

基于高精度曲面建模的物体表面形变监测

姚娟¹, 张镠², 王坤朋¹, 唐齐鸿², 刘忠仁¹

(1. 西南科技大学 信息工程学院, 四川 绵阳 621010;

2. 重庆大学 自动化学院, 重庆 400044)

摘要: 道路、隧道、桥梁等物体表面形变监测是质量安全保障的重要前提; 针对其表面监测问题, 提出一种基于激光栅格化采样和高精度曲面建模的物体表面监测方法; 该方法对监测物体表面利用栅格化采样进行高精度曲面建模和插值, 通过多项式空间插值估计监测点的真实值和曲面第一、二基本量, 对物体表面沉降和曲率半径参数变化角度进行监测; 为验证该方法的有效性, 在两组不同复杂程度的已知曲面上随机选取 100 个测试点, 针对采样密度和插值密度分别进行数值仿真实验, 并利用实物模型构建模拟形变实验, 进而对测试点处的沉降变化和曲率半径变化进行监测; 实验结果表明: 在仿真实验中, 高栅格化采样密度和插值密度能够大幅提高曲面重构精度, 并降低物体表面不同复杂程度对监测精度的影响; 在实物模拟形变实验中, 沉降测量精度可达 98.41%, 曲率半径变化检测精度可达 81.82%。

关键词: 形变监测; 高精度建模; 多项式插值; 曲率; 沉降

Object Surface Deformation Monitoring Using High Accuracy Surface Modeling

Yao Juan¹, Zhang Liu², Wang Kunpeng¹, Tang Qihong², Liu Zhongren¹

(1. School of Information Engineering, Southwest University of Science and Technology, Mianyang 621010, China;

2. College of Automation, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract: Surface deformation monitoring of roads, tunnels, bridges, etc. is an important prerequisite for quality and safety. Aiming at the surface monitoring problem, we propose an object surface monitoring method based on laser rasterization sampling and high precision surface modeling. Utilizing rasterized sampling, the method can carry out high-precision surface modeling and interpolation on the surface of the monitored object. Then through the polynomial spatial interpolation method, the true value of the monitored points and the first and second basic quantities of the surface are estimated. Lastly, the surface settlement of the object and the change of the curvature radius parameters are monitored. In order to verify the effectiveness of the proposed method, we randomly selected 100 test points on two known surfaces of different complexity levels. On different conditions of the sampling density and interpolation density, we carried out numerical simulation experiments separately. Meanwhile, a simulated deformation experiment was constructed by a physical model. Then we monitored changes of settlement and curvature radius at the test points. The experimental results are as follow. In the simulation experiment, high rasterized sampling density and interpolation density can greatly improve surface reconstruction accuracy and reduce the impact of different complexity of the object surface on the monitoring accuracy. In the physical simulation deformation experiment, the settlement monitoring accuracy can reach 98.41%, and the curvature radius change monitoring accuracy can reach 81.82%.

Keywords: deformation monitoring; HASM; polynomial interpolation; curvature; settlement

0 引言

大型构筑体表面形变监测是保障其安全运行的主要手段之一。如久经碾压的桥梁在结构上会发生一定的形状变化; 隧道内壁会因为周围土体扰动、建筑负荷变化或施工振动而产生形变^[1]; 高层建筑在地震、强风等自然灾害后

收稿日期:2019-03-08; 修回日期:2019-04-09。

基金项目:四川省科技计划资助(2016JY0242, 2018JY0522); 国防科工局核应急项目(18zg6103)。

作者简介:姚娟(1987-),女,四川绵阳人,助教,主要从事信号处理和机器学习相关方向的研究。

王坤朋(1988-),男,河南周口人,副教授,硕士生导师,主要从事信号检测和机器学习相关方向的研究。

发生倾斜。物体的形变若未被及时检测和采取应对措施, 将对人员和设备的安全构成巨大的潜在威胁, 因此对构筑体表面沉降、曲率以及位移等形变参数的监测具有重要意义和实用价值。

目前, 三维激光扫描仪被广泛应用于形变监测领域, 涉及建筑、隧道、基坑、铁路、桥梁、矿山、地形勘查^[2-9]等, 拥有快速、高效、高密度、非接触^[6-8]等优点。但在诸多形变监测应用中, 主要根据具体的监测对象确定相应的监测参数和制定监测方案, 还未形成完善的监测体系^[10], 主要通过测量标靶坐标的改变达到监测目的, 存在监测参数单一、灵活性差、表面形变测量精度低等缺点。近年来, 激光测距仪虽然逐步应用在形变监测领域^[4-5], 相对三维激光扫描仪而言, 采用激光测距结合转向云台^[5]对物体表面

形变进行测量的方法，具有成本低、易于实现和灵活性强等优点，但因其只对少数特征点进行沉降变化监测，并受限于搭载平台，对物体表面形变测量误差较大。

本文针对于目前三维激光在物表形变监测应用中存在的不足，提出一种结合激光采样和高精度建模对物体表面形变进行监测的方法。其中，岳天祥等提出的高精度曲面建模（high accuracy surface modeling, HASM）方法，已经广泛应用于数字高程模型构建、土壤污染物空间分布模拟、气候要素（气温、降水、辐射等）时空变化模拟^[11]等领域，其理论体系相对成熟，在建模精度上优于各种传统的经典插值法^[12-16]。利用激光测距仪对物体表面进行栅格化采样，通过高精度曲面建模得到表面沉降和曲率变化等形变参数，为实现大型构筑体安全评价和预警提供数据支撑。

1 HASM4 及形变参数求解

1.1 采样点坐标计算

根据激光非接触、高效、精准的特点，对检测物体表面进行栅格化采样。不论是一维激光测距还是三维激光扫描，在采样仪器坐标系下，对于采样点对应的激光束，根据其偏航角 ψ 和俯仰角 θ ，以及距采样点的距离 S ，可求得其坐标系下空间坐标 (X, Y, Z) ，如图 1 所示，其中 $X = S \cdot \cos\psi \cdot \cos\theta, Y = S \cdot \sin\psi \cdot \cos\theta, Z = S \cdot \sin\theta$ 。

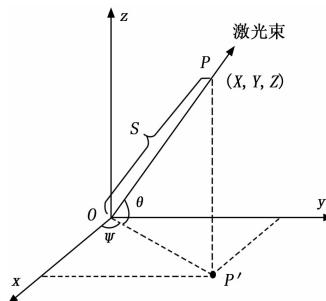


图 1 坐标计算示意图

1.2 坐标转换

将直接采样的测量点映射到栅格坐标系中，记为 $[x, y, z]^T = \beta \cdot \mathbf{A} \cdot [X, Y, Z]^T + [\Delta x, \Delta y, \Delta z]^T$ ，其中为栅格对应坐标系下的采样坐标值， $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ 分别为 3 个方向上坐标的偏移量， β 为解算尺寸， $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 为旋转矩阵^[1]。

1.3 HASM4

HASM 是一种空间插值法，HASM4 为其第 4 代更新。若采样基于 $I \times J$ 的栅格，设定插值密度为 k ，则插值栅格可选择 $(k(I-1)+1) \times (k(J-1)+1)$ 的大小，即 $N \times M$ 。先进行简单插值，其结果将作为 HASM 求解的初始值。

设物表曲面表示为函数 $f(x, y)$ 。栅格顶点坐标为 $(x_{i,j}, y_{i,j})$ ，其对应的函数值为 $f_{i,j}$ 。以往的研究表明曲面模型可由 Gauss 方程模拟^[16-18]。

$$\begin{cases} f''_{xx} = \Gamma_{11}^1 f'_{x} + \Gamma_{11}^2 f'_{y} + \frac{L}{\sqrt{E+G-1}} \\ f''_{yy} = \Gamma_{22}^1 f'_{x} + \Gamma_{22}^2 f'_{y} + \frac{N}{\sqrt{E+G-1}} \end{cases} \quad (1)$$

其中： $E = 1 + f'^2_x, F = f'_{x}f'_{y}, G = 1 + f'^2_y$ ，

$$\begin{aligned} L &= \frac{f''_{xx}}{\sqrt{f'^2_x + f'^2_y + 1}}, N = \frac{f''_{yy}}{\sqrt{f'^2_x + f'^2_y + 1}}, \\ \Gamma_{11}^1 &= \frac{GE'_{x} - 2FF'_{x} + FE'_{y}}{2(EG - F^2)}, \Gamma_{11}^2 = \frac{2EF'_{x} - EE'_{y} - FE'_{x}}{2(EG - F^2)}, \\ \Gamma_{22}^1 &= \frac{2GF'_{y} - GG'_{x} - FG'_{y}}{2(EG - F^2)}, \Gamma_{22}^2 = \frac{EG'_{y} - 2FF'_{y} + FG'_{x}}{2(EG - F^2)} \end{aligned}$$

基于栅格插值结果对 Gauss 方程进行离散化，得其差分递推方程。

$$\begin{cases} (f''_{xx})_{i,j}^n = (\Gamma_{11}^1)_{i,j}^{n-1} (f'_{x})_{i,j}^{n-1} + (\Gamma_{11}^2)_{i,j}^{n-1} (f'_{y})_{i,j}^{n-1} + \\ \frac{L_{i,j}^{n-1}}{\sqrt{E_{i,j}^{n-1} + G_{i,j}^{n-1} - 1}} \\ (f''_{yy})_{i,j}^n = (\Gamma_{22}^1)_{i,j}^{n-1} (f'_{x})_{i,j}^{n-1} + (\Gamma_{22}^2)_{i,j}^{n-1} (f'_{y})_{i,j}^{n-1} + \\ \frac{L_{i,j}^{n-1}}{\sqrt{E_{i,j}^{n-1} + G_{i,j}^{n-1} - 1}} \end{cases} \quad (2)$$

对离散化的 Gauss 方程用矩阵形式表示，即 HASM4 为：

$$\begin{cases} \mathbf{A}_1 \mathbf{F}^n = \mathbf{B}_1^{n-1} \\ \mathbf{A}_2 \mathbf{F}^n = \mathbf{B}_2^{n-1} \end{cases} \quad (3)$$

其中： $\mathbf{F}^n = [f_{1,1}^n, \dots, f_{1,M}^n, f_{2,1}^n, \dots, f_{2,M}^n, \dots, f_{N-1,1}^n, \dots, f_{N-1,M}^n, f_{N,1}^n, \dots, f_{N,M}^n]^T, \mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2 \in \mathbb{R}^{(NM) \times (NM)}, \mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2 \in \mathbb{R}^{(NM) \times 1}$ ，则 HASM4 可转换为 $\mathbf{AF}^n = \mathbf{B}^{n-1}$ ，其中 $\mathbf{A} = [\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2]^T, \mathbf{B} = [\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2]^T$ 。该曲面模型的高精度迭代求解问题，可以建模为带有等式约束的最小二乘优化问题，即，

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{F}^n} & \| \mathbf{AF}^n - \mathbf{B}^{n-1} \|_2 \\ \text{s. t. } & \mathbf{L} \times \mathbf{F}^n = \mathbf{D} \end{aligned} \quad (4)$$

公式 (4) 可通过引入拉格朗日乘子 λ ，转换为无条件约束的最小二乘问题，

$$\min_{\mathbf{F}^n} \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \lambda \mathbf{L} \end{bmatrix} \mathbf{F}^n - \begin{bmatrix} \mathbf{B}^{n-1} \\ \lambda \mathbf{D} \end{bmatrix} \right\|_2 \quad (5)$$

设 $\mathbf{P} = [\mathbf{A}^T \lambda \mathbf{L}^T] \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \lambda \mathbf{L} \end{bmatrix}, \mathbf{R}^{n-1} = [\mathbf{A}^T \quad \lambda \mathbf{L}^T] \begin{bmatrix} \mathbf{B}^{n-1} \\ \lambda \mathbf{D} \end{bmatrix}$ ，该问题

最终转化为求解线性方程组，

$$\mathbf{PF}^n = \mathbf{R}^{n-1} \quad (6)$$

1.4 Gauss—Seidel 法求解

HASM 的求解包含两个循环嵌套迭代：更新 \mathbf{R}^{n-1} 为外迭代；采用 Gauss—Seidel 法求解公式 (6) 中的线性方程组更新 \mathbf{F}^n 为内迭代。基于每一次 \mathbf{R}^{n-1} 更新后的线性方程表示为 $\mathbf{RF} = \mathbf{R}$ ，正定的系数矩阵 \mathbf{P} 可被拆分为 $\mathbf{P} = \mathbf{D} - \mathbf{L} - \mathbf{U}$ ，其中：

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \begin{bmatrix} p_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & p_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & p_{nn} \end{bmatrix} \\ \mathbf{L} &= \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -p_{21} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -p_{n1} & \cdots & -p_{n(n-1)} & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} 0 & -p_{12} & \cdots & -p_{1n} \\ 0 & 0 & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & -p_{(n-1)n} \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

Gauss-Seidel 求解的迭代方程为 $f_i^k = \frac{1}{p_{ii}}[-\sum_{j=1}^{i-1} p_{ij} f_j^k - \sum_{j=i+1}^n p_{ij} f_j^{k-1} + r_i]$, ($i = 1, 2, \dots, n$), 即:

$$\begin{cases} p_{11}x_1^k = -p_{12}f_2^{k-1} - \cdots - p_{1n}f_n^{k-1} + r_1 \\ p_{11}x_1^k + p_{12}x_2^k = -p_{23}f_3^{k-1} - \cdots - p_{2n}f_n^{k-1} + r_2 \\ \vdots \\ p_{m1}x_1^k + p_{m2}x_2^k + \cdots + p_{mn}x_n^k = r_n \end{cases} \quad (7)$$

其中: k 为迭代次数, 方程的矩阵表达形式为 $(\mathbf{D}-\mathbf{L})\mathbf{F}^k = \mathbf{U}\mathbf{F}^{k-1} + \mathbf{R}$, 即 $\mathbf{F}^k = (\mathbf{D}-\mathbf{L})^{-1}\mathbf{U}\mathbf{F}^{k-1} + (\mathbf{D}-\mathbf{L})^{-1}\mathbf{R}$, 设 $\mathbf{T} = (\mathbf{D}-\mathbf{L})^{-1}\mathbf{U}$, $\mathbf{C} = (\mathbf{D}-\mathbf{L})^{-1}\mathbf{R}$, 则:

$$\mathbf{F}^k = \mathbf{T}\mathbf{F}^{k-1} + \mathbf{C} \quad (k = 1, 2, \dots) \quad (8)$$

1.5 HASM 求解算法

求解算法伪代码如表 1 所示, 其中 \mathbf{F}^l 取值栅格插值结果, 作为求解算法的输入。设置最小优化权重参数 λ 和内外迭代结束阈值 a, b , 并计算出固定参数 P, T , 然后进入内外嵌套迭代。内迭代为求解 $\mathbf{P}\mathbf{F}^n = \mathbf{R}^{n-1}$ 过程, 外迭代则是根据当前内迭代的解 \mathbf{F}^n 更新 \mathbf{R}^n 过程, 最后输出设定精度的模拟结果 \mathbf{F}^n 。

表 1 HASM 求解算法

初始化: $n=1, \mathbf{F}^l$; 设定参数 λ, a, b , 并计算 \mathbf{P}, \mathbf{T}
1: while($n < n^{\max}$) 执行步骤 2 到步骤 8
2: 更新 $\mathbf{R}^n, \mathbf{C}^n; k=1, \mathbf{F}^{n(1)} = \mathbf{F}^n$
3: while($k < k^{\max}$) 执行步骤 4 到步骤 6
4: $\mathbf{F}^{n(k+1)} = \mathbf{T}\mathbf{F}^{n(k)} + \mathbf{C}^n$
5: $k=k+1$
6: if($\ \mathbf{F}^{n(k)} - \mathbf{F}^{n(k-1)}\ < a$) 转到步骤 7
7: $n=n+1; \mathbf{F}^n = \mathbf{F}^{n(k)}$
8: if($\ \mathbf{F}^n - \mathbf{F}^{n-1}\ < b$) 转到步骤 9
9: 输出结果 \mathbf{F}^n

1.6 形变参数沉降、曲率求解

基于高精度曲面建模插值结果, 通过局部多项式空间插值的方法实现对曲面上任意点的模拟值和第一、二基本量进行近似求解, 最终得到曲面形变参数: 沉降、曲率或曲率半径。

如图 2 所示, 在求解 HASM 得到的模拟值 $f_{i,j}, i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, M$ 周围选取 $n \times n$ 大小的栅格作为初始样本, 进而通过多项式空间插值求解该点模拟值和曲率参数。根据曲面上样本区域的弯曲程度合理确定其插值多项式阶数 m , 并对样本栅格的各行各列求解其插值多项式。

设物表曲面上监测点 $O(x_0, y_0, z_0)$, 若通过最小二乘法解得第 i 行插值多项式及其导数为:

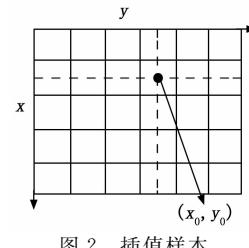


图 2 插值样本

$$\begin{cases} f_i(y) = \sum_{k=0}^m a_{ik} y^k \\ f'_i(y) = \sum_{k=1}^m k a_{ik} y^{k-1} \end{cases} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (9)$$

第 j 列插值多项式及其导数为:

$$\begin{cases} f_j(x) = \sum_{k=0}^m a_{jk} x^k \\ f'_j(x) = \sum_{k=1}^m k a_{jk} x^{k-1} \end{cases} \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (10)$$

对于每一行, $y=y_0$ 处模拟值:

$$f_{i,y_0} = f_i(y_0) \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (11)$$

得 $y=y_0$ 这一列的插值多项式:

$$f_{y_0}(x) = \sum_{k=0}^m a_{y_0 k} x^k \quad (12)$$

同理, 对于每一列, $x=x_0$ 处模拟值:

$$f_{x_0, j} = f_j(x_0) \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (13)$$

得 $x=x_0$ 这一行的插值多项式:

$$f_{x_0}(y) = \sum_{k=0}^m a_{x_0 k} y^k \quad (14)$$

则 (x_0, y_0) 处模拟值:

$$z_0 = f(x_0, y_0) \approx f_{x_0}(y_0) \approx f_{y_0}(x_0) \quad (15)$$

监测点沉降则是物表曲面形变前后该处模拟值之差。其一阶偏导:

$$\begin{cases} f'_{x_0}(x_0, y_0) \approx f'_{y_0}(x_0) = \sum_{k=1}^m k a_{y_0 k} x_0^{k-1} \\ f'_{y_0}(x_0, y_0) \approx f'_{x_0}(y_0) = \sum_{k=1}^m k a_{x_0 k} y_0^{k-1} \end{cases} \quad (16)$$

二阶偏导:

$$\begin{cases} f''_{xx}(x_0, y_0) \approx f''_{y_0}(x_0) = \sum_{k=2}^m k(k-1) a_{y_0 k} x_0^{k-2} \\ f''_{yy}(x_0, y_0) \approx f''_{x_0}(y_0) = \sum_{k=2}^m k(k-1) a_{x_0 k} y_0^{k-2} \end{cases} \quad (17)$$

每一列 $x=x_0$ 处插值多项式导数 $f'_{x_0}(x_0)$ ($j=1, 2, \dots, n$) 经多项式拟合得偏导:

$$\overline{f'_{x_0}}(x_0, y_0) = \sum_{k=0}^m \overline{a_k} y^k \quad (18)$$

可求得混合偏导:

$$f''_{xy}(x_0, y_0) = \sum_{k=1}^m k \overline{a_k} y^{k-1} \quad (19)$$

同理, 每一行 $y=y_0$ 处插值多项式导数 $f'_{y_0}(y_0)$ ($i=1, 2, \dots, n$) 经多项式拟合得偏导:

$$\bar{f}'_y(x_0, y_0) = \sum_{k=0}^m \bar{a}_k x^k \quad (20)$$

可求得混合偏导:

$$f''_{yx}(x_0, y_0) = \sum_{k=1}^m k \bar{a}_k x^{k-1} \approx f''_{xy}(x_0, y_0) \quad (21)$$

根据 1.3 部分公式和 $M = \frac{f''_{xy}}{\sqrt{f'_x^2 + f'_y^2 + 1}}$, 可由一、二阶偏导和混合偏导解算其第一基本量 E , F , G 和二基本量 L , M , N , 进而求解物表曲面 S : $r=r(u, v)$ 上监测点处任意方向上曲率 K_n 或曲率半径 ρ_n 。

$$\begin{cases} K_n = \frac{Ld_u^2 + 2Md_ud_v + Nd_v^2}{Ed_u^2 + 2Fd_ud_v + Gd_v^2} \\ \rho_n = \frac{1}{K_n} \end{cases} \quad (22)$$

2 试验测试

2.1 数值仿真实验

为验证该方法的可行性, 选取已知表达式的两组无量纲、非突变的曲面做数值仿真对照实验。

$$\begin{aligned} f_1(x, y) &= 3 + 2\sin(2\pi x)\sin(2\pi y) + \\ &\exp(-15(x-1)^2 - 15(y-1)^2) + \exp(-10x^2 - 15(y-1)^2) \\ f_2(x, y) &= \sqrt{(1-(x-0.5)^2 - (y-0.5)^2)} \end{aligned}$$

其中, 曲面 f_1 可模拟地表面貌, 特征相对复杂; 曲面 f_2 为球面, 模拟一般规则建筑表面, 特征相对简单; 模拟区域为 $x, y \in [0, 1]$, 在该区域内随机产生 100 个测试点, 如图 3 所示。通过该方法求取测试点处的模拟值和不同方向上的曲率半径。分别在不同采样密度/间距、插值密度、曲率方向、坡度条件下, 以控制变量法对比、分析两种曲面的模拟误差。

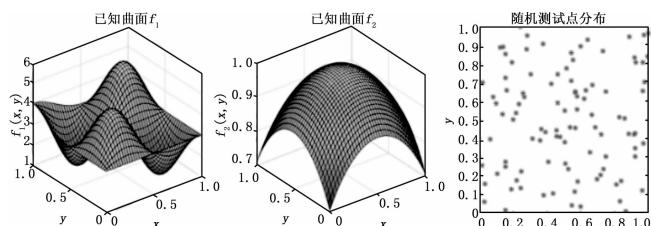


图 3 曲面 f_1 、 f_2 和测试点分布

2.1.1 采样密度对模拟误差的影响

设采样间距为 d_0 , 插值间距为 d_1 , 插值密度为 $K=d_0/d_1$, 模拟值均方差、曲半径相对平均差分别为:

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{100} (f_k - \bar{f}'_k)^2}{100}}, \\ B &= \frac{\sum_{k=1}^{100} \sum_{n=1}^{17} \frac{|r_{kn} - r'_{kn}|}{r'_{kn}}}{100} \end{aligned}$$

其中: f_k 为第 k 个测试点的模拟值, \bar{f}'_k 为其真实值; r_{kn} 为第 k 个测试点处第 n 个方向的模拟曲率半径, r'_{kn} 为其实真曲率半径, A 反映模拟值精度, B 反映曲率精度。两组曲面采样间距 $d_0 \in \{0.2, 0.1, 0.05, 0.02\}$, 插值密度 $K=2$, 模拟结果如曲线图 4 所示。

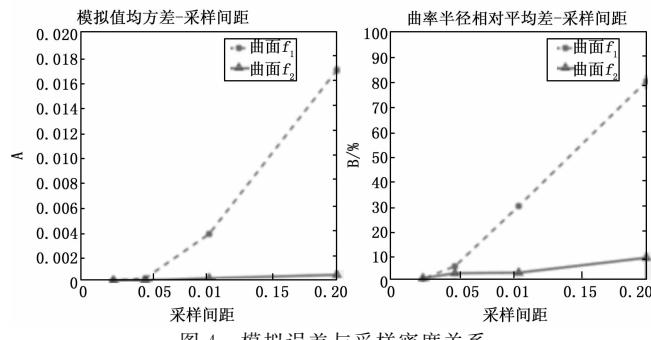


图 4 模拟误差与采样密度关系

如图 4 所示, 随采样密度的倍数增加, 两个曲面模拟值误差和曲率半径误差均迅速减小, 表明两个的曲面的模拟精度快速提高; 曲面 f_1 模拟误差变化较大, 而 f_2 相对较小, 表明更为复杂的物体表面曲面对采样密度的敏感度较大; 当采样间距为 0.0125 时, 两个曲面的模拟精度接近, 表明足够高的采样密度能够减小曲面的复杂程度对模拟精度的影响; 曲率误差比模拟值误差更明显, 表明曲率精度对模拟值精度非常敏感。

2.1.2 插值密度对模拟误差的影响

保持 $d_0=0.1$, 插值密度 $K \in \{2, 5, 10\}$, 得如曲线图 5 变化趋势。

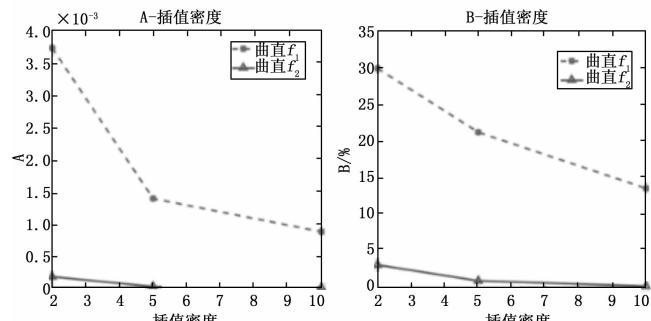


图 5 模拟误差与插值密度关系

随着插值密度的倍增, 曲面模拟值误差和曲率半径误差缓慢减小且速度变缓, 表明增大插值密度在一定程度上能够提高模拟精度, 但插值密度对模拟精度的影响比采样密度更小。

2.1.3 坡度对模拟误差的影响

当 $K=2$, $d_0=0.025$, 分析测试点位置坡度对模拟精度的影响, 获取两个曲面高距均为 0.5 的等值线图, 如图 6 所示。

由图可知, 曲面 f_1 的整体坡度远大于曲面 f_2 , 且红色标记均主要分布于坡度相对较大部位。结果表明, 大坡度是降低模拟精度的重要因素, 也是导致在稀疏采样条件下曲面 f_1 模拟精度低于曲面 f_2 的根本因素。

2.2 形变实测

为验证该方法的有效性, 设计半径分别为 0.4 米和 0.2 米圆柱曲面模型模拟物体表面形变前、后状态, 通过针对该方法设计的实验设备先后对两个圆柱面栅格化采样, 在 MATLAB 环境下对采样数据应用该方法进行建模计算, 对

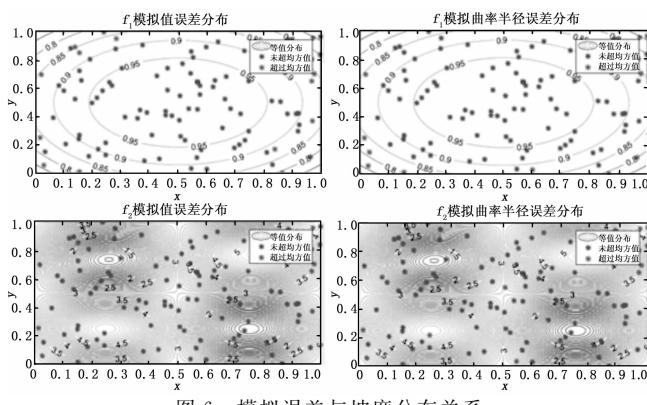


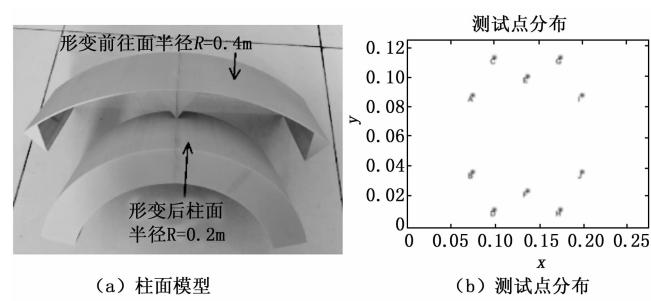
图 6 模拟误差与坡度分布关系

10 处测试点给出形变前后的高度和曲率半径，并进行实验数据分析。

以 0.025 米为间距对模型进行栅格化采样，采样区域为 $x \in [0, 0.275]$, $y \in [0, 0.125]$ 测试模型和 10 个测试点 A, B, …, I, J 分布如图 7 所示。

半径的柱面模型模拟形变前物表曲面，测试结果如表 2 所示。

表中 h_0 为直接测量高度， h 为建模解算高度， $\Delta h = |h_0 - h|$ 为高度误差； r 为解算曲率半径， $\Delta r = |r_0 - r| / r_0 \times 100\%$ 为相对曲率半径误差，数据表明模拟高度平均误差达 0.000 39 m，模拟曲率半径相对平均误差达 5.9%。



(a) 柱面模型

(b) 测试点分布

图 7 圆柱曲面模型模拟物体

半径 $r'_0 = 0.20$ m 的柱面模型模拟形后前物表曲面，测试结果如表 3 所示。

数据表明模拟高度平均误差达 0.29 毫米，模拟曲率半径相对平均误差达 7.1%。

形变前后曲面状态及其测试点形变参数及其误差如图 8、表 4 所示。

表 4 中 $x_0 = h_0 - h'_0$ 为沉降参数真实值， $x = h - h'$ 为其模拟值， $\Delta x = |x_0 - x| / x_0 \times 100\%$ 为相对误差； $R = r - r'$ 为曲率半径变化模拟值， $R_0 = r_0 - r'_0 = 0.2$ m， $\Delta R = |R_0 - R| / R_0$ 为其相对误差。数据表明沉降变化相对平均误差可达 1.59%，精度达毫米级，优于文献 [1] 中标靶位移精度，且测试点不受标靶数量和位置的限制；曲率半径变化相对平均误差可达 18.18%，主要误差来源于实验设备测量

表 2 形变前测试点测量参数及误差

测试点	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	平均值
h'_0 / m	0.15350	0.15350	0.15050	0.15050	0.14950	0.14950	0.15100	0.15100	0.15450	0.15450	—
h' / m	0.15366	0.15344	0.15044	0.15019	0.14855	0.14855	0.15052	0.15068	0.15410	0.15418	—
$\Delta h' / \text{m}$	0.00016	0.00053	0.00053	0.00030	0.00094	0.00094	0.00047	0.00031	0.00039	0.00031	0.00039
r' / m	0.40700	0.40220	0.38680	0.38540	0.36530	0.37230	0.35450	0.37320	0.36100	0.37310	—
$\Delta r' / \%$	1.70000	0.60000	3.30000	3.60000	8.60000	6.90000	11.30000	6.70000	9.70000	6.70000	5.90000

表 3 形变后测试点测量参数及误差

测试点	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	平均值
h'_0 / m	0.11850	0.11850	0.11350	0.11350	0.11050	0.11050	0.11450	0.11450	0.12050	0.12050	—
h' / m	0.11836	0.11822	0.11304	0.11301	0.11043	0.11073	0.11445	0.11471	0.12102	0.12098	—
$\Delta h' / \text{m}$	0.00013	0.00027	0.00045	0.00048	0.00063	0.00023	0.00043	0.00021	0.00052	0.00048	0.00029
r' / m	0.20880	0.19820	0.22870	0.21980	0.21020	0.22730	0.21490	0.22720	0.20250	0.19880	—
$\Delta r' / \%$	4.40000	0.90000	14.40000	9.90000	5.10000	13.60000	7.40000	13.60000	1.30000	0.60000	7.10000

表 4 沉降、曲率半径变化及误差

测试点	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	平均值
x_0 / m	0.03500	0.03500	0.03700	0.03700	0.03900	0.03900	0.03650	0.03650	0.03400	0.03400	—
x / m	0.03529	0.03521	0.03739	0.03717	0.03811	0.03782	0.03606	0.03596	0.03308	0.03320	—
$\Delta x / \%$	0.85000	0.62000	1.07000	0.48000	2.26000	3.02000	1.18000	1.45000	2.71000	2.35000	1.59000
R / m	0.19810	0.20400	0.15810	0.16560	0.15500	0.14490	0.13960	0.14590	0.15850	0.17420	—
$\Delta R / \%$	0.92000	2.01000	20.91000	17.18000	22.48000	27.51000	30.02000	27.02000	20.75000	12.86000	18.18000

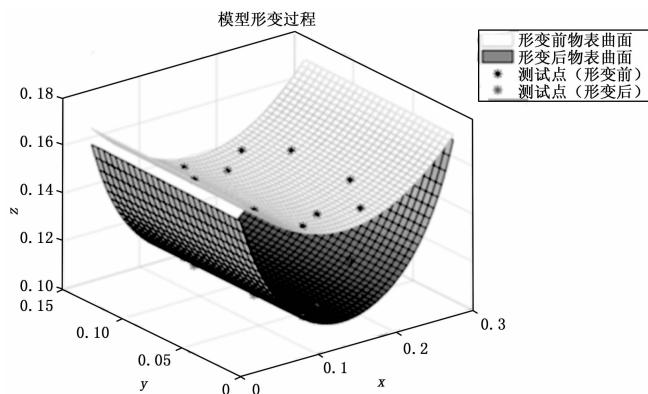


图 8 模型形变前后状态和测试点分布

采样精度。曲面模拟值精度远高于曲率半径精度，表明曲率精度对模拟值精度敏感性很强，与仿真实验结论一致。

3 结论

本文提出了一种基于激光采样，并结合高精度曲面建模求解曲面模拟值和曲率参数，进而达到从沉降和曲率角度监测物体表面形变的方法。数值仿真实验测试了采样密度、插值密度和曲面坡度对该方法测量精度的影响；并用实物模型模拟物体表面形变，验证了该方法的可行性和有效性。实验表明，虽然坡度变化影响模拟精度，但提高采样密度和插值密度能够降低其影响，精确解算出不同复杂程度的物体表面曲面的模拟值和曲率参数，进而精确监测物体形变；在模拟形变监测实验中，沉降精度可达 98.41%，曲率半径变化精度可达 81.82%，明显地反映了物体表面形变趋势，到达监测目的，该方法能够有效地适用于大型构筑体表面形变的在线监测。

参考文献：

- [1] 李 程, 卢小平, 朱宁宁. 三维激光扫描隧道断面形变监测精度验证 [J]. 测绘通报, 2013 (S1): 69 - 72.
- [2] 钱 海, 马小军, 包仁标, 等. 基于三维激光扫描和 BIM 的构件缺陷检测技术 [J]. 计算机测量与控制, 2016, 24 (2): 14 - 17.
- [3] 张 东, 余朝刚. 基于激光扫描的接触网几何参数检测方法研究 [J]. 计算机测量与控制, 2016, 24 (1): 57 - 60.
- (上接第 50 页)
- [9] 师 黎. PID 控制的参数模糊自整定方法 [J]. 郑州工业大学学报, 2001, 22 (3): 25 - 27.
- [10] 卢 伟, 占雪梅, 李姗姗. 基于 STM32 的智能温控杯控制系统设计 [J]. 微型机与应用, 2016, 35 (19): 92 - 94.
- [11] 王 桔, 洪 梅. 基于 STM32 单片机的恒温箱系统设计 [J]. 长春大学学报: 自然科学版, 2015, 25 (4): 13 - 16.
- [12] 王 超. 基于半导体制冷技术的微型温控箱研制 [D]. 西安: 陕西师范大学, 2014.
- [13] 王 灿, 彭 琛. 基于模糊 PID 控制的发泡机温控系统设计 [J]. 电脑知识与技术, 2016, 29 (12): 230 - 232.

- [4] 丁 乙, 李建立, 薛 坤, 等. 基于激光测距仪的地形测量系统设计与应用 [J]. 中国水运, 2018, 18 (9): 218 - 219.
- [5] 马春德, 付 伟, 王业顺, 等. 一种基于激光测距的大断面巷(隧)道收敛变形高效测量装置的研发及应用 [J]. 隧道建设, 2017, 37 (3): 298 - 302.
- [6] 许诗旋. 三维激光扫描技术在隧道形变监测中的应用 [J]. 铁道勘测与设计, 2018 (1): 14 - 17.
- [7] 褚宏亮, 殷跃平, 曹 峰, 等. 大型崩滑灾害变形三维激光扫描监测技术研究 [J]. 测绘工程, 2015, 42 (3): 128 - 134.
- [8] 吕宝雄, 赵志祥. 三维激光扫描仪应用于形变监测的问题思考 [J]. 地理空间信息, 2018, 16 (6): 104 - 105.
- [9] 葛纪坤, 王升阳. 三维激光扫描监测基坑变形分析 [J]. 测绘科学, 2014, 39 (7): 62 - 67.
- [10] 李 程, 卢小平, 朱宁宁, 等. 基于激光点云的隧道断面连续提取与形变分析方法 [J]. 测绘工程, 2015, 44 (9): 1056 - 1062.
- [11] 赵明伟, 岳天祥. 高精度曲面建模方法研究进展与分类 [J]. 地理科学进展, 2016, 35 (4): 401 - 408.
- [12] 田 会, 张承明, 赵 娜, 等. 高精度曲面建模方法的系统构建 [J]. 算机工程与应用, 2015, 51 (12): 38 - 42.
- [13] Zhao Na, Tian Xiangye, Liu Jimin, et al. Fast Methods for Solving High Accuracy Surface Modeling [J]. Journal of Algorithms & Computational Technology, 2013, 7 (2): 187 - 196.
- [14] Yan Changqing, Yue Tianxiang, Liu Jimin, et al. A Comparison of Methods for Solving High Accuracy Surface Modeling in DEM Construction [J]. Journal of Algorithms & Computational Technology, 2015, 9 (4): 377 - 388.
- [15] Zhao Na, Yu Tianxiang, Liu Jimin, et al. A convergence criterion for a high accuracy surface modelling method [J]. Applied Mathematical Modelling, 2016, 40 (21 - 22): 9615 - 9623.
- [16] 赵明伟, 岳天祥, 赵 娜. 高精度曲面建模优化方案 [J]. 中国图象图形学报, 2014, 19 (2): 290 - 296.
- [17] 岳天祥, 杜正平, 宋敦江, 等. 高精度曲面建模: HASM4 [J]. 中国图象图形学报, 2007, 12 (2): 343 - 348.
- [18] 岳天祥, 杜正平. 高精度曲面建模: 新一代 GSI 与 CAD 的核心模块 [J]. 自然科学进展, 2005, 15 (4): 423 - 432.
- [14] 霍振宇. 基于模糊 PID 的加热炉温控系统 [J]. 化工自动化及仪表, 2011, 9 (38): 1136 - 1139.
- [15] 李 彬, 薛云灿, 王思睿, 等. 基于自适应模糊 PID 控制的最大功率点跟踪技术研究 [J]. 陕西电力, 2015 (7): 7 - 10.
- [16] 雷 泰, 赵荣耀, 袁 方, 等. 基于模糊自适应的 PID 控制器研究 [J]. 陕西电力, 2016 (6): 64 - 68.
- [17] 窦立环. 基于自适应模糊 PID 的二级倒立摆稳定控制研究 [J]. 工业仪表与自动化装置, 2017 (6): 124 - 127.
- [18] 秦红波. PID 控制在卷取温度控制中的应用 [J]. 工业仪表与自动化装置, 2016 (6): 95 - 96.