

基于快速终端滑模面的两旋翼飞行器 有限时间姿态控制

沈林武^{1,2}, 陈强¹, 陶玫玲¹, 何熊熊¹

(1. 浙江工业大学 信息工程学院, 杭州 310023

2. 浙江机电职业技术学院 电气电子技术系, 杭州 310053)

摘要: 针对带有模型不确定和外部干扰的两旋翼飞行器, 提出一种基于快速终端滑模面的有限时间自适应姿态控制方法, 保证两旋翼飞行器对期望姿态角度的有限时间跟踪; 构造快速终端滑模面, 并设计分段连续函数避免滑模变量求导产生的奇异值问题; 在此基础上, 设计有限时间姿态控制器, 并设计系统不确定上界的自适应更新律, 抵消模型不确定性和外部干扰的影响; 经李雅普诺夫方法证明滑模变量、姿态角误差、角速度误差等闭环信号最终一致有界, 且有限时间收敛至平衡点邻域, 收敛时间与系统状态变量初始值有关; 最后, 采用了矩形波和 S 曲线作为设定信号, 设计相应的跟踪实验, 并在两旋翼飞行器平台上验证所提控制方法的有效性, 且分析双曲正切函数对系统控制输入影响, 经实验测试其可减少系统颤振现象。

关键词: 姿态控制; 快速终端滑模面; 两旋翼飞行器; 有限时间收敛

A Twin-Rotor Aircrafts Attitude Control Based on Fast Terminal Sliding Mode

Shen Linwu^{1,2}, Chen Qiang^{1*}, Tao Meiling¹, He Xiongxiang¹

(1. College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023, China;

2. Department of Electrical and Electronic Technology, Zhejiang Institute of Mechanical and Electrical Engineering, Hangzhou 310053, China)

Abstract: In this paper, a finite-time adaptive attitude control scheme is proposed based on fast terminal sliding mode surface for twin-rotor aircrafts with model uncertainties and external disturbances. A fast terminal sliding mode surface is constructed, and a piecewise continuous function is developed to avoid the singularity problem caused by differentiating the sliding mode variable. Then, the finite-time attitude controller is designed and adaptive update laws of system uncertainties are developed, such that the effect of the model uncertainties and external disturbances can be compensated. The Lyapunov synthesis is provided to show that the sliding mode variable, attitude error and velocity error could be uniform ultimate boundedness and converge to the neighborhood of the equilibrium within the finite time, and the setting time is relevant to the system state variable initial values. Finally, by contrast experiments of rectangular wave and S curve tracking, the effectiveness of the proposed scheme is validated on the twin-rotor platform. And that experimental results by using hyperbolic tangent function show that it can reduce the system flutter phenomenon.

Keywords: attitude control; fast terminal sliding mode surface; twin-rotor aircrafts; finite-time convergence

0 引言

无人机由于其多功能性、机动性和实用性, 引起了国内外学者的极大重视。旋翼飞行器作为无人机的一种常见类型, 具有体积小, 结构简单和机动性强等优点^[1], 通常用于某些危险的环境中, 包括搜索、营救、区域制图和监视等^[2-3]。当前, 旋翼飞行器的姿态控制逐步成为无人机控

制研究的热点问题^[4-8]。为保证四旋翼倾转飞行器的姿态稳定, 文献 [9] 设计比例积分微分 (proportion-integration-differentiation, PID) 控制器, 融合自适应控制算法, 实现 PID 参数自整定, 经仿真实验表明该控制器的稳态性能和跟踪性能良好。文献 [10] 利用前馈控制和线性化技术, 设计四旋翼无人机控制算法, 并基于线性二次调节器设计姿态控制器, 通过反馈调节矩阵增益, 改善控制器性能, 根据时延、上升时间、超调等参数验证了其优越性能。文献 [11] 针对三旋翼飞行器尾部舵机发生堵塞故障的情况下, 基于反步法和终端滑模控制技术, 提出一种鲁棒容错控制方法, 经李雅普诺夫方法证明姿态跟踪误差渐近收敛, 且经实验验证对姿态控制有较好的效果。文献 [12] 利用反步法技术和常规滑模设计控制器, 常规滑模控制器保证姿态角快速收敛的能力, 反步法技术应用于位置跟踪, 最终获得四旋翼飞行器位姿的快速收敛, 模拟仿真实验验证

收稿日期: 2020-04-11; 修回日期: 2020-04-28。

基金项目: 国家自然科学基金面上项目(61873239, 61973274)。

作者简介: 沈林武(1976-), 男, 浙江武义人, 博士生, 讲师, 主要从事飞行器姿态控制方向的研究。

通讯作者: 陈强(1984-), 男, 山东德州人, 副教授, 硕士生导师, 主要从事非线性伺服控制, 飞行器姿态控制等方向的研究。

何熊熊(1965-), 男, 浙江三门人, 教授, 主要从事学习控制, 多智能体系统, 信号处理等方向的研究。

所设计控制器的有效性。然而，上述控制方法仅能实现姿态的渐近收敛。

与上述方法相比，有限时间控制能实现系统状态变量的有限时间收敛。文献 [13] 针对刚性航天器带有控制输入饱和的输出反馈姿态控制，基于四元数方法建立系统数学模型，结合有限时间观测器，设计有限时间控制律，保证系统姿态有限时间收敛于平衡点。文献 [14] 利用分段函数设计一种终端滑模控制策略，结合自适应技术，保证刚性飞行器的有限时间姿态收敛，且更鲁棒、收敛速度更快、控制精度更高等性能，仿真结果表明了该控制策略的有效性。文献 [15] 针对存在转动惯量有界、未知外部干扰的情况，基于四元数建立刚性飞行器动力学模型，设计有限时间全阶滑模连续控制器，保证系统轨迹有限时间收敛于平衡点，所提控制器有效性经仿真验证。

基于上述讨论，本文针对两旋翼飞行器提出一种基于快速终端滑模面的有限时间自适应姿态控制方法，保证两旋翼飞行器姿态角跟踪误差的有限时间收敛。通过设计分段函数避免控制律和滑模变量求导产生的奇异值问题，同时设计用于估计系统模型不确定上界和未知外部干扰的自适应更新律，并无需提前了解系统的先验知识。最后，在两旋翼飞行器平台上验证所提控制方法的有效性。

1 系统描述及预备知识

图 1 为两旋翼飞行器测试台示意图，由机械和电子两部分组成。机械部分包含底板、支架、平衡杆和轴承对组件；电子部分由陀螺仪模块、控制单元、电子调速器和无刷直流电机组件构成，其中两个无刷直流电机的桨叶分别为正桨叶和反桨叶，以抵消两个电机不同旋转方向的转矩。

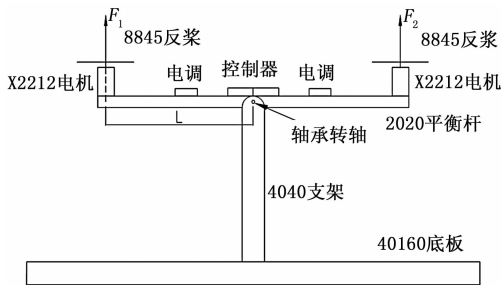


图 1 两旋翼飞行器测试台示意图

两旋翼飞行器平衡杆可认为是刚体，根据杠杆原理，其桨叶产生的升力矩 M_b 为：

$$M_b = (F_1 - F_2)L = ku, \quad (1)$$

式中， F_1 、 F_2 为桨叶产生的升力， L 是电机轴中心线到转轴中心线的垂直距离， k 为正系数， $u \in \mathbf{R}$ 为电机电子调速器控制输入。

基于刚体定轴转动的动力学方程分析，两旋翼飞行器动力学模型的表达式为：

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}_1 = x_2 \\ J\dot{\bar{x}}_2 = M_b + M_f + M_d \end{cases}, \quad (2)$$

式中， x_1 、 x_2 和 \bar{x}_2 分别为两旋翼平衡杆绕轴承转轴的姿

角、角速度和角加速度，其信息由陀螺仪模块测得， J 为平衡杆绕轴承转轴的转动惯量， M_f 为空气阻力、摩擦力等产生的力矩， M_d 为未知干扰力矩。

为便于控制器设计，定义 $b = \frac{k}{J}$ ， $f(x_1, x_2) = \frac{1}{J}M_f$ ， $d(t, x_1, x_2) = \frac{1}{J}M_d$ 。由式 (1) 和式 (2)，两旋翼飞行器动力学模型可简化为：

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}_1 = x_2 \\ \dot{\bar{x}}_2 = bu + f(x_1, x_2) + d(t, x_1, x_2) \end{cases} \quad (3)$$

假设 1: M_f 和 M_d 有界，即 $f(x_1, x_2)$ 和 $d(t, x_1, x_2)$ 有界，存在常数 $F > 0$ 和 $D > 0$ ，保证 $|f(x_1, x_2)| \leq F$ 和 $|d(t, x_1, x_2)| \leq D$ 成立。

引理 1^[16-17]：针对系统 $\dot{\bar{x}} = f(x)$ ，存在一个连续正函数 V ，标量 $\alpha > 0$ ， $\beta > 0$ ， $0 < \gamma < 1$ ， $v \geq 0$ 满足 $\dot{V} \leq -\alpha V - \beta V^\gamma + v$ ， $\forall t > 0$ ，则系统 $\dot{\bar{x}} = f(x)$ 轨迹有限时间收敛，收敛域为：

$$\left\{ \lim_{t \rightarrow T_r} x \mid V(x) \leq \min \left\{ \frac{v}{\alpha}, \left(\frac{v}{\beta} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \right\} \right\},$$

收敛时间上界 T_r 满足

$$T_r = \frac{1}{\alpha(1-\gamma)} \ln \frac{\alpha V^{1-\gamma}(x_0) + \beta}{\beta} \quad (4)$$

2 快速终端滑模控制器

2.1 滑模面设计

设计快速终端滑模面为：

$$s = \bar{e} + k_1 e + k_2 \text{sig}^{a_2} e, \quad (5)$$

式中， $k_1 > 0$ ， $k_2 > 0$ ， $0 < a_2 < 1$ ， $a_2 = \frac{q}{p}$ ， $p > q$ ， p 、 q 是互质的正奇数， $e = x_1 - x_d$ 为姿态角误差， $\dot{e} = x_2 - \dot{x}_d$ 为角速度误差， x_d 、 \dot{x}_d 分别是姿态角、角速度的期望输入， $\text{sig}^m \cdot = |\cdot|^m \text{sgn}(\cdot)$ ， $\text{sgn}(\cdot)$ 代表符号函数。

根据两旋翼飞行器控制系统 (3) 可得：

$$\ddot{e} = \ddot{x}_2 - \ddot{x}_d =$$

$$bu + f(x_1, x_2) + d(t, x_1, x_2) - \ddot{x}_d, \quad (6)$$

式中， \ddot{e} 为姿态角加速度误差， \ddot{x}_d 是姿态角加速度的期望输入。

对式 (5) 求导，得：

$$\dot{s} = \dot{e} + k_1 \dot{e} + k_2 a_2 |e|^{a_2-1} \dot{e}. \quad (7)$$

滑模变量 s 一旦到达滑模面 $s = 0$ 之后，式 (4) 表示为：

$$\dot{e} = -k_1 e - k_2 \text{sig}^{a_2} e. \quad (8)$$

选取李雅普诺夫函数：

$$V_1 = \frac{1}{2} e^2 \quad (9)$$

对其求导，得：

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= e(-k_1 e - k_2 \text{sig}^{a_2} e) = \\ &= -2k_1 |V_1| - 2^{\frac{a_2+1}{2}} k_2 |V_1|^{\frac{a_2+1}{2}} \end{aligned} \quad (10)$$

根据引理 1 和式 (8)，系统的姿态角误差 e 、角速度误

差 \dot{e} 在滑动模态时有限时间收敛, 收敛时间上界 T_s 满足:

$$T_s = \frac{2}{2k_1(1-a_2)} \ln \frac{2k_1 V_1^{\frac{1-a_2}{2}}(e(0)) + 2^{\frac{a_2+1}{2}} k_2}{2^{\frac{a_2+1}{2}} k_2} \quad (11)$$

2.2 控制律设计

设计有限时间自适应控制律 u 为:

$$u = -\frac{1}{b}(k_1 \dot{e} + k_2 a_2 |e|^{a_2-1} \dot{e} - \ddot{x}_d + \alpha s + \beta \text{sig}^\gamma s + \hat{F} \text{sgn}(s) + \hat{D} \text{sgn}(s)) \quad (12)$$

式中, \hat{F}, \hat{D} 分别为 F, D 的估计值。

设计自适应更新律为:

$$\dot{\hat{F}} = \frac{1}{c_1} (|s| - p_1 \hat{F}) \quad (13)$$

$$\dot{\hat{D}} = \frac{1}{c_2} (|s| - p_2 \hat{D}) \quad (14)$$

式中, $p_1 > 0, p_2 > 0, c_1 > 0, c_2 > 0$ 。

3 定性证明

定理 1: 针对两旋翼飞行器系统式 (3), 设计快速终端滑模面式 (5), 控制律式 (12), 自适应更新律式 (13) 和式 (14), 则:

- 1) s, \hat{F} 和 \hat{D} 信号最终一致有界;
- 2) 滑模变量 s , 系统姿态角误差 e 和角速度误差 \dot{e} 在有限时间内收敛至平衡点附近邻域。

证明: (1) 构造李雅普诺夫函数:

$$V_2 = \frac{1}{2} s^2 + \frac{1}{2} c_1 \hat{F}^2 + \frac{1}{2} c_2 \hat{D}^2 \quad (15)$$

式中, $\hat{F} = F - \hat{F}, \hat{D} = D - \hat{D}$ 。

对式 (15) 求导, 可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \dot{s} \dot{s} + c_1 \hat{F} \dot{\hat{F}} + c_2 \hat{D} \dot{\hat{D}} = s(\ddot{e} + k_1 \dot{e} + k_2 a_2 |e|^{a_2-1} \dot{e}) + \\ & c_1 \hat{F} \dot{\hat{F}} + c_2 \hat{D} \dot{\hat{D}} = s(f + d + bu - \ddot{x}_d + k_1 \dot{e} + \\ & k_2 a_2 |e|^{a_2-1} \dot{e}) + c_1 \hat{F} \dot{\hat{F}} + c_2 \hat{D} \dot{\hat{D}} \end{aligned} \quad (16)$$

把控制律式 (12) 代入式 (16), 得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &\leq s(f + d - (k_1 \dot{e} + k_2 a_2 |e|^{a_2-1} \dot{e} - \\ & \ddot{x}_d + \alpha s + \beta \text{sig}^\gamma s + \hat{F} \text{sgn}(s) + \hat{D} \text{sgn}(s)) - \ddot{x}_d + k_1 \dot{e} + \\ & k_2 a_2 |e|^{a_2-1} \dot{e}) + c_1 \hat{F} \dot{\hat{F}} + c_2 \hat{D} \dot{\hat{D}} \leq \\ & -\alpha s^2 - \beta |s|^{\gamma+1} + |s| |\hat{F} - c_1 \hat{F} \dot{\hat{F}}| + |s| |\hat{D} - c_2 \hat{D} \dot{\hat{D}}| \end{aligned} \quad (17)$$

把自适应更新律式 (13) 和式 (14) 代入式 (17), 得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &\leq -\alpha s^2 - \beta |s|^{\gamma+1} + \\ & \hat{F} (|s| - c_1 \dot{\hat{F}}) + \hat{D} (|s| - c_2 \dot{\hat{D}}) \leq \\ & -\alpha s^2 - \beta |s|^{\gamma+1} + p_1 \hat{F} \dot{\hat{F}} + p_2 \hat{D} \dot{\hat{D}} \end{aligned} \quad (18)$$

根据杨不等式, 以下不等式成立,

$$p_1 \hat{F} \dot{\hat{F}} \leq \frac{p_1(1-2\theta_1)\hat{F}^2}{2\theta_1} + \frac{p_1\theta_1 F^2}{2} \quad (19)$$

$$p_2 \hat{D} \dot{\hat{D}} \leq \frac{p_2(1-2\theta_2)\hat{D}^2}{2\theta_2} + \frac{p_2\theta_2 D^2}{2} \quad (20)$$

式中, $\theta_1 > \frac{1}{2}, \theta_2 > \frac{1}{2}$ 。

把式 (19) 和式 (20) 代入式 (18), 得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &\leq -\alpha s^2 - \beta |s|^{\gamma+1} - \frac{p_1(2\theta_1-1)\hat{F}^2}{2\theta_1} - \\ & \frac{p_2(2\theta_2-1)\hat{D}^2}{2\theta_2} + \frac{p_1\theta_1 F^2}{2} + \frac{p_2\theta_2 D^2}{2} \leq \\ & -\eta_0 V_2 + v_1 \end{aligned} \quad (21)$$

式中, $v_1 = \frac{p_1\theta_1 F^2}{2} + \frac{p_2\theta_2 D^2}{2}$,

$$\eta_0 = \min \left\{ 2\alpha, \frac{p_1(2\theta_1-1)}{c_1\theta_1}, \frac{p_2(2\theta_2-1)}{c_2\theta_2} \right\}。$$

综合上述分析, 式 (15) ~ (21) 保证滑模面 s, \hat{F} 和 \hat{D} 信号最终一致有界, 由式 (15) 可知, 姿态角误差 e 、角速度误差 \dot{e} 也最终一致有界, 由于 $\tilde{F} = F - \hat{F}, \tilde{D} = D - \hat{D}$, 以及 D, F 有界性, 能够保证 \tilde{F}, \tilde{D} 最终一致有界。因此, 存在正常数 v_2 , 满足 $|s| (|\tilde{F} + \tilde{D}|) \leq v_2$ 。

(2) 构造李雅普诺夫函数:

$$V_3 = \frac{1}{2} s^2 \quad (22)$$

对式 (22) 求导, 可得:

$$\dot{V}_3 = s(f + d + bu - \ddot{x}_d + k_1 \dot{e} + k_2 a_2 |e|^{a_2-1} \dot{e}) \quad (23)$$

把控制律式 (12) 代入式 (23), 得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &\leq |s| (F + D) - \alpha s^2 - s\beta \text{sig}^\gamma s - s\hat{F} \text{sgn}(s) - s\hat{D} \text{sgn}(s) \leq \\ & -2\alpha V_3 - 2^{\frac{\gamma+1}{2}} \beta V_3^{\frac{\gamma+1}{2}} + |s| (\tilde{F} + \tilde{D}) \leq \\ & -\eta_1 V_3 - \eta_2 V_3^{\frac{\gamma+1}{2}} + v_2 \end{aligned} \quad (24)$$

式中, $\eta_1 = 2\alpha, \eta_2 = 2^{\frac{\gamma+1}{2}} \beta$ 。

根据引理 1, 滑模变量 s 在趋近模态时有限时间收敛到平衡点附近邻域 Δs :

$$\Delta s \leq \sqrt{2} \cdot \min \left\{ \left(\frac{v_2}{\eta_1} \right)^{\frac{1}{2}}, \left(\frac{v_2}{\eta_2} \right)^{\frac{1}{\gamma+1}} \right\} \quad (25)$$

且收敛时间上界 T_r 为:

$$T_r = \frac{2}{\eta_1(1-\gamma_2)} \ln \frac{\eta_1 V_3^{\frac{1-\gamma_2}{2}}(s(0)) + \eta_2}{\eta_2} \quad (26)$$

把式 (25) 代入滑模面式 (5), 得:

$$\dot{e} + k_1 e + k_2 \text{sig}^{a_2} e = \epsilon \quad (27)$$

式中, $|\epsilon| \leq \Delta s$ 。

由式 (27) 可知, 姿态角误差 e 收敛至以下邻域:

$$|e| \leq \min \left\{ \frac{|\epsilon|}{k_1}, \left(\frac{|\epsilon|}{k_2} \right)^{\frac{1}{a_2}} \right\} \quad (28)$$

且姿态角速度误差 \dot{e} 收敛至以下邻域:

$$|\dot{e}| \leq k_1 |e| + k_2 |e|^{a_2} + |\epsilon| \leq 3\Delta s \quad (29)$$

根据式 (11) 和式 (24) ~ (29), 滑模变量 s 、姿态角误差 e 、角速度误差 \dot{e} 能够在有限时间内收敛于平衡点附近邻域, 且收敛时间 T 满足:

$$T \leq T_r + T_s =$$

$$\& \frac{2}{\eta_1(1-\gamma_2)} \ln \frac{\eta_1 V_3^{\frac{1-\gamma_2}{2}} (s(0)) + \eta_2}{\eta_2} + \frac{2}{2k_1(1-a_2)} \ln \frac{2k_1 V_1^{\frac{1-a_2}{2}} (e(0)) + 2^{\frac{a_2+1}{2}} k_2}{2^{\frac{a_2+1}{2}} k_2} \quad (30)$$

注：根据式 (30)，系统状态变量的收敛时间与系统初始值条件相关，如滑模面初始值 $s(0)$ 、姿态角误差初始值 $e(0)$ ，且其它可设计参数也能影响系统收敛时间上界，如 k_1 、 k_2 、 a_2 、 γ_2 、 η_1 、 η_2 等。如减少 γ_2 、 a_2 ，可缩短系统状态变量的收敛时间，但是过小的 γ_2 、 a_2 ，等同于控制器获得过高的增益，导致系统的大幅度颤振、甚至不稳定。为了获得系统收敛时间与稳定性之间的平衡，选择合理的控制参数也是设计工作中的一项重要工作，证毕。

4 实验结果与分析

4.1 实验平台描述

两旋翼飞行器控制系统如图 2 所示，该系统由飞行器测试台、上位机控制台以及辅助直流电源组成。

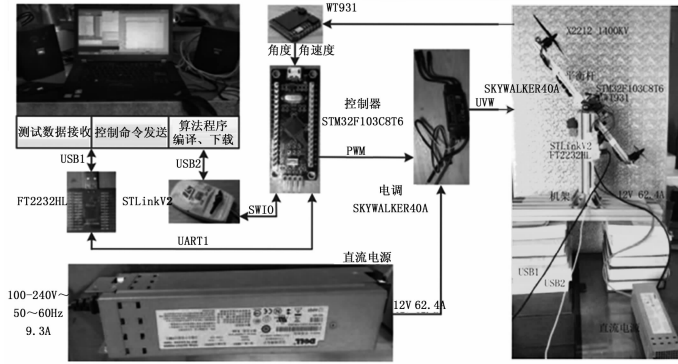


图 2 两旋翼飞行器控制系统

两旋翼飞行器测试台有两台无刷直流电机 (X2212，中山市朗宇模型有限公司)；两台电子调速器 (SKYWALKER40A，深圳市好盈科技有限公司)，电子调速器用于控制无刷直流电机的转速；一个陀螺仪模块 (WT931，深圳维特智能科技有限公司)，用于获取两旋翼飞行器测试台平衡杆的姿态角和角速度；一个用于执行控制方法的控制单元 (STM32F103C8T6，意法半导体有限公司) 和必要的机械支撑铝合金结构件。两旋翼飞行器电子线路硬件连接图如图 3 所示。

上位机控制台为一台工作站 (W520，联想控股股份有限公司)。其中通用串行总线 (universal serial bus, USB) 接口 1 用于连接飞行器测试台数据接口 (FT2232HL, FT-DI Chip)，实现实验数据的采集、控制飞行器测试台的启停；USB2 接口通过调试器 (STlinkV2，意法半导体有限公司)，与飞行器测试台的控制单元连接，实现控制程序的编译和加载。上位机控制台通过中间文件获取实验数据，实现实验数据的显示、分析和处理。

在实验中，仅使用两旋翼飞行器测试台平衡杆的俯仰轴，陀螺仪模块提供相应的姿态角和角速度信息，其中姿

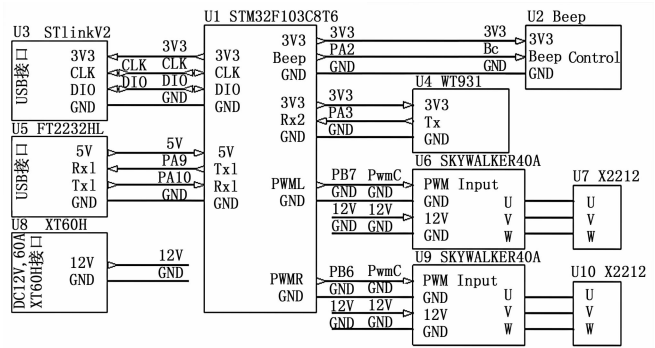


图 3 两旋翼飞行器电子线路硬件连接图

态角的动态精度可达 0.1° ，姿态角速度测量范围 $\pm 1000^\circ/s$ ，采样周期为 6 ms，满足后续的闭环信号控制要求。

两旋翼飞行器测试台的指标参数：

- 1) 平衡杆实验角度范围为 $\pm 60^\circ$ 。
- 2) 陀螺仪模块与控制单元通信速率为 921 600 bps，本测试台仅使用俯仰姿态角和角速度。
- 3) 控制算法输出控制量 u 为 ± 1500 ，待机电门控制量 u_0 为 3 000，控制单元最终输出控制量 u_1 最大输出值为 10 000，为实验安全考虑，限幅值为 4 500，则控制量 u_1 范围为 500 ~ 4 500。
- 4) USB1 转通用异步收发传输器 (universal asynchronous receiver/transmitter, UART) 接口 1 的通信速率为 921 600 bps。
- 5) 下载调试器 STlinkV2 的单总线接口 (single wire, SW) 运行频率为 1.8 MHz。

4.2 实验方法对比

为验证所提控制方法的可行性和优越性，提出两种控制方法在两旋翼飞行器测试台进行实验比较。方法一为本文所设计的基于快速终端滑模面的有限时间姿态控制方法，方法二为文献 [18] 的线性滑模控制方法。为保证公平比较，两种控制方法相应的系统控制参数设置一致。

方法一的滑模面为式 (5)，控制律为式 (12)，自适应更新律为式 (13) ~ (14)。

方法二的滑模面为：

$$s = \dot{e} + k_1 e \quad (31)$$

式中， $k_1 > 0$ 。

控制律设计为：

$$u = -\frac{1}{b} (k_1 \dot{e} - \ddot{x}_d + \alpha s + \hat{F} \operatorname{sgn}(s) + \hat{D} \operatorname{sgn}(s)) \quad (32)$$

式中， $\alpha > 0, \beta > 0, \hat{F}, \hat{D}$ 自适应更新律与方法一相同。

方法一的滑模面 $\operatorname{sig}^{a_2} e$ 项的幂次系数 $0 < a_2 < 1$ ，导致滑模面的导数存在奇异值问题。在实验过程中，由分段函数 $\phi(e)$ 替代 $\operatorname{sig}^{a_2} e$ 项，避免产生奇异值问题，分段函数 $\phi(e)$ 表达式为：

$$\phi(e) = \begin{cases} |e|^{a_2} \operatorname{sgn}(e) & s = 0 \text{ 或 } s \neq 0, |e| > \mu \\ l_1 e + l_2 |e|^2 \operatorname{sgn}(e) & s \neq 0, |e| \leq \mu \end{cases} \quad (33)$$

式中, $0 < a_2 < 1, a_2 = \frac{p}{q}, q > p, p$ 和 q 是互质正奇数, μ 是一个充分小有界正常数, $l_1 = (2 - a_2)\mu^{a_2-1}, l_2 = (a_2 - 1)\mu^{a_2-1}$ 。

针对两旋翼飞行器系统式, 根据控制律式和式, 当滑模变量 $s = 0$ 时, 符号函数 $\text{sgn}(\cdot)$ 不连续性, 会导致系统颤震。在实验过程中, 为了消除符号函数不连续性, 可以采用分段函数替换, 如文献 [19] 采用以下函数:

$$\bar{\omega}(s) = \begin{cases} \text{sgn}(s) & |s| \geq \zeta \\ \frac{2s}{|s| + \zeta} & |s| \leq \zeta \end{cases} \quad (34)$$

式中, $\zeta > 0, \zeta$ 是一个充分小有界正数, 代表边界层的厚度。也可采用双曲正切函数替换符号函数:

$$\vartheta(s, \rho) = \frac{e^{\rho s} - 1}{e^{\rho s} + 1} \quad (35)$$

式中, $\rho > 0$, 参数 ρ 越大, 双曲正切函数越接近于符号函数, 则控制律式和式获得控制性能越好。在实验过程中, 如果能够选择合适的参数 ρ 或 ζ , 则可保持系统颤震和跟踪性能之间的平衡。

4.3 实验结果分析

1) 矩形波跟踪实验:

为验证所提控制方法的瞬态性能, 针对系统模型参数不确定性和未知的外部干扰上界, 设计幅值为 25° 的组合矩形波作为两种方法的实验参考轨迹, 系统姿态角速度 x_2 初始值 $x_2(0)$ 为 $0^\circ/\text{s}$, 安排多组系统姿态角 x_1 的初始值 $x_1(0)$ 情况下进行实验, \hat{F} 和 \hat{D} 初始值 $\hat{F}(0)$ 和 $\hat{D}(0)$ 分别为 $8^\circ/\text{s}^2$ 和 $6^\circ/\text{s}^2$, 系统控制参数见表 1。

表 1 矩形波跟踪实验的控制参数

参数	数值	参数	数值	参数	数值
k_1	4.0	α	0.15	c_1	0.04
k_2	6.0	β	0.3	c_2	0.05
a_2	11.0	γ_2	9.0	p_1	0.3
	17.0		13.0		
		b	14.85	p_2	0.4

图 4 为两种控制方法的跟踪轨迹, 方法一与方法二相比, 方法一具有更快的姿态角 x_1 收敛速度和更小的跟踪误差 e 。图 5 为两种控制方法的干扰估计值 \hat{D} , 从图 5 中可知, 相应阶跃信号激励之后, 两种方法的 \hat{D} 能够收敛。

图 6 为方法一在不同系统姿态角初始状态的收敛情况, 其中实验的参考轨迹为 $x_d = 0^\circ$, 系统姿态角 x_1 初始值 $x_1(0)$ 分别为 $-50^\circ \sim -5^\circ$ 区间之间的 6 个初始值, 其它控制参数和实验条件同上述实验。从图 6 明显地看出, 姿态角 $x_1(0)$ 初始值绝对值越大, 系统状态变量收敛时间越长, 实验结果与理论分析保持一致, 即收敛时间与系统初始值有关。

2) S 曲线跟踪实验:

为了进一步验证所提控制方法的跟踪性能, 设计 S 曲线作为对比实验参考轨迹, 系统姿态角 x_1 初始值 $x_1(0)$ 为 25° , 姿态角速度 x_2 初始值 $x_2(0)$ 为 $0^\circ/\text{s}$, 系统控制参数由

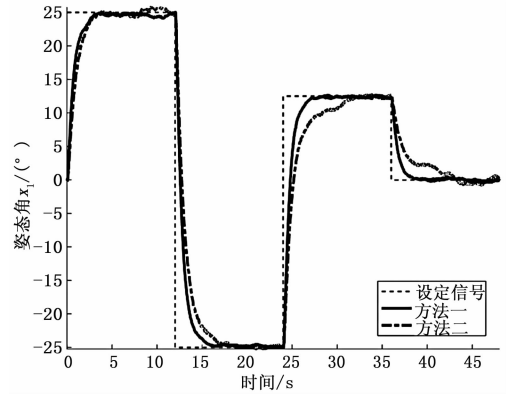


图 4 幅值 25° 矩形波的跟踪轨迹

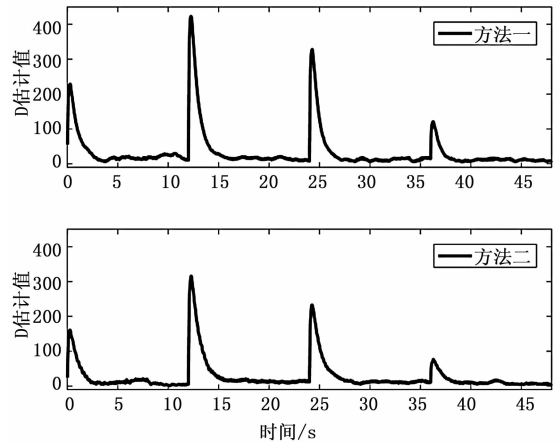


图 5 幅值 25° 矩形波时的 \hat{D}

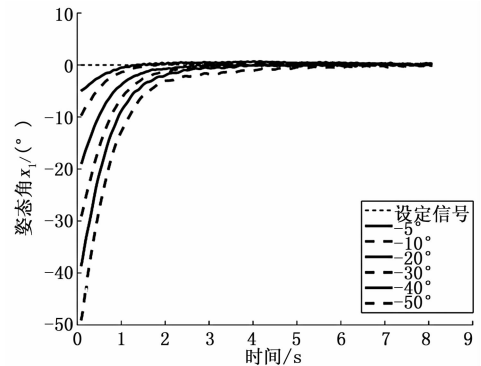


图 6 参考轨迹 $x_d = 0$ 的跟踪轨迹

表 2 获取, 图 7 是设定信号为 S 曲线的跟踪轨迹。

表 2 S 曲线跟踪实验的控制参数

参数	数值	参数	数值	参数	数值
k_1	8.0	α	0.6	c_1	0.05
k_2	12.0	β	0.6	c_2	0.05
a_2	11.0	γ_2	9.0	p_1	0.5
	17.0		13.0		
		b	14.85	p_2	0.5

由图 7 可以看出, 方法一与方法二相比, 方法一对姿态角 x_1 跟踪具有更快收敛速度。

3) 替换符号函数对系统控制性能影响:

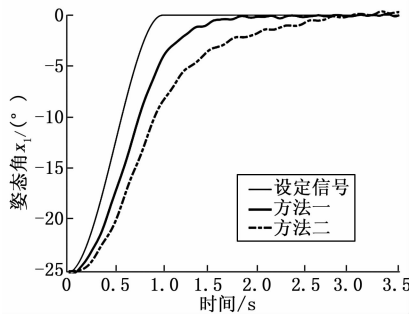


图 7 S 曲线的跟踪轨迹

为验证所提控制方法的符号函数被替换，对系统控制性能的影响，设计实验参考轨迹为 $x_d = 0^\circ$ ，作为方法一的设定信号，系统姿态角 x_1 初始值 $x_1(0)$ 为 -20° ，系统控制参数由表 1 获取，其它实验条件同矩形波跟踪实验。

针对符号函数不连续性导致系统颤震。为消除系统颤震，实验过程中采用式双曲正切函数替换符号函数，其中 ρ 取 3。图 8 和图 9 分别为未替换符号函数和双曲正切函数替换符号函数的系统控制输入 u 和系统姿态角 x_1 的跟踪轨迹。

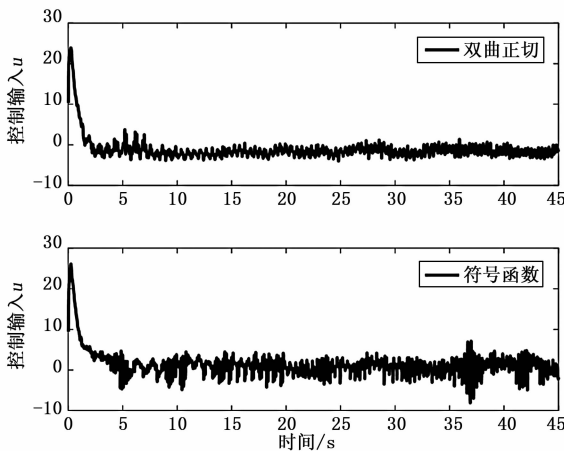


图 8 比较双曲正切函数与符号函数对系统性能影响的控制输入 u

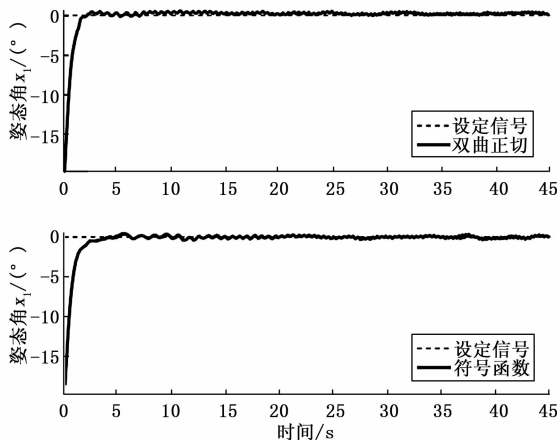


图 9 比较双曲正切函数与符号函数对系统性能影响的姿态角 x_1 的跟踪轨迹

从图 8 明显看出，符号函数未被替换时，系统控制输入 u 的颤振比由双曲正切函数替换的大。图 9 姿态角 x_1 的

跟踪性能采用积分绝对值误差指标 (integrated absolute error, IAE), $IAE = \int |e(t)| dt$ 。积分方差误差指标 (integrated square error, ISDE), $ISDE = \int (e(t) - e_0(t))^2 dt$ ，用于衡量跟踪误差 $e(t)$ 围绕 $e_0(t)$ 的波动程度，其中 $e_0(t)$ 为 $e(t)$ 的平均值。为增加计算 IAE、ISDE 指标的准确性，选取图 9 的第 10 s 与 45 s 之间数据，计算 IAE、ISDE。含符号函数的 $IAE = 3.65$ 、 $ISDE = 0.34$ ，双曲正切函数的 $IAE = 8.91$ 、 $ISDE = 0.23$ 。由上述 IAE、ISDE 数据可知，含双曲正切函数的控制方法对姿态角 x_1 跟踪性能比含符号函数的精度低，但是波动比较小。因此，选取双曲正切函数合适的参数 ρ ，可寻求系统颤震和跟踪性能之间最佳平衡。

5 结束语

旋翼飞行器作为一种常见的无人机类型，具有结构简单、机动性强和使用方便等优点，使其在各行各业的应用中迅速普及，对其研究也成为各科研机构的研究热点主题。旋翼飞行器有众多关键技术需要研究和解决，而姿态控制作为其关键技术之一，对于涉及姿态有关领域的旋翼飞行器应用具有重要意义。针对两旋翼飞行器系统的模型不确定性和未知的外部干扰，提出了一种有限时间自适应姿态控制方法。经李雅普诺夫方法证明滑模面 s 、 \tilde{F} 和 \tilde{D} 闭环信号最终一致有界，系统状态变量 e 和 \dot{e} 有限时间收敛，收敛时间与系统初始状态有关。通过分段函数 $\psi(e)$ ，避免滑模面导数和控制律产生奇异值问题。设计自适应更新律估计系统的模型不确定性和未知的外部干扰的上界，而无需事先得知系统的先验知识。为验证所提方法的有效性，设计矩形波跟踪轨迹和 S 曲线跟踪轨迹的实验对比，在两旋翼飞行器测试台上对所提控制方法进行实验验证，与对比控制方法相比，所提控制方法可保证两旋翼飞行器系统姿态角 x_1 具有更快的收敛速度，且实验显示收敛时间与系统初始状态有关。同时，分析控制律的符号函数由双曲正切函数替代对系统跟踪性能的影响，经实验测试表明由双曲正切函数替代符号函数，控制输入 u 和姿态角 x_1 的颤震有较大改善，但降低了系统跟踪性能，测试结果对实际工程应用有重要的指导意义。

参考文献:

[1] 鲜 斌, 查君浩. 倾转式三旋翼无人飞行器抗扰非线性控制设计 [J]. 控制与决策, 2018, 33 (2): 263-268.
 [2] 梁亚斌, 蔡思佳, 冯 谦, 等. 基于无人机航拍的武汉天兴洲长江大桥桥索 PE 外观检测技术 [J]. 大地测量与地球动力学, 2019, 39 (11): 1207-1210.
 [3] 李金香, 常想德, 姚 远, 等. 无人机技术在新疆塔县地震的应用及实现 [J]. 华南地震, 2019, 39 (3): 57-64.
 [4] Zhu Z, Xia Y, Fu M. Adaptive sliding mode control for attitude stabilization with actuator saturation [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2011, 58 (10): 4898-4907.