

# 基于小模数减速器两冗余多圈绝对编码器研制

熊伟, 王臻, 马亚军, 侍威, 李文璋

(北京精密机电控制设备研究所, 北京 100076)

**摘要:** 为了满足航天伺服新型型号研制需求, 要求角位移传感器结构紧凑, 可靠性高, 并能够适应恶劣的工作环境和有限的空间结构, 实现伺服电机输出轴高转速的测量及反馈; 一种基于小模数减速器两冗余多圈绝对编码器的研制, 在单圈绝对式编码器的基础上, 通过小模数减速器设计, 实现了主轴输入 8 000 rpm 高转速的冗余绝对测量技术, 产品性能达到海德汉编码器同类产品性能指标, 能够耐高温, 工作寿命长, 动态性能好, 空间体积小, 质量轻; 系统试验和仿真分析表明设计技术方案有效可行, 能够满足伺服系统的要求。

**关键词:** 小模数减速器; 冗余; 多圈; 绝对编码器

## Development of Two-redundant Multi-turn Absolute Encoder Based on Small Modulus Reducer

XIONG Wei, WANG Zhen, MA Yajun, SHI Wei, LI Wenzhang

(Beijing Institute of Precise Mechanical and Electronic Control Equipment, Beijing 100076, China)

**Abstract:** In order to meet the development needs of new models of aerospace servos, the angular displacement sensor is required to have a compact structure, high reliability, and be able to adapt to harsh working environments and limited space structures to achieve high-speed measurement and feedback of the servo motor output shaft. A two-redundant multi-turn absolute encoder based on a small modulus reducer is developed. On the basis of a single-turn absolute encoder, through the design of a small modulus reducer, the redundant absolute measurement technology of the spindle input of 8 000 rpm high speed is realized, product performance reaches the performance index of similar products of HEIDENHAIN encoder, can withstand high temperature, long working life, good dynamic performance, small space and light weight. System test and simulation analysis show that the design technical scheme is effective and feasible, and can meet the requirements of the servo system.

**Keywords:** small modulus reducer; redundancy; multi-turn; absolute encoder

## 0 引言

随着现代伺服技术的发展, 伺服系统对配套使用的角位移传感器提出更高要求: 结构更加小巧、可靠性更高、环境适应性更好、转速更高。为了能够适应恶劣的工作环境和有限的空间结构, 要求电机低速精确控制和高速准确定位, 这使得伺服技术迫切需要高性能的电机反馈系统。多圈双冗余绝对式高速编码器技术的研究和应用是解决现代伺服技术测量和反馈的目的。

由于绝对式编码器广泛应用于伺服电机转速测量与系统的闭环控制, 其可靠性直接影响伺服系统的性能及可靠性。随着伺服系统对产品可靠性的要求越来越高, 在伺服电机转速测量及反馈中, 对角位移传感器在结构空间和重量的提出了非常严格的限制, 要求轴向高度不大于 22.5 mm, 直径不大于 50 mm 的空间范围实现结构合计, 满足编码主轴输入 8 000 rpm 高转速的多圈绝对测量, 14 位的分辨率, 两冗余设计, 并且产品总重量不能大于 60 g, 现有的电位计是角线位移传感器无法满足要求, 因此需进行编码器技

术研究, 新研两冗余编码器试验已满足系统性能指标要求<sup>[1]</sup>。

## 1 编码器总体方案设计

两冗余绝对式编码器用于各级伺服电机角度绝对位置测量和反馈控制。编码器实现多圈绝对角度测量, 并且在供电断开后, 能够依靠机械装置记忆零位信息。

编码器采用霍尔编码器原理<sup>[2]</sup>, 在大于±64 圈测量范围内实现绝对编码。在单圈磁编码器的基础上, 通过小模数机械齿轮减速器实现编码器在大于±64 圈内绝对编码。为了提高系统的可靠性要求, 采用了两冗余设计方案, SPI 接口输出, 系统框图如图 1 所示。

为了实现主轴输入 8 000 rpm 的转速测量, 多圈编码器采用了自带小模数减速器设计, 通过小模数减速器实现了多级减速, 利用 3 个 AS5048A 芯片分别进行计圈测量和 0~360°内角度计量并冗余测量, 编码器输出测量角度由圈数角度与 0~360°内的角度之和组成, 基于 SPI 接口模式进行通讯传输。

收稿日期: 2020-11-16; 修回日期: 2021-08-09。

作者简介: 熊伟(1982-), 男, 湖北广水市, 硕士, 高级工程师, 主要从事伺服电子技术方向的研究。

引用格式: 熊伟, 王臻, 马亚军, 等. 基于小模数减速器两冗余多圈绝对编码器研制[J]. 计算机测量与控制, 2021, 29(9): 192-197.

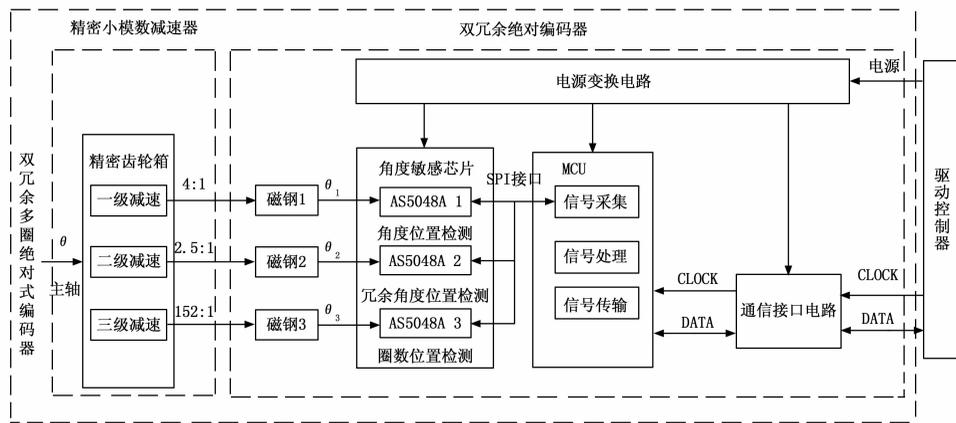


图 1 双冗余多圈绝对编码器系统框图

精密齿轮箱中一级减速和二级减速的减速比都是 4: 1, 一级减速是为了测量 0~360° 内的位置磁钢 1 安装, 二级减速是为了 0~360° 位置冗余磁钢 2 安装, 一级减速器和二级减速器对应位置冗余测量。三级减速的减速比是 152: 1, 三级减速器处安装磁钢 3 用于计圈用。编码器的最终解算角度为一级减速器处对应 AS5048A 的读数  $\theta_1$  加上三级减速器处对应的 S5048A 读数  $\theta_3$  合成。

## 2 编码器方案实施

### 2.1 系统原理

编码器采用了奥地利 AMS 公司的磁敏感芯片 AS5048A。AS5048 是一个 360° 内的角度位置传感器, 具有 14 位高分辨率输出<sup>[3]</sup>。该系统通过外部微控制器线性化和平均可以实现最大精度为 0.05°。编码器原理是 AS5048A 敏感感应磁铁的磁场变化, 并通过 AS5048A 内部的 SigmaData 模数转换器及数字信号处理算法处理后, 由 SPI 接口输出高精度的角度信息, AS5048A 控制模块访问 AS5048A 的内部寄存器, 对 AS5048A 进行配置, 配置成功后, 获得测量的角度信息及表征磁场大小数据, 原理结构如图 2 所示。零位可以通过 SPI 进行编程, 简化了整个系统, 因为零点位置的组装磁体不需要机械地对准, 这有助于编码器的系统安装和调试。AS5048A 芯片的内部结构如图 3 所示。

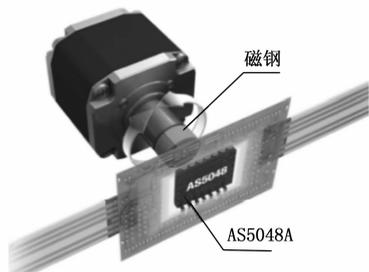


图 2 原理结构图

双冗余编码器工作原理: AS5048A 芯片通过霍尔阵列传感器检测垂直于芯片表面的磁场  $B_y$  变化来解算对应的码

值实现绝对编码。图 4 所示为磁钢磁场分布图, 其中 X 表示为平行 AS5048A 表面的方向, Y 表示垂直 AS5048A 表面的方向。图 5 是 AS5048A 芯片磁道分布原理图。由于 AS5048A 是 14 位的分辨率, 在 360° 范围内均分, 实现  $2^{14} = 16\ 384$  个码值。

每个码值对应的角度为:

$$\frac{360^\circ}{16\ 384} = 0.0219^\circ$$

图中  $B_y$  处对应的码值数为  $M$ , 角度  $\theta$ 。

$$\theta = \frac{360^\circ}{16\ 384} * M$$

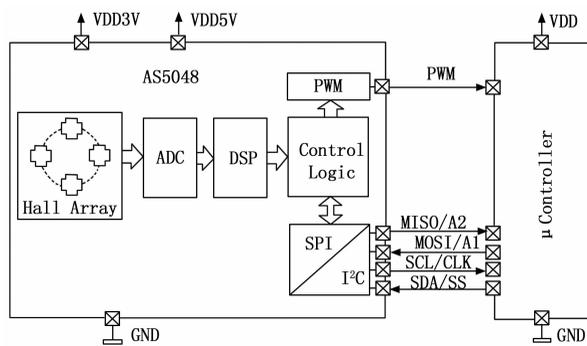


图 3 AS5048A 芯片内部结构图

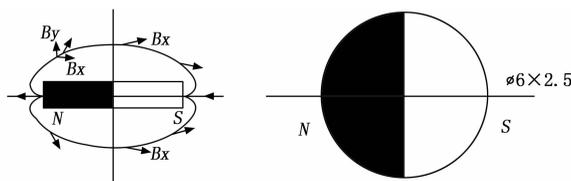


图 4 磁钢磁场分布图

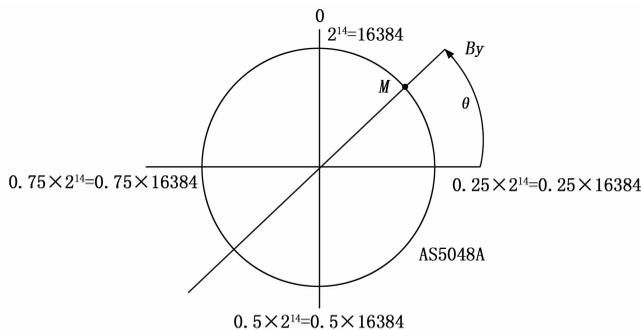


图 5 AS5048A 芯片磁道分布原理图

### 2.2 编码器结构设计

两冗余多圈绝对编码器设计原则是体积小, 质量轻的, 编码器主要由: 壳体、空心轴、机械齿轮减速器、磁钢、螺钉、电路系统、导线组成, 编码器的外形结构尺寸如图 6

所示,外形结构尺寸为  $\varphi 50 \times 22.5$  (mm),减速器的轴向高度为 10.2 mm。

编码器结构设计原则主要有以下几个方面:

1) 体积小,空间设计尺寸为  $\varphi 50 \times 22.5$ ,质量不大于 0.06 kg。

2) 齿轮阻力小,齿轮采用非导磁材料 Peek,该材料含有石墨稀成分,有助于自润滑,减小齿轮转动阻力且非导磁,不会造成磁钢周围磁场分布改变。

3) 主轴的轴向  $\pm 1.5$  mm 移动量,确保电机轴的轴向窜动不会影响减速器的性能。

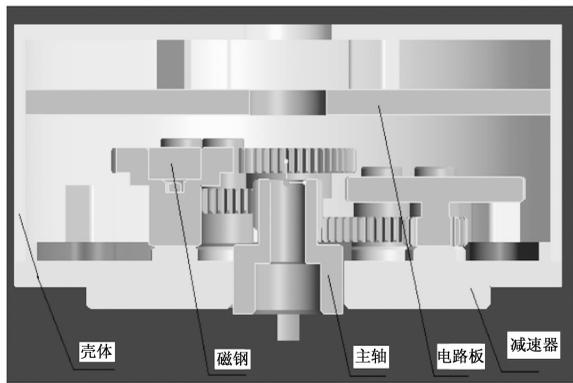


图 6 编码器三维结构图

### 2.3 小模数减速器设计

#### 2.3.1 齿轮轴系传动设计及布置优选

减速器传动比初步设计及强度初校核可以发现:齿轮采用 0.25 模数时最小齿轮直径为 4.5 mm,齿数为 7 个,齿数较少,应优化减速器轴系布局,增大传动轴系中最小齿轮的齿数<sup>[4]</sup>;

##### 2.3.1.1 配齿设计

要求:计圈数的编码器芯片放到减速器末端轴上,到中心空心轴减速比不小于 128,不大于 160;计位置的两个编码器芯片到中心空心轴减速比不小于 2,不大于 6<sup>[5]</sup>。

计圈数的编码器芯片放到减速器末端轴上,到中心空心轴减速比为 152;计位置的两个编码器芯片到中心空心轴减速比分别为 4, 2.5。

##### 2.3.1.2 结构设计

###### 1) 行程设计:

输入轴 1 驶向减速箱方向极限行程为 2.2 mm,允许行程 1.5 mm,当输入轴往减速箱内部移动 1.5 mm 时,输入轴 1 与齿轮 2 实际啮合齿长为 1.5 mm;

输入轴 1 远离减速箱方向行程: 1.6 mm;正负向行程设计满足要求。

###### 2) 减速比设计:按表 1 设计,满足要求。

###### 3) 最高转速设计:

减速器配速设计主要是满足输入轴 8 000 rpm 高转速测量,减速器的三级减速比分别为一级减速比为 4: 1,二级减速比为 2.5: 1,三级减速比为 152: 1。一级减速和二级

表 1 减速比设计分配

齿轮代号	齿根圆直径	齿顶圆直径	分度圆直径	齿数
Z1	5.325	6.5	6	24
Z2	14.325	15.5	15	60
Z31	11.325	12.5	12	48
Z32	5.825	7	6.5	26
Z41	12.325	13.5	13	52
Z42	3.325	4.5	4	16
Z51	15.325	16.5	16	64
Z52	3.575	4.75	4.25	17
Z61	16.325	17.5	17	68
Z62	3.325	4.5	4	16
Z7	17.825	19	18.5	74
Z8	8.825	10	9.5	38

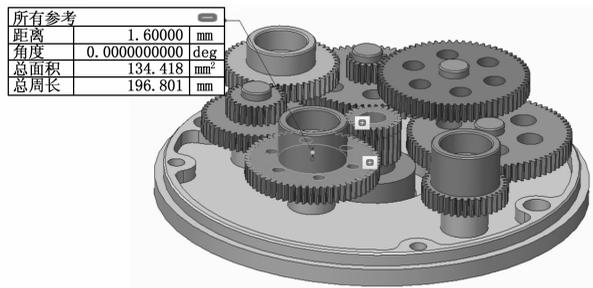


图 7 远离减速箱方向行程

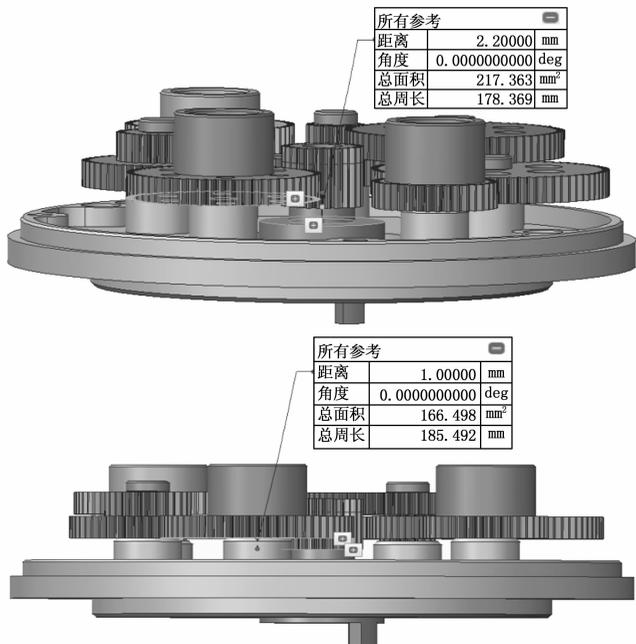


图 8 驶向减速箱方向行程

减速是为了实现冗余设计,由于 AS5048A 芯片在转速越高的情况下分辨率会下降,为了提高分辨率,各级减速后的转速不能超过 4 000 rpm,在空间结构约束的条件下,通过优化设计后各级齿轮转速均不超过 4 000 rpm。各级齿轮转速分配设计<sup>[6]</sup>,按照表 2 所示。

4) 重量设计: 重量设计值为 0.019 9 kg=19 g; 输入轴 1 采用 17-4 不锈钢材质, 硬度 38~42 HRC; 其余齿轮采用 PEEK 聚醚醚酮材质; 定位销钉 (直径 2 mm) 采用 40Cr 材质, 表面氮化处理; 箱体采用铝合金 7075-T6 状态材质, 表面硫酸氧化处理。

5) 重要尺寸设计: 减速器的轴向高度为上端面最高处到底座上端面的高度为减速器的高大高度, 最大高度尺寸设计值为 10.2 mm, 小于任务书要求 12.75 mm。

表 2 最高转速设计分配

齿轮代号	最高转速/rpm	备注
Z1	8 000	输入轴 1
Z2	3 200	齿轮 2
Z31	4 000	齿轮 3
Z32	4 000	
Z41	2 000	齿轮 4
Z42	2 000	
Z51	500	齿轮 5
Z52	500	
Z61	125	齿轮 6
Z62	125	
Z8	52.6315	齿轮 8

2.3.2 小模数减速器有限元仿真分析

1) 小模数减速器模态分析:

模态分析用于确定零部件的固有频率, 避开这些频率或者最大限度地减少对这些频率上的激励, 从而消除过度振动和噪声。对于该编码器齿轮系, 由于工作在空载下, 因此可能存在的激励是齿轮啮合时带来的影响, 即齿轮啮合频率, 模态分析的工作就是要使模态频率避开该轮系的啮合频率。

在仿真分析中各齿轮采用 peek 材料, 底板采用铝合金<sup>[7]</sup>。通过对三位模型进行有限元网格建模。

齿轮啮合接触面设为摩擦接触, 摩擦系数设为 0.2, 齿轮轴与底座设为无摩擦接触, 其余接触面设为绑定接触。将底板中心轴内孔表面固定 (假设与电机输出轴固结), 以此为边界条件, 计算编码器前六阶模态:

编码器一阶共振频率表现整个编码器沿电机轴孔的扭转振动, 扭转模态在实际工况下很难被激励。

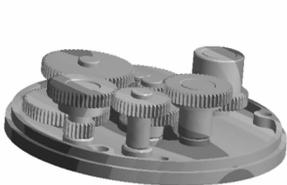


图 9 第一阶模态 2 352 Hz

图 10 第二阶模态 2 404 Hz

编码器二阶共振表现为整体的摆动, 这种摆动是齿轮系随底板一起的因此不会影响内部齿间的啮合。

第三阶与第二姐模态属于同一种模态, 只是方向不同,

是由于编码器的齿轮系并不对称。

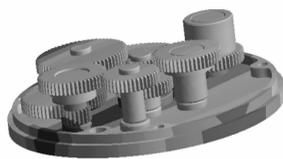


图 11 第三阶模态 2 498 Hz



图 12 第四阶模态 4 752 Hz

第四阶模态表现为底板的上下伸缩振动, 该模态较为危险, 因为在底板的弯曲过程中, 极有可能出现齿脱开的情况从而影响正常工作状态。

从振型和特征频率可以看出, 第五阶模态展现为底板的弯曲, 与第四阶模态一样极有可能造成齿轮间的脱开, 也是较危险的模态。



图 13 第五阶模态 6 120 Hz



图 14 第六阶模态 6 581 Hz

第六阶模态表现为依然是底板的弯曲振动, 但与第五阶模态方向不同。

对正常工作状态下的编码器, 啮合频率为转频与齿数的积, 互相啮合的齿啮合频率相同, 因此采用第一个齿计算: 齿数为 24, 转速为 8 000 rad/m, 啮合频率:

$$f = 24 \times 8\ 000 / 60 = 3\ 200\ \text{Hz}$$

转频与各阶模态频率均较远, 因此不会出现共振的影响。

2) 编码器精密小模数减速器输入端齿轮接触应力分析:

由于该编码器并没有负载, 因此不存在负载转矩, 在仿真接触应力和后续的瞬态分析时, 均采用选定电机的输出转矩, 根据选择的相关电机, 其输出扭矩为 1.3 mm \* N。以该扭矩为输入力矩, 分析输入端第一齿和第二齿的接触应力, 通过对第一、第二齿轮有限元网格建模, 进行接触应力仿真分析。

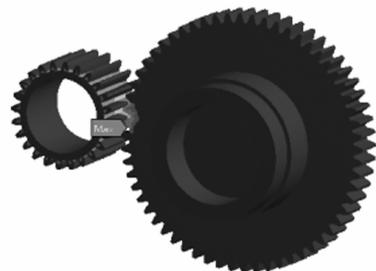
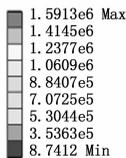


图 15 接触应力

仿真结果显示, 最大应力出现在啮合齿的齿根处, 这

与实际情况相符合。最大应力为 1.6 Mpa, 所选 peek 能满足应力极限要求。

3) 仿真结论分析:

该仿真分析中, 采用的是约束模态, 具体对照实际的工作状态, 即编码器套在电机输出轴上, 因此在仿真分析中, 固定编码器底板接电机轴孔内表面能对应实际的工作状态。由编码器整体的模态分析结果来看, 前几阶模态主要表现为电路板的振动, 因为电路板在设计中是由三根螺栓固定, 该支撑方式使得电路板的弯曲特征频率较低。电路板的振动本身不会直接影响齿轮系的工作状态, 但支撑条件使得电路板的弯曲会带动机壳, 底板弯曲, 而底板的弯曲极有可能使齿轮啮合脱开, 从而影响工作性能。虽然由计算结果可知, 第四阶模态频率与最高转速下齿轮的啮合频率接近, 但这在后续的布置中可以避免。具体的措施是, 在支撑板和电路板之间增加支撑柱, 可以改变相应的电路板弯曲频率, 如果需要, 甚至可以完全消除电路板的弯曲模态。

对齿轮系本身的模态, 最低阶的齿轮轴弯曲模态已经远远高于啮合频率, 因此齿轮系本身不会出现共振, 是足够安全的。至于接触应力, 由于该编码器工作在空载下, 电机的驱动力矩远远达不到使齿轮失效的值, 因此安全系数是足够高的。

2.4 电路系统设计

多圈绝对式编码器主要由电源变换电路、角度采集电路、微处理器电路、通信接口电路组成。微处理器电路由 SPI 接口采集 AS5048A 的角度信息并进行存储, 通过通信接口电路接受驱动控制器的模式指令, 解析后, 将角度、参数等信息反馈给驱动控制器。编码器的主控部分选择了 STM32 的最小系统<sup>[8]</sup>, 主要完成信号采集、信号处理、信号传输的控制。该芯片具有高性能、低成本、低功耗的特点<sup>[9]</sup>。

接口电路选择了 MAX3485 RS-485 收发器实现收发信号的转换。电路中使用 RE-DE 来控制数据 DATA 的双向传输。

3 实验结果与分析

动态性能试验是伺服系统对编码器性能考核的最重要试验, 动态性能试验对编码器全面性能进行的考核, 试验数据和海德汉同类编码器 EQI1131 进行性能特性比较分析<sup>[10]</sup>。动态试验方案: 在整机伺服电机测试平台下, 通过将海德汉编码器和自研编码器直接安装在电机尾端。利用整机系统控制器驱动伺服电机, 带动编码器转动, 利用整机系统测试仪, 观测编码器位置特性数据, 对比海德汉编码器实验数据。动态试验系统的实物组成图如图 16 所示, 该图是基于 AS5048A 编码器试验图, 海德汉编码器试验图将图中编码器换成海德汉编码器 EQI1131。分别进行了位置特性 (0.02 Hz, 10 V), 暂态特性 (1.00 Hz), 频率特性 0.35° 试验, 试验对比数据如表 3 所示。

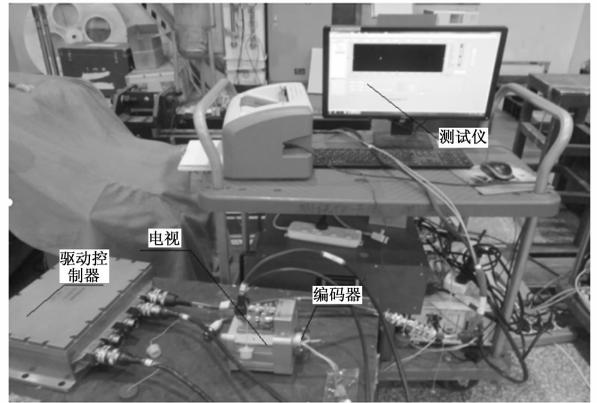


图 16 动态系统实物组成图

表 3 位置特性数据对照表

数据名称	5048A	海德汉
正向最大指令/(°)	3.841	3.974
负向最大指令/(°)	-3.901	-3.942
正向最大行程/(°)	4.277	4.272
负向最大行程/(°)	-4.277	-4.288
最大摆角/(°)	4.277	4.280
回环宽度 iM/(°)	0.082	0.075
零偏/(°)	-0.036	-0.027
名义位置增益/(°)	1.000	1.000
线性度 NL/%	0.500	0.695
位置对称度 Ns/%	0.010	0.011

结论: 对比表中 5048A 编码器和海德汉编码器位置特性数据, 5048A 编码器和海德汉数据差异很小, 其中关键指标回环宽度, 线性度, 位置对称度均满足系统指标要求, 且线性度和位置对称度优于海德汉的同类产品 EQI1131, 且所有指标均可以满足伺服系统要求。

表 4 暂态特性数据对照表

数据名称	5048A	海德汉
最大线速度(°/s)	26.947	26.971
超调量 δp/%	0.000	0.000

结论: 对比表中 5048A 编码器和海德汉编码器暂态特性数据, 5048A 编码器和海德汉数据差异小, 其中最大线速度反应了编码器在最大速度下线性特性良好, 所有性能指标均可以满足伺服系统要求。

对比表 5 中 5048A 编码器和海德汉编码器频率特性 0.35° 数据, 5048A 和海德汉数据差异小, 5048A 编码器的幅频特性数据没有超差项, 且相频特性没有出现相位超前或者滞后项, 所有数据指标均可以满足伺服系统要求。系统动态特性试验完成了位置特性 (0.02 Hz, 10 V), 暂态特性 (1.00 Hz), 频率特性 0.35° 试验, 是量化伺服系统性能的重要指标, 试验中 5048A 编码器所有性能指标满足伺服系统要求, 同时达到海德汉编码器 EQI1131 的性能指标。

表 5 频率特性 0.35°数据对照表

频率特性 0.35°(1.00 Hz)(5048A:1,海德汉:2)							
频率 1 $f$ /Hz	频率 2 $f$ /Hz	角频率 1 $L/w$	角频率 2 $L/w$	幅值 1 $L$ /dB	幅值 2 $L$ /dB	相角 1 $\Phi$ (°)	相角 2 $\Phi$ (°)
0.159	0.159	1.000	1.000	0.000	0.000	0.020	0.020
0.159	0.159	1.000	1.000	-0.412	-0.262	-5.423	-4.998
1.592	1.592	10.000	10.000	-0.511	-0.415	-22.621	-21.477
3.185	3.185	20.000	20.000	-1.055	-1.089	-40.201	-38.445
6.369	6.369	40.000	40.000	-3.491	-3.528	-68.415	-65.409
9.554	9.554	60.000	60.000	-6.018	-6.111	-85.486	-84.117
12.739	12.739	80.000	80.000	-8.141	-8.339	-100.795	-99.218
15.924	15.924	100.000	100.000	-10.103	-10.335	-112.866	-110.311
31.847	31.847	200.000	200.000	-17.422	-17.919	-167.737	-156.685
47.771	47.771	300.000	300.000	-22.727	-23.549	-227.594	-205.237
55.732	55.732	350.000	350.000	-26.018	-25.994	-242.545	-215.172

#### 4 结束语

小模数减速器两冗余多圈绝对编码器研制是由于传统的电位计式角位移传感器难以满足新型航天伺服型号的发展需求,在单圈编码器的基础上进行的改进性优化设计用于伺服系统的配套测量和反馈。小模数减速器两冗余多圈绝对编码器采用了小模数减速器设计,实现主轴 8 000 rpm 的高转速输入,通过三级减速冗余,位置和圈数的测量功能,达到了海德汉同类编码器性能指标。试验验证了设计方案的有效性。能够满足伺服系统的可靠性和环境适应性要求,对伺服测量系统的可靠性和实现全性具有重要意义,从而具有重大的社会、经济效益和推广价值。

#### 参考文献:

[1] 袁希光. 传感器技术手册 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1986.

[2] 曹颖超, 王根义. 编码器设计与应用优化 [J]. 电子设计工程, 2014 (22): 154-156.

[3] 孟 杨, 张 伟, 程君王. 编码器基础及应用 [J]. 国内外机

(上接第 191 页)

[11] 冯 震, 付敬奇, 熊 南. 一种快速的离群点检测方法 [J]. 电子测量与仪器学报, 2016, 30 (11): 1726-1734.

[12] 戚 斌. 基于分布结构自适应筛选的数据库存储优化设计 [J]. 计算机测量与控制, 2016, 24 (12): 184-187.

[13] 高中强, 袁燕岭. 基于 GIS 的配网运维智能终端系统 [J]. 电力信息与通信技术, 2016, 14 (2): 147-151.

[14] 胡 伟, 李 勇, 曹一家, 等. 基于 LOF 和 SVM 的智能配电网故障辨识方法 [J]. 电力自动化设备, 2016, 36 (6): 7-12.

[15] 张志鹏, 李 勇, 曹一家, 等. 通信和电网联合仿真的配电网局部异常因子故障辨识算法 [J]. 电力系统自动化, 2016, 40 (17): 44-50.

电一体化技术, 2007 (1): 36-38.

[4] 孙震震, 李玉光, 王淑芬, 等. 基于齿轮参数优化的减速器传动效率提高方法研究 [J]. 机电工程, 2020 (1): 26-31.

[5] 朱孝录. 齿轮传动设计手册 [M]. 北京: 化学工业出版社, 2010.

[6] 葛 敏, 郭 晗, 于海生, 等. 基于齿轮修形的混合动力变速箱齿轮啸叫研究 [J]. 振动与冲击, 2018, 37 (21): 227-232.

[7] 张 弦, 姜歌东, 梅雪松, 等. 采用瞬态有限元及加速寿命试验的谐波减速器时变可靠度评估方法 [J]. 西安交通大学学报, 2020 (4): 1-9.

[8] 鲁 伟, 刘士兴, 孙 操, 等. 基于 STM32 的增量式编码器测速设计及实验验证 [J]. 计算机测量与控制, 2019, 27 (12): 259-263.

[9] 沈宝诚, 吴剑飞, 朱 嘉. 基于 STM32 的绝对编码器信号转换为增量编码器信号装置设计 [J]. 安徽电子信息职业技术学院学报, 2020 (2): 59-61.

[10] 王庆贺, 于海洋, 董 岩. 高精度绝对式编码器的研发与应用 [J]. 世界制造技术与装备市场, 2019 (3): 27-31.

[16] 王 彬, 王治华, 周宁慧, 等. 基于集合论估计的电网状态辨识: (五) 拓扑错误识别 [J]. 电力系统自动化, 2016, 40 (9): 9-15.

[17] 禹鑫淼, 张 强, 陆文祥, 等. 面向局部空间多通路无线数据通信系统的设计 [J]. 计算机测量与控制, 2018, 26 (10): 222-227.

[18] 应 俊, 梅 军, 王 勇, 等. 配电站馈线拓扑模型校核方法研究 [J]. 电力系统保护与控制, 2018, 46 (7): 83-89.

[19] LUAN W, PENG J, MARAS M, et al. Smart meter data analytics for distribution network connectivity verification [J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2015, 6 (4): 1964-1971.

[20] 李 昂, 刘亚东, 孙 鹏, 等. 基于 UPMU 相位数据的配电网拓扑识别方法 [J]. 智慧电力, 2017, 45 (11): 31-16.