控制技术

文献标识码:A

# 基于滑模变结构控制的路径跟踪研究

## **张华胜,宋旋旞,潘礼正**

(常州大学 机械工程学院,常州 213100)

**摘要:**为解决锅炉水冷壁磨损检测机器人的路径跟踪问题,提出了一种基于指数趋近律的滑模变结构控制的机器人路径跟踪 方法;在水冷壁磨损检测机器人运动模型的基础上,进行路径跟踪误差分析,设计一种基于指数趋近律的滑模变结构控制器,再 利用 Lyapunov 定理验证其收敛性,最后通过 MATLAB 软件模拟仿真,仿真结果表明该控制器可以克服误差,使位姿误差收敛 至零。

关键词: 爬壁机器人; 路径跟踪; 滑模控制; Lyapunov; MATLAB

## Research on Path Tracking Based on Sliding Mode Variable Structure Control

Zhang Huasheng, Song Xuanxuan, Pan Lizheng

(School of Mechanical Engineering, Changzhou University, Changzhou 213100, China)

Abstract: In order to solve the path tracking problem of boiler water wall wear detection robot, a robot path tracking method based on exponential approach law for sliding mode variable structure control is proposed. Based on the motion model of the water wall wear detection robot, perform path tracking error analysis. Design a sliding mode variable structure controller based on exponential approach law. Then use Lyapunov's theorem to verify its convergence, and finally simulate it through MatLab software. The simulation results show that the controller can overcome the error and make the pose error converge to zero.

Keywords: wall-climbing robot; path tracking; sliding mode control; Lyapunov; MatLab

#### 0 引言

随着流化床锅炉的广泛应用,预防锅炉的失效也成为 人们研究的热点<sup>[1]</sup>,而锅炉水冷壁的磨损是其主要的失效 形式之一<sup>[2]</sup>。现如今的锅炉水冷壁磨损检测主要由人工完 成,而人工检测效率低,费用高且事故易发,所以研制一 种智能机器人代替人工作业是现在市场所需求的。

在锅炉内部,磨损检测机器人的移动作业环境较为复 杂,准确的路径跟踪控制是保证其测量结果可靠的关键。 对移动机器人的路径跟踪控制的研究一直是现今机器人研 究的热点。李金良<sup>[3]</sup>等人在机器人运动原理的基础上采用 线性反馈控制来进行路径跟踪,线性反馈控制法是一种常 用的路径跟踪控制方法,但水冷壁磨损检测爬壁机器人的 模型是非线性的,致使其控制精度较低;陈罡<sup>[4]</sup>等人根据 backstepping(反演法)结合 Lyapunov 稳定理论设计了一 种时变反馈控制律,控制效果不错,但设计过程较为复杂, 很难在实际应用中实现;智能控制的出现使控制器不再局 限于数学模型<sup>[5]</sup>,王纪伟<sup>[6]</sup>等人提出了一种基于模糊免疫比 例积分微分(PID)的智能控制方法,但模糊控制效果依赖

**收稿日期:**2019-05-13; 修回日期:2019-06-10。

**基金项目:**国家自然科学基金(61773078);常州市科技支撑计 划(CE20175040)。

作者简介:张华胜(1994-),男,江苏淮安人,硕士研究生,主要 从事机电一体化与爬壁机器人方向的研究。 于其模糊规则制定的好坏,若不能建立理想的模糊规则,则很难达到预期的效果。

滑模变结构控制不依赖于水冷壁磨损检测机器人的精 确数学模型,与其他控制方法相比,具有响应迅速,能够 克服系统的不确定性,控制算法简单,鲁棒性好等诸多优 点,适合对于在锅炉内部这样复杂环境下作业的机器人的 控制。本文以磨损检测机器人运动模型为基础,根据滑模 变结构控制理论设计一种基于指数趋近律的滑模变结构控 制器。由于在滑模变结构控制中,抖振是无法避免的且会 影响系统的稳定性,因此系统引入"准滑膜动态",将磨损 检测机器人的运动轨迹限制在一定领域内,采用边界层法 解决抖振问题<sup>[7]</sup>,再通过 Lyapunov 稳定理论验证其稳定 性。最后通过 MATLAB 软件模拟仿真,仿真结果表明该控 制器可以克服误差,使位姿误差收敛至零。

#### 1 磨损检测机器人结构及运动学建模

本文所设计的磨损检测机器人需要在大型锅炉内部的 水冷壁面上工作,故为了使机器人能够实现水冷壁的壁厚 检测,磨损检测机器人的设计需具备以下3个基本要求:

- 1) 牢固可靠地吸附在壁面;
- 2) 能沿水冷壁面进行运动;
- 3) 顺利完成水冷壁磨损检测。

故本文所设计的磨损检测机器人采用永磁体吸附的吸 附方式和履带式移动的移动方式。永磁体吸附可以保证磨 损检测机器人即使在断电的情况下也不会发生倾覆的危险。 而履带式的移动方式可确保机器人运行平稳,速度较快。

如图1所示是磨损检测机器人的工作环境——水冷壁 壁面。锅炉内的水冷壁主要由钢制的水冷管相互焊接而成。 在锅炉工作时,其内部会因燃烧而形成高速的飞灰颗粒, 从而对水冷壁壁面进行冲刷,造成水冷壁壁面的磨损。故 需要对水冷壁进行定期的磨损检测,防止产生爆管的危险 事故。



图1 水冷壁

#### 1.1 机器人本体结构

本文所设计的水冷壁磨损检测机器人主要由移动机器 人和自动磨损检测装置组成,如图2所示是其三维模型图。 磨损检测机器人通过装有特制永磁铁的履带吸附在水冷壁 壁面,驱动电机通过蜗轮蜗杆减速器带动链轮,链轮与链 条啮合,从而使机器人沿着水冷管壁运动。



图 2 磨损检测机器人三维图

#### 1.2 机器人运动学建模

针对上述磨损检测机器人,对其进行运动学分析,建 立磨损检测机器人运动模型,掌握其运动规律,为后续控 制器的设计奠定基础。磨损检测机器人的运动示意图如图 3 所示。

水冷壁磨损检测机器人路径跟踪控制器的设计目标是 在给定磨损检测机器人一定速度的前提下,通过计算设计 出合适的控制律 [ $v \omega$ ],使得在该控制律的作用下,磨损 检测机器人能够沿着期望的路径移动。如图 3 所示,设在 *XOY*参考平面上,水冷壁磨损检测机器人以平行于管道 L 的位姿运动,左右履带的理论运动速度分别为  $v_L$  和  $v_R$ ,合 成速度为 v,磨损检测机器人的质心运动到 C点( $x_e$ ,  $y_e$ ), 倾斜角度为 0°,则磨损检测机器人的位姿表示为  $P_e = [x_e$ ,



图 3 磨损检测机器人运动示意图

 $y_{\epsilon}$ , 0]<sup>T</sup>, 当机器人继续向前运动, 质心运动到 K 点, 机器 人的位姿表示为  $P_{\kappa} = [x_{\kappa}, y_{\kappa}, \theta_{\kappa}]^{T}$ 。所以水冷壁磨损检 测机器人位姿可由以下公式(1)表示:

$$p(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \\ \theta(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \int_{0}^{t} [v_{R}(t)(1-k_{R}) + v_{L}(t)(1-k_{L}] \sin\theta(t)dt] \\ \frac{1}{2} \int_{0}^{t} [v_{R}(t)(1-k_{R}) + v_{L}(t)(1-k_{L}] \cos\theta(t)dt] \\ \frac{1}{D+2b} \int_{0}^{t} [v_{R}(t)(1-k_{L}) - v_{R}(t)(1-k_{R})]dt \end{bmatrix}$$
(1)

式中,D表示两条履带间的距离,b表示履带的宽度,t表示机器人运动时间。 $k_L$ 和 $k_R$ 分别表示为磨损检测机器人左右两侧履带的滑动率: $k_L = \frac{v_L - v_L'}{v_L}$ , $k_R = \frac{v_R - v_R'}{v_R}$ ,其中, $v_L$ '和 $v_R$ '分别代表左右两侧履带的绝对速度。本文研究的磨损检测机器人在其运动过程中几乎不发生滑动现象,即 $v_L = v_L'$ , $v_R = v_R'$ ,故上式(1)可改写为:

$$p(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \\ \theta(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \int_{0}^{t} [v_{R}(t) + v_{L}(t)] \sin\theta(t) dt \\ \frac{1}{2} \int_{0}^{t} [v_{R}(t) + v_{L}(t)] \cos\theta(t) dt \\ \frac{1}{D+2b} \int_{0}^{t} [v_{L}(t) - v_{R}(t)] dt \end{bmatrix}$$
(2)

理想情况下,磨损检测机器人的偏差角度保持为 0°, $v_L = v_R = v$ ,对式 (2)求导,可得理想情况下机器人的动力 学方程:

$$\dot{p} = \begin{bmatrix} \dot{x}_c \\ \dot{y}_c \\ \dot{\theta}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_R(C) \\ v_L(C) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ v_R(C) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ v_R(C) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ v_L(C) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ v \\ 0 \end{bmatrix}$$
(3)

而实际情况下磨损检测机器人两侧的履带因制造差异

等原因速度不可能完全一致,故机器人将发生倾斜,不妨 假设其质心运动到 K 点时,产生倾斜角度,则可得到在 K 点时的动力学方程:

$$\dot{P}_{\kappa} = \begin{bmatrix} \dot{x}_{\kappa} \\ \dot{y}_{\kappa} \\ \dot{\theta}_{\kappa} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sin\theta_{\kappa}}{2} & \frac{\sin\theta_{\kappa}}{2} \\ \frac{\cos\theta_{\kappa}}{2} & \frac{\cos\theta_{\kappa}}{2} \\ \frac{1}{D+2b} & -\frac{1}{D+2b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{L}(K) \\ v_{R}(K) \end{bmatrix}$$
(4)

磨损检测机器人在 K 点时, 其速度为:

$$\begin{bmatrix} v_{K} \\ \omega_{K} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{D+2b} & -\frac{1}{D+2b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{L}(K) \\ v_{R}(K) \end{bmatrix}$$
(5)

其中,水冷壁磨损检测机器人的尺寸 D=210 mm, d =45 mm。将上式(5)结合式(4)可得机器人的运动 方程:

$$\dot{P} = \begin{bmatrix} \dot{x}_{\kappa} \\ \dot{y}_{\kappa} \\ \dot{\theta}_{\kappa} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\theta_{\kappa} & 0 \\ \cos\theta_{\kappa} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{\kappa} \\ \omega_{\kappa} \end{bmatrix}$$
(6)

#### 2 路径跟踪运动误差分析

如图 4 所示建立水冷壁磨损检测机器人运动位姿误差 模型,其中 AB 为期望路径。



图 4 机器人跟踪位姿误差模型

如图 4 所示,磨损检测机器人 t=0 时,由 A 开始运动, 经时间后,运动到 C 点,此时机器人位姿可以用表示。在 理想情况下,理想机器人从 t=0 时开始,能够以期望速度 沿期望直线路径 AB 运动,之后,到达 R 点;则在 R 点的 机器人位姿可由表示。

则磨损检测机器人实际位姿和期望位姿之间的误差可 表示为:

$$p_{e} = \begin{bmatrix} x_{e} \\ y_{e} \\ \theta_{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{r} - x \\ y_{r} - y \\ \theta_{r} - \theta \end{bmatrix}$$
(7)

对上式进行求导,得到机器人位姿误差微分方程:

$$\dot{p}_{e} = \begin{bmatrix} \dot{x}_{e} \\ \dot{y}_{e} \\ \dot{\theta}_{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{e}\omega - v + v_{r}\cos\theta_{e} \\ -x_{e}\omega + v_{r}\sin\theta_{e} \\ \omega_{r} - \omega \end{bmatrix}$$
(8)

我们期望水冷壁磨损检测机器人跟踪期望直线 AB 运动,所以需要由其实际位姿  $p = \begin{bmatrix} x & y & \theta \end{bmatrix}^T$ 和期望位姿 p, =  $\begin{bmatrix} x_r & y_r & \theta_r \end{bmatrix}^T$ 来确定其速度  $q = \begin{bmatrix} v & \omega \end{bmatrix}^T$ ,再通过式 (5) 计算得到合适的  $u = \begin{bmatrix} v_L & v_R \end{bmatrix}$ ,通过调控运动状态值 u=  $\begin{bmatrix} v_L & v_R \end{bmatrix}$ 使局部位姿误差  $p_e = \begin{bmatrix} x_e & y_e & \theta_e \end{bmatrix}^T$ 收敛至 零,达到精确跟踪的目的。

#### 3 滑模变结构控制器设计

滑模变结构控制属于非线性控制,其非线性是指控制 的不连续,并且其"结构"不是固定的,可以依赖偏差进 行变化,使系统按照预定的轨迹滑动。与其他传统控制方 法相比,滑模变结构控制具有:响应迅速,能够克服系统 的不确定性,控制算法简单,鲁棒性好等诸多优点<sup>[8]</sup>。目 前,在控制领域得到了广泛的应用。

滑模变结构控制的本质是一种特殊的非线性控制,而 该特性致使系统的状态被控制在某一子流形上运动,即 "滑动模态"运动。滑模运动包括:趋近运动、滑模运动。 趋近运动是指系统由某一个初始状态到达其切换面的运动, 而为了提高趋近运动的运动品质,高为炳教授提出了滑动 模态趋近律的概念。常用的趋近律有以下4种比较典型的 趋近律:

1) 等速趋近律:

$$= -\dot{\epsilon} \operatorname{sgn}(s) \quad \epsilon > 0 \tag{9}$$

其中,常数 ε 表示趋近切换面的速率,ε 较大可以使趋 近速度较快,但会引起抖动,sgn (s)表示符号函数。

2) 幂次趋近律:

$$\dot{s} = -k \mid s \mid^{\alpha} \varepsilon \operatorname{sgn}(s) \ k > 0, \ 0 < \alpha < 1$$
(10)

其中, α 较大,可以较快趋近滑动模态,当 α 较小,可 以降低抖振。

3) 一般趋近律:

$$s = -\epsilon \dot{sgn}(s) - f(s) \quad \epsilon > 0 \tag{11}$$

其中:f(0) = 0, 当 $s \neq 0$ , sf(s) > 0。

4) 指数趋近律:

$$\dot{s} = -\varepsilon sgn(s) - ks \ k > 0, \varepsilon > 0 \tag{12}$$

其中,s = -ks为指数趋近项,当 s较大时,指数项 ks可以使系统快速接近滑动模态。指数趋近律是采用指数 ks与 $s = -\epsilon sgn(s)$ 等速趋近相结合。

指数趋近律既可以缩短趋近时间,而且到达切换面的 速度较小,所以本文选择指数趋近律来完成控制器的设计。

#### 3.1 基于指数趋近律的控制律设计

水冷壁磨损检测机器人的路径跟踪需要通过控制其输入状态  $q = \begin{bmatrix} v & w \end{bmatrix}^T$ 使跟踪误差  $p_e = \begin{bmatrix} x_e & y_e & \theta_e \end{bmatrix}^T$  趋向于零。设计滑模切换函数为<sup>[9]</sup>:

$$s = {\binom{s_1}{s_2}} = {\binom{x_e}{\theta_e + \arctan(v_r y_e)}}$$
(13)

滑模变结构控制需要使系统达到滑动模态, 即  $s_1 \rightarrow 0$ ,

$$z \rightarrow 0$$
, 且必须使  $s^T \dot{s} < 0$ , 因本文采用指数趋近律设计, 故:  
 $\dot{s} = {s_1 \choose s_2} = {-\varepsilon_1 \operatorname{sgn}(s_1) - k_1 s_1 \choose -\varepsilon_2 \operatorname{sgn}(s_2) - k_2 s_2}$  (14)

使  $\alpha = \tan^{-1}(v_r, y_e)$ ,带人公式(8)和式(14)可得:

$$\dot{s} = \left( \dot{s}_{1} \atop \dot{s}_{2} \right) = \left[ \dot{\theta}_{e} + \frac{\partial \alpha}{\partial v_{r}} \dot{v}_{r} + \frac{\partial \alpha}{\partial y_{e}} \dot{y}_{e} \right] = \left[ \begin{array}{c} y_{e} \, \omega - v + v_{r} \cos \theta_{e} \\ \omega_{r} - \omega + \frac{\partial \alpha}{\partial v_{r}} \dot{v}_{r} + \frac{\partial \alpha}{\partial y_{e}} (-x_{e} \, \omega + v_{r} \sin \theta_{e}) \end{array} \right]$$
(15)

由上式(15)变换可得其控制器的控制律为:

$$q = {v \choose \omega} =$$

$$\begin{pmatrix} y_e \, \omega + v_r \cos \theta_e + \epsilon_1 \, sgn(s_1) + k_1 \, s_1 \\ \omega_r + \frac{\partial \alpha}{\partial v_r} \, \dot{v}_r + \frac{\partial \alpha}{\partial y_e} (-x_e \, \omega + v_r \sin \theta_e) + \epsilon_2 \, sgn(s_2) + k_2 \, s_2 \end{pmatrix}$$
(16)

 $\vec{\mathfrak{X}} (16) \neq, \frac{\partial \alpha}{\partial v_r} = y_e / [1 + (v_r y_e)^2], \frac{\partial \alpha}{\partial y_e} = v_r / [1 + (v_r y_e)^2], \frac{\partial \alpha}{\partial y_e} = v_r / [1 + (v_r y_e)^2]_e$ 

在滑模变结构控制中,需要频繁地切换系统的控制状态,而在实际系统中不存在理想的切换,所以对一个实际系统而言,抖振是不可避免,一定存在的。但抖振的存在 会影响到系统控制的稳定性,因此本文引入"准滑模动态",将水冷壁磨损检测机器人的运动限制在一定邻域内, 采用边界层法,解决抖振问题。

为解决抖振的问题,使用连续函数  $\phi(s_i) = s_i / (|s_i| + \delta_i)$  代替原来的符号函数 sgn  $(s_i)$ ,即:

$$\dot{s} = \begin{pmatrix} \dot{s}_1 \\ \dot{s}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\varepsilon_1 \frac{s_1}{|s_1| + \delta_1} - k_1 s_1 \\ -\varepsilon_2 \frac{s_2}{|s_2| + \delta_2} - k_2 s_2 \end{pmatrix}$$
(17)

式 (17) 中,  $\delta_1$ ,  $\delta_2$  为很小的正数。将式 (17) 带入 (16), 得到新的控制律:

$$q = {\binom{v}{\omega}} = \begin{pmatrix} y_e \,\omega + v_r \cos \,\theta_e + \frac{\varepsilon_1 \, s_1}{| \, s_1 \, | + \delta_1} \, (s_1) + k_1 \, s_1 \\ \omega_r + \frac{y_e}{1 + (v_r \, y_e)^2} \, \dot{v}_r + \frac{v_r}{1 + (v_r \, y_e)^2} \\ (- \, x_e \,\omega + v_r \, \sin \,\theta_e) + \frac{\varepsilon_2 \, s_2}{| \, s_2 \, | + \delta_2} + k_2 \, s_2 \end{pmatrix}$$
(18)

在上式(18)中,可以通过改变  $\delta_1$ 和  $\delta_2$ ,从而改变 "边界层"的宽度,其值越小<sup>[10]</sup>,则误差收敛的范围越小。

### 3.2 稳定性证明

根据引理 1<sup>[11]</sup>: 对于任意 x ( $x \in R$ ) 且满足 |x| <  $\infty$ , 有  $\varphi$  (x) = $x \sin(\tan^{-1}x) \ge 0$ , 当且仅当 x=0 时等 号成立。

当  $x_e = 0$ ,设计 Lyapunov 函数:

$$V_{y} = \frac{1}{2}y_{e}^{2} \tag{19}$$

设 
$$\theta_e = -\tan^{-1}(v_r y_e)$$
, 可得:  
 $\dot{V}_y = y_e \dot{y}_e = y_e(-x_e \omega + v_r \sin \theta_e) =$   
 $-y_e x_e \omega - v_r y_e \sin(\tan^{-1}(v_r y_e))$  (20)

由以上引理可得:  $-v_r y_e \sin(\tan^{-1} v_r y_e) \leq 0$ , 求得  $\dot{V}_y \leq 0$ , 即  $y_e$  可收敛到零。即只要  $x_e$  收敛至零,  $\theta_e$  收敛到  $-\tan^{-1}(v_r y_e)$ , 那么  $y_e$  可收敛到零,  $-\tan^{-1}(v_r y_e)$ 也 将收敛至零,  $\theta_e$  也可收敛至零。因此系统稳定。

#### 4 跟踪仿真实验与分析

在 MATLAB 平台上,编写程序,进行跟踪实验,验证 控制器的有效性<sup>[12]</sup>。假设水冷壁爬壁机器人的实际初始位 姿  $P_0 = (0.32, 0.5, 5\pi/12)$ ,期望初始位姿  $P_A = (0.25, 0.1, \pi/2)$ ,期望终点位姿  $P_B = (0.25, 4, \pi/2)$ ,期望速度  $v_r = 0.3$ m/s,期望角速度  $\omega_r = 0$ 。取参数  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0.5, k_1 = k_2 = 4, \delta_1 = 0.1, \delta_2 = 0.05$ 。经过多次实验后,直线路径跟踪仿真如 图 5 所示,位姿误差如图 6 所示。





图 6 机器人位姿误差仿真

由图 5 和图 6 可知,在基于指数趋近律的滑模变结构控制器的调节下,系统在 2s 内便达到稳定状态,位移跟踪误差收敛到零,且控制器输出曲线较为光滑,跟踪误差量的超调量较小<sup>[13]</sup>。

因此滑模变结构控制器可以使水冷壁磨损检测机器人 更加平稳的趋近期望路径,并且跟踪直线路径运动;而误 差、和的超调量较小,变化平稳,且逐渐收敛到零<sup>[14]</sup>。因此, (下转第114页)