勋. 远程导引可行飞行方案寻求算法研究 [J]. 中国空间科学技术, 2002 (1): 50-55.
- [10] 杨俊. 基于改进遗传算法的多脉冲交会轨道优化研究 [J]. 计算机仿真, 2012, 29 (5): 94-97.
- [11] 王威, 于志坚, 郝晓宁. 航天器轨道确定一模型与算法 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2007.