

# 国外新型智能优化算法——北极熊算法

张亮<sup>1</sup>, 韩毅<sup>2</sup>, 邓丽丽<sup>1</sup>

(1. 浙江工业大学 管理学院, 杭州 310023; 2. 浙江树人大学 基础学院, 浙江 绍兴 312028)

**摘要:** 北极熊算法 (Polar Bear Optimization, PBO) 是 2017 年由 David 等人提出的一种受自然界启发的优化算法, 算法的灵感来自于北极熊赖以在北极严酷的环境下生存下来的捕猎方式; 由于 PBO 是近年才提出来的新颖智能优化算法, 中文文献中关于 PBO 算法的描述和应用微乎其微; 还原了 PBO 的开发背景, 介绍了算法的相关运算算子和算法的详细执行步骤, 展现了 PBO 算法在现实世界中的应用领域和实际效果。

**关键词:** 北极熊算法; 智能优化; 算子; 局部搜索; 全局搜索

## A Newly Proposed Intelligent Optimization Algorithm—Polar Bear Optimization

Zhang Liang<sup>1</sup>, Han Yi<sup>2</sup>, Deng Lili<sup>1</sup>

(1. College of Management, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023, China;

2. College of Fundamental Education, Zhejiang Shuren University, Hangzhou 312028, China)

**Abstract:** Polar Bear Optimization (PBO) is a nature-inspired optimization algorithm proposed by David, et al. in 2017. The inspiration for PBO comes from the hunting styles that Polar bears rely on to survive in the harsh arctic environment. PBO is a novel intelligent optimization algorithm presented only in recent years. Therefore, there are few descriptions and applications of PBO algorithm in openly published Chinese literature. In this paper, the development background of PBO is repeated and the relevant operators and detailed executive steps are introduced. Finally, the application fields and practical effects of PBO in real world are well displayed.

**Keywords:** polar bear optimization; intelligent optimization; operators; local search; global search

### 0 引言

北极熊是生活在北极冰封区域的哺乳动物, 在该区域内它们体型最大, 靠捕猎其他动物为生。这种优势源自它们能够适应周围环境并且具有特殊的捕猎行为。它们对于外部环境的适应性起到了关键作用, 厚厚的一层脂肪防止它们的自身器官被冻坏, 并且它们白色的皮毛在冰和雪的背景下掩盖了它们的行迹。其他因素也使得它们能够进行捕猎并生存下来, 比如北极熊可以在海面上很远的距离以外, 以迅速的移动方式和极快的捕猎速度抓住猎物。对于北极熊来说, 它们的繁衍环境非常严酷, 但是它们成功地存活下来成为北极的统治者。

在严寒的气候条件下, 北极熊这种食肉哺乳动物也整年都很活跃。这种环境虽然不利于其他动物, 但北极熊却

早已适应, 无论在冰面或是在水中它们都能毫不费力地在大范围内进行搜索和捕捉猎物, 如图 1 所示。

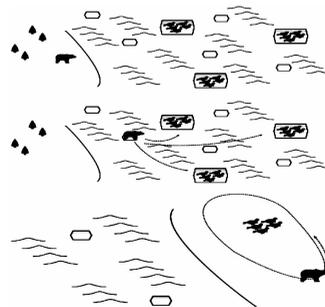


图 1 北极熊游走和觅食行为整体活动示意图<sup>[1]</sup>

北极熊可以跳上浮冰并随冰漂浮到更好的捕猎地点, 它们的这种位置变换模式如图 2 所示。在到达它们的目的地之后, 北极熊通过在猎物周围绕圈的方式逐渐靠近, 从而寻找最佳位置来完成攻击。这种捕猎行为在算法中采用三叶草叶片形态的函数来模拟, 图 3 展示了北极熊在攻击之前的移动路径。

基于北极熊寻找食物和狩猎方式的新颖运算模型, 可以作为各种理论和实践问题的有效优化方法。优化问题与自然界非常相似, 自然界中动物寻找最佳的繁衍环境的过程类似于优化问题中的寻找数学模型最优解的过程。

文献 [1] 将北极熊在严寒的北极冰地上和海洋中寻找

收稿日期:2019-08-09; 修回日期:2019-08-29。

基金项目:国家自然科学基金(71301147);教育部人文社科青年基金(12YJCZH065)。

作者简介:张亮(1983-),男,硕士,实验员,主要从事智能优化算法及基于 Web 的组件开发与优化方向的研究。

韩毅(1979-),男,博士后,副教授,主要从事智能优化算法及供应链计划与调度方向的研究。

邓丽丽(1982-),女,博士,副教授,主要从事智能优化算法及供应链计划与调度方向的研究。

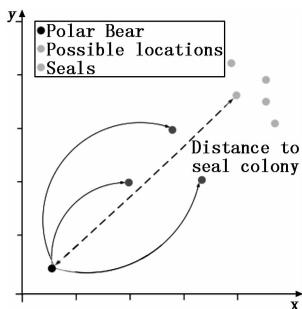


图2 北极熊跳上浮冰向猎物靠近行为示意图<sup>[1]</sup>

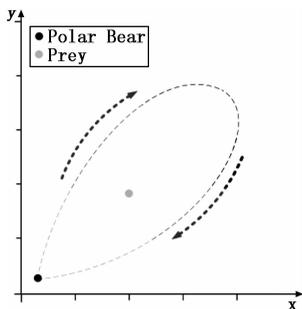


图3 北极熊攻击策略示意图<sup>[1]</sup>

食物时的行为建模为优化策略,北极熊的特性为北极熊算法运算机制模型的研究提供了灵感。

在模型中,北极的极端条件可以想象为解空间,空间中的最优解的位置无从得知,如同北极熊不知道在哪里可以找到海豹或其他食物一样。在算法寻优过程中,算法会陷入局部最优状态,这会阻止算法进行全局搜索。由此,优化目标和函数的本质就难以获知,因此需要一些特定的策略来避免错误。北极熊寻找食物,但北极的环境会使它们被困甚至死亡,因此它们进化出了非常有效的机制帮助他们成功生存下来。北极熊的捕猎策略有两个阶段,在北极熊算法中,执行机制将北极熊在北极冰地和海洋中行进的过程作为全局搜索策略,将北极熊的具体捕猎行为作为局部搜索策略。此外,北极熊算法采用了控制种群出生和死亡的机制来模拟自然条件下北极熊的繁衍生存行为。

## 1 北极熊算法 (PBO)

### 1.1 条件假设

在北极熊算法中,假设种群由  $k$  个北极熊组成,每个北极熊代表解空间中的一个具有  $n$  个维度的点  $x = (x_0, x_1, \dots, x_{n-1})$ ,在第  $t$  次迭代时第  $i$  个点的第  $j$  维度的坐标用  $(x_j^i)^t$  表示。

### 1.2 浮冰漂移 (全局搜索) 策略

如果一只饥饿的北极熊在它最近邻范围内找不到任何东西吃,那么它就站上一个大而稳定的浮冰,浮冰在很长一段时间内不会因为北极熊体重太大而破裂。北极熊利用浮冰朝远处可能有海豹的聚集地漂移。漂移可能需要几天时间,在这段时间内北极熊也在周围的冰面和水域中寻找食物。北极熊的浮冰漂移现象在算法中用公式 (1) 来

表示。

$$(x_j^i)^t = (x_j^i)^{t-1} + \text{sign}(\omega) \cdot \alpha + \gamma \quad (1)$$

$\alpha$  是区间  $(0, 1]$  之间的随机数,  $\gamma$  是  $[0, \omega]$  区间内的随机数,  $\text{sign}(\omega)$  函数是分段函数,根据  $\omega$  的取值 ( $\{-1, 0, 1\}$ )  $\text{sign}(\omega)$  函数的结果为  $\{-1, 0, 1\}$ ,  $\omega$  是两个北极熊之间的欧式距离 (公式 (2))。

$$\omega = \sqrt{\sum_{k=0}^{n-1} (x_k^{\text{best}} - x_k^i)^2} \quad (2)$$

在北极熊算法的迭代过程中的每个个体都根据公式 (1) 进行全局搜索探索,但是只有在某只熊探索到比当前位置更好的位置时,才更新该只熊的位置。因为只有在熊距离海豹聚集地更近的时候,它才有很大希望捕成功 (如图 2 所示)。

### 1.3 海豹捕捉 (局部搜索) 策略

在捕猎过程中,北极熊在北极冰面上漫步着探寻潜在的猎物,此时它不仅观察冰面上的情况,水下的情况也在它的视野监视之下。为了发现猎物,北极熊悄悄地向最佳地点移动。一旦北极熊基本到达攻击位置或者它被海豹发现,他就以最大速度攻击猎物。海豹通常最有可能待在冰上,然而当有危险的时候,它们也会跳入水中。北极熊也会立刻跳入水中,利用潜水和游泳的优势,北极熊可以在水下迅速追上猎物并把它的牙齿刺入海豹体内,随后北极熊把海豹拖上浮冰享用美味。北极熊的这种捕捉海豹的策略,在算法中作为局部搜索策略。每只熊的移动方式按照修改的三叶草方程公式 (3) 进行,北极熊的视野半径用两个参数表示:  $\theta \in [0, 0.3]$  限定了北极熊的能见距离,  $\varphi_0 \in (0, \frac{\pi}{2})$  表示围绕猎物行进的斜角度。

$$r = 4a \cos(\varphi_0) \sin(\varphi_0) \quad (3)$$

$r$  作用于每只熊自身移动过程中每一维度上的坐标的更新过程中,如公式 (4) 所示。

$$\begin{cases} x_0^{\text{new}} = x_0^{\text{old}} \pm r \cos(\varphi_1) \\ x_1^{\text{new}} = x_1^{\text{old}} \pm r [\sin(\varphi_1) + \cos(\varphi_2)] \\ x_2^{\text{new}} = x_2^{\text{old}} \pm r [\sin(\varphi_1) + \sin(\varphi_2) + \cos(\varphi_3)] \\ \vdots \\ x_{n-2}^{\text{new}} = x_{n-2}^{\text{old}} \pm r [\sum_{k=1}^{n-2} \sin(\varphi_k) + \cos(\varphi_{n-1})] \\ x_{n-1}^{\text{new}} = x_{n-1}^{\text{old}} \pm r [\sum_{k=1}^{n-1} \sin(\varphi_k) + \cos(\varphi_n)] \end{cases} \quad (4)$$

每个  $\varphi$  的取值为  $[0, 2\pi)$ ,公式中的“+”号表示北极熊向前探寻,如果位置不理想,北极熊就向“-”号方向探寻,两个方向都不理想,北极熊就原地不动。如果北极熊是在二维平面上进行捕猎,则它的行进路径与三叶草某片叶子的形状极其相似 (图 3)。

### 1.4 饥饿引发熊群繁衍与灭绝策略 (动态种群规模调整策略)

在算法执行初期,熊群规模只是最大容量的 75%,剩余的 25% 为后期的熊群增长、最好个体繁殖后代和最差解的消亡作准备。在算法的每一次迭代中,个体会因饥饿而

死亡或者在成功捕猎后繁殖后代。这个机制代表了北极的严酷条件，算法引入  $k$  作为  $[0, 1]$  区间上的随机数，采用公式 (5) 确定熊的死亡或生存决策。

$$\begin{cases} \text{Death} & \text{if } k < 0.25 \\ \text{Reproduction} & \text{if } k > 0.75 \end{cases} \quad (5)$$

死亡策略是针对最虚弱的一只熊，熊死亡的条件是：种群数量要保证多于种群容量的 50%。繁衍是针对第  $t$  次迭代中，除了最好解之外前 10% 个最好个体中的 1 个解，繁衍行为按公式 (6) 进行。

$$(x_j^{\text{reproduction}})^t = \frac{(x_j^{\text{best}})^t + (x_j^i)^t}{2} \quad (6)$$

### 1.5 算法步骤

- 1) 定义参数：适应值  $f$ 、解维度、迭代次数  $T$ 、种群最大容量  $n$  和视野最大距离等；
- 2) 随机生成初始种群 75%  $n$  并记录最好解；
- 3) 对种群中的每个北极熊，随机设置每个维度的斜角度值  $\varphi$ ；
- 4) 利用公式 (3) 计算搜索半径  $r$ ；
- 5) 在“+”号作用下采用公式 (4) 计算北极熊新位置，如果新位置更好，更新当前位置；
- 6) 在“-”号作用下采用公式 (4) 计算北极熊新位置，如果新位置更好，更新当前位置；
- 7) 根据公式 (1) 和  $\omega$ ，决策北极熊的位置；
- 8) 对种群进行排序，选出排序第一位的北极熊判断是否更新全局最好解；
- 9) 随机从当前种群 10% 个最好解中，选择 1 个与全局最好解不同的解；
- 10) 随机产生  $k$  值，如果  $k < 0.25$  且熊数量大于 50%  $n$ ，则移除种群中排序在最后一名的解；
- 11) 如果熊的数量小于  $n-1$ ，则根据公式 (6) 繁衍 1 只新熊加入种群；
- 12) 判断是否达到最大迭代次数，是则转 13)，否则跳转到 3)；
- 13) 输出全局最好解和适应值，退出算法。

## 2 PBO 算法应用领域

PBO 算法是 2017 年才提出的最新智能优化算法，纵观所有与 PBO 相关的国内外文献，目前只有 2 篇国外文献描述了 PBO 算法在工程优化领域的应用情况。

### 2.1 工程问题<sup>[1]</sup>

文献 [1] 将北极熊算法应用于高压容器设计问题、齿轮组设计问题、焊接梁设计问题和压缩弹簧设计问题中。

#### 2.1.1 高压容器设计问题

高压容器设计问题考虑设计能够承受 1 000 帕气压和最小容量为 750 立升的罐体，罐体由一个圆柱体和两端的两个半球型钢组成 (图 4)。问题考虑 4 个因素，圆柱体皮层厚度  $x_1$ ，半球缸体的皮层厚度  $x_2$ ，圆柱体不含皮层的半径大小  $x_3$  以及圆柱体长度  $x_4$ 。 $x_1, x_2 \in [0, 99], x_3, x_4 \in [10, 200]$ 。问题是如何最小化生产成本，也就是最小化罐子的重

量，目标函数用公式 (7) 表示，约束条件如公式 (8) 所示。计算结果显示，北极熊算法的效果优于飞蛾扑火算法和粒子群算法。

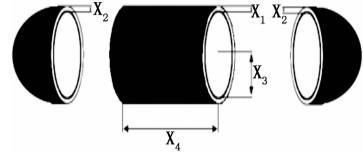


图 4 高压罐体示意图<sup>[1]</sup>

$$g = 0.6224x_1x_3x_4 + 1.7781x_3^2x_2 + 3.1661x_1x_1^2 + 19.84x_3x_1^2 \quad (7)$$

$$\begin{cases} x_4 \geq 0.0193 \\ 0.00953x_1 - x_3 \leq 0 \\ x_2 - 240 \leq 0 \\ 750 \times 1728 - \frac{4}{3}\pi x_1^3 - \pi x_1^2 x_2 \leq 0.4 \end{cases} \quad (8)$$

#### 2.1.2 齿轮组设计问题

齿轮组设计问题考虑 4 个次轮间的轮齿大小问题，从而使得次轮的齿数比最小，目标函数用公式 (9) 表示， $x_1, x_2, x_3, x_4 \in [12, 60]$  代表了图 5 所示的齿轮组的轮齿大小。计算结果表明，北极熊算法的计算效果优于飞蛾扑火算法。

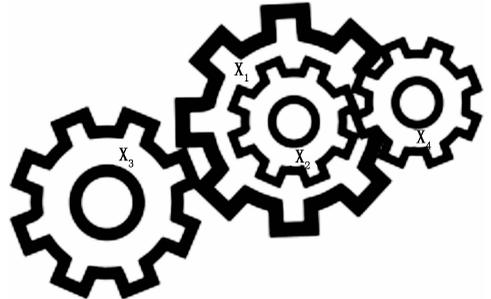


图 5 齿轮组示意图<sup>[1]</sup>

$$g = \left( \frac{1}{6.931} - \frac{x_2x_3}{x_1x_4} \right)^2 \quad (9)$$

#### 2.1.3 焊接梁设计问题

焊接梁设计问题考虑梁和焊接点两方面因素，目的是在保证梁不会弯曲的要求下，最小化焊接成本和梁的材料成本。问题的目标函数如公式 (10) 所示，问题的约束条件如公式 (11) 和公式 (12) 所示。 $x_1, x_4 \in [0.1, 2], x_2, x_3 \in [0.1, 10], P = 6\ 000, L = 14, \tau_{\max} = 13\ 600, E = 30 \times 10^6, \gamma_{\max} = 0.25, G = 12 \times 10^6, \sigma_{\max} = 30\ 000$  (图 6)。

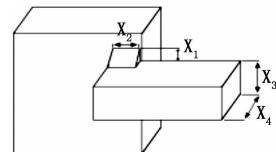


图 6 焊接梁模型示意图<sup>[1]</sup>

$$g = 1.10471x_1^2x_2 + 0.04811x_3x_4(14 + x_2) \quad (10)$$

根据计算结果来看，北极熊算法稍逊于粒子群和飞蛾

扑火算法,但仍优于蝙蝠算法、萤火虫算法、蜻蜓算法、布谷鸟算法、花朵授粉算法和水波优化算法等<sup>[3-13]</sup>。

$$\left\{ \begin{aligned} &\tau(x) - \tau_{\max} \leq 0 \\ &\sigma(x) - \sigma_{\max} \leq 0 \\ &\gamma(x) - \gamma_{\max} \leq 0 \\ &x_1 - x_4 \leq 0 \\ &P - P_c(x) \leq 0 \\ &0.125 - x_1 \leq 0 \\ &1.1047x_1^2 + 0.04811x_3x_4(14 + x_2) - 5 \leq 0 \end{aligned} \right. \quad (11)$$

$$\left\{ \begin{aligned} &\tau(x) = \sqrt{\tau_1^2 + 2\tau_1\tau_2 \frac{x_2}{2R} + \tau_2^2} \\ &\tau_1 = \frac{P}{\sqrt{2}x_1x_2} \\ &\tau_2 = \frac{P(L + \frac{x_2}{2})\sqrt{\frac{x_2^2 + (x_1 + x_3)^2}{4}}}{2\sqrt{2}x_1x_2[\frac{x_2^2}{12} + \frac{(x_1 + x_3)^2}{4}]} \\ &\sigma(x) = \frac{6PL}{x_4x_3^2} \\ &\gamma(x) = \frac{4PL^3}{Ex_3^3x_4} \\ &P_c(x) = \frac{4.013\sqrt{E(\frac{x_3^2x_4^6}{36})}}{L^2}(1 - \frac{x_3\sqrt{E}}{2L}) \end{aligned} \right. \quad (12)$$

### 2.1.4 压缩弹簧设计问题

压缩弹簧设计问题考虑弹簧对它上面放置的负载进行张力压缩反应时,弹簧的体积尽量达到最小(图7)。公式(13)给出了问题的目标函数,公式(14)给出了问题的约束条件。 $x_1 \in [2, 15], x_2 \in [0.25, 1.3], x_3 \in [0.05, 2]$ 。

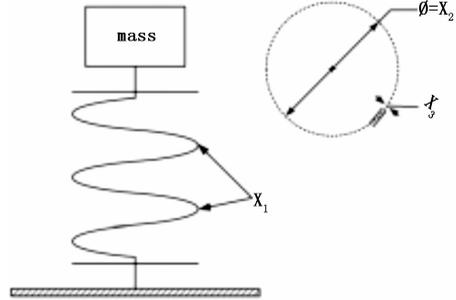


图7 压缩弹簧模型示意图<sup>[1]</sup>

$$g = (x_3 + 2)x_2x_1^2 \quad (13)$$

$$\left\{ \begin{aligned} &1 - \frac{x_2^2x_3}{71785x_1^4} \leq 0 \\ &\frac{4x_2^2 - x_1x_2}{12566(x_2x_1^3 - x_1^4)} + \frac{1}{5108x_1} \leq 0 \\ &1 - \frac{140.45x_1}{x_2^2x_3} \leq 0 \\ &\frac{x_1 + x_2}{3/2} - 1 \leq 0 \end{aligned} \right. \quad (14)$$

优于其他优化算法。

### 2.2 热量生产优化问题<sup>[2]</sup>

工业系统的能源效率对于优化利用资源和降低用户能源成本起到关键的作用。文献[2]考虑区域供热系统的最大供热效率问题,针对各种天气条件下的区域热源厂运作情况,提出了厂区运作的目标函数,建立了相关的数学模型,设计了北极熊算法校正热源厂系统的工作参数。模型描述了一个典型的区域热源厂,厂内的两个换热器由受控泵供水。热源厂及其在不同条件下的效率受到多种因素的影响。通过生产设备内部结构调整、有效的子系统运用和运行参数的完全控制,热源厂的效率就能够得到优化(图8~10)。

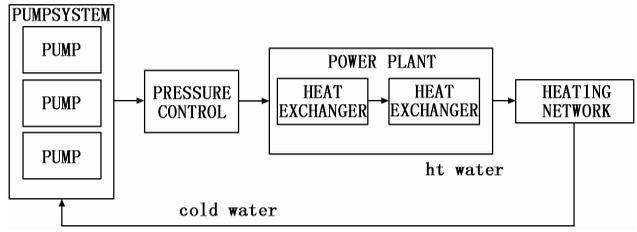


图8 区域热源厂内部运行系统示意图<sup>[2]</sup>

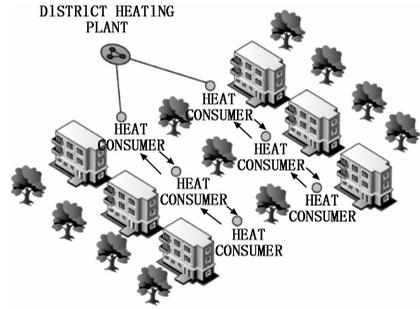


图9 区域热源厂供热网络示意图<sup>[2]</sup>

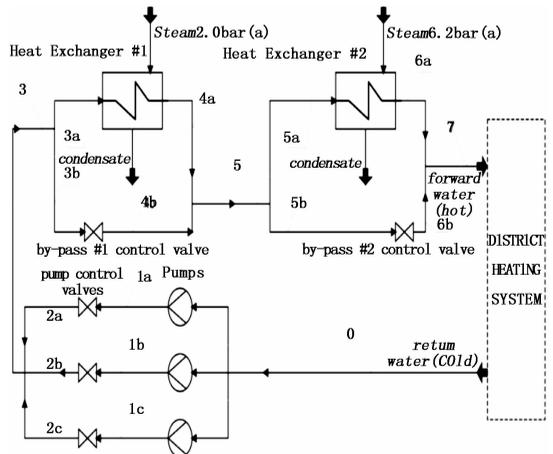


图10 区域热源厂业务处理流程示意图<sup>[2]</sup>

热源厂通常将热和电一起进行生产,这种模式被称为热电联产。从热力学的角度来看,这种模式是非常有效的。在同一生产过程中产生电能和热,比分别单独生产两类产品所消耗的燃料要少得多。大多数热电厂使用蒸汽冷凝法加热冷水,冷水变成热水后就供给小区每户居民。在燃煤

计算结果显示,北极熊算法和粒子群算法的效果稍稍

或燃气锅炉中产生的蒸汽带动汽轮机，进而带动发电机。在不同的压力水平下，蒸汽的一部分从涡轮中抽取出来。抽取的蒸汽或用于热再生系统（提高循环效率），或用于专用水加热器（产生热量）。热是一种比电的市场价格低得多的产品，抽取蒸汽去生产热能意味着降低了电能的出产量，由此所带来的负经济效益称为蒸汽成本。此外，热电厂的部分电力消耗在了驱动压力泵的过程中。在图 10 中可以看到，一个泵系统由 3 个独立的并行水泵组成，加压水通过 2 个热交换器进行加热处理。

水加热器在生产热能的过程中，在两种压力水平下消耗蒸汽。回流的冷水流入系统 (0)，然后流过三个相同的泵 1a、1b 和 1c（取决于系统设置）和泵控制阀门 2a、2b 和 2c。三个泵里出来的水进入第一个热交换器 3。部分零冷水（10%到 100%不等）使用蒸汽 2.0（蒸汽温度达到 120 度）进行加热（3a），其余的冷水流过第一个旁路（3b）。然后，加热后的水（4a）和旁路中的水（4b）混合后（5），再次分流：一部分水（从 10%到 100%不等）流经第二热交换器（5a），并通过蒸汽 6. 2 加热（蒸汽温度高达 160 度）。剩余部分的水通过第二旁通控制阀（5b）。二次加热后的水（6a）和旁路水（6b）混合后输送送至供热网络。在整个水加热过程中，北极熊算法是帮助找出泵、控制阀和换热器运行参数的最优可行配置，这样的话热水就足以保障大型居民区的供暖。

### 2.2.1 水泵工作原理

水泵是用来输送水和提高回水压力的，由于区域供热回路上的水压损失，必须提高回水压力。某一个水泵的泵压差与它的体积有关，两者构成了一种近似于二次非线性函数的关系。

$$\Delta p = AV^2 + BV + C \quad (15)$$

A, B 和 C 是水泵的经验常数，体积 V 等于质量 m 除以密度 ρ。

$$V = \frac{m}{\rho} \quad (16)$$

$$\Delta p = A\left(\frac{m}{\rho}\right)^2 + B\left(\frac{m}{\rho}\right) + C \quad (17)$$

通过一组已知的参考状态参数，可以预测流经液压系统（例如管道和换热器）的水阻力压降。

$$\delta p = \delta p_0 \cdot \left(\frac{m}{m_0}\right)^2 \quad (18)$$

δp 为质量为 m 的水阻力压降，δp<sub>0</sub> 是参考状态的水助力压降值（常数），m<sub>0</sub> 是参考状态下的质量（常数）。

在一个稳定状态下，泵压差等于来自于各个设备（例如管道、阀门、喷嘴、热交换器和孔口等）的水阻力压降值。

$$\Delta p = \sum_i \delta p_i \quad (19)$$

该条件对应于泵压差曲线与系统内水阻力压降曲线的交点，如图 11 所示。泵的驱动器耗电量可以由公式 (20) 得出。

$$N_{el} = \frac{V \cdot \Delta p}{\eta_p \cdot \eta_{em}} \quad (20)$$

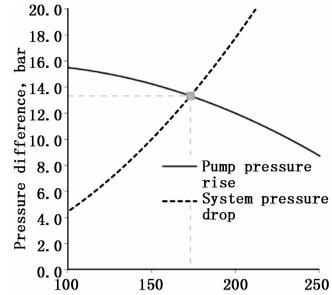


图 11 泵压差和水阻力压降交叉曲线图<sup>[2]</sup>

N<sub>el</sub> 是电力，V 是体积，Δp 是压力差，η<sub>p</sub> 是水泵绝热效率，η<sub>em</sub> 是泵驱动器电机效率。水泵绝热效率倚赖水泵工况，它是水泵效力和水泵旋转速度的函数。如果水泵转速为常数，则绝热效率可以用二次函数表示（公式 21）。D、E 和 F 是经验常数，绝热效率函数可以在合理参数配置下达到最大值。

$$\eta_p = D\left(\frac{m}{\rho}\right)^2 + E\left(\frac{m}{\rho}\right) + F \quad (21)$$

### 2.2.2 换热器（热交换器）

换热器是用来将热量从一种介质转移到另一种介质的设备一个蒸汽—水换热器通常是壳管式冷凝器，如图 12 所示。水通过密封壳内的一束管子流动，蒸汽凝结成水滴附在管道的外表面并向水滴落，而水在管束内被加热。蒸汽能够持续获得恒定温度靠的是压力。假定水的热容是恒定的，则热水器中水流所获得的热量可以用能量平衡公式 (22) 来表示。

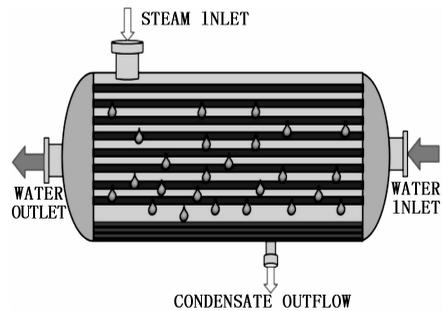


图 12 换热器示意图<sup>[2]</sup>

$$Q = m \cdot c_p (T_{out} - T_{in}) \quad (22)$$

此处 Q 是热负荷，c<sub>p</sub> 是等压比热，T<sub>out</sub> 和 T<sub>in</sub> 是水的流出和流入温度。另一方面，换热器的热负荷受蒸汽温度、加热能力和复杂热传导现象的限制。对于这种特殊类型的换热器（冷凝器），热负荷可以根据水和蒸汽之间的温差来计算。蒸汽的饱和温度可以通过公式 (23) 计算得出。

$$T_s(1 - \exp[-\frac{U \cdot H}{m \cdot c_p}]) = T_{out} - T_{in} \cdot \exp[-\frac{U \cdot H}{m \cdot c_p}] \quad (23)$$

U 为总传热系数，H 为热传导区域。与水阻力压降一样，冷凝器的传热系数 U 取决于被加热过的水的质量 m。

$$U = U_0 \cdot \left(\frac{m}{m_0}\right)^t \quad (24)$$

$U_0$  为总传热系数参考状态,  $k$  根据经验取 0.8。在所考虑的系统, 一部分水流通过热交换器, 剩下的部分是被阀门挡住后只能流过旁流管, 然后与热交换器出来的热水混合。在热交换器内, 热量与总流量之比作为分裂因子  $R$ 。

$$R_i = \frac{m_h}{m_{total}} = \frac{m_h}{m_b + m_h} \quad (25)$$

集中供热系统的热量需求取决于室外条件, 如: 空气温度和风速。因此, 随着时间的推移, 生产热量的过程在热负荷和系统出水温度方面会有很大变化, 必须为每个操作节点找到最经济的参数配置。使用所提出的模型, 一些非设计操作状态是分析了每一种情况下热生产成本的全局最小值。

表 1 基本参数信息表<sup>[2]</sup>

描述	值
回水温度	70
回水压力	7
水比热	4.19
热网水阻力压降	5.8
泵机械效率	92%
泵驱动效率	98%
水密度	978.04
电费	59.95
蒸汽 2.0 成本	3.84
蒸汽 6.2 成本	5.52
换热器 1	
总传热系数	3200
换热区大小	421.1
蒸汽饱和温度	120
水阻力压降	0.25
换热器 2	
总传热系数	3200
换热区大小	421.1
蒸汽饱和温度	160
水阻力压降	0.25

在研究问题时, 文献 [2] 设计了如下假设条件: 在运行中, 水泵之间的水流是均匀分布的; 水密度  $\rho$  假定为常数 (与温度和压力无关); 水的比热  $c_p$  是恒定的指数 (与温度和压力有关); 换热器的水阻力压降不影响传热效果; 对环境的热损失忽略不计; 回水的参数是常数。

表 2 不同情况下的热生产需求表<sup>[2]</sup>

描述	寒冬	冬季	暖冬	卫浴水
室外	< -10	[-10, 0]	(0, 10]	> 10
负荷	65000	45000	25000	10000
水温	145	125	130	110

### 2.2.3 目标函数

目标函数用来评价解的质量, 供热系统的最佳工作状态倚赖高运作效率、满足边界条件 (温度、泵运行范围、热负荷和泵控制阀压降) 和尽可能最低的运行成本。启发

式算法必须在上述因素之间找到折衷方案, 并选择最合适的运行参数。问题目标函数  $\varphi$  是由经营成本  $C_{total}$  和四个边界控制惩罚函数组成。

$$C_{total} = \frac{C_{EL} \cdot E_{EL} + s_{2.0} \cdot Q_{stream2.0} + s_{6.2} \cdot Q_{stream6.2}}{Q_{stream2.0} + Q_{stream6.2}} \quad (26)$$

$C_{total}$  是总运作成本,  $C_{EL}$  为用电成本,  $E_{EL}$  为电消耗量,  $s_{2.0}$  和  $s_{6.2}$  为蒸汽成本,  $Q_{stream2.0}$  和  $Q_{stream6.2}$  是蒸汽消耗量。

$$Q_{stream2.0} = Q_1 \cdot 0.0036 \quad (27)$$

$$Q_{stream6.2} = Q_2 \cdot 0.0036 \quad (28)$$

$Q_1$  是第一个热交换器的热负荷,  $Q_2$  是第二个热交换器的热负荷。

除了公式 (26), 其他四个因素 (正确的热负荷、系统出水温度、泵控制阀水阻力压降和泵工作条件) 也考虑进总目标函数中。

$$\varphi = C_{total} + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 \quad (29)$$

$$p_1 = \begin{cases} \frac{1}{5} \cdot \exp(Q - Q_{set}) & |Q - Q_{set}| > 5 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (30)$$

$$p_2 = \begin{cases} 50 \cdot \exp(20 \cdot (T - T_{set})) & |T - T_{set}| > 1 \\ 3 \cdot \exp(T - T_{set}) & |T - T_{set}| \in [\frac{1}{10}, 1] \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (31)$$

$$p_3 = \begin{cases} 10^5 & \delta p_{valves} < 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (32)$$

$$p_4 = \begin{cases} 10^{20} & V < 120 \text{ or } V > 300 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (33)$$

$|Q - Q_{set}|$  是所需要的热负荷与算法给出的热负荷值的差值绝对值,  $Q_{set} = Q_1 + Q_2$ 。  $|T - T_{set}|$  是实际需要温度与算法给出的温度之间的差值绝对值,  $\delta p_{valves}$  是泵控制阀水助力压降 (不能为负值), 每个水泵的工作条件取决于通过的水量  $V$ ,  $V$  的取值范围在 120 和 300 之间, 否则水泵无法工作。

文献 [2] 并没有详细说明如何对供热系统进行编码并进行相应的目标函数值计算, 根据其在实验结果部分的说明 (需要知道每个热交换器的水分配比率  $R_i$  (取值在  $\frac{1}{10}$  和 1 之间) 以及需要知道总水量  $m$  (取值为 20 公斤/秒和 250 公斤/秒之间)) 以及计算结果来看, 大致推测问题的决策变量为  $R_1$ 、 $R_2$ 、 $m$  以及水泵的工作数量  $z$ 。需要指出的是总水量取值范围的合理性问题, 根据公式 (33) 的泵最低工作水量和 3 个泵的总水量不超过 900 立方米/小时, 总水量的取值范围应该为 [32.7, 244.5], 因为如果水量过低, 水泵无法让水流动; 水量过高, 所有水泵也都无法工作了。

根据最终的计算结果, 北极熊算法比粒子群优化算法体现出了微弱的优势, 验证了北极熊算的有效性和适用性。

### 3 结束语

本文介绍了近年来国外学者最新提出的一种模仿自然界 (下转第 241 页)