

TORA 系统基于自调节滑模干扰补偿器的解耦滑模控制

于涛¹, 王益博¹, 赵伟², 杨昆¹

(1. 辽宁工业大学 机械工程与自动化学院, 辽宁 锦州 121001;

2. 北京印刷学院 信息工程学院, 北京 102600)

摘要: 针对欠驱动 TORA 系统, 提出一种基于自调节滑模干扰补偿器的解耦滑模控制方法; 所提出的控制方法无需系统不确定性上界的先验信息, 对于系统不确定性具有良好的适应性; 该控制方法包括设计一种自调节滑模干扰补偿器和一种新型的双幂次趋近律, 所设计的自调节滑模干扰补偿器能够利用切换增益自适应算法准确逼近上界未知的系统不确定性, 所提出的新型双幂次趋近律能够保证系统状态的快速趋近并抑制控制器的高频抖动; 采用 Lyapunov 稳定性理论证明闭环控制系统的稳定性, 并通过数值仿真实验验证所提出的控制方法的有效性。

关键词: TORA; 欠驱动系统; 解耦滑模控制; 自调节滑模干扰补偿器

Decoupled Sliding Mode Control of TORA System Based on Self-tuning Sliding Mode Disturbance Compensator

Yu Tao¹, Wang Yibo¹, Zhao Wei², Yang Kun¹

(1. College of Mechanical Engineering and Automation, Liaoning University of Technology, Jinzhou 121001, China;

2. School of Information Engineering, Beijing Institute of Graphic Communication, Beijing 102600, China)

Abstract: A decoupled sliding mode control method based on self-tuning sliding mode disturbance compensator is proposed for underactuated TORA system. The proposed control method does not need the prior information of the upper bound of the system uncertainties, and it has good adaptability to the system uncertainties. This control method includes the design of a self-tuning sliding mode disturbance compensator and a novel double power reaching law. The designed self-tuning sliding mode disturbance compensator can accurately approximate the system uncertainties with unknown upper bound by using a switching gain adaptation algorithm. The proposed novel double power reaching law can suppress high frequency chattering of the decoupled sliding mode controller and guarantee fast reaching of the system states. The stability of the closed-loop control system is proved by Lyapunov stability theory, and the effectiveness of the proposed control method is verified by numerical simulation.

Keywords: TORA; underactuated system; decoupled sliding mode control; self-tuning sliding mode disturbance compensator

0 引言

具有旋转激励的平移振荡器 (Translational Oscillators with Rotating Actuator, TORA) 是一种典型的欠驱动系统, 该系统由非驱动的移动小车和直接驱动的旋转小球构成。TORA 系统最初作为简化模型用于研究双自旋航天器的共振问题, 目前作为非线性基准系统用于验证欠驱动系统非线性控制设计的有效性^[1-3]。TORA 系统的欠驱动特性使得实现其有效控制具有一定的挑战性, 因而其控制问题日益受到控制领域研究人员的关注。

目前, 国内外研究人员已经对欠驱动 TORA 系统的控制问题开展了很多研究工作。文献 [4] 基于耗散理论设计了一种增强耦合型控制器, 实现了欠驱动 TORA 系统的有

效镇定控制。文献 [5] 提出了一种非线性连续控制方法, 可实现 TORA 系统的全局镇定控制。文献 [6] 针对 TORA 系统设计了一种基于递推反步法的非线性控制器, 该控制器具有很好的镇定控制性能。文献 [7] 提出了一种基于自适应神经网络的输出反馈控制方法, 可实现欠驱动 TORA 系统的快速镇定控制。此外, 滑模控制^[8]、自适应控制^[9]和约束控制^[10]在欠驱动 TORA 系统的稳定控制中也有一定的应用, 并且已经取得了很好的控制效果。

针对欠驱动 TORA 系统, 本文提出一种基于自调节滑模干扰补偿器的解耦滑模控制方法。所提出的控制方法不需要获得系统不确定性上界的先验知识, 对于系统不确定性具有良好的适应性和鲁棒性。首先定义 TORA 系统的两级滑模面, 然后基于第二级滑模面设计自调节滑模干扰补偿器。为抑制控制器的高频抖动并提高系统状态的趋近速度, 设计了一种新型的双幂次趋近律。最后基于所设计的自调节滑模干扰补偿器和第二级滑模面, 利用新型的双幂次趋近律推导解耦滑模控制律。

收稿日期: 2019-02-21; 修回日期: 2019-03-26。

基金项目: 辽宁省自然科学基金指导计划项目 (201602379); 辽宁省教育厅科学技术研究一般项目 (L2015241)。

作者简介: 于涛 (1980-), 男, 博士, 讲师, 主要从事机器人运动分析与控制、滑模控制理论与应用方向的研究。

1 TORA 系统的动力学模型

欠驱动 TORA 系统的结构如图 1 所示, 该系统由通过刚度系数为 k 的弹簧与固定墙面相连的移动小车和通过长度为 r 的无质量刚性连杆悬挂于移动小车内旋转小球构成。质量为 M 的移动小车在垂直平面内横向移动, 移动小车的水平位移为 x 。质量为 m 的旋转小球在驱动力矩 τ 的作用下在垂直平面内转动, 旋转小球相对球心轴的转动惯量为 I , 旋转小球相对重力方向的转动角度为 θ 。

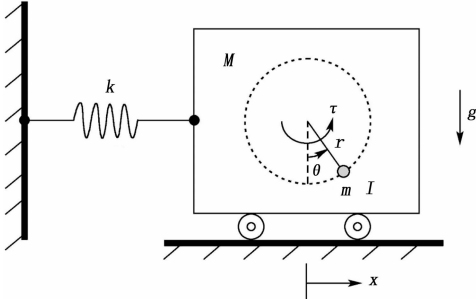


图 1 欠驱动 TORA 系统的结构

根据欧拉-拉格朗日动力学方程, TORA 系统的动力学模型可以表示为:

$$M(q)\ddot{q} + N(q, \dot{q}) = E\tau + \tau_f(t) \quad (1)$$

式中, $\tau_f(t) = [\tau_{f1}(t) \quad \tau_{f2}(t)]^T$ 为未知有界的包含外部扰动和建模误差的系统不确定项, 各向量和各矩阵的表达式分别为:

$$M(q) = \begin{bmatrix} M+m & mr\cos\theta \\ mr\cos\theta & mr^2 + I \end{bmatrix} \quad q = \begin{bmatrix} x \\ \theta \end{bmatrix}$$

$$N(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} kx - mr\sin\theta\dot{\theta}^2 \\ mgr\sin\theta \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

式中, g 为重力加速度。

由式 (1) 可见, TORA 系统是一个具有 2 个位形变量和 1 个驱动输入的欠驱动系统。

将欠驱动 TORA 系统的动力学模型式 (1) 表示为如下形式:

$$\begin{cases} \ddot{x} = h_1(\theta, \dot{\theta}) + g_1(\theta)\tau + f_1(t) \\ \ddot{\theta} = h_2(\theta, \dot{\theta}) + g_2(\theta)\tau + f_2(t) \end{cases} \quad (2)$$

式中,

$$[h_1(\theta, \dot{\theta}) \quad h_2(\theta, \dot{\theta})]^T = -M^{-1}(q)N(q, \dot{q})$$

$$[g_1(\theta) \quad g_2(\theta)]^T = M^{-1}(q)E$$

$$[f_1(t) \quad f_2(t)]^T = M^{-1}(q)\tau_f(t)$$

注 1: 由系统不确定项 $\tau_f(t)$ 的有界性和惯性矩阵 $M(q)$ 的正定性及其各元素的有界性, 可以验证不确定性 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 也是有界的, 即有如下关系成立:

$$|f_1(t)| \leq \kappa_1 \quad |f_2(t)| \leq \kappa_2 \quad (3)$$

式中, κ_1 和 κ_2 为未知的正常数。

2 基于干扰补偿器的解耦滑模控制

2.1 系统各级滑模面设计

对于欠驱动 TORA 系统, 本文的控制目标为合理地操纵驱动力矩 $\tau(t)$, 将移动小车和旋转小球的状态镇定至稳定

的平衡点 $(x, \dot{x}, \theta, \dot{\theta}) = (0, 0, 0, 0)$ 。根据欠驱动 TORA 系统的控制目标, 分别设计移动小车子系统的第一级滑模面 $s_1(t)$ 和旋转小球子系统的第一级滑模面 $s_2(t)$ 为:

$$s_1(t) = \dot{x}(t) + c_1x(t) \quad (4)$$

式中, c_1 为正常数。

$$s_2(t) = \dot{\theta}(t) + c_2\theta(t) \quad (5)$$

式中, c_2 为正常数。

由于整个系统只有 1 个驱动输入, 为同时保证移动小车子系统的第一级滑模面 $s_1(t)$ 和旋转小球子系统的第一级滑模面 $s_2(t)$ 的收敛性, 利用移动小车子系统的第一级滑模面 $s_1(t)$ 设计一个双曲正切函数型中间变量 $z(t)$ 为:

$$z(t) = \lambda_1 \cdot \tanh(\lambda_2 s_1) \quad \tanh(\lambda_2 s_1) = \frac{e^{\lambda_2 s_1} - e^{-\lambda_2 s_1}}{e^{\lambda_2 s_1} + e^{-\lambda_2 s_1}} \quad (6)$$

式中, λ_1 和 λ_2 为正常数。

将中间变量 $z(t)$ 并入旋转小球子系统的第一级滑模面 $s_2(t)$ 中, 设计 TORA 系统的第二级滑模面 $S(t)$ 为:

$$S(t) = \dot{\theta} + c_2(\theta - z) \quad (7)$$

2.2 自调节滑模干扰补偿器设计

由式 (6), 可得中间变量的导数 $\dot{z}(t)$ 为:

$$\dot{z}(t) = \beta(s_1) \cdot \dot{s}_1(t) \quad \beta(s_1) = \lambda_1 \lambda_2 \cdot \text{sech}^2(\lambda_2 s_1) \quad (8)$$

式中, 双曲正割函数 $\text{sech}(\lambda_2 s_1)$ 的表达式如下所示:

$$\text{sech}(\lambda_2 s_1) = \frac{2}{e^{\lambda_2 s_1} + e^{-\lambda_2 s_1}}$$

对式 (7) 求导, 由式 (2) 和式 (8) 可以得到:

$$\dot{S}(t) = \ddot{\theta} + c_2(\dot{\theta} - \dot{z}) = h_2 + c_2\dot{\theta} + g_2\tau + f_2 - c_2\beta\dot{s}_1 \quad (9)$$

由式 (2)、式 (4) 和式 (9), 进一步可得:

$$\dot{S}(t) = H + (g_2 - c_2\beta g_1)\tau + F \quad (10)$$

式中,

$$H = h_2 + c_2\dot{\theta} - c_2\beta(h_1 + c_1\dot{x})$$

$$F(t) = f_2(t) - c_2\beta(s_1)f_1(t)$$

注 2: 由式 (8) 可见 $0 < \beta(s_1) \leq \lambda_1 \lambda_2$, 因此 $\beta(s_1)$ 有界。进而由式 (3) 可知, 系统不确定性 $F(t)$ 也是有界的。不妨设系统不确定性 $F(t)$ 的上界为未知的正常数 K , 即 $|F(t)| \leq K$ 。

由于欠驱动 TORA 系统中存在着不确定性, 为降低不确定性对系统性能的不良影响并提高系统的控制精度, 设计自调节滑模干扰补偿器逼近系统不确定性 $F(t)$ 。自调节滑模干扰补偿器的具体形式为:

$$\begin{cases} \sigma(t) = S(t) - Z(t) \\ \dot{Z}(t) = H + (g_2 - c_2\beta g_1)\tau + u \\ \hat{F}(t) = u \end{cases} \quad (11)$$

式中, $\sigma(t)$ 为辅助滑模面; $Z(t)$ 为干扰补偿器的内部状态; $\hat{F}(t)$ 为系统不确定性 $F(t)$ 的观测值; 干扰补偿器的输出注入项 $u(t)$ 为:

$$u(t) = \varepsilon\sigma + \rho(t)\text{sign}(\sigma) \quad (12)$$

式中, ε 为正常数; 切换增益 $\rho(t)$ 的自适应律为:

$$\dot{\rho}(t) = \eta|\sigma| \quad (13)$$

式中, η 和 $\rho(0)$ 为正常数。

定理 1: 对于式 (10) 所示的系统不确定性 $F(t)$, 如果采用式 (12) 所示的干扰补偿器输出注入项 $u(t)$, 那么系统

不确定性的观测值 $\hat{F}(t)$ 能够在有限时间内收敛至其真值 $F(t)$ 。

证明: 定义备选 Lyapunov 函数 $V_1(t)$ 为:

$$V_1(t) = \frac{1}{2}\sigma^2 + \frac{1}{2\eta}(\rho - K)^2 \quad (14)$$

由式 (10) 和式 (11), 可以得到:

$$\dot{\sigma}(t) = \dot{S}(t) - \dot{Z}(t) = F(t) - u(t) \quad (15)$$

对式 (14) 求导, 并由式 (13) 和式 (15) 可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) = \sigma \cdot \dot{\sigma} + \frac{\dot{\rho}(t)}{\eta}(\rho - K) = \\ \sigma \cdot (F - u) + |\sigma|(\rho - K) \end{aligned} \quad (16)$$

注意到 $|F(t)| \leq K$, 由式 (12) 进一步可得:

$$\dot{V}_1(t) = -|\sigma|(K - F) - \varepsilon\sigma^2 < 0 \quad (17)$$

因此, 辅助滑模面 $\sigma(t)$ 能够在有限时间内收敛至 $\sigma(t) = 0$ 并且在此后始终保持在零点 (即 $\dot{\sigma}(t) = 0$), 即在有限收敛时刻后有 $\sigma(t) = \dot{\sigma}(t) = 0$ 。进一步地, 由式 (15) 和式 (11) 可知系统不确定性的观测值 $\hat{F}(t)$ 能够在有限时间内收敛至其真值 $F(t)$ 。

由于干扰补偿器的输出注入项 $u(t)$ 中含有非连续切换项 $\rho(t)\text{sign}(\sigma)$, 因此将系统不确定性的观测值 $\hat{F}(t)$ 引入控制律中会导致控制器的高频抖动。为此, 采用双曲正切函数代替干扰补偿器输出注入项 $u(t)$ 中的符号函数, 即:

$$u(t) = \varepsilon + \rho(t)\tanh(\lambda_3\sigma) \quad (18)$$

式中, λ_3 为正常数; 双曲正切函数 $\tanh(\lambda_3\sigma)$ 的定义如式 (6) 所示。

注 3: 由式 (10) 不难看出, 通过分别观测移动小车子系统和旋转小球子系统的确定性 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$, 也可以得到系统不确定性 $F(t)$ 的观测值 $\hat{F}(t)$ 。此时, 需要分别利用两个子系统的第一级滑模面 $s_1(t)$ 和 $s_2(t)$ 来设计自调节滑模干扰补偿器。

2.2 基于新型双幂次趋近律的解耦滑模控制器设计

为保证系统状态的快速趋近并抑制控制器的高频抖动, 本文在文献 [11] 设计的双幂次趋近律基础上提出一种新型的双幂次趋近律, 然后在此基础上设计基于自调节滑模干扰补偿器的解耦滑模控制律。

本文设计的新型双幂次趋近律为:

$$\begin{aligned} \dot{S}(t) = -k_1 |S|^{1+\gamma}\text{sign}(S) - k_2 |S|^{1-\gamma}\text{sign}(S) - \\ k_3 \tanh(\lambda_4 S) \end{aligned} \quad (19)$$

式中, k_1, k_2, k_3 和 λ_4 为正常数; γ 为小于 1 的正常数。在趋近律式 (19) 中, 当系统状态远离滑动模态 ($|S| > 1$) 时, 指数趋近项 $-k_1 |S|^{1+\gamma}\text{sign}(S)$ 起主要的趋近作用; 当系统状态接近滑动模态 ($|S| < 1$) 时, 指数趋近项 $-k_2 |S|^{1-\gamma}\text{sign}(S)$ 起主要的趋近作用; 趋近项 $-k_3 \tanh(\lambda_4 S)$ 是等速趋近项 $-k_3 \text{sign}(S)$ 的连续逼近, 用以进一步加快系统状态的趋近速度。

注 4: 可以看出, 若不计参数 k_i 对于趋近作用大小的影响, 当系统状态接近滑动模态 ($|S| < 1$) 时, 指数趋近项 $-k_2 |S|^{1-\gamma}\text{sign}(S)$ 的趋近作用不及等速趋近项 $-k_3 \text{sign}(S)$ 。趋近项 $-k_3 \tanh(\lambda_4 S)$ 作为等速趋近项 $-k_3 \text{sign}(S)$ 的连续逼近, 适当地增大其参数 λ_4 有利于加速系统状态的趋近过程。

由于系统不确定性的观测值 $\hat{F}(t)$ 能够在有限时间内收

敛至其真值 $F(t)$ (即 $\hat{F}(t) = F(t)$), 因此在辅助滑模面 $\sigma(t)$ 的收敛时刻后式 (10) 可以表示为:

$$\dot{S}(t) = H + (g_2 - c_2\beta g_1)\tau + \hat{F} \quad (20)$$

由式 (19) 和式 (20), 可得解耦滑模控制律 $\tau(t)$ 为:

$$\begin{aligned} \tau(t) = \\ \frac{k_1 |S|^{1+\gamma}\text{sign}(S) + k_2 |S|^{1-\gamma}\text{sign}(S) + k_3 \tanh(\lambda_4 S) + H + \hat{F}}{c_2\beta g_1 - g_2} \end{aligned} \quad (21)$$

定理 2: 对于式 (2) 所示的欠驱动 TORA 系统, 按式 (4)、式 (5) 和式 (7) 分别设计各级滑模面, 并按式 (11) 至式 (13) 设计自调节滑模干扰补偿器, 如果采用式 (21) 所示的解耦滑模控制律, 那么第二级滑模面 $S(t)$ 及其导数 $\dot{S}(t)$ 能够在有限时间内收敛于零。

证明: 定义备选 Lyapunov 函数 $V_2(t)$ 为:

$$V_2(t) = \frac{1}{2}S^2 \quad (22)$$

将解耦滑模控制律式 (21) 代入式 (10), 可以得到:

$$\begin{aligned} \dot{S}(t) = -k_1 |S|^{1+\gamma}\text{sign}(S) - k_2 |S|^{1-\gamma}\text{sign}(S) - \\ k_3 \tanh(\lambda_4 S) + F - \hat{F} \end{aligned} \quad (23)$$

由式 (14) 和式 (17) 可见辅助滑模面 $\sigma(t)$ 和切换增益 $\rho(t)$ 是有界的, 进而由式 (12) 和式 (11) 可知系统不确定性的观测值 $\hat{F}(t)$ 是有界的。再由系统不确定性 $F(t)$ 的有界性可知, 系统不确定性的观测误差 $F - \hat{F}$ 也是有界的。不妨设在辅助滑模面 $\sigma(t)$ 的收敛时刻前 $|F - \hat{F}| \leq \delta$, 其中 δ 为正常数。注意到 $S \cdot \tanh(\lambda_4 S) \geq 0$, 由式 (22) 和式 (23) 可得:

$$\dot{V}_2(t) = S \cdot \dot{S} \leq -k_1 |S|^{2+\gamma} - k_2 |S|^{2-\gamma} + |S| |F - \hat{F}| \quad (24)$$

由式 (24), 进一步可得:

$$\dot{V}_2(t) \leq -k_1 |S|^{2+\gamma} - (k_2 |S|^{2-\gamma} - \delta) |S| \quad (25)$$

如果 $k_2 |S|^{2-\gamma} \geq \delta$, 则由式 (25) 可得:

$$\dot{V}_2(t) \leq -k_1 |S|^{2+\gamma} = -k_1 \sqrt{2}^{2+\gamma} V_2^{\frac{2+\gamma}{2}} < 0 \quad (26)$$

因此, 第二级滑模面 $S(t)$ 能够在有限时间内收敛至零邻域 $|S| \leq \left(\frac{\delta}{k_2}\right)^{\frac{1}{2-\gamma}}$ 。

由式 (24), 又可以得到:

$$\dot{V}_2(t) \leq -(k_1 |S|^{1+\gamma} - \delta) |S| - k_2 |S|^{2-\gamma} \quad (27)$$

如果 $k_1 |S|^{1+\gamma} \geq \delta$, 则由式 (27) 可得:

$$\dot{V}_2(t) \leq -k_2 |S|^{2-\gamma} = -k_2 \sqrt{2}^{2-\gamma} V_2^{\frac{2-\gamma}{2}} < 0 \quad (28)$$

因此, 第二级滑模面 $S(t)$ 能够在有限时间内收敛至零邻域 $|S| \leq \left(\frac{\delta}{k_1}\right)^{\frac{1}{1+\gamma}}$ 。

综上所述, 第二级滑模面 $S(t)$ 能够在有限时间内收敛至零邻域:

$$|S| \leq \min \left[\left(\frac{\delta}{k_1}\right)^{\frac{1}{1+\gamma}}, \left(\frac{\delta}{k_2}\right)^{\frac{1}{2-\gamma}} \right] \quad (29)$$

因此, 在辅助滑模面 $\sigma(t)$ 的收敛时刻前第二级滑模面 $S(t)$ 是有界的。

由于在辅助滑模面 $\sigma(t)$ 的收敛时刻后有 $\hat{F}(t) = F(t)$ (即 $|F(t) - \hat{F}(t)| = 0$), 因此在式 (29) 中令 $\delta = 0$, 从而可知在辅助滑模面 $\sigma(t)$ 收敛至零后, 第二级滑模面 $S(t)$ 也

能够在有限时间内收敛于零。进一步地，在辅助滑模面 $\sigma(t)$ 收敛至零后（此时 $\dot{F}(t) = F(t)$ ）式 (23) 转化为式 (19)，因此当第二级滑模面 $S(t)$ 收敛于零时，由式 (19) 可知第二级滑模面的导数 $\dot{S}(t)$ 也收敛于零。

定理 3：对于式 (2) 所示的欠驱动 TORA 系统，按式 (4)、式 (5) 和式 (7) 分别设计各级滑模面，并按式 (11) 至式 (13) 设计自调节滑模干扰补偿器，如果采用式 (21) 所示的解耦滑模控制律，那么第一级滑模面 $s_1(t)$ 和 $s_2(t)$ 渐近收敛于零。

对于分别按式 (4)、式 (5) 和式 (7) 设计的各级滑模面，借助文献 [12] 定理 2 的证明可以证得，采用式 (21) 所示的解耦滑模控制律，能够确保第一级滑模面 $s_1(t)$ 和 $s_2(t)$ 渐近收敛于零，即：

$$\lim_{t \rightarrow \infty} s_1(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} s_2(t) = 0 \quad (30)$$

3 仿真实验验证

为验证本文解耦滑模控制方法的有效性，利用 Matlab 数值仿真环境进行欠驱动 TORA 系统的镇定控制实验。数值仿真实验中，欠驱动 TORA 系统的各参数分别取为^[1]： $M=1.3608 \text{ kg}$ ， $m=0.096 \text{ kg}$ ， $k=186.3 \text{ N/m}$ ， $r=0.0592 \text{ m}$ ， $I=2.175 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 。

设欠驱动 TORA 系统的初始条件为： $x(0) = 0.01 \text{ m}$ ， $\dot{x}(0) = 0$ ， $\theta(0) = \pi/10$ ， $\dot{\theta}(0) = 0$ 。数值仿真实验中，重力加速度取为 $g=9.81 \text{ m/s}^2$ ，旋转小球的最大驱动力矩设为 $|\tau|_{\max} = 0.1 \text{ N} \cdot \text{m}$ ，移动小车的最大行程设为 $|x|_{\max} = 0.025 \text{ m}$ 。

3.1 基于精确模型信息的控制性能检验实验

首先，检验本文解耦滑模控制器的控制性能。为验证本文解耦滑模控制器具有较好的控制性能，与传统解耦滑模控制器进行对比分析。传统解耦滑模控制器的具体形式为：

$$u = \frac{c_2\beta(h_1 + c_1\dot{x}) - h_2 - c_2\dot{\theta} - k_1\text{sign}(S) - k_2S}{g_2 - c_2\beta g_1} \quad (31)$$

在式 (31) 中，各参数的选取范围、各变量和各滑模面的定义与本文解耦滑模控制器式 (21) 相同。

在基于精确模型信息的控制性能检验实验中，设移动小车子系统和旋转小球子系统的不确定性 $f_1(t) = f_2(t) = 0$ 。需要说明的是，此时本文解耦滑模控制器式 (21) 仍采用自调节滑模干扰补偿器对系统不确定性 $F(t)$ 进行观测。

在进行控制性能对比时，本文解耦滑模控制器的各参数分别取为： $c_1 = 8.8, c_2 = 1.5, \lambda_1 = 6.9, \lambda_2 = 6.5, \epsilon = 2.4, \eta = 0.6, \rho(0) = 1.1, \lambda_3 = 6.7, k_1 = 4.4, k_2 = 3.4, k_3 = 4.9, \gamma = 0.5, \lambda_4 = 6.7$ 。传统解耦滑模控制器的各参数分别取为： $c_1 = 8.5, c_2 = 1.1, \lambda_1 = 7.1, \lambda_2 = 6.2, k_1 = 1.9, k_2 = 5.3$ 。

图 2 和图 3 分别给出了本文解耦滑模控制器和传统解耦滑模控制器的仿真实验结果。由图 2 和图 3 可以看出，两种解耦滑模控制器都能有效实现欠驱动 TORA 系统的镇定控制。进一步对比图 2 和图 3 可见，在本文解耦滑模控制器的作用下闭环控制系统具有更好的动态过程，本文解耦滑模

控制方法能够更好地实现欠驱动 TORA 系统的快速镇定控制。具体而言，在本文解耦滑模控制器式 (21) 的作用下闭环控制系统的镇定时间为 7.1 s，在传统解耦滑模控制器式 (31) 的作用下闭环控制系统的镇定时间为 8.4 s。不仅如此，通过仿真对比还可以看出，本文解耦滑模控制器的能耗也明显低于传统解耦滑模控制器。

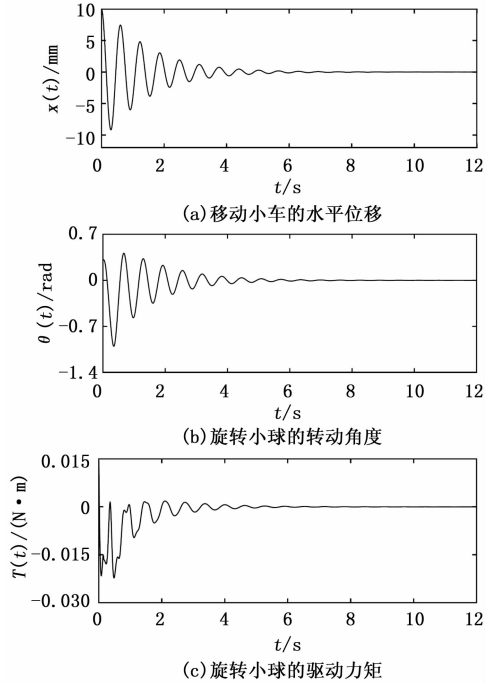


图 2 本文解耦滑模控制器的仿真实验结果

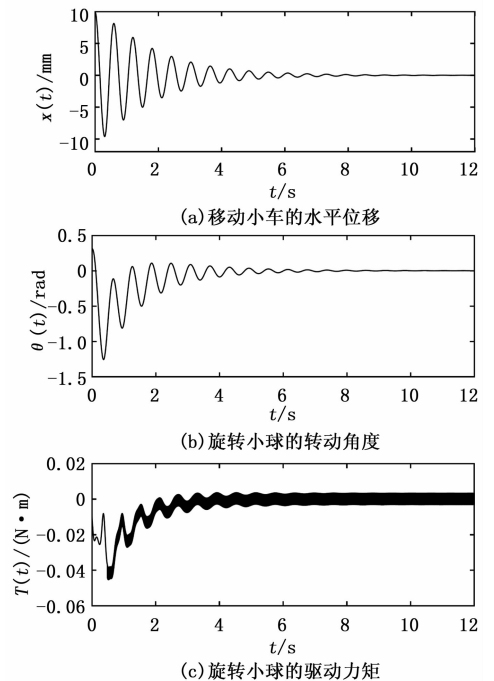


图 3 传统解耦滑模控制器的仿真实验结果

3.2 鲁棒性检验实验

然后，检验本文解耦滑模控制器的鲁棒性。为此，在欠

驱动 TORA 系统的各标称模型参数中人为地添加 ±10% 的不确定性。需要说明的是, 此时本文解耦滑模控制方法仍采用标称模型参数设计解耦滑模控制律。在鲁棒性检验实验中, 本文解耦滑模控制器的各参数和欠驱动 TORA 系统的初始条件与基于精确模型信息的控制性能检验实验相同。

图 4 和图 5 给出了本文解耦滑模控制器的鲁棒性检验结果。由图 4 和图 5 可以看出, 闭环系统的控制性能没有受到其内部参数变化的影响, 移动小车的水平位移 $x(t)$ 和旋转小球的转动角度 $\theta(t)$ 仍能快速地收敛至零。鲁棒性检验结果表明, 本文解耦滑模控制器对于系统不确定性具有良好的鲁棒性和适应性。

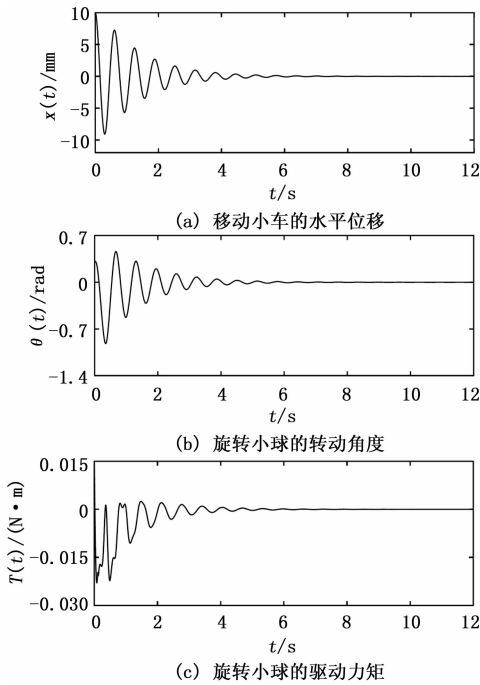


图 4 本文控制器的鲁棒性检验结果 (+10% 参数不确定性)

4 结论

本文对欠驱动 TORA 系统的镇定问题进行了研究, 提出了一种基于自调节滑模干扰补偿器的解耦滑模控制方案。所提出的控制方案能够有效实现欠驱动 TORA 系统的快速镇定控制, 并且对于系统的不确定性具有良好的鲁棒性和适应性。所提出的控制方案包括设计一种自调节滑模干扰补偿器和一种新型双幂次趋近律。所设计的自调节滑模干扰补偿器不需要预知系统不确定性的上界信息, 能够对系统的不确定性进行准确估计。所提出的新型双幂次趋近律不仅可以保证系统状态的快速趋近, 并且能够保持解耦滑模控制的连续性。采用 Lyapunov 稳定性理论证明了闭环控制系统的稳定性, 并且通过数值仿真实验验证了所提出的控制方案的有效性。

参考文献:

[1] Bupp R T, Bernstein D S, Coppola V T. A benchmark problem for nonlinear control design [J]. International Journal of Ro-

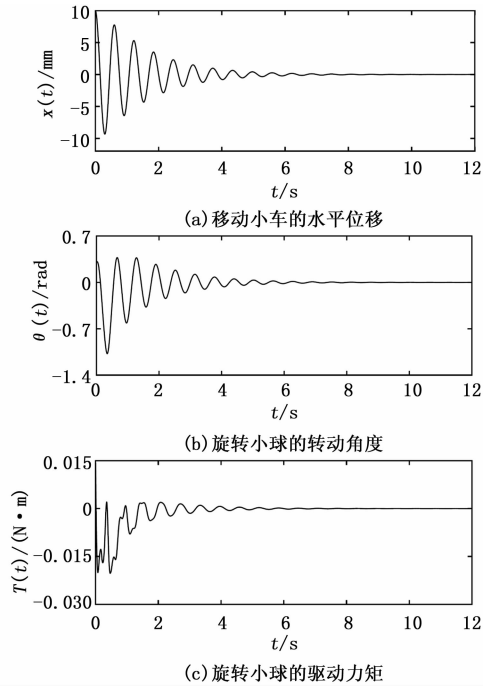


图 5 本文控制器的鲁棒性检验结果 (-10% 参数不确定性)

bust and Nonlinear Control, 1998, 8 (4/5): 307 - 310.

[2] Celani F. Output regulation for the TORA benchmark via rotational position feedback [J]. Automatica, 2011, 47 (3): 584 - 590.

[3] Quan Q, Cai K Y. Repetitive control for TORA benchmark: an additive - state - decomposition - based approach [J]. International Journal of Automation and Computing, 2015, 12 (3): 289 - 296.

[4] 武宪青, 欧县华, 何熊熊. 增强耦合的 TORA 系统镇定控制方法设计 [J]. 控制与决策, 2015, 30 (6): 1039 - 1043.

[5] Sun N, Wu Y, Fang Y, et al. Nonlinear continuous global stabilization control for underactuated RTAC systems: design, analysis, and experimentation [J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2017, 22 (2): 1104 - 1115.

[6] 郭卫平, 刘殿通, 李 帅. 非线性递推控制 TORA 系统 [J]. 电子学报, 2013, 41 (11): 2252 - 2255.

[7] 张 静, 孙 强, 关婷婷. TORA 系统的自适应神经网络输出反馈控制 [J]. 哈尔滨理工大学学报, 2015, 20 (6): 83 - 87.

[8] 毕玉春, 高丙团, 包宇庆. 二维旋转激励平移振荡器滑模控制设计 [J]. 南京理工大学学报 (自然科学版), 2014, 38 (2): 222 - 227.

[9] 武宪青, 何熊熊. 欠驱动 RTAC 系统的自适应耦合控制器设计 [J]. 自动化学报, 2015, 41 (5): 1047 - 1052.

[10] 武宪青, 何熊熊. 欠驱动基准系统的约束控制 [J]. 控制理论与应用, 2015, 32 (12): 1692 - 1697.

[11] 梅 红, 王 勇. 快速收敛的机器人滑模变结构控制 [J]. 信息与控制, 2009, 38 (5): 552 - 557.

[12] 于 涛, 杨 昆, 赵 伟. 基于解耦滑模控制的桥式吊车系统的抗摆控制 [J]. 中国测试, 2017, 43 (8): 95 - 100.