

基于经验模态分解与差分包络谱的 齿轮故障诊断

刘林密, 曾庆松, 崔伟成, 邓博元
(海军航空大学 岸防兵学院, 山东 烟台 264001)

摘要: 为了准确地进行齿轮故障诊断, 结合经验模态分解与纯调频信号差分包络谱, 对齿轮故障诊断提出了一种新方法; 首先, 对齿轮振动信号进行经验模态分解得到多个不同分量; 其次, 根据峭度最大分量及其相邻分量的峭度值情况, 合成有效分量; 然后, 运用经验调幅-调频分解得到纯调频信号; 接着, 将纯调频信号应用经验调幅-调频分解及傅里叶变换得到纯调频信号差分包络谱; 最后, 观察分析纯调频信号的差分包络谱进行故障诊断; 利用该方法对断齿齿轮的振动信号进行分析, 验证了方法的有效性。

关键词: 齿轮故障诊断; 经验模态分解; 瞬时频率; 经验调幅-调频分解; 差分包络谱

Gear Fault Diagnosis Based on Empirical Mode Decomposition and Differential Envelope Spectrum of Pure Frequency Modulation Signal

Liu Linmi, Zeng Qingsong, Cui Weicheng, Deng Boyuan
(Coast Guard College, Naval Aviation University, Yantai 264001, Chian)

Abstract: In order to diagnose gear faults accurately, a new method is proposed, which combines the empirical mode decomposition with the differential envelope spectrum of pure FM signal. Firstly, the gear vibration signal is decomposed by empirical mode to obtain several different components. Secondly, the effective component is synthesized according to the kurtosis of the maximum component and its adjacent components. Then, the empirical AM-FM decomposition is used to obtain the pure FM signal. Then the differential envelope spectrum of pure FM signal is obtained by applying the empirical AM-FM decomposition and Fourier transform. Finally, the differential envelope spectrum of pure FM signal is observed and analyzed for fault diagnosis. The method is used to analyze the vibration signal of broken gear, and the validity of the method is verified.

Keywords: gear fault diagnosis; empirical mode decomposition; instantaneous frequency; empirical AM-FM decomposition; Differential envelope spectrum

0 引言

齿轮是一种常见的机械传动设备, 当其发生故障时, 齿轮的故障信息蕴含在其振动信号中, 因此, 在齿轮故障诊断时通常对其振动信号进行分析, 进而判断齿轮的故障情况。齿轮的振动信号在其发生故障时可视为多个调幅-调频 (AM-FM) 信号的叠加, 具有非平稳、非线性的特性^[1-3]。

齿轮振动信号的频率蕴含着丰富的故障信息, 将其瞬时频率进行频谱分析, 观察频谱是否存在轴频及其分、倍频, 是一种有效的故障诊断方法^[4]。在瞬时频率谱的求取过程中需要解决两个核心问题: ①将振动信号分解为单分量信号; ②将单分量信号解调, 并求取瞬时频率。

在振动信号分解中, 经验模态分解 (empirical mode decomposition, EMD) 是一种有效的自适应时频分析方法, 在齿轮的故障诊断领域中被广泛采用。但在使用中发现

EMD 易将一个分量分解成多个相邻的分量, 即存在模态混叠问题^[5-7]。

在单分量信号解调和求取瞬时频率方面, 经验调幅-调频分解 (empirical AM-FM decomposition, EAD) 是一种常用的方法, 在使用中发现, 通过 EAD 方法能够解调得到纯调频信号并准确的提取单分量的包络, 但是在瞬时频率求取精度方面有所欠缺^[8-10]。

为了最大限度地提取齿轮故障振动信号中蕴含的故障信息, 从而进行准确的故障诊断, 本文提出了一种新的瞬时频率谱求取方法用于齿轮故障诊断。首先, 对齿轮的振动信号进行 EMD, 得到若干个分量; 其次, 依据峭度准则选取峭度较大的分量作为有效分量, 判断有效分量与相邻分量峭度差异是否明显, 若差别不大则考虑 EMD 分解产生了模态混叠, 将有效分量与峭度差别不大的分量叠加, 作为新的有效分量; 然后, 将有效分量应用 EAD 方法解

收稿日期: 2020-08-04; 修回日期: 2020-09-04。

作者简介: 刘林密 (1978-), 男, 河南邓州人, 硕士, 讲师, 主要从事武器发射工程方向的研究。

引用格式: 刘林密, 曾庆松, 崔伟成, 等. 基于经验模态分解与差分包络谱的齿轮故障诊断[J]. 计算机测量与控制, 2021, 29(3): 54-58.

调出纯调频分量; 接着, 将纯调频分量求差分并用 EAD 方法解调出包络; 最后, 将包络信号进行傅里叶变换得到纯调频信号差分包络谱 (瞬时频率谱), 进行齿轮的故障诊断^[11]。

1 基本理论

1.1 齿轮振动信号数学模型

齿轮发生故障时, 其振动信号发生异常波动, 出现调幅、调频现象。忽略传递函数的影响, 齿轮故障振动信号可表示为^[12]:

$$y(t) = \sum_{m=1}^M X_m [1 + d_m(t)] \cos [2\pi m z f_r t + \varphi_m + b_m(t)] \quad (1)$$

式中, f_r 为转轴的转动频率, z 为故障齿轮的齿数, X_m 为信号的第 m 阶谐波分量的幅值, φ_m 为信号的第 m 阶谐波分量的初相位, $d_m(t)$ 和 $b_m(t)$ 分别为信号第 m 阶谐波分量的幅值、相位调制函数, 均为周期函数并以 f_r 及其分、倍频为重复频率。

由式 (1) 可以看出: 齿轮出现故障时的振动信号可看成多个调幅—调频信号的叠加, 单分量可通过自适应分解方法得到, 每个单分量的频率蕴含着齿轮的故障信息。

1.2 EMD 原理

EMD 是一种适用于非线性、非平稳信号的自适应时频处理方法^[13-14]。EMD 的特性使其在处理复杂的信号时有很大优势, 如故障齿轮的振动信号。信号通过 EMD 分解为一组本征模态函数 (intrinsic mode function, imf), 各个 imf 分量的成分与信号本身的变化及分析频率相关。EMD 分解的步骤如下^[15]:

1) 找出待分解信号的极大值与极小值, 用光滑的曲线分别将极大、极小值相连, 所得的光滑曲线分别为原信号的上、下包络线, 求其平均值并记为 $m_1(t)$, 再求出:

$$h_1(t) = x(t) - m_1(t) \quad (2)$$

若 $h_1(t)$ 是一个固有模态分量, 则 $h_1(t)$ 就是 $x(t)$ 的第一个分量。

2) 如果 $h_1(t)$ 不是固有模态分量, 则把 $h_1(t)$ 作为原始数据, 重复步骤 (1), 进行 K 次反复筛选, 获得 $h_{1k}(t) = h_1(k-1)(t) - m_{1k}(t)$, 使得 $h_{1k}(t)$ 成为一个固有模态分量。记 $c_1(t) = h_{1k}(t)$, 则信号 $x(t)$ 的第一个固有模态分量为 $c_1(t)$ 。

3) 从 $x(t)$ 中去除 $c_1(t)$, 得到一个余量:

$$r_1(t) = x(t) - c_1(t) \quad (3)$$

将所得的信号 $r_1(t)$ 重复步骤 (1)、(2), 得到满足模态分量条件的第二个分量 $c_2(t)$, 重复进行 n 次该操作即可得到 n 个固有模态分量, 即:

$$\begin{cases} r_1(t) - c_2(t) = r_2(t) \\ \vdots \\ r_{n-1}(t) - c_n(t) = r_n(t) \end{cases} \quad (4)$$

直到 $r_n(t)$ 中无法再提取出分量满足 imf 分量条件。则原信号可表示为:

$$x(t) = \sum_{i=1}^n c_i(t) + r_n(t) \quad (5)$$

因此, 一个信号通过 EMD 可分解为 n 个 imf 分量和一个残量, 原信号为 n 个 imf 分量和残量 $r_n(t)$ 之和, 其中, 分量 $c_1(t)$ 、 $c_2(t)$ 、 \dots 、 $c_n(t)$ 分别表示从高到低不同频率段的信息。

1.3 EAD 原理

一般单分量信号 $x(t)$ 的形式不一定是 $x(t) = a(t) \cos \varphi(t)$, 而在瞬时频率的求解过程中能否把 $x(t)$ 写成调频与调幅相乘的形式是求解的基础。诺顿·黄等提出了一种新的方法可将单分量信号表示成调幅调频形式, 称为 EAD, 其具体过程为:

1) 对某个单分量信号 $x(t)$, 通常为经过 EMD 分解得到的本征模态分量, 找出信号 $|x(t)|$ 的极大值 x_k 及与之对应的时间 t_k ($k=1, 2, \dots, M$)。因为 $x(t)$ 是关于时间轴对称, 所以用 $|x(t)|$ 的包络来代替 $x(t)$ 的包络, 在保证包络函数 $a(t) > 0$ 同时, 也可减小误差, 并且使标准化后的信号也具有关于时间轴的对称性。

2) 信号的经验包络函数可通过三次样条拟合极大值点 (x_k, t_k) ($k=1, 2, \dots, M$) 得到。实信号的极值点一般是固定的, 所以经验包络函数通常也是唯一的。将 $x(t)$ 除以所求的经验包络函数 $a_{11}(t)$, 得:

$$x_1(t) = \frac{x(t)}{a_{11}(t)} \quad (6)$$

3) 理论上 $x_1(t)$ 的包络估计函数 $a_{12}(t) \leq 1$, 否则, 对 $x_1(t)$ 重复上述步骤经过 n 次迭代:

$$\begin{cases} x_2(t) = \frac{x_1(t)}{a_{12}(t)} \\ \vdots \\ \vdots \\ x_n(t) = \frac{x_{n-1}(t)}{a_{1n}(t)} \end{cases} \quad (7)$$

直到 $a_{1n}(t) \leq 1$, 即 $x_{1n}(t)$ 为一纯调频函数时迭代结束。记纯调频信号 $x_{1n}(t) = F(t)$, 则存在 $\varphi(t)$ ($t \in [0, +\infty]$), 使得:

$$F(t) = \cos \varphi(t) \quad (8)$$

4) $x(t)$ 的调幅部分定义为:

$$a(t) = \frac{x(t)}{F(t)} = a_{11}(t) a_{12}(t) \dots a_{1n}(t) \quad (9)$$

通过上述步骤即可实现单分量信号的 AM—FM 分解。EAD 解调过程较快, 一般迭代 2~3 次即可结束。

2 基于 EMD 与差分包络谱的故障诊断方法

2.1 imf 分量的筛选与合成

利用 EMD 对振动信号进行分解一般会得到多个不同频率段的本征模态函数 (imf) 分量, 但并非所有的分量都蕴含着故障信息, 齿轮的故障信息往往集中分布于其中的若

干个分量中。因此，如何筛选出蕴含丰富故障信息的分量是能否有效提取齿轮故障特征信息的关键。

2.1.1 峭度准则

峭度 (Kurtosis) 是一个描述波形尖峰度的无量纲参数，对于信号中的冲击特性敏感。峭度的数学描述为^[16]：

$$K = \frac{E(x-\mu)^4}{\sigma^4} \quad (10)$$

式中： $E(x-\mu)^4$ 表示 4 阶数学期望， σ 为标准差， μ 为均值， x 为齿轮的振动信号。

对于齿轮，正常运转时振动信号的幅值概率密度接近正态分布。当齿轮出现故障时，概率密度曲线会发生移动，曲线峭度值也会变大；峭度值越大，说明齿轮故障程度越大，此时信号中蕴含的故障信息越丰富^[17]。因此，在筛选有效分量时应选择峭度值大的分量，才能最大限度的提取出齿轮的故障特征信息。

2.1.2 imf 分量的合成

EMD 算法是根据信号的局部极大极小值画出上下两条包络线，进而得到均值曲线。但由于间歇现象，导致信号中的局部极值点发生变化，包络线中包含了间歇信号与原始信号的极值点。此时的均值曲线存在误差，导致同一时间特征尺度会分布于相邻的 imf 分量，即产生模态混叠现象^[18]。模态混叠现象会导致齿轮故障信息提取不充分，进而使齿轮的故障诊断达不到预期效果。

因此，为确保有效分量包含足够多的故障信息，在选取 imf 分量重新合成为有效分量时需要考虑：①由于 EMD 易发生模态混叠，导致本应在同一分量的故障特征可能被过分解至相邻的分量；②峭度值较大分量的相邻分量由于过分解现象可能也拥有较大的峭度值，即蕴含丰富的故障信息。以分量的峭度值为依据，结合以上两点要素从 EMD 分解出的多个 imf 分量中筛选出若干个有效分量并进行合成，作为新的有效分量。这样就能保证新的有效分量最大限度的蕴含齿轮的故障信息，这是能否准确的判断出齿轮故障的关键一步。

2.2 差分包络法求瞬时频率谱

经过 EMD 分解后的有效分量 $x(t)$ 可以表示为：

$$x(t) = a_m(t) \cos [\Phi_m(t)] \quad (11)$$

式中：

$$a_m(t) = X_m[1 + d_m(t)]$$

$$\Phi_m(t) = 2\pi m z f_r t + \varphi_m + b_m(t)$$

利用 EAD 方法可得纯调频信号：

$$F(t) = \cos [\Phi_m(t)] \quad (12)$$

对式 (12) 两边同时求导得：

$$\frac{dF(t)}{dt} = -\frac{d[\Phi_m(t)]}{dt} \sin(\Phi_m(t)) \quad (13)$$

瞬时频率 $f_m(t)$ 的定义为解析信号相位的导数，可表示为^[19]：

$$f_m(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d[\Phi_m(t)]}{dt} = m z f_r + \frac{1}{2\pi} \frac{d b_m(t)}{dt} \quad (14)$$

即：

$$f_m(t) = -\frac{dF(t)/dt}{2\pi \sin(\Phi_m(t))} \quad (15)$$

由式 (14) (15) 可以看出瞬时频率 $f_m(t)$ 包含着转轴频率 f_r 及相位调制函数 $b_m(t)$ 的信息，而纯调频信号 $F(t)$ 差分后与 $f_m(t)$ 存在比例关系。因此，通过差分包络方法可以求出单一分量信号的瞬时频率 $f_m(t)$ 。

对瞬时频率 $f_m(t)$ 进行 FFT 变换得：

$$F_m(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_m(t) e^{-j2\pi f t} dt \quad (16)$$

从而得到信号的瞬时频率谱，通过观察瞬时频率谱中是否存在转频 f_r 及其分、倍频可以直观的判断齿轮的故障情况。

3 故障诊断流程

本文提出基于 EMD 与瞬时频率谱的齿轮故障诊断流程如图 1 所示。

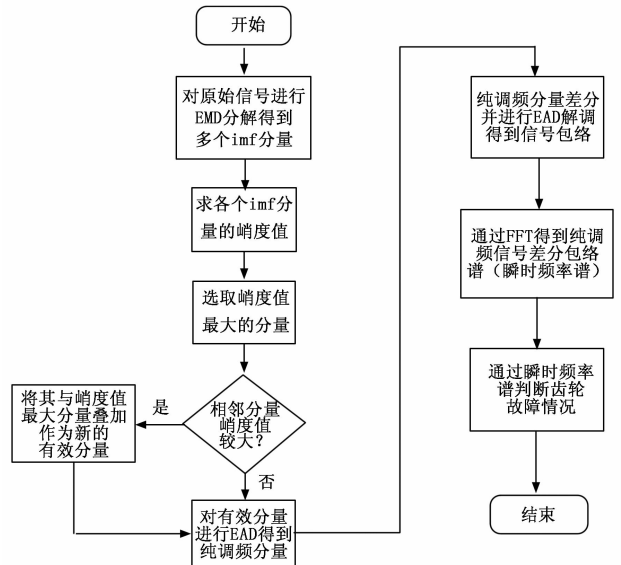


图 1 齿轮故障诊断流程图

1) 对实验采集的齿轮振动信号运用 EMD 方法进行分解，得到多个频段由高到低的 imf 分量。

2) 分别求取各个 imf 分量的峭度值，对比各个分量峭度值大小，选择峭度值最大的分量作为有效分量并观察与之相邻分量的峭度值大小，若相邻分量峭度值较大，则说明其中也蕴含较多齿轮故障的信息，将其与峭度值最大分量进行叠加作为新的有效分量。

3) 将新的有效分量通过 EAD 方法进行解调，得到具有新有效分量频率信息的纯调频信号。

4) 对纯调频信号进行差分处理，然后运用 EAD 方法解调得到差分信号的包络。

5) 将解调得到的纯调频信号包络进行 FFT 变换得差分包络谱，即为纯调频信号的瞬时频率谱。

6) 对所得纯调频信号瞬时频率谱进行观察分析，根据其在齿轮转频及其倍频处是否存在明显的谱线，进而判断

齿轮的故障情况。

4 实验结果与分析

为验证本文所提方法的有效性, 对试验采集的齿轮故障振动信号进行分析。试验中的齿轮传动箱结构如图 2 所示, 试验中所用齿轮 2 为从动轮, 该齿轮存在一处断齿故障, 主动和从动齿轮的齿数均为 37。电机的转速, 主轴的转动频率 Hz, 齿轮间的啮合频率 Hz。振动信号由安装在从动轮轴承处的加速度传感器采集, 信号的采样频率 Hz, 采样数据点 1 024。

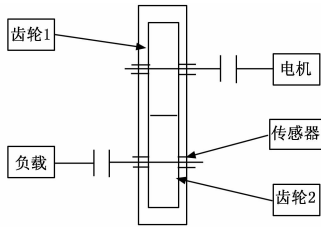


图 2 齿轮箱传动结构

图 3 给出了齿轮振动信号的时域波形图、频域波形图(通过 FFT 方法求出)以及包络谱。从时域波形图中可以看出振动信号具有调幅—调频特性, 但其周期性冲击不是特别明显; 在频域波形中可以看到齿轮间的啮合频率 296 Hz, 以及被转频 1 倍频、2 倍频调制的边频带 288 Hz 和 312 Hz; 包络谱中 16 Hz 处有明显的谱线, 但仅凭这一处只能说明齿轮可能存在故障, 并不能得出齿轮存在断齿故障的结论。

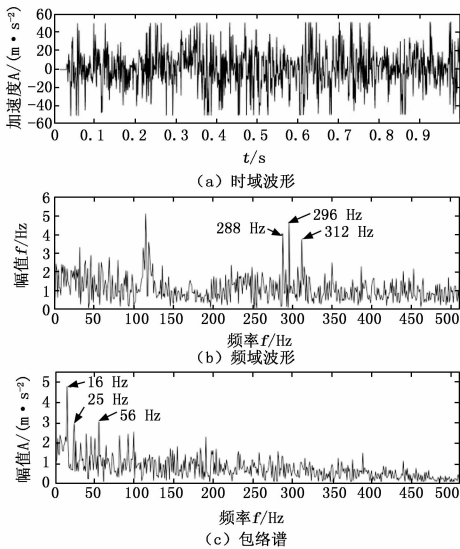


图 3 原始信号时域波形、频域波形及包络谱

通过 EMD 方法将原始振动信号进行分解得到 10 个 imf 分量, 如图 4 所示。每个 imf 分量可以近似的认为是调幅—调频分量, 10 个 imf 分量所包含的频率段依次由高到低。

分别求出所得 10 个 imf 分量的峭度, 如表 1 所示, 从表中可以看出信号的 imf5 分量峭度值最大, imf4 分量次

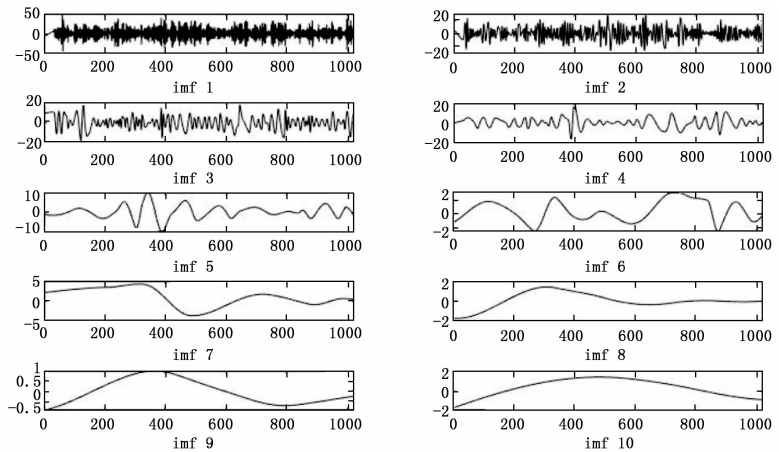


图 4 EMD 分解

之, 其余分量的峭度值较小, 也就是说 imf5 中包含的故障特征信息最多, 其次是 imf4 分量。

表 1 信号 imf 分量峭度值

序号	imf1	imf2	imf3	imf4	imf5
峭度	2.694 1	3.112 3	2.795 1	3.749 9	4.476 0
序号	imf6	imf7	imf8	imf9	imf10
峭度	2.045 6	2.210 5	3.103 3	1.754 1	1.964 6

运用 Hilbert 方法分别对这两个分量进行处理得到瞬时频率谱如图 5、图 6 所示, 为了清晰的展现频谱的低频特性, 图中仅选取了低频段 (0~150 Hz)。

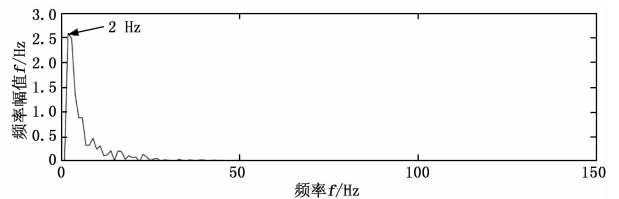


图 5 imf5 瞬时频率谱

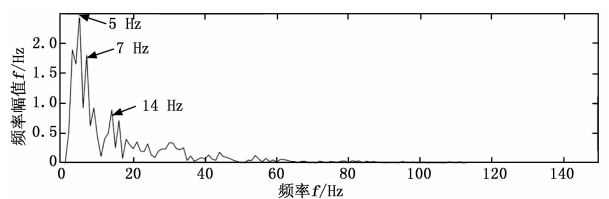


图 6 imf4 瞬时频率谱

从图 5 可以看出仅在 2 Hz 处存在清晰的谱线, 但其与转频或转频的倍频无关, 即不能判断齿轮的故障情况。在图 6 中 5 Hz、7 Hz、14 Hz 处有明显的谱线, 同样与转频及其倍频无关, 所以也不能够判断齿轮故障与否。据此, 可以判断原始信号在 EMD 分解过程中出现了模态混叠现象, 即应取 imf4 和 imf5 分量叠加作为新的有效分量。

将 imf4 和 imf5 分量进行叠加作为新的有效分量。得到有效分量的峭度值为 4.640 5, 与表 1 进行对比发现 imf4 和 imf5 分量的峭度值均小于新的有效分量。说明叠加操作提

高了分量所蕴含的故障特征信息。然后用本文提出的方法对新的有效分量进行处理得其瞬时频率谱如图 7 所示。在图 7 中可以清晰的看出在 8 Hz、16 Hz、28 Hz、32 Hz 处有清晰的谱线，其中 8 Hz、16 Hz、32 Hz 分别为转频的 1 倍、2 倍、4 倍频，而 28 Hz 为分频 4 Hz 将 32 Hz 调制的边频带。

通过图 7 的波峰情况可以明确地判断出该齿轮存在断齿故障，因此，本文提出的齿轮故障诊断方法是有效的。

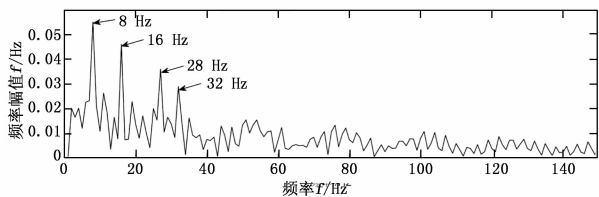


图 7 本文方法所得瞬时频率谱

为了进一步说明本文方法的有效性，运用 Hilbert 方法求取有效分量的瞬时频率谱，如图 8 所示。

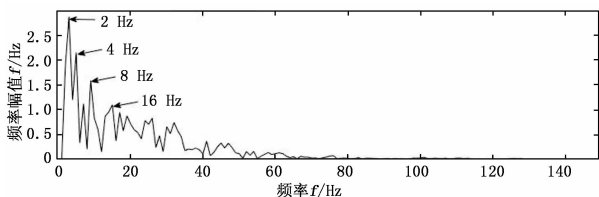


图 8 Hilbert 方法所得瞬时频率谱

在图 8 中可以观察到 2 Hz、4 Hz、8 Hz、16 Hz 处有清晰的谱线，其中 2 Hz、4 Hz 为转频分频，8 Hz、16 Hz 为转频及 2 倍频。可以判断出故障情况，但是不够清晰，运用本文所提方法的处理结果明显更优。因此本文方法在齿轮故障诊断中是切实有效的。

5 结束语

本文结合经验模态分解 (EMD) 与纯调频信号包络谱，提出了一种新的齿轮故障诊断方法。对齿轮的振动信号，首先用 EMD 方法进行分解得到若干个分量，基于峭度值最大及相邻分量峭度值情况来筛选合成有效分量，通过经验调频分解 (EAD) 将其解调成纯调频信号，再通过 EAD 方法及傅里叶变换得到瞬时频率谱，最后以瞬时频率谱为依据进行齿轮故障诊断。将断齿齿轮的振动信号运用本文方法进行处理，得到正确的结论，验证了此方法的可行性。

参考文献:

[1] 屈梁生, 张西宁, 沈玉娣. 机械故障诊断理论与方法 [M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2009.
 [2] Huang N E, Shen Z, Long R S, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis [J]. Proc. Roy. Soc. London, 1998, 454: 903 - 995.

[3] 许光. 故障齿轮的振动分析和故障诊断 [D]. 秦皇岛: 燕山大学, 2012.
 [4] Huang N E, WU Z H. A review on Hilbert - Huang transform: Method and its applications to geophysical studies [J]. Adv. Adapt. Data Anal, 2009, 1: 1 - 23.
 [5] 夏均忠, 苏涛, 马宗坡, 等. 基于 EMD 的滚动轴承故障特征提取方法 [J]. 噪声与振动控制, 2013, 33 (2): 123 - 127.
 [6] Wu Zhaohua, Huang Norden E. Ensemble empirical mode decomposition: a noise assisted data analysis method [J]. Advances in Adaptive Data Analysis, 2011, 1 (1): 855 - 895.
 [7] 彭仁旺. 基于经验模态分解和 SVM 的脑电信号分类方法 [J]. 计算机测量与控制, 2020 (1): 189 - 194.
 [8] Huang N E, Wu Z H, Long S R, et al. On the frequency [J]. Advances in Adaptive Data Analysis, 2009, 1 (2): 177 - 229.
 [9] Huang N E, Shen Z, Long S R. A new view of nonlinear water waves: the Hilbert spectrum [J]. Annual review of fluid mechanics, 1999, 31 (1): 417 - 457.
 [10] 蔡晓霞, 张西良, 盛庆元, 等. 硬标签插磁调频装置控制系统设计与试验 [J]. 计算机测量与控制, 2020 (5): 128 - 132.
 [11] Zhao Jinping. Improvement of the Mirror Extending in Empirical Mode Decomposition Method and the Technology for Eliminating Frequency Mixing [J]. High Technology Letters, 2002, 8 (3): 40 - 47.
 [12] 于德介, 程军圣, 杨宇. Hilbert - Huang 变换在齿轮故障诊断中的应用 [J]. 机械工程学报, 41 (6): 102 - 107.
 [13] 王博, 赵亮, 赵长春, 等. 基于 EMD - SVR 的火电厂选择性催化还原脱硝系统出口 NO_x 浓度预测研究 [J]. 计算机测量与控制, 2020 (5): 71 - 75.
 [14] 李强. EMD 循环解调方法在故障诊断中的研究与应用 [J]. 天津: 天津大学. 振动与冲击, 2006 (4): 34 - 37.
 [15] 邵忍平, 曹精明, 李永龙. 基于 EMD 小波阈值去噪和时频分析的齿轮故障模式识别与诊断 [J]. 振动与冲击 2012, 31 (8): 96 - 101.
 [16] 吴小涛, 杨锰, 袁晓辉. 基于峭度准则 EEMD 及改进形态滤波方法的轴承故障诊断 [J]. 振动与冲击, 2015, 34 (2): 38 - 44.
 [17] 胡爱军, 马万里, 唐贵基. 基于集成经验模态分解和峭度准则的滚动轴承故障特征提取方法胡爱军 [J]. 中国电机工程学报, 2012, 32 (11): 106 - 111.
 [18] Huang N E, Shen Z, Long S R, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for non-linear and non-stationary time series analysis [J]. Proceedings of the Royal Society Mathematical Physical Engineering Sciences, 1998, 454: 903 - 995
 [19] Ville J. Theorie et application de la notion designal analytique [J]. Cables et Transmissions, 1948, 2A (1): 61 - 74.
 [20] 魏东亮, 周迪斌, 张家瑜, 等. 微型齿轮的机器视觉检测系统设计 [J]. 计算机测量与控制, 2020 (4): 46 - 52.