

# 基于 RBF 神经网络的机械臂自适应控制方法

程林云<sup>1</sup>, 张雷<sup>1,2</sup>, 宋晓娜<sup>1</sup>

(1. 河南科技大学 电气工程学院, 河南 洛阳 471023; 2. 电力电子装置与系统河南省工程实验室, 河南 洛阳 471023)

**摘要:** 针对机械臂受内部摩擦和时变扰动等不确定性因素的影响, 其轨迹跟踪控制系统的跟踪精度会下降, 且影响系统的稳定性, 提出一种基于径向基函数神经网络的自适应控制方法; 首先, 利用 RBF 神经网络采用离线训练和在线学习的方式对机械臂的动力学模型进行辨识; 其次针对机械臂控制系统中的摩擦, 设计 RBF 神经网络自适应控制算法对其进行逼近得到补偿控制量; 针对时变扰动和神经网络逼近误差设计鲁棒项, 以克服众多不确定性因素带来的影响, 同时通过构造李亚普诺夫函数对所设计的控制系统进行稳定性分析; 最后, 仿真实验结果证明提出的控制方法具有较高的跟踪精度、抗干扰能力和较强的鲁棒性。

**关键词:** 机械臂; 神经网络; 辨识器; 自适应控制; 李亚普诺夫函数

## Adaptive Control Method of Manipulators Based on RBF Neural Network

Cheng Linyun<sup>1</sup>, Zhang Lei<sup>1,2</sup>, Song Xiaona<sup>1</sup>

(1. School of Electrical Engineering, Henan University of Science and Technology, Luoyang 471023, China;

2. Henan Province Engineering Laboratory of Power Electronic Device and System, Luoyang 471023, China)

**Abstract:** Aiming at the manipulator is affected by uncertainties such as internal friction and time-varying disturbance, the tracking accuracy of its trajectory tracking control system will decrease and affect the stability of the system, an adaptive control method based on radial basis function (RBF) neural network is proposed. Firstly, the RBF neural network is used to identify the dynamic model of the manipulator by offline training and online learning. Secondly, the RBF neural network adaptive control algorithm is designed to approach the friction in the manipulator control system to obtain the compensation control. The robust term is designed for time-varying disturbance and neural network approximation error to overcome the influence of many uncertain factors. At the same time, the Lyapunov function is constructed to analyze the stability of the designed control system. Finally, simulation results show that the proposed control method has higher tracking accuracy, anti-interference ability and stronger robustness.

**Keywords:** manipulator; neural network; identifier; adaptive control; Lyapunov function

## 0 引言

通过模仿人的手臂, 机械臂可以实现抓取、移动等功能<sup>[1-3]</sup>。如今, 许多极端环境下的危险工作大多都需要借助机械臂来完成, 比如深海勘探、放射性废物处理、太空操作等<sup>[4-5]</sup>。面对极端的操作环境、严苛的精度要求, 机械臂控制系统必须具有良好的稳定性、灵敏的反应速度以及较高的精度。然而, 机械臂是一个高度耦合的多输入和多输出的非线性系统, 且存在不确定的时变扰动和内部摩擦等因素, 难以对其建立精确的动力学模型, 这给机械臂轨迹跟踪控制的实现增加了困难<sup>[6-7]</sup>。

近年来, 学者们对机械臂的轨迹控制进行了一定的研

究, 提出了一些控制策略和方法, 如计算力矩法, PID 控制, 模糊控制, 神经网络控制, 自适应控制等<sup>[8-12]</sup>。在文 [13] 中, 计算力矩法被用于补偿眼内手术机器人的重力项, 与 PD 控制方法相比, 它具有良好的跟踪性能。文 [14] 提出了一种新的参数调整方案, 通过与经典整数阶模型进行比较, 可以看出自适应控制系统具有更好的轨迹跟踪性能, 并且对时变扰动具有较强的鲁棒性。在文 [15] 中, 设计了一种计算力矩法与模糊补偿相结合的自适应控制策略, 并将其应用于机械臂的控制系统中。利用李亚普诺夫理论分析了该自适应模糊补偿控制系统的稳定性, 并利用仿真验证了其有效性。文 [16] 采用径向基神经网络 (RBFNN) 自适应滑模控制结构来调整机械臂的动态变化。使机械臂控制系统不受时变参数的影响, 确保其跟踪误差趋向于零。文 [17] 提出了一种新的 GA-RBFNN 闭环自适应控制系统。针对机械臂系统存在外部干扰, 该系统采用 RBFNN 对其进行逼近与补偿, 确保机械臂控制系统能够在较短时间内达到稳定状态。

从上述文献中提出的控制方法可以看出, 对于机械臂的理想动力学模型, 由计算力矩法设计的轨迹跟踪控制器具有良好的控制效果。但是机械臂通常存在内摩擦和时变扰动等不确定性因素, 计算力矩控制器很难获得期望的跟

收稿日期: 2019-01-04; 修回日期: 2019-01-29。

基金项目: 国家自然科学基金(61203047, U1604146), 河南省产学研合作项目(162107000027)。

作者简介: 程林云(1993-), 女, 河南林州人, 硕士研究生, 主要从事机器人智能控制方向的研究。

张雷(1974-), 男, 河南洛阳人, 博士, 副教授, 硕士生导师, 主要从事计算智能, 智能控制, 智能信息处理方向的研究。

宋晓娜(1983-), 女, 河南洛阳人, 博士, 副教授, 硕士生导师, 主要从事非线性系统控制, 模糊控制方向的研究。

踪效果。采用模糊控制器或者神经网络控制器可以对时变扰动和内部摩擦进行逼近与补偿以确保机械臂控制系统的稳定性。然而，模糊控制器的设计较为复杂，特别是难以确定合适的隶属函数和模糊规则。神经网络具有自学习能力，能够对任意非线性及线性函数进行逼近补偿，且对数据映射具有非常好的适应能力，更适合用于控制器设计。虽然已有文献尝试利用神经网络对机械臂的内摩擦和时变扰动进行逼近补偿，也得到了良好的控制效果，其跟踪误差基本控制在±0.1 范围内，但在开始阶段误差比较大，且在 2s 以后才逐渐趋于稳定，当机械臂动态模型未知且受众多不确定性因素时，并未能提出满意的控制方法。

针对这些不确定性因素，本文设计一种 RBFNN 自适应控制器。针对未知的机械臂动力学模型，利用 RBFNN 对其进行离线辨识和在线学习，在 RBFNN 充分训练后可近似代替机械臂动力学模型。在此基础上，根据李亚普诺夫函数的稳定性分析，设计 RBFNN 权值自适应律来逼近补偿机械臂动力学模型中的不确定非线性函数，并设计鲁棒项以进一步减少 RBFNN 逼近误差和时变扰动带来的影响，同时确保控制系统的稳定性。仿真实验结果表明，这种 RBFNN 辨识器与 RBFNN 自适应控制器相结合的方案，可以很大程度上降低时变扰动和内部摩擦因素等不确定性因素对轨迹跟踪精度的影响，并且提高其稳定性。

### 1 机械臂动力学模型

一般采用牛顿-欧拉 (Newton-Euler) 方法和拉格朗日 (Langrange) 方法建立机械臂动力学模型<sup>[18-19]</sup>。采用 Langrange 方法建立  $n$  自由度机械臂的标称动态模型如下：

$$D(\theta)\dot{\theta} + H(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + G(\theta) = \tau \quad (1)$$

其中： $\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta} \in \mathbf{R}^{n \times 1}$ ， $\theta$  表示机械臂的关节角位移矩阵， $\dot{\theta}$  是角速度矩阵， $\ddot{\theta}$  代表角加速度矩阵， $\tau$  为机械臂的驱动力矩， $D(\theta) \in \mathbf{R}^{n \times n}$  表示正定对称的惯性矩阵， $H(\theta, \dot{\theta}) \in \mathbf{R}^{n \times n}$  为离心力与科氏力矩阵， $G(\theta) \in \mathbf{R}^{n \times 1}$  表示作用于关节上的重力项矩阵。

对于机械臂的标称动力学模型式 (1)，采用计算力矩方法设计控制律，即：

$$\tau = D(\theta)(\ddot{\theta}_d + K_1 e + K_2 \dot{e}) + H(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + G(\theta) \quad (2)$$

其中： $K_1, K_2 \in \mathbf{R}^{n \times n}$ ， $\theta_d$  表示给定的期望轨迹，角位移跟踪误差为  $e = \theta_d - \theta$ ， $\dot{e} = \dot{\theta}_d - \dot{\theta}$  表示角速度跟踪误差， $\ddot{e} = \ddot{\theta}_d - \ddot{\theta}$  代表角加速度跟踪误差。

将式 (2) 代入式 (1) 中，可得闭环系统为：

$$K_1 e(t) + K_2 \dot{e}(t) + \ddot{e}(t) = 0 \quad (3)$$

设定合适的增益矩阵  $K_1$  和  $K_2$ ，可以保证闭环系统(3)渐近稳定，从而实现期望轨迹  $\theta_d$  的渐近跟踪。

但是在实际工程中，机械臂系统存在内部摩擦  $\Gamma(\dot{\theta})$  和时变外界扰动  $T_d(t)$ ，即式 (1) 可被写为：

$$D(\theta)\dot{\theta} + H(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + G(\theta) + \Gamma(\dot{\theta}) + T_d(t) = \tau \quad (4)$$

机械臂的实际动力学模型式 (4) 很难精确得到，此时，采用计算力矩控制器无法得到期望的控制效果，针对这一不足，本文提出了一种基于 RBFNN 的自适应控制系

统，可以实现高精度的角位移跟踪控制。

### 2 机械臂 RBFNN 自适应控制器的设计

在所设计的控制系统中，利用一种 RBFNN 自适应控制器来逼近和补偿机械臂的内部摩擦和时变扰动等不确定性因素，同时采用一种 RBFNN 对机械臂的动力学模型进行辨识。针对机械臂动力学模型中的不确定因素所造成轨迹跟踪精度下降问题，该方案采用 RBFNN 辨识器与 RBFNN 自适应控制器相结合的方法。

图 1 为基于 RBFNN 的机械臂自适应控制结构。其中  $x(t) = [\theta_{d1}; \dot{\theta}_{d1}; \theta_{d2}; \dot{\theta}_{d2}]$ ，既表示机械臂控制器的输入，也表示给定的期望输出轨迹  $z_d(t)$ 。而  $z(t) = [\theta_1; \dot{\theta}_1; \theta_2; \dot{\theta}_2]$  表示该系统的实际输出轨迹。由于被控对象机械臂的动力学模型未知，其跟踪误差  $\Delta z(t) = z_d(t) - z(t)$  不易准确获取，则不能直接用于 RBFNN 自适应控制器的训练。需要在 RBFNN 辨识器得到充分训练之后，才能近似替代被控对象机械臂的动力学模型，并参与到 RBFNN 自适应控制器的训练中。RBFNN 自适应控制器提供一个合适的控制转矩  $\tau$ ，使机械臂控制系统的实际输出轨迹  $z(t)$  总能跟踪给定的期望轨迹  $z_d(t)$ ，即保证  $\lim_{t \rightarrow \infty} \|z_d(t) - z(t)\| < \epsilon_1$ ，其中， $\epsilon_1$  为一个很小的正数。

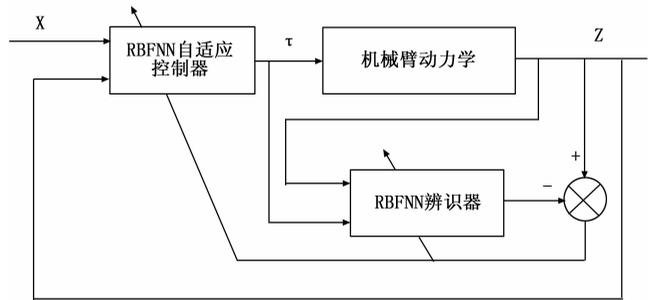


图 1 基于 RBFNN 的机械臂自适应控制结构

#### 2.1 RBFNN 辨识器设计

机械臂系统辨识是基于被控对象机械臂系统的输入和输出数据，以确定可以等价替代系统的动力学模型<sup>[20-21]</sup>。从图 1 可以看出，RBFNN 辨识器的输入和输出分别为：

$$\begin{cases} o_1(t) = [\tau(t); z(t-1)] \\ z_1(t) = [\theta_1; \dot{\theta}_1] \end{cases} \quad (5)$$

RBFNN 的学习方法是通过学习系统的输入和输出数据，调节 RBF 神经网络权值，使误差函数达到最小，即保证  $\lim_{t \rightarrow \infty} \|z(t) - z_r(t)\| < \epsilon_1$ 。

RBFNN 有三层神经元：隐藏层、输入层和输出层。RBFNN 结构如图 2 所示。其中，RBFNN 的输入矩阵为  $u = [u_1; u_2; \dots; u_k]$ ，其输出矩阵为  $z = [z_1; z_2; \dots; z_n]$ ，径向基函数矩阵为  $B = [b_1; b_2; \dots; b_h]$ ，其高斯基函数  $b_j$  为：

$$b_j = e^{-\frac{\|u - \mu_j\|^2}{\sigma_j^2}}, j = 1, 2, 3, \dots, h \quad (6)$$

其中： $\mu_j = [\mu_{j1}; \mu_{j2}; \dots; \mu_{jk}]$  代表 RBFNN 的第  $j$  个神经元的中心矢量， $\sigma = [\sigma_1; \sigma_2; \dots; \sigma_h]$  代表基函数宽度矩阵， $\|u - \mu_j\|$  表示  $u$  和  $\mu_j$  之间的欧几里德距离。利用 K-means 聚

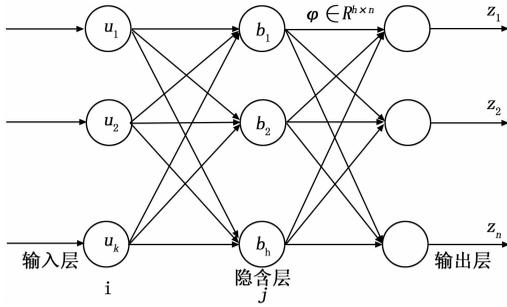


图 2 RBF 神经网络结构

类方法确定 RBFNN 基函数中心  $\mu_j$  和宽度  $\sigma_j$ 。

RBFNN 辨识器的输出矩阵为:

$$z_i = \varphi_i^T B_i \quad (7)$$

其中:  $\varphi_i$  为 RBF 神经网络权矩阵。

基于梯度下降法, RBFNN 基函数中心, 宽度及权值参数的迭代算法如下:

$$\begin{cases} \Delta\mu_{lj} = \beta(z(t) - z_l(t))\varphi_{lj}b_{lj} \frac{u_{lj} - \mu_{lj}}{\sigma_{lj}^2} \\ \mu_{lj}(t) = \mu_{lj}(t-1) + \Delta\mu_{lj} + \alpha(\mu_{lj}(t-1) - \mu_{lj}(t-2)) \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} \Delta\sigma_{lj} = \beta(z(t) - z_l(t))\varphi_{lj}b_{lj} \frac{\|u_{lj} - \mu_{lj}\|}{\sigma_{lj}^3} \\ \sigma_{lj}(t) = \sigma_{lj}(t-1) + \Delta\sigma_{lj} + \alpha(\sigma_{lj}(t-1) - \sigma_{lj}(t-2)) \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} \Delta\varphi_{lj} = \beta(z(t) - z_l(t))b_{lj} \\ \varphi_{lj}(t) = \varphi_{lj}(t-1) + \Delta\varphi_{lj} + \alpha(\varphi_{lj}(t-1) - \varphi_{lj}(t-2)) \end{cases} \quad (10)$$

其中:  $\alpha$  为动量因子,  $\beta$  为学习速率。通过学习辨识误差得到第  $t$  次迭代算法中基函数中心、基函数宽度及权值增量, 根据迭代算法式 (8) ~ 式 (10), 以确定参数基函数中心、宽度及权值代入式 (7), 当  $\lim_{t \rightarrow \infty} z(t) - z_l(t) > \epsilon_1$  时, 继续学习辨识误差进行下一次的迭代计算, 直至满足  $\lim_{t \rightarrow \infty} z(t) - z_l(t) < \epsilon_1$ 。

## 2.2 RBFNN 自适应控制器设计

RBFNN 自适应控制的输入和输出分别为:

$$\begin{cases} o_c(t) = [x(t); z(t-1)] \\ z_c(t) = \tau(t) \end{cases} \quad (11)$$

在实际工程应用中, 机械臂系统通常存在内部摩擦和时变扰动等不确定性因素, 根据式 (4), 定义滤波跟踪误差函数如下:

$$\begin{cases} r = (\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) + \Lambda(\theta_d - \theta) \\ \dot{r} = (\ddot{\theta}_d - \ddot{\theta}) + \Lambda(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) \end{cases} \quad (12)$$

其中:  $\Lambda^T = \Lambda > 0$ , 根据  $\dot{\theta} = \dot{\theta}_d - r + \Lambda e$  和 (4) 得:

$$D(\theta)\dot{r} = D(\theta)(\ddot{\theta}_d - \ddot{\theta} + \Lambda\dot{e}) = T_d(t) - \tau - H(\theta, \dot{\theta})r + g(u_c) \quad (13)$$

其中:  $g(u_c) = D(\theta)(\ddot{\theta}_d + \Lambda\dot{e}) + G(\theta) + \Gamma(\dot{\theta}) + H(\theta, \dot{\theta})(\dot{\theta}_d + \Lambda e)$

非线性函数  $g(u_c)$  为未知, 针对此问题, 采用 RBFNN 逼

近机械臂动力学模型中的不确定非线性函数  $g(u_c)$ , 其中 RBFNN 的输入为  $u_c = [e^T; \dot{e}^T; \theta_d^T; \dot{\theta}_d^T; \ddot{\theta}_d^T]$ 。所设计的自适应控制律如下:

$$\tau = \hat{g}(u_c) + K_3 r \quad (14)$$

其中:  $K_3 > 0$  为增益矩阵,  $\hat{g}(u_c)$  为神经网络对  $g(u_c)$  的逼近值。

设  $\tilde{g}(u_c) = g(u_c) - \hat{g}(u_c)$ ,  $\|T_d(t)\| \leq \tau_{cd}$ , 其中,  $\tau_{cd}$  为一个很小的正常数,  $\tilde{g}(u_c)$  表示不确定非线性函数逼近误差, 则将式 (14) 代入式 (13) 得:

$$D(\theta)\dot{r} = \tilde{g}(u_c) + T_d(t) - (H(\theta, \dot{\theta}) + K_3)r \quad (15)$$

由上式可知, 滤波跟踪误差  $r$  依赖于不确定非线性函数的逼近误差  $\tilde{g}(u_c)$ 。

构造李亚普诺夫函数为:

$$V_1 = \frac{1}{2}r^T D(\theta)r + \frac{1}{2}\tilde{g}^2(u_c) \quad (16)$$

对式 (16) 进行求导得:

$$\dot{V}_1 = \frac{1}{2}r^T \bar{D}(\theta)r + r^T D(\theta)\dot{r} + \tilde{g}(u_c)\dot{\tilde{g}}(u_c) \quad (17)$$

其中:  $\bar{D}(\theta) = 2H(\theta, \dot{\theta})$  为斜对称矩阵, 将式 (15) 代入式 (17) 可得:

$$\dot{V}_1 = \tilde{g}(u_c)\dot{\tilde{g}}(u_c) + r^T(\tilde{g}(u_c) + T_d(t) - K_3 r) \quad (18)$$

通过式 (18) 可以看出, 当增益矩阵  $K_3$  恒定时, 该控制系统的稳定性 ( $\dot{V}_1 < 0$ ) 取决于时变扰动  $T_d(t)$  和  $\tilde{g}(u_c)$  对  $g(u_c)$  的逼近误差。

因此, 需要采用 RBFNN 对  $g(u_c)$  进行逼近如下:

$$\begin{cases} g(u_c) = \varphi_c^T B_c + \epsilon_c \\ \hat{g}(u_c) = \hat{\varphi}_c^T B_c \end{cases} \quad (19)$$

设  $\|\varphi_c\|_F \leq \varphi_{c\max}$ ,  $\varphi_c - \hat{\varphi}_c = \tilde{\varphi}_c$ , 其中,  $\varphi_c$  为有界常数。

采用鲁棒项  $v_c$  来克服时变扰动  $T_d(t)$  和神经网络逼近误差  $\epsilon_c$ ,  $\|\epsilon_c\| \leq \epsilon_{cN}$ , 其中,  $\epsilon_{cN}$  为一个很小的正常数, 则设计鲁棒项  $v_c$  为:

$$v_c = -(\epsilon_{cN} + \tau_{cd})\text{sgn}(r) \quad (20)$$

当系统中存在逼近误差  $\epsilon_c$  和时变扰动  $T_d(t)$  时, 将式 (19) 代入式 (14) 中, 则控制律设计为:

$$\tau = \hat{\varphi}_c^T B_c + K_3 r - v_c \quad (21)$$

其中:  $\hat{\varphi}_c^T B_c = \hat{g}(u_c)$ , 将式 (21) 代入式 (13) 可得:

$$D(\theta)\dot{r} = \delta_1 - (K_3 + H(\theta, \dot{\theta}))r \quad (22)$$

其中:  $\delta_1 = T_d(t) + \epsilon_c + v_c + \tilde{\varphi}_c^T B_c$ 。

设  $\delta_2 = \bar{\theta}_d + \Lambda\tilde{e}$ ,  $\delta_3 = \bar{\theta}_d + \Lambda\tilde{e}$ 。不确定非线性函数  $g(u_c)$  可以定义为:

$$g(u_c) = D(\theta)\delta_2 + H(\theta, \dot{\theta})\delta_3 + G(\theta) + \Gamma(\dot{\theta}) \quad (23)$$

采用 RBFNN 对不确定非线性函数  $g(u_c)$  中的每一项参数分别进行逼近补偿, 即:

$$\hat{g}(u_c) = \hat{D}(\theta)\delta_2 + \hat{H}(\theta, \dot{\theta})\delta_3 + \hat{G}(\theta) + \hat{\Gamma}(\dot{\theta}) \quad (24)$$

$$\text{其中: } \begin{cases} \hat{D}(\theta) = \hat{\varphi}_{Dc}^T B_{Dc}(\theta) \\ \hat{H}(\theta, \dot{\theta}) = \hat{\varphi}_{Hc}^T B_{Hc}(\theta, \dot{\theta}) \\ \hat{G}(\theta) = \hat{\varphi}_{Gc}^T B_{Gc}(\theta) \\ \hat{\Gamma}(\dot{\theta}) = \hat{\varphi}_{\Gamma c}^T B_{\Gamma c}(\dot{\theta}) \end{cases}$$

设  $\chi_{dD} > 0, \chi_{dH} > 0, \chi_{dG} > 0, \chi_{dI} > 0$ , RBFNN 权值自适应调节律定义为:

$$\begin{cases} \dot{\bar{\varphi}}_{dD} = P_D B_{dD}(\theta) r^T - \chi_{dD} P_D \bar{\varphi}_{dD} \\ \dot{\bar{\varphi}}_{dH} = P_H B_{dH}(\theta, \bar{\theta}) r^T - \chi_{dH} P_H \bar{\varphi}_{dH} \\ \dot{\bar{\varphi}}_{dG} = P_G B_{dG}(\theta) r^T - \chi_{dG} P_G \bar{\varphi}_{dG} \\ \dot{\bar{\varphi}}_{dI} = P_I B_{dI}(\bar{\theta}) r^T - \chi_{dI} P_I \bar{\varphi}_{dI} \end{cases} \quad (25)$$

其中:  $P$  为一个任意常数矩阵,  $P = P^T > 0$ 。

### 2.3 控制系统的稳定性分析

在多数情况下, 通过构造李亚普诺夫函数分析所设计的控制系统的稳定性, 即:

$$\begin{aligned} V_2 = & \frac{1}{2} (tr(\bar{\varphi}_{dD}^T P_D^{-1} \bar{\varphi}_{dD}) + tr(\bar{\varphi}_{dH}^T P_H^{-1} \bar{\varphi}_{dH})) + \\ & \frac{1}{2} (tr(\bar{\varphi}_{dG}^T P_G^{-1} \bar{\varphi}_{dG}) + tr(\bar{\varphi}_{dI}^T P_I^{-1} \bar{\varphi}_{dI}) + r^T D(\theta) r) \end{aligned} \quad (26)$$

对  $V_2$  求导可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & \frac{1}{2} r^T \dot{D}(\theta) r + tr(\bar{\varphi}_{dD}^T P_D^{-1} \dot{\bar{\varphi}}_{dD}) + tr(\bar{\varphi}_{dH}^T P_H^{-1} \dot{\bar{\varphi}}_{dH}) + \\ & (tr(\bar{\varphi}_{dG}^T P_G^{-1} \dot{\bar{\varphi}}_{dG}) + tr(\bar{\varphi}_{dI}^T P_I^{-1} \dot{\bar{\varphi}}_{dI}) + r^T D(\theta) \dot{r}) \end{aligned} \quad (27)$$

将式 (22) 代入式 (27), 得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & tr \bar{\varphi}_{dD}^T (P_D^{-1} \dot{\bar{\varphi}}_{dD} + B_{dD} r^T) + tr \bar{\varphi}_{dH}^T (P_H^{-1} \dot{\bar{\varphi}}_{dH} + B_{dH} r^T) + \\ & tr \bar{\varphi}_{dG}^T (P_G^{-1} \dot{\bar{\varphi}}_{dG} + B_{dG} r^T) + tr \bar{\varphi}_{dI}^T (P_I^{-1} \dot{\bar{\varphi}}_{dI} + B_{dI} r^T) + \\ & r^T (T_d(t) + \epsilon_c + v_c - K_3 r) \end{aligned} \quad (28)$$

将式 (25) 代入式 (28), 可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & \chi_{dD} \|r\| tr \bar{\varphi}_{dD}^T (\varphi_{dD} - \bar{\varphi}_{dD}) + \chi_{dH} \|r\| tr \bar{\varphi}_{dH}^T (\varphi_{dH} - \bar{\varphi}_{dH}) + \\ & \chi_{dG} \|r\| tr \bar{\varphi}_{dG}^T (\varphi_{dG} - \bar{\varphi}_{dG}) + \chi_{dI} \|r\| tr \bar{\varphi}_{dI}^T (\varphi_{dI} - \bar{\varphi}_{dI}) + \\ & r^T (T_d(t) + \epsilon_c + v_c - K_3 r) \end{aligned} \quad (29)$$

其中:

$$\begin{cases} r^T (T_d(t) + \epsilon_c + v_c) = r^T (T_d(t) + \epsilon_c) - \|r\| (\epsilon_{cN} + \tau_{cd}) \leq 0 \\ tr \bar{\varphi}_{dI}^T (\varphi_{dI} - \bar{\varphi}_{dI}) = (\bar{\varphi}_{dI}^T \varphi_{dI})_F - \|\bar{\varphi}_{dI}\|_F^2 \leq \|\bar{\varphi}_{dI}\|_F \|\varphi_{dI} - \bar{\varphi}_{dI}\|_F \end{cases}$$

通过对式 (29) 进行推导, 可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & -\|r\| \left[ K_{3min} \|r\| - \chi_{dD} \frac{\varphi_{dDmax}^2}{4} - \chi_{dH} \frac{\varphi_{dHmax}^2}{4} - \right. \\ & \chi_{dG} \frac{\varphi_{dGmax}^2}{4} - \chi_{dI} \frac{\varphi_{dImax}^2}{4} + \chi_{dD} \left( \|\bar{\varphi}_{dD}\|_F - \frac{\varphi_{dDmax}}{2} \right)^2 + \\ & \chi_{dH} \left( \|\bar{\varphi}_{dH}\|_F - \frac{\varphi_{dHmax}}{2} \right)^2 + \chi_{dG} \left( \|\bar{\varphi}_{dG}\|_F - \frac{\varphi_{dGmax}}{2} \right)^2 + \\ & \left. \chi_{dI} \left( \|\bar{\varphi}_{dI}\|_F - \frac{\varphi_{dImax}}{2} \right)^2 \right] = W \end{aligned} \quad (30)$$

只要  $W < 0$ , 就可以保证  $\dot{V}_2 < 0$ , 若要保证该控制系统渐近稳定, 需满足以下条件:

$$\begin{cases} \varphi_{dDmax} < \|\bar{\varphi}_{dD}\|_F, \varphi_{dHmax} < \|\bar{\varphi}_{dH}\|_F, \\ \varphi_{dGmax} < \|\bar{\varphi}_{dG}\|_F, \varphi_{dImax} < \|\bar{\varphi}_{dI}\|_F. \end{cases} \quad (31)$$

或者:

$$\frac{\chi_{dD} \frac{\varphi_{dDmax}^2}{4} + \chi_{dH} \frac{\varphi_{dHmax}^2}{4} + \chi_{dG} \frac{\varphi_{dGmax}^2}{4} + \chi_{dI} \frac{\varphi_{dImax}^2}{4}}{K_{3min}} < \|r\| \quad (32)$$

## 3 实验结果与分析

为了验证提出的神经网络自适应控制算法的有效性,

采用了一种常用的 2 自由度刚性机械臂作为控制对象<sup>[15]</sup>。机械臂动力学模型的表达式如式 (4), 其具体参数为:

$$\begin{cases} D_{11} = (m_1 + m_2) l_1^2 + m_2 l_2^2 + 2m_2 l_1 l_2 \cos(\theta_2) \\ D_{12} = D_{21} = m_2 l_2^2 + m_2 l_1 l_2 \cos(\theta_2) \\ D_{22} = m_2 l_2^2 \\ H_{12} = m_2 l_1 l_2 \sin(\theta_2) \\ G_1 = (m_1 + m_2) l_1 \cos(\theta_2) + m_2 l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ G_2 = m_2 l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ \Gamma(\bar{\theta}) = [10\bar{\theta}_1 + 3\text{sgn}(\bar{\theta}_1); 10\bar{\theta}_2 + \text{sgn}(\bar{\theta}_2)] \\ T_d(t) = [0.05\sin(20t); 0.1\sin(20t)] \end{cases} \quad (33)$$

其中:  $l_1$  为机械臂连杆 1 的杆长,  $l_2$  为机械臂连杆 2 的杆长, 即  $l_1 = 1 \text{ m}$ ,  $l_2 = 0.8 \text{ m}$ ;  $m_1$  和  $m_2$  分别表示机械臂连杆 1 和连杆 2 的质量, 即,  $m_1 = 1 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 1.5 \text{ kg}$ 。

设 2 自由度机械臂的期望输出轨迹分别为  $\theta_{d1} = 1 + 0.2\sin(t)$ ,  $\theta_{d2} = 1 - 0.2\cos(t)$ , 网络参数取为  $\sigma_l = 10, \sigma_c = 10, \mu_l = \mu_c = 0.1, \alpha = 0.2, \beta = 0.1$ 。[1, 0, 2, 0, 8, 0] 为机械臂系统的初始状态, 径向神经网络自适应控制参数取为  $\Lambda = [200; 020]$ ,  $\chi_D = \chi_H = \chi_G = \chi_I = 0.005$ ,  $K_3 = [250; 025]$ ,  $P = [250; 025]$ ,  $\epsilon_{cN} = 0.02, \tau_{cd} = 0.1$ 。

利用 Simulink 和 S-Function 对所设计的 RBFNN 自适应控制系统进行实验, RBFNN 辨识器的隐含层节点数为 6, RBFNN 自适应控制器的隐含层节点数为 20。RBFNN 基函数中心, 宽度及权值参数的迭代算法取式 (8) ~ 式 (9), 控制律取式 (21), 自适应律取式 (25), 鲁棒项取式 (20)。具体的实验结果如下:

图 3 和图 4 为两关节角位移和角速度的跟踪轨迹, 实线表示机械臂控制系统的给定期望轨迹, 虚线表示其实际输出轨迹。结果表明, 在机械臂系统受内部摩擦和时变扰动等不确定性因素时, 所设计的控制算法可保证机械臂控制系统的实际输出轨迹跟踪给定的期望轨迹。图 5 为 2 自由度机械臂的角位移跟踪误差, 在刚开始时其跟踪误差略大, 但在 0.4 s 之后, 机械臂的跟踪误差基本控制在  $\pm 0.0005$  以内接近于零。文 [15] 的跟踪误差控制在  $\pm 0.1$  范围内, 在 1.5 s 后逐渐趋于稳定, 并且已有文献的机械臂跟踪误差也仅仅控制在  $\pm 0.1$  范围内, 在 2 s 左右才逐渐趋于稳定。但本文的跟踪误差基本控制在  $\pm 0.0005$  范围内接近于零, 且 0.4 s 左右基本趋于稳定, 其跟踪精度更高。

图 6 和图 7 为 RBFNN 辨识器的输出。在机械臂动力学模型未知的情况下, 从图 6 和图 7 可以看出, 机械臂各关节的辨识输出与期望输出曲线几乎重合, 采用 RBFNN 辨识器可以很好地辨识机械臂的动态模型。图 8 为 2 自由度机械臂角位移辨识误差, 由于神经网络初始参数的影响, 在刚开始阶段其辨识误差较大, 但在随后的训练过程中辨识误差基本控制在  $\pm 0.002$  范围内, 仿真实验结果表明 RBFNN 辨识器对机械臂动态模型的辨识精度很高。

图 9 为关节 1 和关节 2 的控制输入转矩, 也是 RBFNN 自适应控制器的输出, 用来控制机械臂的实际轨迹总能跟踪给定的期望轨迹。

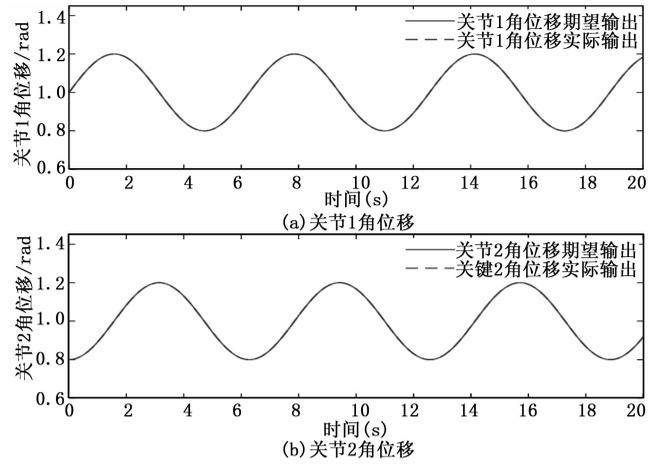


图 3 两关节角位移跟踪轨迹

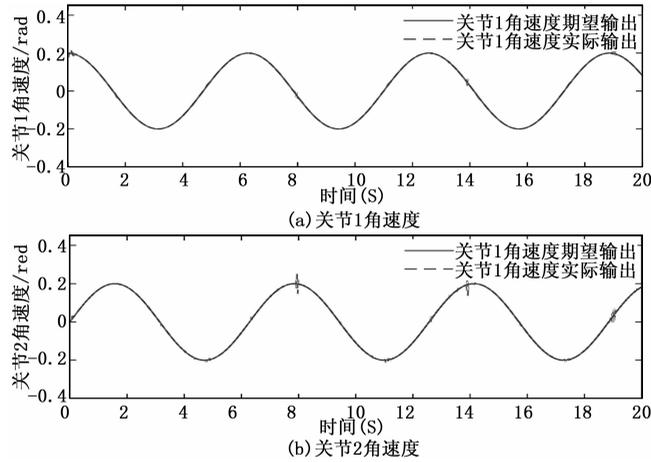


图 4 两关节角速度跟踪轨迹

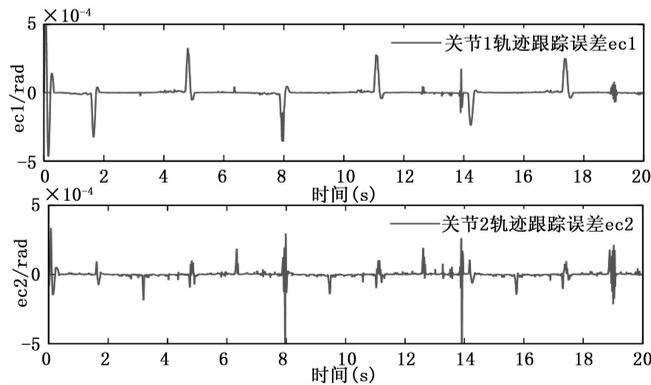


图 5 关节 1 与关节 2 角位移跟踪误差

图 10 是 RBFNN 对不确定非线性函数  $g$  的逼近情况。通过与自适应模糊补偿控制算法进行对比, 与文 [15] 中的图 4 对比可以看出, 采用本文所设计的 RBFNN 自适应控制律, 可以对不确定非线性函数进行更好的逼近补偿。

从上述实验结果可以看出, 当机械臂存在内部摩擦和时变扰动等不确定性因素且机械臂动力学模型未知的情况下, 采用 RBFNN 自适应控制器与辨识器相结合的控制策略, 可实现对机械臂进行较好地轨迹跟踪控制。该方法不

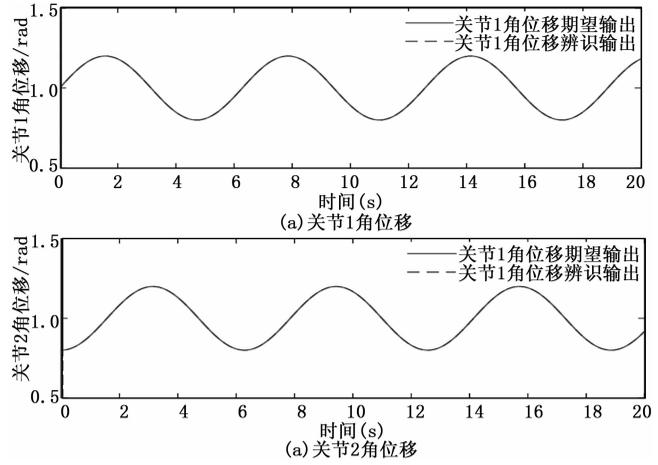


图 6 两关节角位移辨识输出

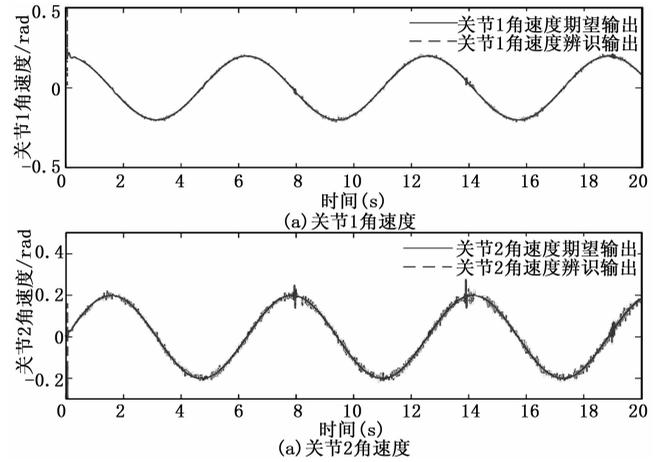


图 7 两关节角速度辨识输出

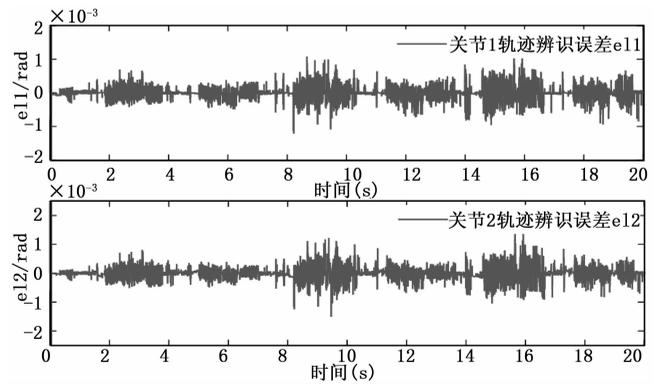


图 8 关节 1 与关节 2 角位移辨识误差

仅可以克服众多不确定性因素带来的影响, 并且对不确定非线性函数具有很高的逼近精度, 进而实现对期望轨迹更高的跟踪精度。另外机械臂的控制转矩波动较小, 同时能够确保机械臂控制系统的稳定性。

### 4 结束语

针对多自由度机械臂轨迹跟踪控制系统受时变扰动和内部摩擦等不确定性因素的影响, 导致跟踪精度和控制性能不理想的问题, 提出了一种基于 RBFNN 的轨迹跟踪自适

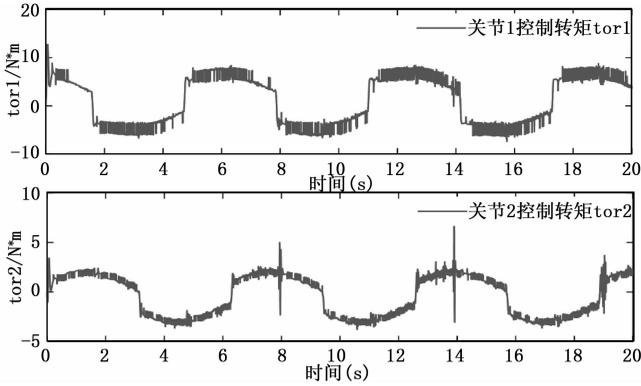


图 9 关节 1 与关节 2 控制转矩曲线

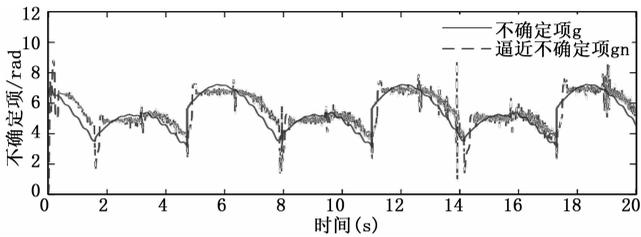


图 10 对不确定项的逼近曲线

应控制方法。该方法采用了 RBFNN 辨识器对机械臂的动态模型进行辨识, 并且基于李亚普诺夫稳定性理论设计了 RBFNN 权值的自适应调节律, 对不确定非线性函数中的各项参数分别进行了逼近补偿, 也可以对其进行整体逼近, 但是整体逼近没有分块逼近得到的跟踪效果好。对扰动和逼近误差设计了鲁棒控制器, 同时能够确保机械臂控制系统的稳定性。将理论分析、系统稳定性分析和仿真实验结果分析三者相结合研究了内部摩擦和时变扰动等众多不确定性因素对机械臂轨迹跟踪控制的影响。仿真实验结果验证了机械臂在受众多不确定性因素影响的情况下, RBFNN 自适应控制系统具有很高的轨迹跟踪精度、抗干扰能力和较强的鲁棒性。

参考文献:

[1] 潘齐欣, 唐型基. 基于步进电机控制的仿人机械手臂抓取移动系统设计 [J]. 科技通报, 2016, 32 (3): 118-121.  
 [2] Shaikh A, Khaladkar G, Jage R, et al. Robotic Arm Movements Wirelessly Synchronized with Human Arm Movements Using Real Time Image Processing [A]. Texas Instruments India Educators' Conference [C]. Texas: IEEE Computer Society, 2013: 277-284.  
 [3] Puga-Guzmán S, Moreno-Valenzuela J, Santiba A V. Adaptive neural network motion control of manipulators with experimental evaluations [J]. Scientific World Journal, 2014, 2014 (2): 694-706.  
 [4] 李慧. 机械臂建模方法与控制策略研究 [J]. 工业, 2017 (3): 00268-00268.  
 [5] Zhao Jinyang, Ma Yan, Dong Jiahua, et al. Interactive mechanical arm control system based on Kinect [A]. Control Confer-

ence [C]. IEEE, 2016: 5976-5981.  
 [6] 伍玩秋. 自动化控制下机械手臂运动轨迹研究 [J]. 计算机测量与控制, 2017, 25 (6): 78-81.  
 [7] Amato F, Colacino D, Cosentino C, et al. Trajectory tracking control of a biomimetic exoskeleton for robotic rehabilitation [A]. IEEE International Conference on Networking [A]. IEEE, 2017: 228-232.  
 [8] Yang Chenguang, Huang Kunxia, Cheng Hong, et al. Haptic Identification by ELM-Controlled Uncertain Manipulator [J]. IEEE Transactions on Systems Man & Cybernetics Systems, 2017, 47 (8): 2398-2409.  
 [9] 乃永强, 李军. 基于极限学习机的机械臂自适应神经控制 [J]. 信息与控制, 2015, 44 (3): 257-262.  
 [10] Yang Hongjiu, Yu Yang, Yuan Yuan, et al. Back-stepping control of two-link flexible manipulator based on an extended state observer [J]. Advances in Space Research, 2015, 56 (10): 2312-2322.  
 [11] Lunardini F, Casellato C, D'Avella A, et al. Robustness and Reliability of Synergy-Based Myocontrol of a Multiple Degree of Freedom Robotic Arm. [J]. IEEE Transactions on Neural Systems & Rehabilitation Engineering, 2016, 24 (9): 940-950.  
 [12] Rakib T, Sarkar M A R. Design and fabrication of an autonomous fire fighting robot with multisensor fire detection using PID controller [A]. International Conference on Informatics, Electronics and Vision [C]. IEEE, 2016: 909-914.  
 [13] 陈翔, 黄龙, 杨洋. 基于计算力矩法的眼内手术机器人的重力补偿 [J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43 (6): 1231-1238.  
 [14] Efe M Ö. Fractional Fuzzy Adaptive Sliding-Mode Control of a 2-DOF Direct-Drive Robot Arm [J]. IEEE Trans Syst Man Cybern B Cybern, 2008, 38 (6): 1561-1570.  
 [15] 胡灵美, 陈杨, 陈俊风, 等. 基于自适应模糊补偿的机械臂复合控制策略 [J]. 信息与控制, 2016, 45 (3): 342-347.  
 [16] Rossomando F G, Soria C M. Adaptive Neural Sliding Mode Control in Discrete Time for a SCARA robot arm [J]. IEEE Latin America Transactions, 2016, 14 (6): 2556-2564.  
 [17] Xiao Fan, Li Guang, Zhou Xinlin. GA-RBF Neural Network Control for Trajectory Tracking of Multilink Robot Arm [J]. Mechanical Science & Technology for Aerospace Engineering, 2018, 37 (5): 669-674.  
 [18] 李选聪. 多旋翼无人机的机械臂抓取动力学分析和控制研究 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2016.  
 [19] Toz M, Kucuk S. Dexterous workspace optimization of an asymmetric six-degree of freedom Stewart-Gough platform type manipulator [J]. Robotics & Autonomous Systems, 2013, 61 (12): 1516-1528.  
 [20] 刘昊鹏, 朱云鹏, 罗忠, 等. 多自由度非线性系统动态参数化模型建模方法研究 [J]. 动力学与控制学报, 2017, 15 (1): 15-24.  
 [21] Xing B, Guo L, Wei S, et al. Dynamics modeling and system parameter identification experiment of a kind of two-wheeled robot [A]. IEEE International Conference on Information and Automation [C]. IEEE, 2015: 404-408.