

# 基于最小二乘法的桥式起重机机械臂关节控制系统设计

刘淑香

(青岛理工大学(临沂)机械与电子工程系, 山东 临沂 273400)

**摘要:** 机械臂关节控制过程存在姿态误差, 提出基于最小二乘法的桥式起重机机械臂关节控制系统设计; 设计机械臂总体架构, 达到级联组成末端位姿目的, 使用全驱动灵巧手, 包含 1 手掌和 3 手指, 采用多个连杆串并联混合的形式传递运动和力矩, 借助 AT89C51 单片机设计电路结构; 采用最小二乘法构建机械臂的响应面模型, 通过 H-D 参数法计算机机械臂末端运动关节间位姿误差, 建立误差模型, 利用 DETMAX 算法分析运动参数, 实现最小姿态选取, 将机械臂运行速度数据记录在控制系统平台中, 根据机械臂运行速度信息获取其均匀性控制状况, 实现控制; 激光测振仪的输出单位为 1 mm/V, 柔性机械臂的振动周期 200 ms, 训练样本集大小为 300, 测试集样本大小为 100, 实验结果可表明, 该方法机械臂关节运动拟合度与实际情况基本一致, 位置跟随误差见效时间需要 0.05~0.2 s, 之后位置跟随误差便能够保持在较小的范围之内。

**关键词:** 最小二乘法; 桥式起重机; 机械臂; 姿态选取

## Design of Joint Control System of Bridge Crane Manipulator Based on Least Square Method

Liu Shuxiang

(Department of Mechanical and Electronic Engineering, Qingdao University of Technology, Linyi 273400, China)

**Abstract:** There are attitude errors in the control process of the manipulator. The design of the joint control system of the bridge crane based on the least square method is proposed. The overall structure of the manipulator is designed to achieve the goal of cascading the end pose. A fully driven dexterous hand, including one palm and three fingers, is used to transfer motion and torque in series and parallel with multiple connecting rods. The circuit structure is designed with the help of AT89C51 single chip microcomputer. The least square method is used to construct the response surface model of the manipulator, and the H-D parameter method is used to calculate the pose error between the joints of the end of the manipulator. The DETMAX algorithm is used to analyze the motion parameters and realize the minimum attitude selection. The data of the manipulator running speed are recorded in the control system platform, and the uniformity control status is obtained according to the operating speed information of the manipulator Control. The output unit of the laser vibration meter is 1 mm/V, the vibration period of the flexible manipulator is 200 ms, the training sample set size is 300, and the sample size of the test set is 100. The experimental results show that the fitting degree of the joint motion of the manipulator is basically consistent with the actual situation. The effective time of the position following error needs 0.05~0.2 s, and then the position following error can be kept in a small range.

**Keywords:** least square method; bridge crane; manipulator; attitude selection

## 0 引言

机械臂属于一种复杂系统, 具有高精度、多输入输出、非线性高、耦合性强的特点。机械臂的硬件结构有灵巧手、电路系统、连杆传动装置、控制器、驱动装置, 以及相关通信设备。除此之外, 机械臂设计寿命普遍很长, 而在轨过程中可能出现维护困难甚至无法维修的状况<sup>[1]</sup>。由于机械臂通常具有比较大的输出力矩, 机械臂的失控可能造成很严重的, 具有强破坏性的后果, 所以机械臂的运行安全必须严格重视。

在工业生产率方面, 传统的起重机机械臂显示性能较

差, 而且产品的生产成本较大, 工作性能也并不全面<sup>[2]</sup>。为了改善传统起重机的缺点, 基于最小二乘法的桥式起重机被提出, 它可以将起重机机械臂关节控制的部分模块更加标准化, 依据不相同起重需求, 将所需的模块进行处理, 就可以获得工作任务中所需的起重机类型和规格。通过这些不仅能够满足用户需求, 尽快地构造出需要的起重机类型, 而且可以将整个起重机机械臂的工作性能有所改善。

## 1 硬件结构总体构架

机械臂是支撑部件, 设计时需考虑提升物体的重量、承重范围、运动时的动载问题, 还要考虑其转动惯性<sup>[3]</sup>。

收稿日期: 2020-09-22; 修回日期: 2020-10-29。

作者简介: 刘淑香(1982-), 女, 山东临沂人, 硕士, 讲师, 主要从事机械设计与制造方向的研究。

引用格式: 刘淑香. 基于最小二乘法的桥式起重机机械臂关节控制系统设计[J]. 计算机测量与控制, 2021, 29(5): 97-101.

在机械臂的可靠性与容错性能方面，需要极高的标准<sup>[4]</sup>。图 1 为机械臂的总体硬件构架图。

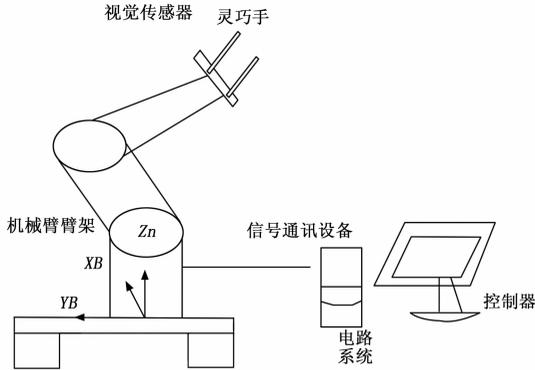


图 1 机械臂总体构架图

机械臂作为一个复杂系统，可能受外界因素干扰和未建模动态等因素影响。所以机械臂的建模模型同样具备不确定性，针对不同的任务需求，对机械臂的相关运动进行设计与规划，进而达到级联组成末端位姿的使用效果<sup>[5-6]</sup>。

### 1.1 灵巧手

灵巧手是复杂的机器人系统，它的重要构成部件是本体、控制系统与检测系统<sup>[7]</sup>。相对于被控制灵巧手，在原创动机数量方面，欠驱动灵巧手自由度更小，由于驱动源不存在，因此关节执行为耦合随动，耦合关节结构较为简易，占用空间少、可控性高，灵巧手中占比最高的是欠驱动灵巧手<sup>[8]</sup>。灵巧手的结构模型如图 2 所示。

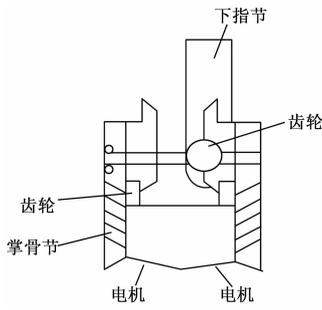


图 2 灵巧手的结构模型

灵巧手的内部组成的其余构件还有盘式电机，同步带传动机构、机关节差动机构，一系列传感器如位置传感器、触觉传感器、二维力矩传感器、谐波减速器、钢丝耦合传动机构<sup>[9-10]</sup>。

### 1.2 驱动装置

线性传动机械臂驱动装置：机械臂固定在装置板上，驱动线缆借助装置接口将线路连接好后，再与扩线结构相连接。最终借助驱动构件和传动单元模块驱动线缆转动进而带动起重机的机械臂的运动。要确保驱动装置能够和线缆传动机械臂准确相连接，使其准确连接到装夹装置的中心。全部的驱动结构分支构成支撑框架。

灵巧手驱动机构模型，2 个旋转副、1 个球形副包含 16

个关机。内部设置 10 个驱动源。拇指、食指和中指借助 3 个关节自由度以及 3 个驱动源相连接，其他两手指借助驱动源耦合进行传动驱动任务。

### 1.3 连杆传动装置

连杆的作用是把活塞承受的力向机械臂轴进行传递进而推动曲轴进行旋转运动。连杆长度通常选取较短的，原因是借助长度短的连杆，能够缩小机械臂总体长度，连杆的刚性结构硬度亦能够有所增强。

不同方面轴线的设计方式如下：腰关节一大臂绕垂直轴旋转，肩关节一大臂相对于水平面俯仰，肘关节一小臂相对于水平面俯仰且关节轴线平行于肩关节，为了增加机械臂的灵活程度以及越过障碍物的能力，设置辅助关节，根据应用场合的差别，辅助关节会设置不同的轴线方式，腕关节位于机械臂末端，依据安装的执行机构选定腕关节轴线位置。机械臂连杆模型如图 3 所示。

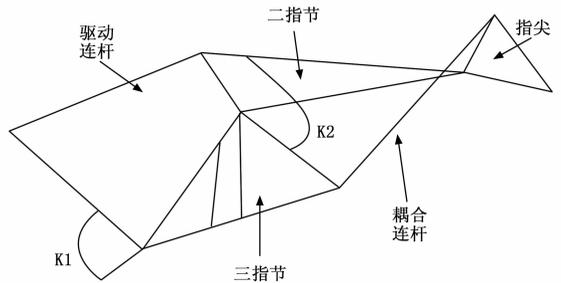


图 3 机械臂连杆模型

如图 3 所示图中指尖、二指节、三指节均为不同形状的三角形连杆，驱动连杆以及耦合连杆，为直线形式，K1 以及 K2 为复位弹簧，当 K1 处的驱动连杆顺/逆时针转动时，手指做屈曲/前伸运动。

当曲柄按等角速度旋转时，曲柄上的每一个点将曲柄端点中心作为支点圆心进行匀速率旋转运动，活塞沿气缸中心线做往复运动，连杆做复杂的平面运动，其大头与曲柄连杆一端连接被带动做等速率选择运动，而连杆小头将与驱动器的活塞相连接，由于位置的特殊性，将做连续的往返运动。当活塞位于输入气门的冲程终点位置时，连杆达到最大拉伸的拉伸程度，连杆小头端的孔径上出现活塞连接、堵塞的现象，同时往复的惯性力的存在，连杆的本身惯性作用力与连杆大头端的孔径的反作用力互相平衡。因此连杆的运动特定点是包括往复运动以及旋转运动合成的复杂运动。

### 1.4 电路结构

低压差线性稳压器具备功耗低、高效率、噪声低、高抗扰能力、体积占比小、重量轻等明显特征，为线性电源一个关键器件。线性电源的使用应用保证了电源输出电压与电流的闭环调节能够正常进行，又减少了开关电源的噪声。灵巧手的微机系统工作方式 I/O 进行输入输出，借助输入设备将下发的指令进行接收，借助运算、测试后的

数据结果信息对机械臂灵巧手的运动进行调节，达到灵巧手能够正常运作的目的。

大部分的灵巧手借助 AT89C51 单片机进行工作，充当主控芯片，灵巧手的主频大部分是 12 MHz；输出电流最大值是 1.5 A；借助有线通信接口和主机相连接保证通信的进行；直流电机在进行角度的测量工作时需利用电动转轴上装备的传感器。灵巧手的电路结构设计时，主频 72 MHz，理论运算速率能够提高 6 倍；将芯片执行降压处理，使得输出电流的最大值是 3 A，能够将理论运算速度提高 2 倍；将 TB6612 作为电机驱动芯片，芯片的占用面积在很大程度上有所减小；利用内置电位器对角度进行相关的测量，使得外置传感器的数量减少许多；信息传输时借 Wifi 模块进行。

## 2 桥式起重机机械臂关节控制

最小二乘法隶属于数字优化技术之一，它的原理是借助最小化将误差进行缩小以及运算出相应数据的最适宜匹配函数模型。借助最小二乘法能够简便的针对不确定的数据进行简便运算，同时能保证运算所得数据值和实际中的误差平方和的数值达到最小值。在机械臂设计的过程中，在进行曲线的拟合时亦需要借助最优化算法最小二乘法。

最小二乘法拟合的流程如下：

- 1) 依据数据的本身性质，将最优拟合次数确定为  $n$ ；
- 2) 将正规方程组进行求解运算，将相关系数求出；
- 3) 得到满足以上条件的最优化结果；

借助最优拉丁方程的理论，算法以某空间的 50 个样本数据作为样本点  $x^{(i)} (i = 1, 2, \dots, 50)$  之后借助调用有限元的分析模型与机械臂的疲劳寿命估算相关算法，获得 50 组样本数据对应的 50 组响应值  $Y = [Y^{(1)}, Y^{(2)}, \dots, Y^{(50)}]$ 。 $\tilde{y}(x)$  是响应面的近似函数； $\epsilon$  是响应面函数和真实函数间的误差值，包含随机误差、拟合误差等；假设利用响应面模型进行运算可以获得它和的误差能够表示成：

$$\epsilon_i = \tilde{Y}^{(i)} - Y^{(i)} = \sum_{j=1}^{21} \beta_j \varphi_j(X^{(i)}) - Y^{(i)} \quad (1)$$

式 (1) 中，第  $i$  个样本点的近似响应值是  $\tilde{Y}^{(i)}$ ； $\beta_j$  表示对应的系数； $\varphi_j(x)$  是响应面函数的基函数；真实值  $Y^{(i)}$ 。

误差平方和为：

$$E(B) = \sum_{i=1}^{50} \epsilon_i^2 = \sum_{i=1}^{50} \left[ \sum_{j=1}^{21} \beta_j \varphi_j(X^{(i)}) - Y^{(i)} \right]^2 \quad (2)$$

让式 (2) 取得最小值，能够获得最小二乘正规方程从而得到系数  $B = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{21}]$ ，表达式为：

$$B = (D^T D)^{-1} (D^T Y) \quad (3)$$

式 (3) 中：设计矩阵为  $D$  由 50 个设计点的基函数构成，表达式是：

$$D = \begin{bmatrix} \varphi_1(x^{(1)}) & \cdots & \varphi_{21}(x^{(1)}) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \varphi_1(x^{(i)}) & \cdots & \varphi_{21}(x^{(i)}) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \varphi_1(x^{(21)}) & \cdots & \varphi_{21}(x^{(21)}) \end{bmatrix} \quad (4)$$

式 (4) 中， $\varphi_j(x)$  是响应面函数的基函数；将所有的基函数项列在下面。调用有限元分析模型与机械疲劳寿命估算程序获得 50 组响应值  $Y = [Y^{(1)}, Y^{(2)}, \dots, Y^{(50)}]$  利用有关公式得到  $B = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{21}]$  的值。

(1) 选取设计变量：

设计变量为起重机机械臂结构优化设计的能够进行调整的关键数据参数，是一项重要的指标，普遍的设计变量包括起重机机械臂的某一构件的长、宽、高等基本尺寸。针对起重机机械臂，选取适当的截面尺寸参数为减少机械臂自身重量的有利途径。在起重机机械臂结构优化模型设计中，相关设计变量能够是机械臂的宽度  $B$ ，高度  $H$ ，机械板厚度  $A$ 。

(2) 确定状态变量：

状态变量普遍作用于在设计、操作过程中的因变量参数，为设计变量提供约束函数。针对起重机机械臂的结构优化，关键步骤是将机械臂的等效应力  $\sigma_{\text{max}} \leq [\sigma]$ ，进行有效控制。确使起重机机械臂刚性、硬度要求、强度需求得到满足：

$$[\sigma] = \frac{\sigma_s}{\beta * n} \quad (5)$$

式 (5) 中， $\beta$  代表机械臂材料的强度； $n$  代表机械臂的安全系数。

(3) 构建目标函数：

机械臂设计制造的优劣状况通常借助目标函数进行判定，一般情况下将最小数据值的变量数据参数当作模型建立目标。

将关节控制模型简化为一种存在于电机转子和下一连杆之间的线性弹簧，忽略机械臂杆和关节之间的摩擦，可列出具体的数学模型式 (6) 如下：

$$\begin{aligned} T_i Q_i &= M_i \\ X_i \delta_i &= M_{i_z} \\ M_i &= K (\delta_i + Q_i) \end{aligned} \quad (6)$$

其中： $Q_i$  与  $\delta_i$  分别为电机端与连杆端的移动位移； $X_i$  与  $M_i$  为电机端与连杆端有效转动惯量； $M_{i_z}$  为电机端的转动力度大小； $T_i$  为与柔性关节连接的臂杆所承受的被动力度大小； $K$  即为它们之间的刚度系数。

信号对机械臂关节之间角度的影响线形图如图 4 所示。

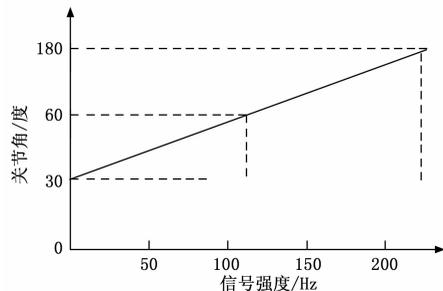


图 4 信号与关节之间角度线形图

根据图 1 的线形图确定本文通过 H-D 参数法对机械臂末端运动关节间位姿误差进行计算, 根据位姿误差推导出机械臂运动的误差模型。H-D 参数法是在机械臂各个末端关节上设置虚拟坐标系, 然后用多阶矩阵表示每两个相连接的末端关节的空间关系, 如果机械臂末端关节空间关系出现不平衡情况, 就会根据情况调节各个关节参数条件, 达到机械臂末端位姿精确度。设置一个末端关节, 周围关节参数为  $a_1$ 、 $b_1$ 、 $c_1$ 、 $d_1$ , 具体参数公式如下所示:

$$A_i = \begin{bmatrix} \cos a_1 & \cos a_1 & -\cos a_1 \sin b_1 \sin a_1 \cos b_1 & a_1 \cos b_1 & \\ 0 & 0 & \sin a_1 & \cos a_1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

其中:  $d_1$  是末端关节变量; 其余 3 个参数为可变几何参数,  $a_1$  是机械臂末端的长度;  $b_1$  是机械臂末端方向偏置角;  $c_1$  是末端运动的运动角, 具体参数坐标系示意图如图 5 所示。

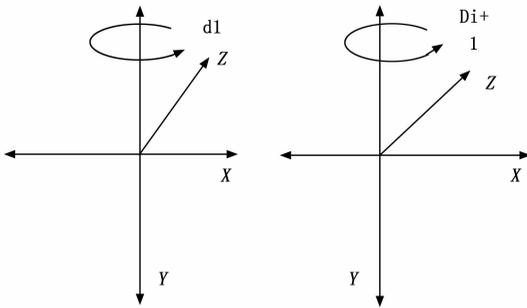


图 5 机械臂末端运动关节虚拟示意图

分别带入一个机械臂末端运动的各个参数, 如果  $A_i$  的值与设定的指标值相对误差在 0.05 以内, 都认定此时的机械臂末端运动不存在误差; 如果超出指标就认为存在位姿误差。

以 DETMAX 算法为基础, 选择末端的测量姿态, 根据末端测量姿态判定结果实现振动控制。采用可观性计算方法, 计算姿态组中各姿态的客观性指数, 其选取步骤如下所示。

- 1) 从姿态组 T1 中随机抽取若干个测量姿态组为初始测量姿态, 并采用 DETMAX 算法筛选。
- 2) 向初始姿态中逐一增加测量姿态, 计算出最大化姿态。
- 3) 剔除最大化姿态保留最小化姿态。
- 4) 计算姿态的可观性指数, 当数值到达一定数值时终止。
- 5) 最后选取最小化姿态并画出其变化规律。

将机械臂运行速度数据记录在控制系统平台中, 并时刻检验平台中的信息内容, 设置中心调控空间整合检

验参数, 优化空间信息, 主导外部实验环境空间调配装置, 根据机械臂运行速度信息获取其均匀性控制状况, 实现控制。

### 3 实验结果与分析

#### 3.1 实验背景与参数设置

将 SCARA 型工业机械臂作为实验控制对象, 针对该机械臂的轨迹跟踪控制。在进行关节定位精度测试时, 首先利用程控控制器控制磁粉制动器产生需要的负载力矩, 然后控制关节按照一定的轨迹运动, 同时采集关节里编码器信号和测试平台上编码器信号, 将测试数据进行处理, 得到最终的测试精度。具体的测试平台如图 6 所示。

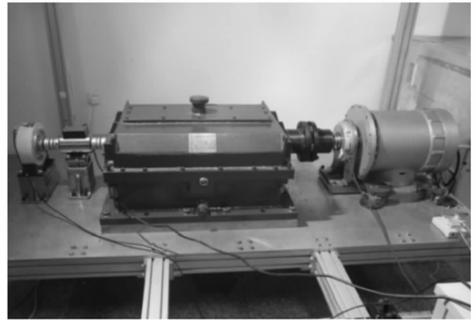


图 6 测试平台

采用衰减法进行测量, 通过衰减振动波形来计算振动系统固有频率。用脉冲锤敲击柔性机械臂, 使用激光测试仪来测量机械臂的衰减振动波形。



图 7 机械臂的自由振动曲线

激光测振仪的输出单位为 1 mm/V, 柔性机械臂的振动周期 200 ms。

将控制系统的参考数据曲线作为线性标准进行实验, 对基于最小二乘法下的机械臂关节位移角与实际机械臂运动位移角在各个时间段的关节位移角差值表示出, 借以代表运动轨迹的拟合度, 进而反映对于机械臂运动的控制精度。控制精度由拟合度进行反映。

#### 3.2 实验结果与分析

对机械臂关节位移角与实际机械臂运动位移角在各个时间段的关节位移角差值表示出, 画出机械臂关节位移角

的曲线图，对机械臂运动轨迹的拟合度进行显示，进而反映对于机械臂运动的控制精度。选择 0 到 1.6 秒为实验时间。

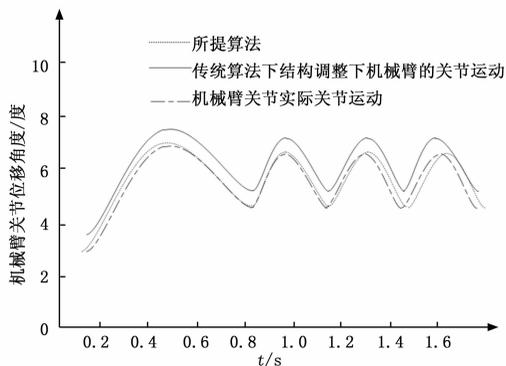


图 8 机械臂关节运动拟合度图

0 到 1.6 秒内，机械臂关节位移角与实际机械臂运动位移角在各个时间段的差值最大，随着运行时长的增加，机械臂关节位移角与实际机械臂运动位移角在各个时间段的差值虽然有所减小但差值依旧很大，最终也没能趋于平稳，代表拟合度并不是很高。

在跟踪位置基准 0.3 m，绳长固定为 0.6 m 时，控制效果如图 9 所示。

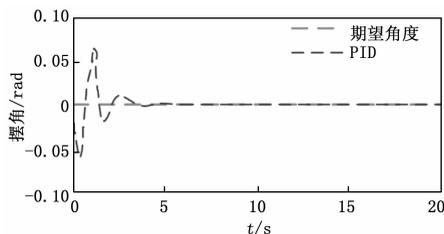


图 9 控制仿真结果

由图 9 可以看出，本文结构不仅可以有效的实现小车快速精准定位，而且在到达目标位置时可以抑制负载摆动。

机械臂采集的数据训练样本集大小为 300，测试样本集大小为 100，约为训练集大小的数据的 30%。训练样本取值从 10 开始逐渐递增，计算模型训练误差与测试误差进行对比绘制学习曲线。训练误差计算公式为：

$$ess_{train} = \frac{\|Ax_{train} - b\|}{\|b\|_2} \times 100\% \quad (8)$$

式中， $x_{train}$  表示训练集回归的解向量， $A$  表示训练样本中关节角度计算出的系数矩阵， $b$  表示训练样本关节驱动力矩组成的已知向量。

在系统刚开始输入阶跃信号时，柔性关节的输出位置误差加大，这是由于关节实际输出位置信号相对于系统输入的阶跃信号存在一定的滞后引起的，随着关节输出位置滞后现象的减弱，位置跟随误差便快速见效，这一过程大约需要 0.05~0.2 s 的时间，之后位置跟随误差便能够保持在较小的范围之内，这可以证明，系统能够快速对期望位

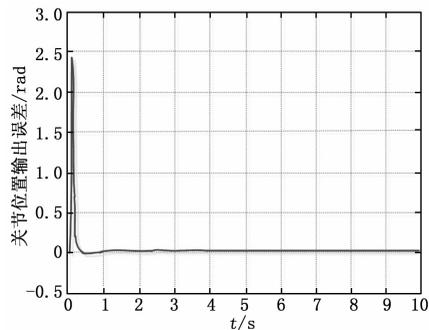


图 10 误差仿真曲线

置进行跟踪，响应速度较快，产生的误差在允许的范围之内，因此证明基于力源控制的位置环对关节输出位置的控制方法的可行性。

#### 4 结束语

基于最小二乘法的机械臂控制实验显示，机械臂运动关节位移角的值与实际机械臂运动位移角在同一时间段内的差值小，代表拟合度高，控制机械臂运动精度高。得到了比较大的研究成果，具有重要意义，未来的发展前景广阔，具有重要的历史价值、实用价值。

#### 参考文献：

- [1] 郭光明, 王少伟, 张伟军, 等. 基于人工约束模式切换的 5R 机械臂圆弧轨迹控制研究 [J]. 机床与液压, 2018, 46 (11): 7-12.
- [2] 王业聪, 危清清, 胡成威, 等. 一种基于指数积公式的空间机械臂自标定方法 [J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44 (11): 2336-2342.
- [3] 贾会群, 魏仲慧, 何 昕, 等. 基于神经网络与最小二乘法的车道线检测算法研究 [J]. 汽车工程, 2018, 40 (3): 363-368.
- [4] 张圆圆, 何永玲, 周海燕, 等. 基于模糊变结构控制的桥式起重机防摆研究 [J]. 中国工程机械学报, 2019, 17 (2): 22-26.
- [5] 任秉银, 魏 坤, 代 勇. 3D 混杂场景中机械臂自主分拣小目标的方法 [J]. 哈尔滨工业大学学报, 2019, 51 (7): 42-48.
- [6] 侯骅玲, 王宗彦, 冯庆欢, 等. 基于灵敏度分析的桥式起重机箱梁结构的多目标优化 [J]. 机械设计与研究, 2018, 34 (1): 121-125.
- [7] 项载毓, 莫文锋, 何冬康, 等. 双梁桥式起重机货载起升过程桥架的应力特性 [J]. 机械设计与研究, 2018, 34 (6): 182-187.
- [8] 曹源文, 杨 雪, 王建文, 等. SCARA 机械臂小臂仿生筋板结构设计研究 [J]. 机床与液压, 2018, 46 (15): 78-82.
- [9] 张 强. 核环境多关节蛇形机械臂的运动控制系统设计 [J]. 山东大学学报 (工学版), 2018, 48 (6): 69-72.
- [10] 宋秋红, 孙 强, 吴志聪, 等. SVW3 型桥式起重机作业安全评估分析 [J]. 机械设计与研究, 2018, 34 (1): 194-198.