

基于灰色神经网络的装备计量预测研究与实现

周东方^{1,2}, 王志虎², 丁风海²

(1. 国防科技大学 计算机学院, 长沙 410073; 2. 中国卫星海上测控部 技术部, 江苏 江阴 214431)

摘要: 基于装备计量数据历史样本数据较少的特点, 将适合小样本的灰色理论 GM(1, 1) 模型应用于基于计量数据的装备状态预测, 同时为提高 GM(1, 1) 模型精度, 提出了基于 RBF 神经网络优化 GM(1, 1) 传统模型的灰色神经网络模型; 装备计量数据实例应用分析表明, 上述模型均可获得该装备计量数据的合理预测值, 且相对于 GM(1, 1) 传统模型, GM(1, 1) 优化模型具有更优的模型精度和预测效果, 基于 Matlab 开发的装备计量预测软件, 实现了 GM(1, 1) 传统及优化模型下装备计量状态预测及比较的可视化操作, 为装备计量保障提供了可参考的技术方案。

关键词: 装备保障; 计量数据; 预测; 灰色模型; RBF 神经网络; 灰色神经网络; 优化; MATLAB

Research and Implementation of Equipment Metrological Forecasting Based on Grey Neural Network

Zhou Dongfang^{1,2}, Wang Zhihu², Ding Fenghai²

(1. College of Computer Science, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;

2. Department of Technology, China Satellite Maritime Tracking and Controlling Department, Jiangyin 214431, China)

Abstract: In order to realize the forecasting of equipment technical status based on metrological data which with less historical sample data, the GM(1, 1) model of grey theory which suitable for less sample data was applied. And a grey neural network model based on GM(1, 1) traditional model optimized by RBF neural network was proposed in order to improve the accuracy of GM(1, 1) model. The application analysis of equipment metrological data shows that the models all can obtain the reasonable forecasting value, and compared with the GM(1, 1) traditional model, the GM(1, 1) optimization model has better model accuracy and forecasting effect. The software of equipment metrological forecasting developed by Matlab, realized the visualization operation of equipment metrological forecasting and comparison which in GM(1, 1) traditional and optimization model, provides a reference technical scheme for equipment metrological support.

Keywords: equipment support; metrological data; forecasting; grey model; RBF neural network; grey neural network; optimization; Matlab

0 引言

计量是保证测量实现单位统一和量值准确可靠的一门科学^[1], 装备保障机构在对装备实施量值传递或量值溯源的过程中, 保存着装备周期校准/检定数据, 如何使其运用于基于数据驱动的装备状态预测^[2]中, 并更好地服务于装备维护保障, 成为装备保障人员需要面对的问题。

对于样本数据不大的装备状态预测, 前人提出了将适于小样本、贫信息的灰色理论^[3-6]和具有较强非线性映射能力的神经网络^[7]相结合的灰色神经网络理论^[8]。目前, 常见组合方式有并联型、串联型和嵌入型等^[8-11], 但上述组合模型中仍需要一定数量的样本数据对神经网络进行训练, 考虑到装备历史计量数据样本较少(装备周期溯源一般一年一次)、健康状态信息不全等特点, 为避免较少学习样本导致的训练后神经网络较差的泛化能力, 本文基于灰色神经网络理论中用神经网络增强灰色系统的方法, 并提出一种

基于 RBF 神经网络优化 GM(1, 1) 模型的组合模型。实例分析结果表明, 该模型提高了 GM(1, 1) 传统模型精度, 适用于基于计量数据的装备技术状态预测。

1 灰色神经网络模型

1.1 GM(1, 1) 传统模型

灰色系统理论中, 用离散数据列建立的微分方程型动态模型, 称为灰色模型(GM, grey model), 其中只有一个变量且为一阶的灰微分方程模型称为 GM(1, 1) 模型^[3], 它是最常用的一种灰色模型, 其 4 个数据即可建模是其他模型不可比拟的优势, 被广泛应用于多个领域^[3-6]。GM(1, 1) 模型通过累加、累减处理, 增强数据的规律性, 弱化随机性, 然后利用处理后的离散数据列建立微分方程的动态模型, 从而得到原始数据较为本质的特性, 具体过程如下:

原始非负数据序列 $x^{(0)}$ 为: $x^{(0)} = \{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)\}$, 则原始数列的一次累加生成数据序列 $x^{(1)}$ 为: $x^{(1)} = \{x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n)\}$, 式中: $x^{(1)}(n) = \sum_{i=1}^n x^{(0)}(i)$ 。

$x^{(1)}$ 数列紧邻均值等权生成白化背景值数列 $z^{(1)}$ 为: $z^{(1)}$

收稿日期: 2019-11-15; 修回日期: 2019-12-05。

作者简介: 周东方(1985-), 男, 安徽蒙城人, 硕士, 工程师, 主要从事无线电计量测试工作方向的研究。

$= \{z^{(1)}(2), z^{(1)}(3), \dots, z^{(1)}(n)\}$, 式中: $z^{(1)}(k) = 0.5(x^{(1)}(k-1) + x^{(1)}(k)), k=2, 3, \dots, n$ 。

则灰色模型 GM (1, 1) 灰微分方程的基本形式为:

$$x^{(0)}(k) + ax^{(1)}(k) = b \quad (1)$$

式中, a 为发展系数, b 为作用量。

其白化方程为:

$$dx^{(1)}/dt + ax^{(1)} = b \quad (2)$$

对于灰微分方程参数列 $\hat{a} = [a, b]^T$, 其最小二乘估计满足:

$$\hat{a} = (B^T B)^{-1} B^T Y \quad (3)$$

式中, $Y = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ -z^{(1)}(3) & 1 \\ \vdots & 1 \\ -z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix}$

则 GM (1, 1) 白化方程的解为:

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = (x^{(0)}(1) - b/a)e^{-ak} + b/a, k = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

累减还原值为:

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k) = (1 - e^{-a})(x^{(0)}(1) - b/a)e^{-ak}, k = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

此时 $\hat{x}^{(0)}$ 即为数列 $x^{(0)}$ 的拟合数列, 且 $\hat{x}^{(0)}(n+1)$ 为 $x^{(0)}(n+1)$ 的预测值。

1.2 RBF 神经网络

径向基 (radical basis function, RBF) 神经网络^[7]是一种高效的前馈式神经网络, 其结构简单、训练速度快, 具有最佳的逼近性能和全局最优特性, 广泛应用在非线性函数逼近、模式识别等领域。

如图 1 所示, RBF 神经网络是一个三层前馈网络, 第一层为输入层, 由信号输入结点组成; 第二层为隐含层 (径向基层), 隐含层节点根据问题描述的需要来确定, 隐含层中神经元的变换函数为径向基函数, 其中权值函数为欧氏距离函数 (用 $\|dist\|$ 表示), 通常采用高斯函数作为网络的激励函数, 即 $\phi(r) = \exp(-r^2/(2\sigma^2))$, 其中 σ 为该基函数的光滑因子 (扩展常数), 故向量 n^1 为输入向量 p 和权值矩阵 W^1 每个行向量之间的欧氏距离乘以阈值 b^1 ($b^1 = 1/(\sigma\sqrt{2})$), 则隐含层输出为:

$$a_i^1 = radbas(\|w_i^1 - p\|b_i^1) \quad (6)$$

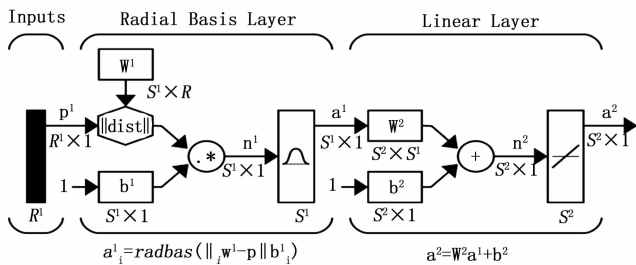


图 1 RBF 神经网络结构

第三层为输出层 (线性层), 它对输入模式做出响应, 即网络输出为:

$$a^2 = purelin(n^2) \quad (7)$$

其基本思想即用 RBF 作为隐节点的“基”构成隐含层空间, 隐含层对输入矢量进行变换, 将低维的模式输入数据变换到高维空间内, 使得在低维空间内的线性不可分的问题在高维空间内线性可分, 相当于在一个隐含的高维空间中找到最佳拟合的训练数据表面。

根据径向基函数中心确定方法的不同, RBF 神经网络有不同的学习策略, 常见的有随机选取固定中心、自组织选取中心、有监督选取中心、正交最小二乘法等方法。当采用正则化 RBF 网络结构时, 隐节点数即样本数, 基函数的中心即为样本本身。

1.3 GM (1, 1) 优化模型

GM (1, 1) 传统模型的固有缺陷主要是指白化方程与灰微分方程的不匹配问题及初始条件的选择问题^[12-13]。相对而言, 初始条件对拟合精度的影响一般不及前者, 其改进方法也多是添加一个初始值修正项或以最小二乘原理求解最优初值, 其中针对白化方程与灰微分方程的不匹配问题, 可以采用多种修正方法, 主要为背景值构造的改进、白化方程参数重构、灰微分方程建模以及直接求解参数法等^[13]。其中背景值构造的改进是最常见的 GM (1, 1) 模型改进方法, 由 GM (1, 1) 传统模型的建立过程可知, 原始数据数列一次累加生成序列 $x^{(1)}$ 具有灰指数率, GM (1, 1) 模型模拟和预测精度取决于参数 a 和 b , 而参数 a 和 b 的值又依赖于原始数据数列和背景值, 因此背景值构造公式是否合理直接影响模型的模拟和预测精度。

如图 2 所示, 传统的背景值计算公式实质上是用梯形公式近似计算 $x^{(1)}(t)$ 在区间 $[k-1, k]$ 上与 t 轴围成的面积, 如果在区间 $[k-1, k]$ 上对白化方程式 (2) 两边求积分, 并将其与灰色方程式 (1) 比较, 可以看出, 用 $\int_{k-1}^k x^{(1)} dt$ 作为背景值估计得到的参数 a 和 b 更能适应白化方程^[13]。

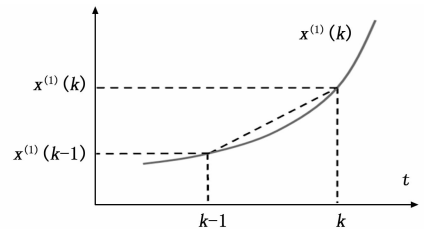


图 2 GM (1, 1) 背景值计算

由于 RBF 神经网络具有较强的非线性函数逼近能力, 运用 RBF 神经网络对一次累加生成序列 $x^{(1)}$ 进行函数拟合, 从而可以得到适合的 $\int_{k-1}^k x^{(1)} dt$ 作为背景值估计。考虑到历史计量数据的小样本性质, 采用正则化 RBF 网络结构对 GM (1, 1) 模型一次累加生成序列 $x^{(1)}$ 进行函数拟合。当采用正则化 RBF 网络结构时, 隐节点数即样本数, 基函数的中心即为样本本身。

文中 GM (1, 1) 模型背景值优化在 Matlab 环境下编程实现, 正则化 RBF 神经网络由 newrb () 函数建立^[14],

其调用格式为 $\text{net} = \text{newrbf}(P, T, \text{SPREAD})$, 其中 P 为 Q 组输入向量组成的 $R * Q$ 维矩阵, T 为 Q 组目标分类向量组成的 $S * Q$ 维矩阵, SPREAD 为径向基函数的扩散速度 (式 (6) 中 $b' = 0.8326/\text{SPREAD}$), 默认值为 1。如图 3 所示, 基于 RBF 神经网络的 GM (1, 1) 模型背景值优化方法构建过程如下:

步骤 1: 输入原始数据 $x^{(0)}$, 得到其一次累加生成数据序列 $x^{(1)}$ 。

步骤 2: 在一定范围内步进调整设置不同 SPREAD 值, 以数列 $x^{(1)}$ 中各元素序列和值, 分别作为 RBF 神经网络的输入和输出训练样本, 对其进行训练, 得到数列 $x^{(1)}$ 的拟合曲线。

步骤 3: 对数列 $x^{(1)}$ 相邻序列号之间的拟合曲线进行积分, 即 $\int_{k-1}^k x^{(1)} dt$ (文中采用梯形数值积分法近似得到, Matlab 中相应函数调用格式为: $I = \text{trapz}(x, y)$, 区间 $[k-1, k]$ 等分为 1 000 份), 以此值构成背景值数列 $z^{(1)}$ 。

步骤 4: 用所得背景值数列 $z^{(1)}$, 通过式 (3) 可得到新的参数 a 和 b , 从而通过式 (5) 得到新的拟合值序列 $\hat{x}^{(0)}$ 。

步骤 5: 对 GM (1, 1) 模型进行残差检验^[3-4], 计算序列中实际数据与其拟合值的平均相对残差:

$$\epsilon = \frac{1}{n-1} \sum_{k=2}^n |\epsilon(k)| \quad (8)$$

式中,

$$\epsilon(k) = \frac{|x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k)|}{x^{(0)}(k)}, k = 1, 2, \dots, n \quad (9)$$

以 ϵ 最小值对 SPREAD 值寻优。

步骤 6: 以最优 SPREAD 值下, 步骤 4 得到的结果作为建模结果。

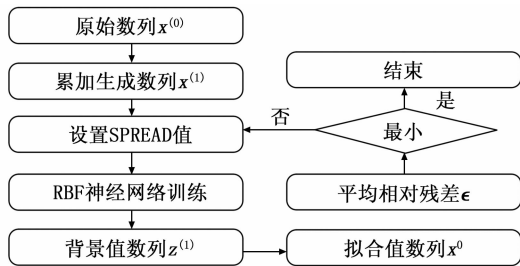


图 3 GM (1, 1) 模型背景值优化过程

2 基于灰色神经网络模型的实例分析

文中选择直流电压标准 732B 输出端 10 V 及 1.018 V 历年校准数据 (如表 1 所示) 为实例进行分析。

基于上述表格中 2018 年前不同长度的历史数据, 分别预测 10 V 及 1.018 V 输出端 2018 年及 2019 年的校准值。

文中设 $x^{(0)} = \{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)\}$ 的 GM (1, 1) 模型预测值 $\hat{x}^{(0)}(n+1)$ 、 $\hat{x}^{(0)}(n+2)$ 的真实值分别为 $x^{(0)}(n+1)$ 、 $x^{(0)}(n+2)$, 则令 GM (1, 1) 模型的综合相对残差为:

$$\epsilon_c = \frac{1}{n+1} \sum_{k=2}^{n+2} |\epsilon_c(k)| \quad (10)$$

表 1 直流电压标准 732B 历年校准数据

年度	10V	1.018V
2011	9.999 932	1.0181 110
2012	9.999 926	1.0181 108
2013	9.999 925	1.0181 107
2014	9.999 919	1.0181 101
2015	9.999 913	1.0181 102
2016	9.999 913	1.0181 093
2017	9.999 910	1.0181 094
2018	9.999 907	1.0181 088
2019	9.999 902	1.0181 089

可以看到综合相对残差 ϵ_c 反应了 GM (1, 1) 模型精度和预测精度的综合效应, 故用其大小来检验 GM (1, 1) 预测效果的优化与否。

10V 端不同历史数据长度 GM (1, 1) 传统模型和优化模型预测数据分别如表 2 和表 3 所示。

表 2 10 V 端不同历史数据长度 GM(1,1)传统模型预测

历史数据长度	平均相对残差	2018 年预测值	2019 年预测值	综合相对残差 ϵ_c
4	6.67E-8	9.999 909 00	9.999 907 50	1.90E-7
5	1.05E-7	9.999 907 00	9.999 904 30	1.08E-7
6	1.44E-7	9.999 905 20	9.999 901 60	1.34E-7
7	1.24E-7	9.999 905 47	9.999 901 98	1.12E-7

表 3 10 V 端不同历史数据长度 GM(1,1)优化模型预测

历史数据长度	平均相对残差 (SPREAD)	2018 年预测值	2019 年预测值	综合相对残差 ϵ_c
4	5.62E-8 (0.43)	9.999 908 31	9.999 906 62	1.52E-7
5	9.59E-8 (0.51)	9.999 907 07	9.999 904 31	1.04E-7
6	1.33E-7 (0.86)	9.999 905 92	9.999 902 52	1.18E-7
7	1.10E-7 (0.81)	9.999 906 18	9.999 902 86	1.03E-7

图 4 为 10 V 端 GM (1, 1) 不同模型相对残差趋势图, 可以看到, 不同历史数据长度下, GM (1, 1) 优化模型的平均相对残差和综合相对残差均小于传统模型。

1.018 V 端不同历史数据长度 GM (1, 1) 传统模型和优化模型预测数据如表 4 和表 5 所示。

表 4 1.018 V 端不同历史数据长度 GM(1,1)传统模型预测

历史数据长度	平均相对残差 ϵ_c	2018 年预测值	2019 年预测值	综合相对残差 ϵ_c
4	2.19E-7	1.018 108 834	1.018 108 434	2.29E-7
5	1.96E-7	1.018 109 000	1.018 108 700	1.96E-7
6	1.88E-7	1.018 108 920	1.018 108 580	1.96E-7
7	1.73E-7	1.018 108 973	1.018 108 656	1.80E-7

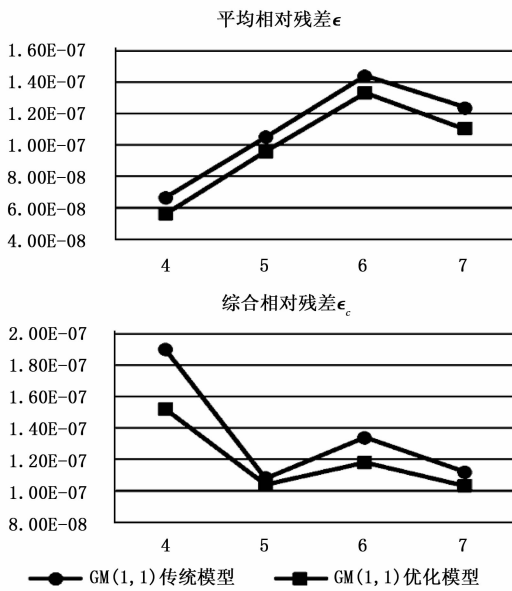


图 4 10 V 端 GM (1, 1) 不同模型相对残差趋势

表 5 1.018 V 端不同历史数据长度 GM(1,1)优化模型预测

历史数据长度	平均相对残差 ϵ (SPREAD)	2018 年预测值	2019 年预测值	综合相对残差 ϵ_c
4	1.95E-7 (0.44)	1.018 108 820	1.018 108 377	2.23E-7
5	1.80E-7 (0.82)	1.018 109 092	1.018 108 825	1.80E-7
6	1.81E-7 (0.51)	1.018 108 933	1.018 108 586	1.92E-7
7	1.63E-7 (0.81)	1.018 109 495	1.018 108 751	1.71E-7

图 5 为 1.018 V 端 GM (1, 1) 不同模型相对残差趋势图，可以看到，不同历史数据长度下，GM (1, 1) 优化模型的平均相对残差和综合相对残差同样均小于传统模型。

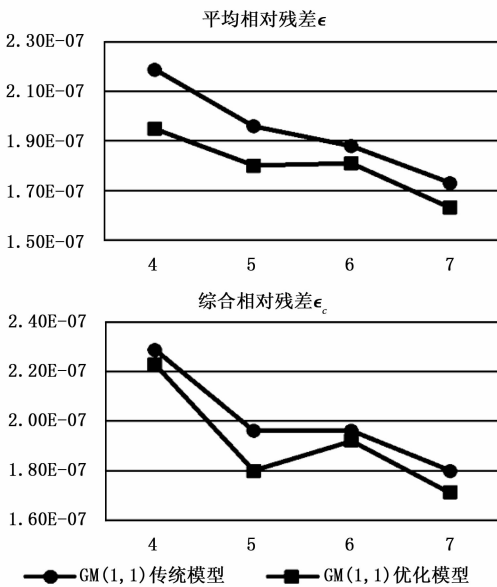


图 5 1.018 V 端 GM (1, 1) 不同模型相对残差趋势

直流电压标准 732B 技术说明书中，10 V 端的年稳定度为 2.0×10^{-6} ，由上述数据分析可以看到，10 V 端 2018 年

和 2019 年预测值与实际校准值相对残差均小于 2.0×10^{-6} 且小了一个量级，即上述两种 GM (1, 1) 模型均可以给出合理的预测值。

综上，GM (1, 1) 优化模型的平均相对残差 ϵ 和综合相对残差 ϵ_c 均小于 GM (1, 1) 传统模型，即模型精度优于 GM (1, 1) 传统模型，从预测数据与实际值的比较来看，GM (1, 1) 优化模型相较于传统模型得到了更理想的预测结果。

3 装备计量预测软件实现

由于 Matlab 具有良好的神经网络设计及实现能力，根据前述 GM (1, 1) 传统模型和 GM (1, 1) 优化模型，基于 Matlab 提供的专用图形用户界面设计工具 GUIDE (graphical user interface development environment) 开发装备计量预测软件，用于实现装备计量状态在不同 GM (1, 1) 模型下的预测及比较。

GUIDE 主要包含一个界面设计工具集，且 Matlab 集中了所有 GUI (graphical user interface) 支持的用户控件，并且提供了界面外观、属性和行为响应方法的设置方法，其开发环境类似于 VB、VC 的开发环境，直接将所需的对象拖拽到目的位置，即可完成 GUI 布局设计，相关对象的响应功能需编辑其 M 文件存储的对应回调函数。

装备计量预测软件的软件流程如图 6 所示。软件经初始化，输入历年装备计量数据及年份，同时程序自动显示并绘制上述数据；输入数据后，数据可分别选择 GM (1, 1) 传统模型及优化模型对上述数据进行预测，同时程序添加显示并绘制上述预测数据。

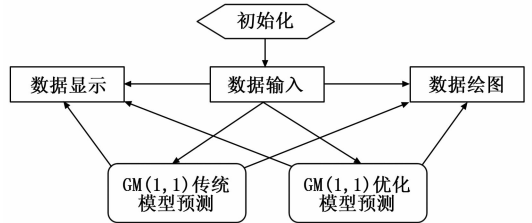


图 6 装备计量预测软件流程图

装备计量预测软件主界面如图 7 所示，界面较为简洁，且便于使用。主界面主要包括 3 个部分：数据单元、预测单元及绘图单元。

其中数据单元主要包括原始数据的载入及相关数据的显示。该单元通过“载入原始数据”按钮载入以 txt 文本文档形式存储的原始数据，并显示在按钮下面的表格中，且该表格同时会根据预测过程增加显示相关预测数据。

预测单元包括基于 GM (1, 1) 传统模型和 GM (1, 1) 优化模型的两种预测方式，其中预测年度只提供了 1 年或 2 年的选项，这是因为装备计量一般一年一次，较长时间跨度的预测并无多少意义。GM (1, 1) 优化模型预测中，需首先对 GM (1, 1) 背景值优化的 RBF 神经网络 SPREAD 取值范围 (如 0.01~2) 及步进调整大小 (程序中提供了 0.01 和 0.1 两个选项) 进行设定，然后程序按照

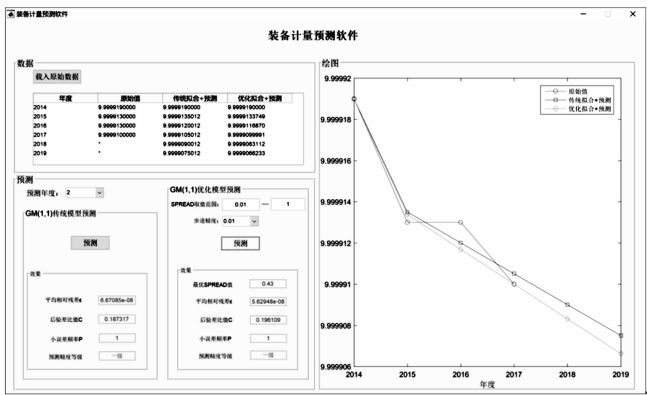


图 7 装备计量预测软件界面

1.3 节中基于 RBF 神经网络的 GM (1, 1) 模型背景值优化方法构建过程对 SPREAD 值寻优, 并以此值下得到的拟合值序列为最终结果, 当然在上述范围内未得到合适的结果时, 可修改 SPREAD 取值范围并重新寻优, 直至找到合适的结果。同时预测单元根据不同模型的预测, 对上述模型拟合结果进行残差检验 (平均相对残差) 和后验差比值 (后验差比值、小误差频率及判断预测精度等级)^[3-4] 检验。

绘图单元主要通过和数据单元表格中数据的图形展示, 便于用户更为直观地了解和观察预测结果, 通过原始数据及拟合预测数值的曲线图, 在整体上了解预测效果。

4 结束语

本文考虑到少量装备计量数据的情况下, 将适合小样本、贫信息的灰色 GM (1, 1) 模型用于装备计量预测, 同时为提高 GM (1, 1) 传统模型精度, 利用 RBF 神经网络良好的函数拟合特性优化 GM (1, 1) 背景值构造过程, 从而得到组合形式的 GM (1, 1) 优化模型, 并通过对直流电压标准 732B 历年计量数据进行实例分析, 验证该 GM (1, 1) 优化模型在较少计量数据情况下具有良好的预测性能, 且模型精度优于 GM (1, 1) 传统模型, 同时基于 Matlab

(上接第 22 页)

组织、预测精度高的特性, 能够精确预测粉磨机的磨机负荷情况。实验结果表明, 该模型的预测结果优于单个 RBF 或 PSO-RBF 神经网络模型, 同时该模型的预测方法具有较好的拟合性, 适用于对粉磨机磨机负荷的预测, 可以为后续粉磨机磨机负荷的理论研究和工程实践提供参考与指导。

参考文献:

[1] 石立, 张国旺, 肖 骁. 金属矿山选矿厂磨矿分级自动控制研究现状 [J]. 金属材料与冶金工程, 2014 (1): 43-48.

[2] 张传锋. 基于工况识别的水泥球磨机负荷优化控制 [D]. 济南: 济南大学, 2012.

[3] 熊 洋. 基于振动特征提取的球磨机负荷预测研究 [D]. 赣州: 江西理工大学, 2016.

[4] Tang J, Zhao L, Yu W, et al. Soft sensor modeling of ball mill load via principal component analysis and supportvector machines [J]. Lecture Notes in Electrical Engineering, 2010, 67:

开发的装备计量预测软件, 提供了上述两种模型的预测比较, 相关预测程序可应用于装备计量测试软件及过程中, 为实现基于计量数据的装备技术状态预测提供了技术手段。

参考文献:

[1] 李宗杨. 计量技术基础 [M]. 北京: 原子能出版社, 2002.

[2] 彭 宇, 刘大同, 彭喜元. 故障预测与健康管理技术综述 [J]. 电子测量与仪器学报, 2010, 24 (1): 1-9.

[3] 邓聚龙. 灰理论基础 [M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2002.

[4] 刘思峰, 杨英杰, 吴利丰. 灰色系统理论及其应用 (第 7 版) [M]. 北京: 科学出版社, 2014.

[5] 刘思峰, 杨英杰. 灰色系统研究进展 (2004-2014) [J]. 南京航空航天大学学报, 2015, 47 (1): 1-18.

[6] 魏宸晨, 钱 虹, 张栋良, 等. 基于改进型灰色预测的核电站汽轮机趋势预测 [J]. 自动化仪表, 2019, 40 (6): 36-41.

[7] Hagan M T, Demuth H B, Beale M H, et al. Neural network design_2nd edition [M]. 北京: 机械工业出版社, 2018.

[8] 童新安. 基于灰色系统与神经网络的组合预测方法及应用研究 [D]. 西安: 西安电子科技大学, 2012.

[9] 陈淑燕, 王 炜. 交通量的灰色神经网络预测方法 [J]. 东南大学学报 (自然科学版), 2004, 34 (4): 541-544.

[10] 赵 辉, 任秀峰, 王红君, 等. 基于灰色理论和神经网络的拉坯阻力状态预测模型研究 [J]. 计算机测量与控制, 2012, 20 (3): 602-605.

[11] 於慧琳, 肖铭哲. 基于灰色神经网络模型的企业碳排放峰值预测 [J]. 计算机测量与控制, 2017, 25 (12): 177-183.

[12] 陈鹏宇, 郎林智. 线性组合背景值构造在 GM (1, 1) 模型中的优越性分析 [J]. 西南师范大学学报 (自然科学版), 2010, 35 (6): 95-99.

[13] 陈鹏宇, 邓宏伟. GM (1, 1) 模型的改进现状及应用 [J]. 统计与决策, 2019, 6: 80-82.

[14] 张德丰. Matlab 神经网络应用设计 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2008.

[5] 罗小燕, 陈慧明, 卢小江. 基于网络搜索与交叉验证的 SVM 磨机负荷预测 [J] 中国测试, 2017, 43 (1): 131-135.

[6] 冯 雪, 赵立杰, 郑瀚洋. 基于 KPCA 频谱特征提取的球磨机负荷检测方法 [J]. 沈阳化工大学学报, 2014, 28 (2): 175-180.

[7] 汤 健, 赵立杰, 柴天佑, 等. 基于振动频谱的磨机负荷在线软测量建模 [J]. 信息与控制, 2012, 41 (1): 123-128.

[8] 何明慧, 徐 怡, 王 冉, 等. 改进的粒子群算法优化神经网络及应用 [J]. 计算机工程与应用, 2018, 54 (19): 107-113.

[9] 李金旭. 基于 NSCT 变换和深度学习神经网络的人脸识别算法研究 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨理工大学, 2016.

[10] 南杰琼, 王晓东. 改进惯性权值的粒子群优化算法 [J]. 西安工程大学学报, 2017, 31 (6): 835-840.

[11] Salazar F, Morán R, Toledo M á, et al. Data-based models for the prediction of dam behaviour: A review and some methodological considerations [J]. Archives of Computational Methods in Engineering, 2017, 24 (1): 1-21.