

# 基于多项式统计的舰船传感器偏差估计算法

张博文, 张昕, 费捷, 朱宁, 燕瑞超

(中国船舶工业系统工程研究院, 北京 100094)

**摘要:** 现代舰艇配置多部用于探测作战任务目标的传感器, 因此必须估计距离、方位和俯仰的探测参数偏差; 大部分已有算法需要从传感器获取额外信息, 比如滤波增益和关联协方差矩阵; 文章提出 7 阶多项式拟合和假设检验的新算法, 使用 K-S 检验、卡方检验和  $t$  检验方法统计分析估计传感器系统偏差; 通过比较不同传感器的航迹数据, 该算法可获得多种传感器的探测精度和偏差, 并提供传感器间偏差异常定位; 最后, 通过仿真数据和无人机测量数据验证本文所提算法的有效性。

**关键词:** 舰船传感器; 偏差估计; 多项式拟合; 假设检验

## Polynomial and Statistical Algorithm of Bias Estimation for Ship Sensor

Zhang Bowen, Zhang Xin, Fei Jie, Zhu Ning, Yan Ruichao

(System Engineering Research Institute, Beijing 100094, China)

**Abstract:** Modern warships possess several sensors to detect targets for combat mission, so it is necessary to estimate bias of range, azimuth, elevation and velocity parameters. Most previous bias-estimation algorithm requires additional information such as filter gain and associated covariance matrices from sensors, while this novel algorithm uses statistical analysis for bias estimation of these parameters for ship sensors, with 7-level minimum-variance polynomial fitting and null hypothesis testing. By statistically comparing track data from different sensors, this algorithm locates sensor abnormality of measurement accuracy for sensors and the bias between different these sensors. This algorithm is verified by sensor measurement of unmanned aerial vehicle (UAV).

**Keywords:** ship sensor; bias estimation; polynomial fitting; hypothesis testing

### 0 引言

现代水面舰艇根据作战任务的需求, 通过配置多种传感器对海空目标进行协同探测, 力图实现复杂环境下对海空目标的准确探测和稳定跟踪。由于舰船传感器系统是基于多源传感器与多源目标的系统, 在复杂实战环境下多种传感器对掠海飞行目标的探测精度是关系整个防空反导作战成败的重要影响因素。传感器偏差作为评价和衡量探测精度的关键值, 因此具有一定的估计必要性。尽管已经有相关文献提出进行偏差估计和补偿的具体方法, 但这些方法仍面临包括目标加速度变化、时变偏差和间断航迹等诸多问题。特别地, 传感器可能无法为融合中心提供重要的本地航迹信息, 比如本地航迹的卡尔曼增益和关联协方差矩阵等<sup>[1]</sup>。另外, 这些方法需要传感器滤波器及其动态模型的精确知识<sup>[2]</sup>。

本文提出一种新的多项式统计算法, 用于解决上述问题。该算法的偏差估计首先选取高测量精度和高数据率的传感器作为参考传感器, 并采用对参考传感器测量值进行最小方差多项式拟合生成参考轨迹, 再通过统计分析其他传感器测量值与参考轨迹的残差, 最后通过假设检验验证偏差估计结果。

本文结构如下: 在第 1 节中讨论偏差模型和偏差估计

方法论; 多项式统计算法在第 2 节中给出; 第 3 节通过仿真结果展示算法性能; 在第 4 节中通过实际舰船测量真实无人机数据来验证算法。最后结论在第 5 节中讨论。

### 1 偏差模型和偏差估计方法论

假设有  $M$  个传感器为舰船提供  $N$  个目标在极坐标系下的距离、方位和俯仰测量值。从 2D 模型<sup>[3]</sup>扩展得到, 传感器  $s$  对目标在时间  $t$  时极坐标系下的测量模型为:

$$z_s(t) = \begin{bmatrix} r_s^m(t) \\ \theta_s^m(t) \\ \varphi_s^m(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [1 + \zeta_s^r(t)]r_s(t) + b_s^r(t) + \omega_s^r(t) \\ [1 + \zeta_s^\theta(t)]\theta_s(t) + b_s^\theta(t) + \omega_s^\theta(t) \\ [1 + \zeta_s^\varphi(t)]\varphi_s(t) + b_s^\varphi(t) + \omega_s^\varphi(t) \end{bmatrix} \quad s = 1, \dots, M \quad (1)$$

当  $r_s^m(t)$ 、 $\theta_s^m(t)$  和  $\varphi_s^m(t)$  分别代表测量的距离、方位和俯仰,  $r_s(t)$ 、 $\theta_s(t)$  和  $\varphi_s(t)$  分别代表真实的距离、方位和俯仰,  $b_s^r(t)$ 、 $b_s^\theta(t)$  和  $b_s^\varphi(t)$  分别代表距离、方位和俯仰的偏移偏差,  $\zeta_s^r(t)$ 、 $\zeta_s^\theta(t)$  和  $\zeta_s^\varphi(t)$  分别代表距离、方位和俯仰的比例偏差。距离、方位和俯仰上的测量噪声  $\omega_s^r(t)$ 、 $\omega_s^\theta(t)$  和  $\omega_s^\varphi(t)$  为零均值并假定相互独立, 分别对应方差  $\sigma_r^2$ 、 $\sigma_\theta^2$  和  $\sigma_\varphi^2$ 。偏差  $b_s^r(t)$ 、 $b_s^\theta(t)$  和  $b_s^\varphi(t)$  能建模成确定时间窗内的未知常数。通常比例偏差  $\zeta_s^r(t)$ 、 $\zeta_s^\theta(t)$  和  $\zeta_s^\varphi(t)$  对于舰船传感器系统可以忽略。另外由于所有传感器都安放在同一艘船上, 除传感器相关偏差外, 目标相关偏差和传感器一目标对相关偏差并不在本模型中考虑<sup>[4]</sup>。

从 Weierstrass 逼近定理可知, 如果是在区间  $[a, b]$  上的连续实函数, 且给定任意  $\epsilon > 0$ , 存在一个多项式  $p$  在

收稿日期: 2018-12-13; 修回日期: 2019-02-11。

作者简介: 张博文(1980-), 男, 辽宁辽阳人, 硕士, 主要从事舰船电子系统和软件设计方向的研究。

$[a, b]$  上, 使得对于所有的  $s \in [a, b]$ ,  $|f(s) - p(s)| < \epsilon$ 。换句话说, 任何闭区间上的连续函数都能被该区间上的多项式一致近似成任意精度<sup>[5]</sup>。

假定测量参数能被表达为  $L$  阶多项式:

$$p(t) = \sum_j^L C_j t^j + e(t) \quad (2)$$

当  $c_j, j=0, \dots, L$  是  $L$  阶多项式系数, 而  $e(t)$  是加性误差项。因此速度参数可被表示为:

$$\dot{p}(t) = \sum_{j=1}^L j c_j t^{j-1} + e_v(t) \quad (3)$$

如果假设高精度高数据率传感器没有偏差, 该传感器作为参考传感器, 可采用多项式拟合参考传感器航迹的方法重建目标参考轨迹。因此, 该传感器偏差  $b_x^r(t), b_y^r(t)$  和  $b_z^r(t)$  假设为零。此时  $\omega_x^r(t), \omega_y^r(t)$  和  $\omega_z^r(t)$  可看作不变的零均值随机过程<sup>[6]</sup>。其他传感器的偏差可通过对测量值相对参考轨迹的残差取平均值获得。

在本文的算法架构中, 最小二乘法用于多项式拟合。因此参考传感器的计算噪声方差  $\sigma_x^2, \sigma_y^2$  和  $\sigma_z^2$  最小化。但当多项式拟合阶次增加到一定程度后, 其他传感器的计算噪声方差将由于参考轨迹的过拟合而误差明显增大。因此, 本文将使用真实无人机测量数据对多项式阶数进行优化。

## 2 多项式统计算法

### 2.1 传感器位置修正

传感器发送的目标航迹是以传感器探测设备中心为坐标原点的。因为不同传感器安装位置的不同, 不同传感器的目标信息使用不同的坐标原点, 因此需要将不同传感器的目标航迹数据修正到统一的坐标系下, 才能进行传感器的相对精度和比较传感器间的偏差的计算。

若计算时使用的坐标系假设为: 平面直角坐标系 (即  $x, y$  和  $z$  坐标系) 中,  $x$  朝东,  $y$  朝上,  $z$  朝北; 极坐标系 (即距离、方位、俯仰) 中, 方位正北为  $0^\circ$ , 俯仰水平为  $0^\circ$ 。

传感器探测设备中心相对于船体位置固定, 所以在船的不同运动姿态下, 传感器中心位置在平面直角坐标系下的位置是不同的。所以需要传感器中心位置的坐标从物体坐标系 (模型坐标系) 转换到惯性坐标系 (正北方向角为  $0^\circ$ )。

假定船的姿态信息包含艏向角  $h$ 、纵摇角  $p$  和横摇角  $b$ , 则转换矩阵  $M$  如下:

$$B = \begin{Bmatrix} \cos b & -\sin b & 0 \\ \sin b & \cos b & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix} \quad (4)$$

$$P = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos p & -\sin p \\ 0 & \sin p & \cos p \end{Bmatrix} \quad (5)$$

$$H = \begin{Bmatrix} \cosh h & 0 & -\sinh h \\ 0 & 1 & 0 \\ \sinh h & 0 & \cosh h \end{Bmatrix} \quad (6)$$

$$M = B \cdot P \cdot H \quad (7)$$

从物体坐标系向惯性坐标系的转换公式如下, 其中  $V_{\text{inertial}}$  为惯性直角坐标系下传感器位置,  $V_{\text{object}}$  为物体直角坐标系下的传感器位置:

$$V_{\text{inertial}} = V_{\text{object}} \cdot M \quad (8)$$

则  $V_{\text{inertial}}$  作为目标航迹点在传感器位置的修正值。

### 2.2 参考航迹计算

获取不同传感器目标航迹信息后, 选取高精度高数据率偏低差的传感器作为参考传感器。选取参考传感器的连续 30~50 个航迹点作为参考航迹序列, 分别对距离、方位和俯仰等三个参数, 采用最小二乘法做多项式拟合参考航迹。该参考轨迹作为推定的目标航迹, 由于参考传感器存在探测精度问题, 所以采用拟合计算而不是插值计算。

#### 2.2.1 方位归一化

由于目标方位信息在正北方向的附近区域, 即方位角为  $0^\circ$  附近时, 存在数据不连续问题。所以需要对方位信息进行过零点归一化处理, 算法如下:

```

min = min(bj)
max = max(bj)
if(max - min > π)
    pre_b = b1
    for j in 1...n
        if (bj > min + π)
            bj = bj - 2π
            Δb = bj - prev_b
            While (|Δb| > π)
                bj = bj - 2π
                Δbprev = Δb
                Δb = bj - prev_b
            If (|Δb| > |Δbprev|)
                bj = bj + 2π
        exit while loop
    end while loop
    pre_b = bj
    end loop over j
    
```

#### 2.2.2 多项式拟合

为了提升参考轨迹的数值精度, 需要在航迹拟合中使用参考时间  $time_{\text{reference}}$ , 假定  $time_i$  表示用于构建参考轨迹的航迹序列中的时戳:

$$time_{\text{reference}} = \frac{\min(time_i) + \max(time_i)}{2} \quad (9)$$

拟合的参考轨迹多项式为:

$$\hat{p} = \sum_{j=1}^{n_{\text{fit}}} c_j \cdot (time - time_{\text{reference}})^j \quad (10)$$

其中:  $c_j$  为参考轨迹多项式系数,  $time_{\text{reference}}$  为参考时间,  $n_{\text{fit}}$  为拟合多项式的阶数。

在多项式拟合过程中, 使用 Cholesky 分解方法去求对称正定矩阵的逆阵。对称正定矩阵  $A$  可以分解为  $A = L \cdot L^T$ , 其中矩阵  $L$  是下三角矩阵。该分解方法具有更大的数值稳定性, 因为 Cholesky 分解有效地减少动态范围。

### 2.3 残差计算

为计算各传感器的精度和偏差, 需要首先计算各传感

器探测点相对于参考轨迹的残差。则各传感器距离、方位和俯仰等参数的残差计算为:

$$\xi_{p,s}(i) = p_s(i) - \hat{p}(i) \quad (11)$$

其中:  $\xi_{p,s}(i)$  为传感器  $s$  参数  $p$  数据点  $i$  的计算残差,  $p_s$  为数据点参数,  $\hat{p}$  为参考轨迹参数。

传感器  $s$  参数  $p$  残差的均值, 即传感器  $s$  参数  $p$  的估计偏差, 计算为:

$$\bar{\xi}_{p,s} = \frac{\sum \xi_{p,s}}{N_s} \quad (12)$$

传感器  $s$  参数  $p$  残差的样本标准差, 即传感器  $s$  参数  $p$  的估计精度, 计算为:

$$\sigma_{p,s} = \sqrt{\frac{1}{N_s - 1} \sum (\xi_{p,s} - \bar{\xi}_{p,s})^2} \quad (13)$$

传感器  $s$  参数  $p$  的归一化残差为:

$$\xi_{p,s}^* = \frac{\xi'_{p,s}}{\sigma'_{p,s}} \quad (14)$$

其中:  $\xi'_{p,s} = \xi_{p,s} - \bar{\xi}_{p,s}$  为减去均值的残差,  $\sigma'_{p,s}$  是  $\xi'_{p,s}$  的样本标准差。

归一化后的偏差构成集合并按上升排序。该有序集合为  $\xi_{p,s}^{**}$ 。

### 2.4 参考轨迹检验

采用拟合方式推断参考轨迹可能会产生过拟合和欠拟合的结果, 而导致参考轨迹无效。因此需要使用 Komolgorov-Smirnov 假设检验和卡方假设检验方法, 通过判断各传感器残差是否符合正态分布, 来检验参考轨迹是否有效。

#### 2.4.1 Komolgorov-Smirnov 检验方法

K-S 检验将样本分布和期望分布作比较, 根据给定接受水平判断样本分布是否无效。 $\chi^2$  检验使用有序归一化残差  $\xi^{**}$ 。

从样本数据计算样本累积分布为:

$$P_{\text{样本}}(-\infty < \eta < \xi_i^{**}) = \frac{i}{n} \quad (15)$$

即对任何  $\xi^{**}$  的累积概率为其排序位置除以样本总数。

期望分布  $P_{\text{期望}}(-\infty < \eta < \xi_i^{**})$  为根据标准正态分布表查询的累积概率值。

因此获得两组累积概率数据  $P_{\text{样本}}(i)$  和  $P_{\text{期望}}(i)$ 。如果  $\max(|P_{\text{期望}}(i) - P_{\text{样本}}(i)|) > T$  而  $T = \frac{1.36}{\sqrt{n-1}}$  为

95%置信水平下取值, 则认为样本分布不是期望分布。

#### 2.4.2 卡方检验方法

$\chi^2$  检验样本分布和期望分布的一致性。 $\chi^2$  检验使用有序归一化残差  $\xi^{**}$ , 将样本序列划分为离散区间, 并将区间内的样本数量与期望分布的数量作比较。 $\chi^2$  估计值计算为:

$$\chi_{\text{估计}}^2 = \sum_{i=1}^{\text{区间数}} \frac{(n_{\text{期望}} - n_{\text{样本}})^2}{n_{\text{期望}}} \quad (16)$$

如果  $\chi_{\text{估计}}^2 < T$  而  $T$  是标准  $\chi^2$  表 99%接受水平的取值, 则认为接受样本分布为期望分布。

### 2.5 评估传感器间偏差

节 2.3 中已计算获得各传感器的距离、方位和俯仰残

差序列的均值和标准差。参考传感器的距离、方位和俯仰残差理论均值应为 0, 其它设备计算残差的均值即为计算偏差值。使用 Student t 检验来评估不同传感器与参考传感器之间在距离、方位和俯仰等方面是否存在偏差。

对于距离、方位和俯仰参数, 分别计算 Student t 统计:

$$t_p = \frac{\bar{\xi}_{p,1} - \bar{\xi}_{p,2}}{\sqrt{\frac{[(n_1 - 1) \cdot \sigma_{p,1}^2 + (n_2 - 1) \cdot \sigma_{p,2}^2] \cdot \left[\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right]}{n_1 + n_2 - 2}}} \quad (17)$$

其中,  $n_1$  为传感器 1 数据数量,  $n_2$  为传感器 2 数据数量,  $\bar{\xi}_{p,s}$  为传感器  $s$  参数  $p$  的均值,  $\sigma_{p,s}^2$  为传感器  $s$  参数  $p$  的方差。

采用一对标准  $t$  分布值做假设估计, 评估计算参数是否存在偏差, 评估条件如下:

$t_p > T_{n_1}$  参数  $p$  有偏差

$t_p \leq T_{n_2}$  参数  $p$  无偏差,

$T_{n_2} < t_p \leq T_{n_1}$  无法判别是否偏差

其中:

$T_{n_1}$  为无偏差概率 0.001 的  $t$  表查询值

$T_{n_2}$  为无偏差概率 0.01 的  $t$  表查询值。

### 3 仿真结果

首先使用仿真方法为验证该算法的有效性。采用模拟的两台传感器进行仿真计算, 设定高精度传感器的距离、方位和俯仰的精度分别为 30 m、0.2°和 0.2°, 无探测偏差。低精度传感器的距离、方位和俯仰的精度分别为 50 m、0.3°和 0.3°, 有探测偏差。

模拟 2 个目标运动分别选用匀速直线运动和加速直线运动目标, 通过在仿真的航迹数据上增加不同标准差(精度)和均值(偏差)的正态分布产生两组模拟的航迹。如表 1 和表 2 所示, 第一组航迹具有显著偏差, 第二组航迹具有不显著偏差。

仿真数据组 1, 设置的低精度传感器距离、方位和俯仰偏差分别为 100 m、1.5°和 1.5°。验证结果如表 1。 $t$  检验结果表明两传感器在距离、方位和俯仰均有偏差。算法验证计算出的偏差和精度与设定值基本一致。

表 1 仿真数据组 1 精度偏差计算结果

	传感器精度	距离		方位		俯仰	
		计算偏差	计算精度	计算偏差	计算精度	计算偏差	计算精度
直线运动	高	0.1378	33.11	0.0000	0.2071	0.0001	0.2250
	低	107.3	53.92	1.487	0.2955	1.499	0.2668
加速运动	高	0.1077	29.58	0.0001	0.1525	-0.0001	0.2215
	低	95.65	44.14	1.5648	0.2627	1.4739	0.3128

仿真数据组 2, 设置的低精度传感器距离、方位和俯仰偏差分别为 5 m、0.05°和 0.05°。验证结果如表 2。 $t$  检验结果表明两传感器在距离、方位和俯仰均无偏差。算法

验证计算出的偏差和精度与设定值基本一致。产生此结果的原因，是因为设置的偏差相比于传感器本身的测量精度太小。

表 2 仿真数据组 2 精度偏差计算结果

Table with 8 columns: 传感器精度, 距离 (计算偏差, 计算精度), 方位 (计算偏差, 计算精度), 俯仰 (计算偏差, 计算精度). Rows include 直线, 运动, 加速, 运动 with high/low precision settings.

通过上述仿真分析，证明该方法能有效评估传感器精度，并验证传感器间偏差。

4 无人机数据验证

该算法通过舰船雷达三次实际探测无人机飞行测量数据得到进一步验证。由于目标无法做严格规则运动，且雷达本身具有测量无法使得无法获取目标真实运动航迹。所以雷达航迹即默认目标真实运动轨迹，通过在雷达航迹上添加额外的正态分布的残差来获取另一组假定的传感器航迹。比对计算雷达航迹数据和假定的传感器航迹数据，验证算法的有效性。假定的传感器数据所上加上的正态分布，该正态分布均值即为测量偏差，而其标准差即为测量误差。距离、方位和俯仰的残差均值（即测量偏差）分别为 50 m、0.3°和 0.3°，其残差标准差（即测量误差）分别为 40 m、0.2°和 0.2°。

无人机航线 1 以近似匀速直线运动；无人机航线 2 近似直线运动但在飞行末段盘旋；无人机航线 3 开始做直线运动，但在飞行中段开始近似随机运动。计算结果在表 3、4 和 5 中表示。

表 3 无人机航线 1 的偏差精度结果

Table with 8 columns: 多项式阶次, 航线类型, 距离(米) (偏差, 精度), 方位(°) (偏差, 精度), 俯仰(°) (偏差, 精度). Rows for polynomial orders 3, 5, 7, 9.

无人机各航线的距离偏差和精度的估计结果如图 1 和 2 所示。根据 t 假设检验说明两传感器存在偏差，该算法能有效评估传感器偏差。表 3—5 给出算法计算的加误差航迹的距离、方位、俯仰的偏差、精度结果。经过比较，该结果的偏差计算结果与加误差航迹添加的正态分布均值基本一致。但对加误差航迹的传感器精度估计，算法评估效果与无

表 4 无人机航线 2 的偏差精度结果

Table with 8 columns: 多项式阶次, 数据类型, 距离(米) (偏差, 精度), 方位(°) (偏差, 精度), 俯仰(°) (偏差, 精度). Rows for polynomial orders 3, 5, 7, 9.

表 5 无人机航线 3 的偏差精度结果

Table with 8 columns: 多项式阶次, 数据类型, 距离(米) (偏差, 精度), 方位(°) (偏差, 精度), 俯仰(°) (偏差, 精度). Rows for polynomial orders 3, 5, 7, 9.

人机航迹的规则程度相关，且随拟合多项式阶次的提升精度估计值不断下降。进一步分析表明，多项式拟合阶次应选择为 7，此时距离、方位、俯仰的精度估计最一致。可见当多项式阶次过大时，参考航迹的过拟合将导致比对数据的精度计算结果误差明显较大。

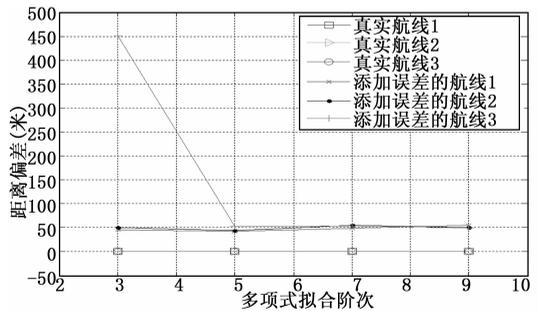


图 1 距离偏差估计结果

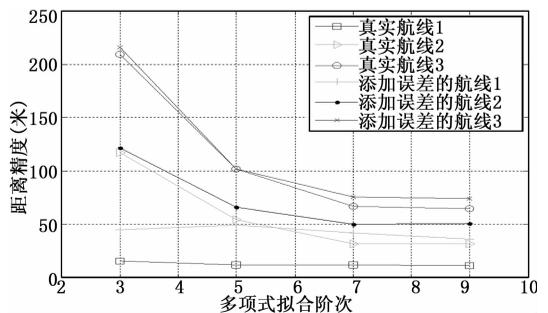


图 2 距离精度估计结果