

基于观测器的多智能体系统的有限时间包含控制

张静怡¹, 苗国英^{1,2}, 纪龙¹

(1. 南京信息工程大学 自动化学院, 南京 210044;

2. 南京信息工程大学 江苏大气环境与装备技术协同创新中心, 南京 210044)

摘要: 在固定有向拓扑结构下, 研究了具有多个静态或动态领导者的多智能体有限时间包含控制问题; 假设领导者之间不存在信息的交互, 提出基于快速终端滑模的控制算法, 该算法驱使跟随者的运动轨迹在有限时间收敛到由领导者组成的凸包中; 进一步, 考虑实际应用中跟随者状态不能在线获得的情况, 提出基于有限时间观测器的包含控制协议; 利用图论和 Lyapunov 有限时间稳定性理论, 给出了有限时间包含控制的充分条件; 最后通过仿真示例, 验证了算法的有效性。

关键词: 多智能体系统; 有限时间控制; 滑模控制; 观测器

Finite-time Containment Control for Multi-agent Systems Based on Observer

Zhang Jingyi¹, Miao Guoying^{1,2}, Ji Long¹

(1. School of Automation, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing 210044, China;

2. Jiangsu Collaborative Innovation Center on Atmospheric Environment and Equipment Technology,

Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing 210044, China)

Abstract: Under the fixed directed topology, this paper studies the finite-time containment control problems of multi-agent systems with multiple static or dynamic leaders. Assuming that there is no information interaction between leaders, a control algorithm based on fast terminal sliding mode is proposed, which drives the followers' motion trajectories to converge to the convex hull composed of leaders in finite time. Moreover, considering the fact that leader's velocity can't be obtained online in practiced applications, observer based finite-time containment algorithms are given. By using graph theory and Lyapunov stability theory, sufficient conditions of finite-time containment control are derived. Finally, simulation examples are given to illustrate effectiveness of the proposed algorithms.

Keywords: multi-agent systems; finite-time control; sliding mode control; observer

0 引言

近年来, 由于在无人机编队、机器人聚集等领域的广泛应用, 多智能体系统的分布式协同控制已成为控制领域^[1-2]的热点问题, 其主要研究方向有: 一致性问题^[3]、群集问题和编队问题^[4]等。早期对多智能体系统的研究工作, 主要集中无领导者和单领导者的拓扑结构, 然而在多智能体实际应用中, 由于单领导者能力有限, 往往需要多个领导者来实现集体层面上的协同合作。当系统中存在多领导者的情况时, 文献 [5] 为使跟随者移动至领导者组成的给定几何空间中, 提出包含控制问题。

包含控制可以看作编队问题的特殊情形, 是指通过设计分布式控制器, 驱使一组跟随者在多个领导者的引领下, 最终进入并保持在由领导者所形成的几何空间(凸包)中运动。与传统多智能体的一致性相比, 包含控制更能

突出分布式协同控制的优势, 因此包含控制问题得到国内外学者的广泛研究。对于高阶多智能体系统, 文献 [6] 考虑了在连续和离散时间的情况下, 基于相邻智能体输出信息的包含控制问题。文献 [7] 考虑基于马尔科夫切换的通信拓扑下, 作者提出带有测量白色噪声的包含控制方法。文献 [8] 针对带有静态和动态领导者的多智能体系统, 考虑输入延迟问题, 基于脉冲控制算法理论, 提出一类基于脉冲通信周期的包含控制算法。文献 [9] 考虑基于系统的状态反馈量和输出反馈量设计包含控制协议, 得到多智能体系统在输入饱和状态下达到包含控制的充分条件。针对离散时间系统, 在无向固定通信拓扑下, 文献 [10] 实现包含控制的收敛时间根据任务要求预先设定。在文献 [11] 中, 考虑带有通信噪声的多智能体系统, 基于卡尔曼滤波理论, 作者设计一种随机包含控制协议。目前已有的多智能体系统包含控制算法, 大多是基于渐近稳定性理论^[12],

收稿日期: 2020-06-20; 修回日期: 2020-07-15。

基金项目: 国家自然科学基金(61973169, 61973170); 国家重点研发计划资助(2018YFC1405703)。

作者简介: 张静怡(1996-), 女, 江苏淮安人, 硕士研究生, 主要从事多智能体系统包含控制方向的研究。

苗国英(1981-), 女, 山东菏泽人, 博士, 副教授, 主要从事多智能体系统协调控制方向的研究。

引用格式: 张静怡, 苗国英, 纪龙. 基于观测器的多智能体系统的有限时间包含控制[J]. 计算机测量与控制, 2021, 29(2): 92-97.

即各个智能体在时间趋于无穷大时达到理想状态。为提高系统的控制精度,进而提出有限时间控制算法,既提高了系统的收敛速度,又可以增强控制器的鲁棒性。文献 [13] 引入非线性反馈控制方程,通过线性矩阵不等式,得到了系统实现有限时间包含控制的充分条件。文献 [14] 研究了二阶系统基于跟随者的相对状态,在固定拓扑下的有限时间包含控制问题。

在有向图通信拓扑下,本文研究了具有一般形式的多智能体有限时间包含控制问题,利用终端滑模控制良好的鲁棒性,可使系统状态在有限时间收敛到平衡点,突破了传统系统渐近收敛的局限。与文献 [13] 相比,本文考虑了二阶系统的情况,并针对跟随者状态不可在线获得的问题,提出一种基于有限时间状态观测器的算法。与文献 [14] 相比,本文引入快速终端滑模控制,并考虑具有未知有界加速度的领导者情况,可在保持传统滑模控制优点的前提下,有效加快系统收敛速度且更具有实际应用意义。本文提出了两类有限时间控制算法,利用模型转换的技巧,把包含控制问题转化为系统的稳定性问题。基于李雅普诺夫理论、图论、线性矩阵不等式的技巧,得到使系统达到包含控制的充分条件,最后通过仿真,验证算法的有效性。

1 图论及相关引理

为了更好地说明问题,首先介绍代数图论知识。假设本文研究的通信网络中含有 N 个智能体,图 $G = (V, E, A)$ 表示智能体系统进行信息交换的网络拓扑结构,其中 $V = \{1, 2, \dots, N\}$ 表示节点的集合,每个智能体看作一个节点,领导者智能体看作拓扑的根节点。 $E \in V \times V$ 表示所有边的集合,边 $(j, i) \in E$ 表示从智能体 i 到智能体 j 的边,当智能体之间的信息传递具有方向性,则 G 是有向图。其中, $A = [a_{ij}]_{N \times N}$ 表示网络拓扑图的邻接矩阵, $a_{ij} > 0$ 表示智能体 i 能接收到智能体 j 传递的信息,否则 $a_{ij} = 0$ 表示两智能体之间没有信息传递,本文假设图 G 不存在自环。 $L = [l_{ij}]_{N \times N}$ 表示网络拓扑图的拉普拉斯矩阵,且矩阵元素满足 $l_{ii} = \sum_{j=1, j \neq i} a_{ij}, l_{ij} = -a_{ij}, \forall i \neq j$ 。

在给出本文的主要定理之前,先引入一些重要的引理和假设条件。

假设 1: 在多智能系统中,对于任意跟随者智能体,领导者至少存在一条通往该跟随者的有向路径。

引理 1^[15]: 对于如下多智能体系统,假设存在一连续正定的函数 $V(x)$ 定义在原点的邻域,且满足实数 $c > 0, \alpha \in (0, 1)$,使得:

- 1) $V(x)$ 是正定的;
- 2) $\dot{V}(x) + cV(x)^\alpha \leq 0$ 。

则原点满足局部有限时间稳定,且系统收敛的有限时间上限 $T(x(0))$ 取决于初始状态 $x(0) = x_0$,即 $V(x)$ 在有限时间 $T(x(0))$ 内趋于 0,其中 $T(x(0)) = \frac{V(0)^{1-\alpha}}{c(1-\alpha)}$ 。

2 有限时间包含控制

本文考虑由 M 个跟随者和 $N - M$ 个领导者组成的有外部干扰的多智能体系统,有向图 $G = (V, E, A)$ 表示系统的通信拓扑结构。在实际的系统中,单个无人艇看作是一个智能体,由于传统单无人艇存在执行任务能力单一、鲁棒性差等问题,多无人艇协同控制技术已在海洋环境中得到广泛应用。例如, M 艘跟随艇和 $N - M$ 艘领航艇组成的多无人艇系统,控制目标是通过设计无人艇控制器算法驱使跟随艇在有限时间内达到期望的位置和速度,并收敛到由领导者组成的凸包中。多无人艇系统由领航艇和跟随艇组成,领航者具有自主完成任务的行为,跟随者具有通信信息交互和追踪领航者行为。

由于考虑领导者不与其它领导者通信的情况,因此图 G 的拉普拉斯矩阵可以写成如下形式:

$$L = \begin{bmatrix} L_{FF} & L_{FR} \\ 0_{(N-M) \times M} & 0_{(N-M) \times (N-M)} \end{bmatrix}$$

式中, $F = \{1, \dots, M\}$ 和 $R = \{M+1, \dots, N\}$ 分别表示跟随者和领导者所在的集合, $L_{FF} \in R^{M \times M}, L_{FR} \in R^{M \times (N-M)}$ 。

引理 2^[16]: 在假设 1 成立的前提下,矩阵 L_{FF} 的所有特征值均具有正实部, $-L_{FF}^{-1}L_{FR}$ 为非负矩阵且每一行的行和均为 1。

考虑跟随者的二阶动力学模型描述如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = v_i(t) \\ \dot{v}_i(t) = u_i(t) + \omega_i(t) \end{cases}, \quad i = 1, \dots, M \quad (1)$$

其中: $x_i \in R^n, v_i \in R^n$ 分别表示第 i 个跟随者智能体的位置状态和速度状态, $u_i \in R^n$ 表示第 i 个跟随者智能体的控制输入, $\omega_i \in R^n$ 为外部干扰及不确定项。

考虑领导者的二阶动力学模型描述如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = v_i(t) \\ \dot{v}_i(t) = u_i(t) \end{cases}, \quad i = M+1, \dots, N \quad (2)$$

其中: $x_i \in R^n, v_i \in R^n, u_i \in R^n$ 分别表示第 i 个领导者智能体的位置、速度和控制输入。

针对带有多个领导者的多智能体系统,本文基于快速终端滑模控制设计有限时间包含控制算法。首先引入闭环位置和速度包含误差系统设计终端滑模面;其次基于设计的滑模面,分别构造领导者和跟随者的有限时间包含控制协议,该包含控制算法能有效抑制外部干扰,使系统表现出更好的鲁棒性。

定义变量 $\mathbf{x}_f = [x_1, \dots, x_M]^T, \mathbf{x}_l = [x_{M+1}, \dots, x_N]^T, \mathbf{x} = [x_f, x_l]^T$, 跟随者最终趋于的位置状态为 $\mathbf{x}_q = (x_{q_1}^T, \dots, x_{q_n}^T)^T = -L_{FF}^{-1}L_{FR}x_l$, 定义变量 $\mathbf{v}_f = [v_1, \dots, v_M]^T, \mathbf{v}_l = [v_{M+1}, \dots, v_N]^T, \mathbf{v} = [v_f, v_l]^T$, 跟随者最终趋于的速度状态为 $\mathbf{v}_q = (v_{q_1}^T, \dots, v_{q_n}^T)^T = -L_{FF}^{-1}L_{FR}v_l$, 则系统位置误差和速度误差方程分别为:

$$\begin{aligned} e_{xi} &= x_{fi} - x_{qi}, \quad i = 1, \dots, M \\ e_{vi} &= v_{fi} - v_{qi}, \quad i = 1, \dots, M \end{aligned} \quad (3)$$

根据系统位置误差和速度误差方程式 (3), 定义滑模面为:

$$S_i(t) = (e_{x_i}(t))^{q/p} + e_{v_i}(t) \quad (4)$$

令 $S(t) = [S_1^T(t), \dots, S_M^T(t)]^T = (e_x(t))^{q/p} + e_v(t)$, p, q 为奇数, 且 $p > q$ 。

针对系统式 (1)、(2), 基于快速终端滑模控制的思想, 提出分布式控制算法如下:

$$u_i(t) =$$

$$\begin{cases} -\left[\frac{q}{p}(e_{x_i}(t))^{q/p-1}e_{v_i}(t) + \eta \operatorname{sgn}(S_i(t))\right], i = 1, \dots, M \\ -\mu \operatorname{sgn}(S_i(t)), i = M+1, \dots, N \end{cases} \quad (5)$$

其中: $\|\omega\| \leq \|L_{FF}^{-1}L_{FR}\| \|\dot{v}_i\| \leq \mu \|L_{FF}^{-1}L_{FR}\|$, $\mu > 0$ 为给定常数, $\operatorname{sgn}(\cdot)$ 为符号函数。

定义 1^[13]: 对于有限时间 $T \in (0, +\infty)$, 若系统满足对智能体任意初始状态 $x(0)$, 跟随者式 (1) 都能移动并保持在由领导者式 (2) 组成的凸包中运动, 则称控制协议 (4)、(5) 能在 T 时刻内解决系统的有限时间包含问题, 表示如下式:

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow T} x_i(t) &\in \operatorname{co}\{x_{M+1}(t), \dots, x_N(t)\}, i \in F \\ \lim_{t \rightarrow T} v_i(t) &\in \operatorname{co}\{v_{M+1}(t), \dots, v_N(t)\}, i \in F \end{aligned}$$

对于智能体的任意初始状态, 由引理 2, 根据定义 1, 设计的控制算法 (4) (5) 都能使系统在有限时间内, 使得误差方程 $\lim_{t \rightarrow T} e_x(t) \rightarrow 0, \lim_{t \rightarrow T} e_v(t) \rightarrow 0$, 则滑模面 $S(t) = 0$ 成立, 则称智能体系统 (1)、(2) 实现了有限时间包含控制。

定理 1: 对于带有外部干扰的多智能体系统, 假设通信拓扑图 G 具有有向生成树且满足假设 1, 若存在常数 $\eta > 0$, 则在协议 (4)、(5) 作用下, 多智能体系统 (1)、(2) 可实现有限时间包含控制。

证明: 选取 Lyapunov 函数 $V(t) = \frac{1}{2}S(t)^T S(t)$, 对函数 $V(t)$ 沿着式 (4) 求导可得:

$$\dot{V}(t) = S(t)^T \dot{S}(t) =$$

$$S^T(t) \left[\frac{q}{p}(e_{x_i}(t))^{q/p-1}e_{v_i}(t) + u_i(t) + \omega + L_{FF}^{-1}L_{FR}\dot{v}_i(t) \right] = S^T(t) [-\eta \operatorname{sgn}(S(t)) + \omega - \mu L_{FF}^{-1}L_{FR} \operatorname{sgn}(S(t))]$$

$$\text{其中: } u_f(t) = [u_1(t), \dots, u_M(t)]^T.$$

考虑外部干扰 $\|\omega\| \leq \|L_{FF}^{-1}L_{FR}\| \|\dot{v}_i\| \leq \mu \|L_{FF}^{-1}L_{FR}\|$, 根据引理 1 得 $\dot{V}(t) \leq -\eta(V(t))^{1/2}$, 且由引理 2 和上式可知, 当满足时间上限 $t_1 \leq \frac{2V(0)^{1/2}}{\eta}$, 滑模面 $S(t) = 0$ 可以在有限时间内到达, 即系统 (1)、(2) 在有限时间内实现包含控制。证毕。

3 基于观测器的有限时间包含控制

上述内容研究基于滑模面的有限时间包含控制问题, 其中跟随者的位置和速度信息都可以在线获得。下面进一步考虑静态多领导者系统中, 跟随者状态不能在线获得的情况。考虑跟随者是较为一般的系统模型^[17]如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = Ax_i(t) + Bu_i(t) \\ y_i(t) = Cx_i(t) \end{cases}, i = 1, \dots, M \quad (6)$$

考虑领导者的系统模型为:

$$\dot{x}_i = Ax_i, i \in M+1, \dots, N \quad (7)$$

其中: $A \in R^{n \times n}, B \in R^{n \times p}, C \in R^{q \times n}$ 表示维度相容的输入和输出矩阵, $x_i(t) \in R^n, u_i(t) \in R^p, y_i(t) \in R^q$ 分别表示在 t 时刻, 第 i 个智能体的状态、控制输入和输出。

假设 2: 在线性多智能体系统 (6) 中, A 为 Hurwitz 矩阵且 (A, B, C) 为可镇定且可检测的。

由于在实际应用系统中, 领导者的状态可知, 跟随者需要根据相邻智能体之间的信息交互来更新自身状态信息, 考虑由于通信时延、环境噪声干扰等因素的影响, 跟随者不能在线获得相邻智能体状态的情况, 因此本文为每个跟随者智能体设计状态观测器, 如式 (8) 所示:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_i(t) = A\hat{x}_i(t) + Bu_i(t) + \beta C^T G^T \operatorname{sig}[G(y_i(t) - \hat{y}_i(t))]^\alpha \\ \dot{\hat{y}}_i(t) = C\hat{x}_i(t) \end{cases} \quad (8)$$

其中: $\hat{x}_i(t), \hat{y}_i(t)$ 表示 t 时刻, 对系统 (6) 中 $x_i(t)$ 和 $y_i(t)$ 的状态估计值, 常数 $\beta > 0$, 矩阵 G 是状态观测器增益, $0 < \alpha < 1, \operatorname{sig}(\cdot): R^k \rightarrow R^k$ 为奇函数, 可定义如下式:

$$\operatorname{sig}(y)^\alpha = (|y_1|^\alpha \operatorname{sgn}(y_1), \dots, |y_k|^\alpha \operatorname{sgn}(y_k))^T, \alpha > 0$$

其中: $|y_i|$ 表示 y_i 的绝对值, $\operatorname{sgn}(\cdot)$ 表示符号函数, $y = (y_1, y_2, \dots, y_k)^T, i = 1, 2, \dots, k$ 。

受到文献 [13] 启发, 对于第 i 个跟随者智能体, 基于上述观测器设计分布式有限时间控制协议如下:

$$\begin{aligned} u_i(t) &= \frac{\epsilon}{2} \left(1 + \frac{1}{t+k} \right) B^T P \sum_{j=1}^N a_{ij} [\hat{x}_j(t) - \hat{x}_i(t)] + \\ &\epsilon \operatorname{sig} \left[P \sum_{j=1}^N a_{ij} (\hat{x}_j(t) - \hat{x}_i(t)) \right]^\gamma, i = 1, \dots, M \end{aligned} \quad (9)$$

其中: $k > 0, \epsilon > 0$ 为常数, $0 < \gamma < 1, P$ 为满足式 (10) 的正定矩阵。

引理 3^[18]: 令 $p = [p_1^T, \dots, p_N^T]^T \in R^N, i = 1, 2, \dots, N$, 可满足如下不等式:

$$p^T \operatorname{sig}(p)^\alpha \geq (p^T p)^{(1+\alpha/2)}, \alpha \in (0, 1)$$

在假设 2 成立的情况下, 矩阵 A 为 Hurwitz 矩阵, 对于矩阵 $P > 0$, 满足下列不等式:

$$PA + A^T P - \epsilon \lambda_{\min}(L_{FF}) PBB^T P < 0 \quad (10)$$

其中: $\lambda_{\min}(\cdot)$ 表示矩阵的最小特征值。

定理 2: 考虑带有多个领导者的多智能体系统, 满足假设 1~2 且通信拓扑图 G 具有有向生成树, 对于任意的正实数 β , 矩阵 $P > 0$ 满足式 (10), 则在算法 (8)、(9) 的作用下能使系统 (6)、(7) 在有限时间实现包含控制。

证明: 定义每个智能体系统状态和观测器状态之间的误差 $e_i(t)$ 为:

$$e_i(t) = x_i(t) - \hat{x}_i(t), i = 1, 2, \dots, M \quad (11)$$

对式 (11) 求导, 由式 (6) 和 (8) 得到误差变化率 $\dot{e}_i(t)$ 为:

$$\dot{\hat{x}}_i(t) = \mathbf{A}(x_i(t) - \hat{x}_i(t)) - \beta \mathbf{C}^T \mathbf{G}^T \text{sig}[\mathbf{G}\mathbf{C}(x_i(t) - \hat{x}_i(t))]^\alpha \quad (12)$$

定义每个跟随者智能体包含控制误差向量 $\delta_i(t)$ 为:

$$\delta_i(t) = \sum_{j=1}^N a_{ij}(x_i(t) - x_j(t)) \quad (13)$$

将式 (12) 整理成如下增广矩阵形式:

$$\dot{e}(t) = (\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{A})e(t) - \beta \mathbf{C}^T \mathbf{G}^T \text{sig}[(\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{G}\mathbf{C})e(t)]^\alpha \quad (14)$$

其中: $e(t) = [e_1^T(t), \dots, e_M^T(t)]^T$, $x(t) = [x_1^T(t), \dots, x_M^T(t)]^T$, $\hat{x}(t) = [\hat{x}_1^T(t), \dots, \hat{x}_M^T(t)]^T$ 表示智能体的误差、状态真实值和估计值的变量。

选定 Lyapunov 函数 $V_1(t) = e(t)^T e(t)$, 沿着系统 (14) 的轨迹求 (t) 关于时间 t 的导数, 并将式 (12) 代入, 则有:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) &= 2e(t)^T \dot{e}(t) = \\ &= 2e(t)^T (\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{A})e(t) - 2e(t)^T \beta \mathbf{C}^T \mathbf{G}^T \text{sig}[(\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{G}\mathbf{C})e(t)]^\alpha \end{aligned}$$

考虑 \mathbf{A} 为 Hurwitz 矩阵, 且 $e(t)^T (\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{A})e(t) < 0$, 由引理 3 可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) &\leq -2e(t)^T \beta \mathbf{C}^T \mathbf{G}^T \text{sig}[(\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{G}\mathbf{C})e(t)]^\alpha = \\ &= -2\beta \|\mathbf{G}\mathbf{C}\|^{\alpha+1} \|e(t)\|^{\alpha+1} = -2\beta \|\mathbf{G}\mathbf{C}\|^{\alpha+1} (V_1(t))^{\alpha+1/2} \end{aligned}$$

根据引理 1 可知, 当设计观测器增益满足常数 $\beta > 0$ 时, $T_1 = \frac{V_1(0)^{(1-\alpha)/2}}{\beta \|\mathbf{G}\mathbf{C}\|^{\alpha+1} (1-\alpha)}$ 。当时间 t 趋于时间上限 T_1 时, 系统 (8) 能实现对在式 (6) 中跟随者状态的精确估计, 可以用 $\hat{x}_i(t)$ 代替 $x_i(t)$, $i \in 1, \dots, M$ 。

当 $t > T_1$ 时, 将基于观测器 (8) 获得的估计值 $\hat{x}_i(t)$ 代入式 (9), 进一步分析多智能体系统的稳定性, 下面对包含控制误差向量式 (13) 求导, 整理为如下形式:

$$\begin{aligned} \dot{\delta}(t) &= (\mathbf{I} \otimes \mathbf{A})\delta(t) - \frac{\varepsilon}{2} \left(1 + \frac{1}{t+k}\right) (\mathbf{L}_{FF} \otimes \mathbf{B}\mathbf{B}^T \mathbf{P})\delta(t) - \\ &= \varepsilon (\mathbf{L}_{FF} \otimes \mathbf{B}) \text{sig}[(\mathbf{I} \otimes \mathbf{P})\delta(t)]^\gamma \end{aligned}$$

选定 Lyapunov 函数 $V_2(t) = \delta^T(t) (\mathbf{I} \otimes \mathbf{P})\delta(t)$, 根据上式, 对 $V_2(t)$ 求导可得:

$$\dot{V}_2(t) = 2\delta^T(t) (\mathbf{I} \otimes \mathbf{P})\dot{\delta}(t) =$$

$$\begin{aligned} &= 2\delta^T(t) \left[\mathbf{I} \otimes (\mathbf{P}\mathbf{A} + \mathbf{A}^T \mathbf{P}) - \varepsilon \left(1 + \frac{1}{t+k}\right) (\mathbf{L}_{FF} \otimes \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{B}^T \mathbf{P}) \right] \delta(t) - \\ &= 2\varepsilon \delta^T(t) (\mathbf{I} \otimes \mathbf{P}) (\mathbf{L}_{FF} \otimes \mathbf{B}) \text{sig}[(\mathbf{I} \otimes \mathbf{P})\delta(t)]^\gamma \end{aligned}$$

由引理 2 和 3 可知, 矩阵 \mathbf{L}_{FF} 的所有特征值均具有正实部, 且正定矩阵 \mathbf{P} 满足式 (10) 的矩阵不等式, 如下形式:

$$\mathbf{I} \otimes (\mathbf{P}\mathbf{A} + \mathbf{A}^T \mathbf{P}) - \varepsilon \left(1 + \frac{1}{t+k}\right) (\mathbf{L}_{FF} \otimes \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{B}^T \mathbf{P}) \leq$$

$$\mathbf{I} \otimes (\mathbf{P}\mathbf{A} + \mathbf{A}^T \mathbf{P}) - \varepsilon \lambda_{\min}(\mathbf{L}_{FF}) (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{B}^T \mathbf{P}) < 0$$

其中: $\lambda_{\min}(\mathbf{L}_{FF})$ 表示 \mathbf{L}_{FF} 矩阵的最小特征值。

于是满足下式:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) &\leq -2\varepsilon \|\lambda_{\min}(\mathbf{L}_{FF} \otimes \mathbf{B})\| \|\delta(t)\| (\mathbf{I} \otimes \mathbf{P})^{\gamma+1} = \\ &= -2\varepsilon \|\lambda_{\min}(\mathbf{L}_{FF} \otimes \mathbf{B})\| V_2(t)^{\gamma+1/2} \end{aligned}$$

根据引理 1 可知, $T_2 = \frac{V_2(0)^{(1-\gamma)/2}}{\varepsilon \|\lambda_{\min}(\mathbf{L}_{FF} \otimes \mathbf{B})\| (1-\gamma)}$, 由于基于有限时间状态观测器的系统误差分为包含误差和观测

器误差两部分, 由此可知当 $t \geq T_1 + T_2$ 时, 两部分误差在时间上限时均收敛于零, 系统状态 (6)、(7) 达到稳定, 实现基于状态观测器的有限时间包含控制。证毕。

4 仿真结果与分析

为验证本文所提算法的有效性, 给出以下的仿真示例。本文针对实际应用中多无人艇系统, 考虑复杂多变的海洋环境和通信环境, 多无人艇系统需要适应各类不确定因素, 同时也要高效完成协同控制任务, 对多无人艇有限时间包含控制问题进行仿真。

假设多无人艇系统具有 3 个跟随艇和 3 个领航艇, 其中无人艇 1, 2, 3 为跟随者, 无人艇 4, 5, 6 为领导者, 图 1 为系统的有向通信拓扑图。

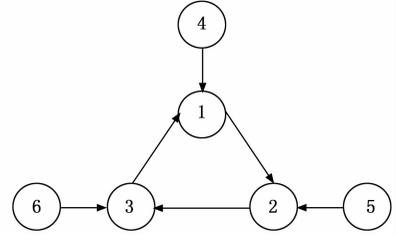


图 1 无人艇通信拓扑结构

由图 1 可知, 系统的邻接矩阵、Laplacian 矩阵分别如下:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

选取无人艇控制器的参数为 $p = 7, q = 5, \eta = 10, \mu = 0.1$ 。假设各艘跟随无人艇受到的未知海洋环境干扰为 $\omega_i = [0.1 \sin(t), 0.1 \cos(t)]^T, i \in 1, 2, \dots, M$ 。各艘无人艇的初始状态坐标分别为 $(-7, 10), (9, 7), (-13, -9), (-2, 6), (5, 4), (-3, -2)$ 。

根据定理 1, 利用算法 (4)、(5), 多无人艇系统 (1)、(2) 的状态可实现包含控制。图 2 表示滑模面随时间变化的曲线, 仿真结果表明滑模面在 2.5 s 时到达 $S(t) = 0$ 。图 3 表示领航艇和跟随艇的运动轨迹, 跟随艇航迹在 4 s 后完全收敛并保持在由领航艇航迹组成的凸包中运动。

假设基于状态观测器的无人艇系统参数选取为:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -2.4 & -1.6 \\ -0.8 & -1.6 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1.1 & 0.6 \\ 1 & 0.5 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

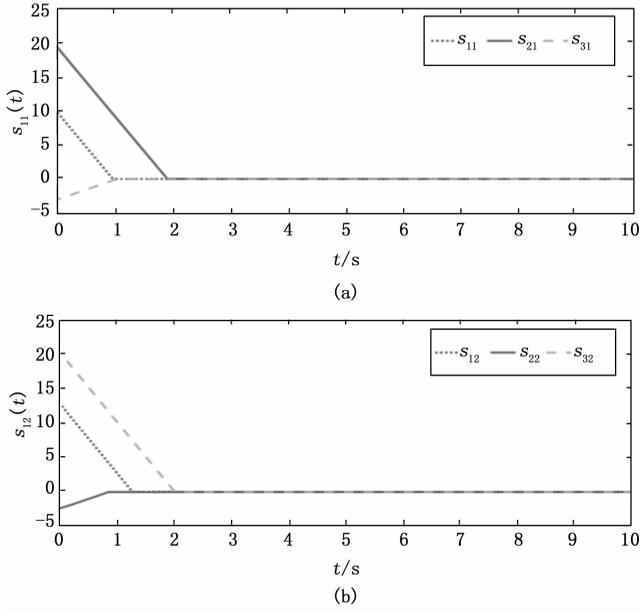


图 2 滑模面变化轨迹

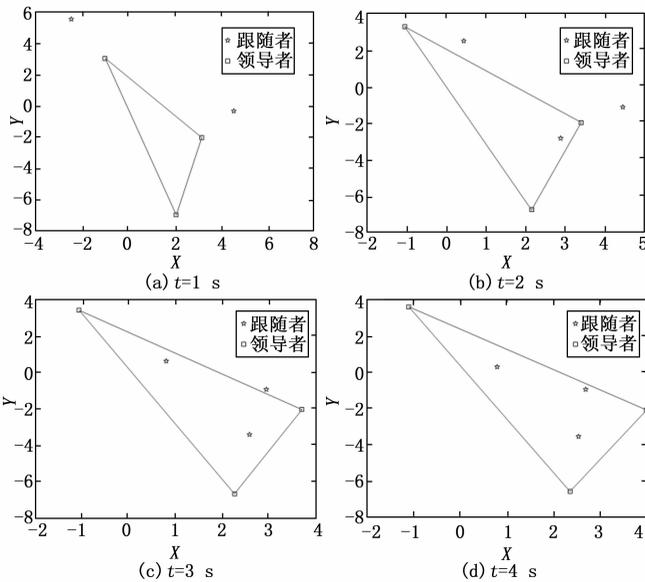


图 3 无人艇运动轨迹

$\beta = 2, \epsilon = 50$.

通过 Matlab 工具箱求解线性矩阵不等式 (10), 得到矩阵 P 的可行解为:

$$P = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.1 \\ 0.1 & 0.2 \end{bmatrix}$$

根据定理 2, 利用控制算法 (8)、(9), 多无人艇系统 (6)、(7) 的状态可以实现包含控制, 通过计算, 得到 $T_1 = 3.7 \text{ s}$, $T_2 = 2.63 \text{ s}$, 时间上限为 $T_1 + T_2 = 6.33 \text{ s}$, 仿真结果如图 4 和图 5 所示。图 4 表示每艘跟随艇状态误差随时间变化曲线, 在 2.5 s 时系统状态估计值与真实值达到一致。图 5 表示各无人艇位置状态随时间变化的轨迹曲线, 仿真

显示在 1.5 s 时, 跟随艇进入由领航艇形成的凸包内, 在有限时间 6.33 s 内达到包含控制。通过对多无人艇包含控制仿真结果与分析, 表明本文理论结果的有效性。

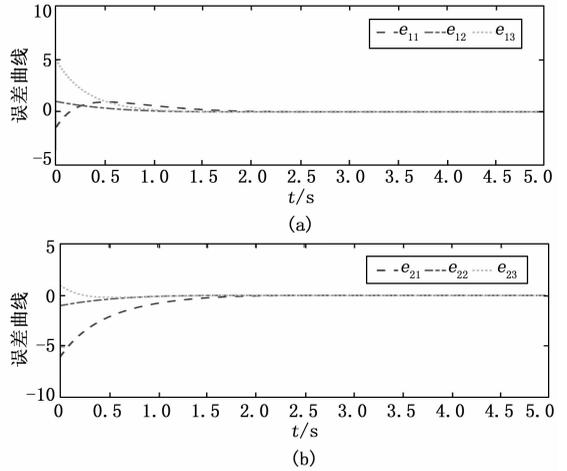


图 4 误差变化轨迹

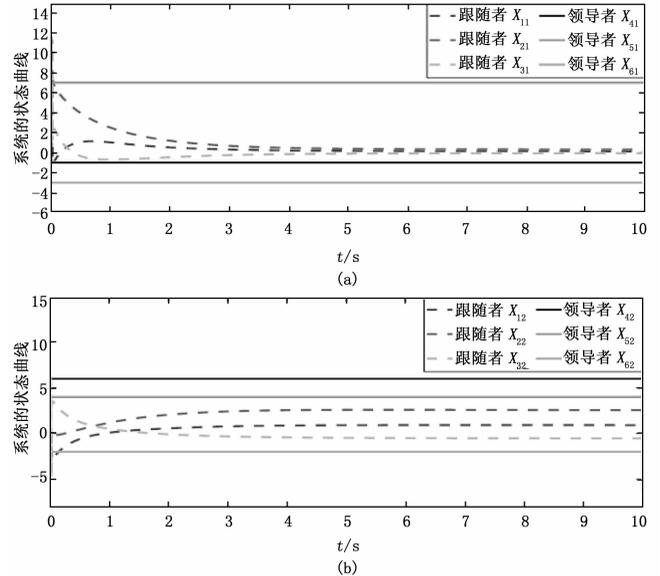


图 5 无人艇各方向运动轨迹

5 结束语

本文针对多智能体系统, 提出基于快速终端滑模控制的有限时间包含控制算法, 运用图论、李亚普诺夫稳定性理论和非线性系统理论, 得到实现包含控制的条件。进而, 对于一般形式的多智能体系统, 考虑基于输出信息构造有限时间状态观测器, 即在有限时间内估计出智能体的运动状态, 解决了智能体运动状态不可在线获得的问题。此外, 当通信中存在噪声干扰和随机变化的拓扑情况, 研究多智能体系统的包含控制问题, 是下一步的主要研究工作。

参考文献:

[1] 杨仕斌, 陈 珺, 刘 飞. 带有输入时滞的领导跟随系统扰动抑制一致性 [J]. 计算机测量与控制, 2019, 27 (8): 74-79.

- [2] Shen H, Wang T, Cao J D, et al. Nonfragile dissipative synchronization for Markovian memristive neural networks: a gain-scheduled control scheme [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2019, 30 (6): 1841-1853.
- [3] Guo G, Ding L, Han Q L. A distributed event-triggered transmission strategy for sampled-data consensus of multi-agent systems [J]. *Automatica*, 2014, 50 (5): 1489-1496.
- [4] Wen G H, Duan Z S, Chen G R, et al. Consensus tracking of multi-agent systems with lipschitz-type node dynamics and switching topologies [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2014, 61 (2): 499-511.
- [5] Dimarogonas D V, Egerstedt M, Kyriakopoulos K J. A leader-based containment control strategy for multiple unicycles [A]. *Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control* [C]. San Diego, USA, 2006: 5968-5973.
- [6] Li Z K, Ren W, Liu X D. Distributed containment control of multi-agent systems with general linear dynamics in the presence of multiple leaders [J]. *Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2013, 23 (5): 534-547.
- [7] Li W Q, Xie L H, Zhang J F. Containment control of leader-following multi-agent systems with Markovian switching network topologies and measurement noises [J]. *Automatica*, 2015, 51 (1): 263-267.
- [8] Hu W S, Liu G P, Wang Z H. Containment control for multi-agent systems via impulsive algorithms without velocity measurements [J]. *IET Transactions on Control Theory & Applications*, 2014, 8 (17): 2033-2044.
- [9] Su H S, Jia G, Chen M Z Q. Semi-global containment control of multi-agent systems with intermittent input saturation [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2015, 352 (9): 3504-3525.
- [10] Zhao Y, Liu Y F. Specified finite-time containment tracking for multiple high-order linear multi-agent systems [A]. *Proceedings of the 36th Chinese Control Conference* [C]. Dalian, China, 2017: 8536-8541.
- [11] Du Y X, Wang Y J, Zuo Z Q. Containment control of multi-agent systems with measured noise based on the Kalman-Bucy filtering theory [A]. *Proceedings of the 36th Chinese Control Conference* [C]. Dalian, 2017.
- [12] Liu K E, Xie G M, Wang L. Containment control for second-order multi-agent systems with time-varying delays [J]. *Systems & Control Letters*, 2014, 67 (5): 24-31.
- [13] Wang H Z, Wang C, Xie G M. Finite-time containment control of multi-agent systems with static or dynamic leaders [J]. *Neurocomputing*, 2017, 226 (2): 1-6.
- [14] Zhao Y, Duan Z S. Distributed finite-time containment control for multi-agent systems with multiple dynamic leaders [A]. *Proceedings of the 25th Chinese Control and Decision Conference* [C]. Guiyang, 2013: 298-303.
- [15] Haimo V T. Finite time controllers [J]. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 1986, 24 (4): 760-770.
- [16] Meng Z Y, Ren W, You Z. Distributed finite-time attitude containment control for multiple rigid bodies [J]. *Automatica*, 2010, 46 (12): 2092-2099.
- [17] 刘忠信, 刘慧, 李杨博, 等. 基于观测器的线性时变时滞多智能体系统一致性 [J]. *控制与决策*, 2019, 34 (9): 1885-1892.
- [18] Duan J, Zhang H G, Liang Y L, et al. Bipartite finite-time output consensus of heterogeneous multi-agent systems by finite-time event-triggered observer [J]. *Neurocomputing*, 2019, 365 (11): 86-93.
- [8] 吴俊杭, 曾宛俊, 马本学, 等. 基于历史帧路径搜索的红枣动态图像采集 [J]. *江苏农业科学*, 2019, 47 (10): 219-223.
- [9] 侯春萍, HOU Chunping, 张倩文, 等. 轮廓匹配的复杂背景中目标检测算法 [J]. *哈尔滨工业大学学报*, 2020, 52 (5): 121-128.
- [10] 郭戈, 王兴凯, 徐慧朴. 基于声呐图像的水下目标检测、识别与跟踪研究综述 [J]. *控制与决策*, 2018, 33 (5): 141-157.
- [11] 黄鸿, 钟凡, 秦学英. 基于自适应特征融合的无纹理 3D 目标跟踪 [J]. *计算机辅助设计与图形学学报*, 2018, 30 (5): 89-97.
- [12] 李佳, 李少娟, 赵颖娟, 等. 基于多尺度广义模糊算子的红外图像背景抑制 [J]. *半导体光电*, 2019, 40 (1): 88-92.
- [13] 袁永明, 施珮. 基于图像处理的鱼群运动监测方法研究 [J]. *南方水产科学*, 2018, 14 (5): 109-114.
- [14] 宋怀波, 姜波, 吴倩, 等. 基于头颈部轮廓拟合直线斜率特征的奶牛跛行检测方法 [J]. *农业工程学报*, 2018, 34 (15): 198-207.
- [15] 张忠子. 基于改进粒子滤波跟踪算法的运动视频跟踪 [J]. *现代电子技术*, 2019, 42 (15): 59-62.

(上接第 70 页)

获得更好的操作结果数据, 具有更为广阔的发展前景。

参考文献:

- [1] 张立国, 李晓松, 肖磊, 等. 基于单目视觉的四旋翼飞行器目标跟踪算法研究 [J]. *计量学报*, 2018, 39 (3): 56-61.
- [2] 朱红岷, 戴道清, 李静正. 基于图像处理的变电站视频智能分析研究 [J]. *计算机工程与应用*, 2018, 54 (7): 264-270.
- [3] 徐燕, 任选宏, 师靖鸿, 等. 目标协同跟踪系统图像监控软件流程设计 [J]. *火力与指挥控制*, 2019, 44 (7): 156-161.
- [4] 吕青松, 许宜申. 基于 FPGA 的目标识别与跟踪系统设计 [J]. *现代电子技术*, 2018, 41 (18): 12-16.
- [5] 赵德超, 彭力, 王皓. 非完整机器人目标跟踪控制器的设计与实现 [J]. *计算机工程*, 2019, 45 (1): 297-302.
- [6] 王全东, 常天庆, 张雷, 等. 基于深度学习算法的坦克装甲目标自动检测与跟踪系统 [J]. *系统工程与电子技术*, 2018, 40 (9): 2143-2156.
- [7] 王全东, 常天庆, 张雷, 等. 基于深度学习算法的坦克装甲目标自动检测与跟踪系统 [J]. *系统工程与电子技术*, 2018, 40 (9): 252-265.