**文章编号:**1671-4598(2019)06-0241-06 DOI:10.16526/j. cnki. 11-4762/tp. 2019.06.052 **中图分类号:**TN971

文献标识码:A

# 带非线性约束的自适应高斯和 卡尔曼滤波目标跟踪算法

## 徐 壮,彭 力

(江南大学物联网工程学院,江苏无锡 214122)

**摘要**:无线传感网络中运动目标状态通常满足某种非线性状态约束,为了提高对传感网络中运动目标的跟踪精度,降低非高 斯噪声对状态估计的影响,避免高斯项数在迭代过程中的冗余累积,提出一种带非线性约束的权值自适应高斯和卡尔曼滤波算 法;算法在每个时刻计算目标当前状态的高斯子项集合,并对每个高斯子项分别以无迹卡尔曼滤波进行状态估计;设计了一种高 斯子项权值自适应策略动态调节子项权值,以实现无约束状态下的全局估计;将目标的非线性状态约束引入滤波器结构中时,考 虑将其看作一类无约束状态估计的约束投影问题,通过状态约束信息先验来修正运动目标的状态估计;仿真结果表明,该算法与 目前的非线性约束卡尔曼滤波相比具有更高的跟踪精度。

关键词:非线性约束;无线传感网络;自适应高斯和;无迹卡尔曼滤波;目标跟踪

# Target Tracking Algorithm Based on Adaptive Gaussian Sum Kalman Filtering with Nonlinear Constraints

#### Xu Zhuang, Peng Li

(School of Internet of Things Engineering, Jiangnan University, Wuxi 214122, China)

Abstract: The state of the moving target in the wireless sensor network usually satisfies a certain nonlinear constraint. In order to improve the tracking accuracy of moving targets in the sensor network, and avoid redundant accumulation of Gaussian terms in the iterative process at the same time, a self—adaptive Gaussian sum Kalman filter with nonlinear constraints is proposed. Firstly, the algorithm calculates the Gaussian subitems of the target state, and the state estimation is performed by unscented Kalman filter for each Gaussian subitem; Then an adaptive strategy of Gaussian subitem weight is designed to dynamically adjust the subitem weight throughout the filtering process, which results that the global estimate is obtained under unconstrained conditions. Finally, nonlinear state constraint of the target is introduced into the filter. Considering it as a constrained projection problem for unconstrained state estimation , the state estimation of moving targets in sensor networks is corrected by using constraint information. Simulation results show that the proposed algorithm outperforms previously developed Kalman filter algorithms with nonlinear constraints in term of improving target tracking accuracy.

Keywords: nonlinear constraints; wireless sensor network; adaptive Gaussian sum; unscented Kalman filter; target tracking

#### 0 引言

无线传感网络中运动目标状态估计与跟踪已广泛运用 到诸多领域,例如无人飞行器的边界监视<sup>[1]</sup>、多移动机器 人目标跟踪<sup>[2]</sup>以及太空监测<sup>[3]</sup>等等。贝叶斯框架是研究这些 动态系统常用的方法,从贝叶斯理论得到的状态后验密度 中可以得到目标当前时刻状态的完整统计<sup>[4]</sup>。

卡尔曼滤波常用于基于状态过程和测量模型来估计动态系统的状态。如果运动目标的动态状态空间模型(dy-

**收稿日期:**2018-12-10; 修回日期:2018-12-29。

基金项目:国家自然科学基金(61873112);十三五国家重点研 发项目(子课题)(2018YFD0400902);教育部一中国移动科研基金 项目(MCM20170204);江苏省博士后科研资助计划(1601085C)。

作者简介:徐 壮(1994-),男,湖北广水人,硕士研究生,主要 从事无线传感网络目标跟踪方向的研究。

彭 力(1967-),男,教授,博士生导师,主要从事视觉物联网方向的研究。

namic state-space model, DSSM) 与加性高斯噪声是线性的并且噪声统计特性是服从高斯分布的,那么对于这种特殊情况,卡尔曼滤波器能够在最小均方误差(minimum mean square error, MMSE),最大似然(maximum likelihood, ML) 和最大后验概率(maximum a posteriori, MAP) 意义下产生最优解<sup>[4-5]</sup>。

然而,随着实际情况中越来越多的复杂要求,经典卡 尔曼滤波估计会遇到以下两个难点:首先,动态系统的实 际过程和测量模型通常是非线性的,其次,过程噪声和测 量噪声经常是是非高斯的<sup>[6]</sup>。因此卡尔曼滤波器可能会无 法得到有效的状态估计。

高斯和滤波器 (gaussian sum filter, GSF) 以及粒子滤 波器 (Particle Filter, PF) 常被用于解决非线性、非高斯 系统的状态估计问题。GSF 使用高斯分布的加权和来逼近 状态概率密度函数,同时可以近似任意分布<sup>[6]</sup>。但是传统 高斯和滤波器存在严重的局限性,即每次迭代时用于近似 密度函数的高斯项的数量都会增加。经过许多学者的研究 扩展,提出了一种改进的估计算法。其本质是将唯一描述 每个高斯项的参数向量加上某种限制规则。一种方案是使 高斯项的每次迭代都从有限组已知值中随机选择<sup>[6-8]</sup>;另一 种则是对高斯子项的数量上限设置一个阈值。因此滤波器 每次迭代的高斯项的数量将被固定,从而避免了项数增长 的累积问题<sup>[9-12]</sup>。

当一个运动系统的约束无法被引入滤波器的结构之中 时,该约束信息常常会被忽视或做近似处理<sup>[13]</sup>。譬如在 WSN中要实现地面目标跟踪,目标的运行轨道大多数情况 下是已知的。但雷达的观测轨迹由于测量中的噪声和杂波 而显示出失真情况。如果不使用这些关于状态约束的附加 信息,那么用卡尔曼滤波器得到的估计,也仅仅是因为使 用了一组不完全的信息而得到的伪最优估计。

文献 [13] 对目前的约束卡尔曼滤波做了很好的归纳 总结。文献 [14] 提出了一个严格的分析方法,将等式约 束纳入卡尔曼滤波过程。首先是获得无约束卡尔曼滤波解, 然后将无约束状态估计投影到约束曲面上。Teixeira 和 Torres 等人提出的算法是将非线性等式约束并入无迹卡尔 曼滤波 (unscented kalman filter, UKF) 过程,来解决非线 性系统的状态估计问题。其中包括 PUKF、ECUKF 和 MAUKF3 种算法<sup>[15-16]</sup>。

为了解决传统约束卡尔曼滤波方法对非线性、非高斯 系统状态估计精度低等问题,本文提出一种带非线性等式 约束的自适应高斯和卡尔

曼滤波算法,可用于 WSN 中非高斯噪声背景下的运动 目标跟踪。通过引入自适应高斯和滤波策略,解决了传统 高斯和滤波器中的项数增长问题,提高了跟踪精度与稳 定性。

#### 1 相关工作

#### 1.1 系统模型

假设无线传感网络中的某个运动目标的系统状态和观 测模型满足下式:

$$x_{k+1} = f(x_k, w_k) \tag{1}$$

$$z_k = h(x_k, v_k) \tag{2}$$

其中,  $x_k \in \mathbb{R}^x$  为系统在k 时刻的状态矢量,  $z_k \in \mathbb{R}^x$  为 k 时刻的观测矢量,  $w_k$  和  $v_k$  分别为非高斯的过程噪声和测量 噪声,  $f(\cdot)$  和  $h(\cdot)$  分别为已知的状态函数和观测函数。

滤波的本质即基于每个 k 时刻的量测  $Z_k = \{z_1, \ldots, z_k\}$ 来得到状态矢量  $x_k$  的后验概率密度  $p(x_k \mid Z_k)$ ,则基于递归 贝叶斯理论的状态估计步骤如下:

a) 时间更新:

$$p(x_{k} \mid Z_{k-1}) = \int p(x_{k} \mid x_{k-1}) \ p(x_{k-1} \mid Z_{k-1}) dx_{k-1} \quad (3)$$

b) 量测更新:

$$p(x_{k} \mid Z_{k}) = \frac{p(z_{k} \mid x_{k})p(x_{k} \mid Z_{k-1})}{p(z_{k} \mid Z_{k-1})}$$
(4)

#### 1.2 系统非线性约束

假设对于某个运动目标在  $k \ge 1$  的任意时刻,其状态矢量  $x_k$  均满足如下非线性约束:

$$g(x_k, k-1) = B_k \tag{5}$$

其中: $g(\bullet)$ 与 $B_k \in \mathbb{R}^x$ 均为已知。那么在考虑系统约束的条件下将式(4)作为整个状态估计的目标函数:

$$J(x_k) = p(x_k \mid Z_k), \text{ s. t. } g(x_k, k-1) = B_k$$
 (6)

#### 1.3 非高斯噪声模拟

假设 ζ 是具有非高斯密度函数的随机噪声过程,其可以 被建模为两个统计独立的随机噪声过程之和:

$$\zeta = \alpha + \beta \tag{7}$$

第一项 α 是一个由常规马尔科夫过程的转移概率矩阵进 行状态转换的半马尔科夫过程,其转换时间量为一个随机 变量。第二项 β 是一个方差为 σ<sup>2</sup> , 的零均值高斯白噪声。在以 上两种噪声概率密度已知的情况下,可得到 ζ 的概率密度函 数:

$$p(\zeta) = \sum_{i=1}^{n} P_i N[\alpha_i; \bar{\alpha}, \sigma_n^2]$$
(8)

其中,  $\sum_{i=1}^{M} P_i = 1; P_i \ge 0;$  for  $i = 1, \ldots, M$ , 每个偏差 项  $\alpha_i$  均具有对应概率  $P_i$ 。因此, 对于任意随机非高斯噪声过 程  $\zeta$ 的密度函数均可以建模为高斯和。通过选取式(8) 中的参 数  $P_i$ ,  $\alpha_i$  和 $\zeta$ 来使 $L^*$ 范数最小来得到某个实际非高斯密度函 数的最优近似。

$$\| p_{o} - p^{*} \|^{k} =$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \| p_{o}(\zeta) - \sum_{i=1}^{M} P_{i} N[\alpha_{i}, \sigma_{n}^{2}] \|^{k} d\zeta \qquad (9)$$

#### 2 带非线性约束的自适应高斯和卡尔曼滤波算法

#### 2.1 自适应高斯和滤波策略

考虑如下离散系统:

$$x_{k+1} = F(x_k) + w_k \tag{10}$$

$$z_k = H(x_k) + v_k \tag{11}$$

其中:  $x_k$  是状态向量,  $w_k$  是具有非高斯统计特性的过程 噪声,  $z_k$  是测量向量,  $v_k$  是具有非高斯统计特性的测量噪 声,  $\Phi$ 和 H 是各自转移函数。由 1.3 节可知, 假设  $w_k = \theta_k + \alpha_k$ ,  $v_k = \lambda_k + \beta_k$ , 那么  $w_k$  和  $v_k$  可分别表示为高斯和的形式:

$$p(w_k) = \sum_{i=1}^{M} P_{wi} N[w_k; \overline{w}_{ki}, Q_{ki}]$$
(12)

$$p(v_k) = \sum_{j=1}^{N} P_{v_j} N[v_k; \bar{v}_{k_j}, R_{k_i}]$$
(13)

其中: $\theta_k$ 和 $\lambda_k$ 均为半马尔可夫偏差矢量, $\alpha_k$ 和 $\beta_k$ 分别为 具有协方差Q和R的零均值高斯白噪声。假设 $x_k$ , $\theta_k$ , $\alpha_k$ , $\lambda_k$ , $\beta_k$ 相互统计独立。那么可以通过使 $x_k$ 和 $\hat{x}_k$ 之间的均方误差最小 化来找到状态向量的最优估计 $\hat{x}_k$ 。

本文提出的带非线性约束的自适应高斯和卡尔曼滤波 目标跟踪算法分为自适应高斯和滤波策略及非线性约束投 影策略。而高斯和自适应滤波策略又主要分为两个部分: 第一部分是分布式高斯和滤波;第二部分是权值自适应策略。约束投影策略将在 2.2 节介绍。

1) 分布式高斯和滤波:

系统状态的条件平均估计 x<sub>k</sub> 表示为:

$$\hat{x}_{k} = E[x_{k} \mid Z_{k}] = \int_{-\infty}^{\infty} x_{k} p(x_{k} \mid Z_{k}) dx_{k} \qquad (14)$$

其中,  $Z_k$  是当前时刻测量序列 $\{z_1, \ldots, z_k\}$ 。将两个偏差 矢量  $\theta_k$  和  $\lambda_k$  代入  $p(x_k \mid Z_k)$ , 引入贝叶斯规则, 其可改 写为:

$$p(x_k \mid Z_k) = \frac{\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{M} p(x_k, z_k, \theta_i, \lambda_j)}{p(Z_k)} = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{M} p(x_k \mid Z_k, \theta_i, \lambda_j) \times p(\theta_i, \lambda_j \mid Z_k)$$
(15)

代入式 (14) 可得:

$$\hat{x}_{k} = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{M} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} x_{k} p\left(x_{k} \mid Z_{k}\right) dx_{k} \right] \times p(\theta_{i}, \lambda_{j} \mid Z_{k}) = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{M} x_{k}^{ij} P_{ij}$$
(16)

 $\hat{x}_{k}$ 即N×M个独立估计的加权总和,加权项P<sub>ij</sub>是在给定当前测量序列Z<sub>k</sub>的条件下 $\theta_{k} = \theta_{i}, \lambda_{k} = \lambda_{j}$ 的概率。假定由一组固定上限的参数集合来提供 $x_{k}$ 的估计,即可保证式(16)的项数不变,因此避免了传统高斯和滤波中的高斯项数增长问题。

考虑无迹卡尔曼滤波能够有效解决由系统非线性而引起的滤波发散问题,本算法对每个高斯项分别进行 UKF 滤波估计。首先确定 X<sub>0</sub> =  $\hat{x}$ , l = 0,  $X_l = \hat{x} \pm (\sqrt{(L+d)P_x})_i$ ,  $l = 1, \ldots, 2L$  和对应的权重 $\rho_{m0} = \frac{d}{L+d}$ ,  $\rho_{c0} = \frac{d}{L+d} + (1-A^2+B)$ ,  $\rho_{cl} = \rho_{ml} = \frac{d}{2(L+d)}$ ,  $l = 1, \ldots, 2L$ 。其中,  $\hat{x}$  和 $P_x$ 分别是 x的估计值以及对应的协方差矩阵,表示状态矢量  $x_k$ 的维数,规模因子  $d = A^2(L+\tau) - L$ , A 为影响 Sigma 点分布的因子,  $\tau$  为另一个规模因子 (通常为0), B 为表示 x 先验分布的因子。那么基于 UKF 的状态估计可表示为如下 两个步骤,在每一次估计过程中,二者交替进行。

(1) 状态预测:

$$\mathbf{X}_{k|k-1,l}^{*i} = F(\mathbf{X}_{k-1,l}^{*i}), l = 0, 1..., 2L$$
(17)

$$\hat{x}_{k|k-1,l}^{*\,i-} = \sum_{l=0}^{-} \rho_{ml} X_{k|k-1,l}^{*\,i} + \theta_k^i$$
(18)

$$P_{k}^{*i-} = \sum_{l=0}^{\infty} \rho_{cl} [\mathbf{X}_{k|k-1}^{*i} - \hat{x}_{kl}^{*i-} - \bar{\theta}_{k}^{*}] [\mathbf{X}_{k|k-1}^{*i} - \hat{x}_{kl}^{*i-} - \bar{\theta}_{k}^{i}]^{T} + V_{a}^{i} + \mathbf{Q}$$
(19)

(2) 状态估计:

$$K_k^{*\,ij} = P_{xz,k}^{*\,ij} (P_{zz,k}^{*\,ij})^{-1}$$
(20)

$$\hat{x}_{k}^{*\,ij} = \hat{x}_{k}^{*\,i-} + K_{k}^{*\,ij} \left( z_{k}^{*\,ij} - \hat{z}_{k}^{*\,ij-} \right) \tag{21}$$

$$P_{k}^{*\,ij} = P_{k}^{*\,i-} + K_{k}^{*\,ij} P_{zz,k}^{*\,ij} K_{k}^{*\,ijT}$$
(22)

其中:

$$z_{k|k-1,l}^{*\,ij} = H(X_{k|k-1,l}^{*\,i}), l = 0, 1, \dots, 2L, \, \hat{z}_{k}^{*\,ij-} = \sum_{l=0}^{2L} \rho_{d} z_{k|k-1,l}^{*\,ij} + \bar{\lambda}_{l}$$

$$\hat{x}_{k} = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{M} \hat{x}_{k}^{*\,ij} p\left(\theta_{i}, \lambda_{j} \mid Z_{k}\right)$$
(23)

$$P_{k} = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{M} P_{k}^{* i j} p(\theta_{i}, \lambda_{j} \mid Z_{k})$$
(24)

2) 权值自适应策略:

对于式 (23) 的加权项  $p(\theta_k, \lambda_k | Z_k)$ 。引人  $Z_k = \{z_1, \dots, z_k\}$  序列及贝叶斯规则:

$$p(\theta_i, \lambda_i \mid Z_k) = \frac{p(z_k \mid \theta_i, \lambda_i, Z_{k-1}) p(\theta_i, \lambda_i \mid Z_{k-1})}{p(z_k \mid Z_{k-1})}$$
(25)

式(25)的分子第一项可以近似为高斯密度,表示为:

$$p(z_k \mid \theta_i, \lambda_i, Z_{k-1}) = N[z_k; \bar{z}_k, P_{z_k, k}^{*ij}]$$
(26)

式(25)的分子第二项是给定过去测量序列  $Z_k + \theta_{k=i}$ ,  $\lambda_{k=i}$ 的预测概率值。可由下式得到:

$$p(\theta_{i},\lambda_{i} \mid Z_{k-1}) = \sum_{a=1}^{N} \sum_{\beta=1}^{M} p_{\theta}^{a \neq i} p_{\lambda}^{\beta \neq j} p(\theta_{a},\lambda_{\beta} \mid Z_{k-1}) \quad (27)$$
$$p_{\theta}^{a \neq i} = p(\theta_{k} = \theta_{i} \mid \theta_{k-1} = \theta_{a}) \quad (28)$$

$$p_{\lambda}^{\beta \to i} = p(\lambda_k = \lambda_i \mid \lambda_{k-1} = \lambda_{\beta}) \tag{29}$$

其中: $p_{\theta}^{a+i}$ 和 $p_{\lambda}^{p+i}$ 是马尔可夫转移概率<sup>[6]</sup>;即 $p_{\theta}^{a+i}$ 是假设在 时刻k处 $\theta = \theta_a$ 时在k + 1时刻 $\theta = \theta_i$ 的条件概率。 $p_{\lambda}^{p+i}$ 定义 与之相同。 $p(\theta_a, \lambda_p | Z_{k-1})$ 与式 (25)具有相同的形式,是前 一时刻k-1的加权项。(25)的分母项与 $\theta$ 和 $\lambda$ 无关。因此, 将其假设为常值比例因子。结合上述各式,式 (27)可表 示为:

$$\Lambda_{k}^{ij} = p(\theta_{i}, \lambda_{i} \mid Z_{k}) =$$

$$C_{k}^{ij} p(z_{k} \mid \theta_{i}, \lambda_{i}, Z_{k-1}) \sum_{\alpha=1}^{N} \sum_{\alpha=1}^{M} p_{\theta}^{\alpha \rightarrow i} p_{\lambda}^{\beta \rightarrow j} p(\theta_{\alpha}, \lambda_{\beta} \mid Z_{k-1}) \quad (30)$$

其中: C<sup>a</sup><sub>ℓ</sub> 是在每个时刻 ℓ 确定的比例因子,以保证所有 加权项式(30)的总和等于 1。

$$\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{M} \Lambda_{k}^{ij} = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{M} p(\theta_{i}, \lambda_{i} \mid Z_{k}) = 1$$
(31)

自适应高斯和滤波的本质是每个单独高斯项的估计乘 以相应的权值。

#### 2.2 状态约束投影策略

考虑引入目标约束先验知识。文献 [14] 通过引入拉 格朗日乘子λ来求约束卡尔曼滤波的最优解。但此方法要求 迭代的初始值λ。靠近λ的最优解。但实际条件下,好的初 始值并不容易获得。这里考虑将非线性约束引入自适应高 斯和滤波,进行投影量测更新,来获得更精确的估计。考虑 2.1 的自适应高斯和滤波,那么经过约束投影后的估计 式表达为:

$$\hat{x}_k^g = \operatorname{argmin}(z_k - H(x_{CSK}))^T (z_k - H(x_{CSK})) \quad (32)$$

subject to 
$$g(x_k) - B_k = 0$$
 (33)

*x<sub>GSK</sub>* 是自适应高斯和滤波的 *k* 时刻输出,*x*<sup>\*</sup><sub>2</sub> 即是引入约 束条件后的投影输出。式(32)及(33)可以被看作为一 个非线性约束的测量更新或预测测量域中的投影,因此它 是具有一般性的。那么,对 2.1 节的自适应高斯和滤波结 果进行非线性约束投影。

首先,重新选择 k 时刻的 Sigma 点,并进行非线性 传播:

$$X_{l,k|k}^{*g} = \gamma_l^*, l = 0, \cdots, 2L$$
 (34)

$$B_{l,k|k}^{g} = f(X_{l,k|k}^{*\,g}) \tag{35}$$

k 时刻约束估计:

$$\hat{b}_{k|k}^{g} = \sum_{l=0}^{2n} \rho_{ml} B_{l,k|k}^{g}$$
(36)

k时刻约束误差协方差及估计约束互协方差:

$$P_{bb,k}^{g} = \sum_{l=0}^{2\pi} \rho_{d} [B_{l,k|k}^{g} - \hat{b}_{k|k}^{g}] [B_{l,k|k}^{g} - \hat{b}_{k|k}^{g}]^{T}$$
(37)

$$P_{xb,k}^{g} = \sum_{l=0}^{2n} \rho_{d} [X_{l,k|k}^{*g} - \hat{x}_{k|k}] [B_{l,k|k}^{g} - \hat{x}_{k|k}^{g}]^{T}$$
(38)

非线性约束卡尔曼增益:

$$K_k^g = P_{xb,k}^g (P_{bb,k}^g)^{-1}$$
(39)

计算 k 时刻的协方差及对权值自适应滤波器的输出进 行约束投影修正:

$$P_k^g = P_k + K_g P_{bb,k}^g K_g^T \tag{40}$$

$$\hat{x}_{g} = \hat{x}_{k} + K_{g}(b_{k} - \hat{b}_{k})$$
 (41)

式(41)中 xg 即本文跟踪算法最终输出。

#### 3 系仿真实验

在本次实验中,将以地面车辆跟踪为背景。在情景 1 中,首先假设一种较为简单的条件,车辆行驶在一个圆弧 路段,圆心选在 x-y 坐标原点。假设转弯半径为 R= 100m,目标保持匀速转弯。定义运动状态矢量  $x_k = [x_k, x_k, y_k, y_k]^T$ ,其中, $x_k$ 表示 x 轴方向的位置, $x_k$ 表示 x 轴 方向的速度, $y_k$ 表示 y 轴方向的位置, $y_k$ 表示 y 轴方向的速 度, $\omega$ 和 T 分别为小车的角速度和周期。其中,将 $\omega$ 恒定, T=1s。目标初始状态: $x_0 = [0 \text{ m}, 10 \text{ m/s}, 100 \text{ m}, 0 \text{ m/s}]$ ,其运动方程表示为:

$$x_k = F x_{k-1} + w_k \tag{42}$$

$$y_k = Hx_k + v_k \tag{43}$$

 $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ 。在此过程中我们假设 $v_k$ 是均值为零的加性高 斯噪声,即令 $\lambda_k = 0$ ,  $w_k$  为服从 Gamma 分布的噪声,且 $w_k$ ~ $\Gamma(4,4)_{\alpha_k}, v_k, x_0$ 的协方差分别为:

$$\boldsymbol{\mathcal{Q}}_{m} = \begin{bmatrix} 0.\ 1024 & \frac{T^{2}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.\ 1024 & \frac{T^{2}}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

 $R_v = \operatorname{diag}[25 \quad 25], P_0 = \operatorname{diag}[49 \quad 1 \quad 49 \quad 1]$ 

在目标初始位置处于真实位置条件下,图1给出了某 一次蒙特卡洛仿真结果。图中分别显示了两个滤波器的输 出,模拟的路段,以及小车真实位置和测量。真实位置用 一系列绘制在路段上的(°)点表示。因为假设的小车具有 恒定角速度,因此真实位置是等距分布在路段上的。将小 车的运动轨迹看作约束并引入滤波器:

$$x_{st}^2 + y_{st}^2 = 100 \tag{44}$$

同时将文献 [14] 提出的一种非线性约束滤波器纳入 比较。从图中滤波器的输出可以看出,由于约束信息的引 入,文献 [14] 提出的算法能够跟踪小车的转弯运动。但 是因为伽马噪声的影响,其跟踪精度大大降低,无法满足 目前跟踪需求。因此传统约束卡尔曼滤波在非高斯噪声下 难以达到令人满意的效果。而本文提出的自适应高斯和滤 波与卡尔曼滤波结合后的滤波器输出基本都落在真实位置 附近,性能明显优于文献 [14] 提出的滤波算法。



图 1 情景 1 下各算法的目标跟踪结果

图 2 的权重变化演示了滤波器如何消除伽马噪声的影响。假定半马尔科夫偏差项  $\theta_k$  从集合  $\Omega$  中选择,其中  $\Omega = \{2.553,4.556,6.993\}^{[6]}$ 。3 个高斯子项分别以相同的权值 进行初始化:  $\Lambda_0^i = \frac{1}{3}, i = 0, 1, 2$ 。马尔可夫转移概率矩阵被

配置为: 
$$\phi_{\theta}^{i_{a}} = \begin{bmatrix} 0.95 & 0.025 & 0.025 \\ 0.025 & 0.95 & 0.025 \\ 0.025 & 0.025 & 0.95 \end{bmatrix}$$
。图 2 (a) ~ (c)

显示了偏差项 $\theta_k$ 的权重值。为了减少加权项的噪声,使用 一阶低通滤波器来平滑加权项,其中 $\lambda = 0.7$ 。

$$\Lambda_{k}^{i} = \lambda \Lambda_{k}^{i} + (1 - \lambda) \Lambda_{k-1}^{i}$$

$$(45)$$



同时式(44)应满足以下两个条件:

1)选取一个足够小的正数  $\epsilon$ , 当 $\Lambda^i < \epsilon$ , 丢弃其它权重小的子项, 并重新根据  $C_k^i$  计算剩余高配估计的权重,  $\Lambda^{i*} = C_k^{ij}$ 

 $\frac{\Lambda^{i}}{\sum_{i=1}^{M}\Lambda^{i}}$ 

 当某一个权重 Λ<sup>i</sup> ≥ 1, 令其等于 1, 同时令其它权 重等于 0。

在某次仿真中, 令 ε = 0.05。由图 2 可知,  $\theta_3$  的权重最 小, 且  $\Lambda^3$  第一次小于 0.05 时,  $\Lambda^1$  = 0.29,  $\Lambda^2$  = 0.68,  $\Lambda^3$  = 0.03。由式(44) 的条件 1), 丢弃低权重的子项  $\theta_3$ , 重新计算  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  的权重。 $\Lambda^1 = \frac{0.29}{0.29 + 0.68} \approx 0.299$ ,  $\Lambda^2 = \frac{0.68}{0.29 + 0.68} \approx 0.701$ 。考虑式(8), 整体偏差估计  $\hat{\theta}_k$  表示为 $\hat{\theta} = \Lambda^1 \theta_1 + \Lambda^2 \theta_2 \approx 3.957$ 。表明权值自适应高斯和滤波器消除了均值为 4 的伽玛噪声的影响。

接下来在实验中考虑一种更加复杂的情景 2,同时将 PUKF和GSUKF两种算法纳入比较。采用 500次蒙特卡洛 仿真,以各算法的均方根误差作为目标跟踪精度的指标。 计算方法如下:

$$RMSE_{k} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} \left( (x_{*}^{n} - \hat{x}_{*}^{n})^{2} + (y_{*}^{n} - \hat{y}_{*}^{n})^{2} \right)} \quad (46)$$

为了验证算法在系统非线性条件下的性能,考虑加入 更多传感器来实时跟踪小车的位置。假设有 3 个雷达站每 个时刻 k 发送信号来获得 3 个距离,假设雷达位置分别为  $R_1 = (0 \text{ m}, 0 \text{ m}), R_2 = (0 \text{ m}, 650 \text{ m}), R_3 = (320 \text{ m}, 0 \text{ m})$ 。由于  $R_1$  处于原点,考虑在 k 时刻获得两个距离差,即 每个时刻目标距  $R_2$  与  $R_3$  距  $R_1$  的距离差  $s_{i\to 1}$ , i = 2, 3,则测 量方程改写为: • 245 •



其中:  $s_k = [s_{i \to 1}] i = 2,3$ 其它条件与情景 1 相同。3 种 算法的均方根误差如图所示。



图 3 情景 2 中各算法跟踪精度比较

由图 3 可以看出, 传统的高斯和卡尔曼滤波算法由于没 有约束先验信息的导入, 其收敛速度及精度都低于估计量 投影法以及本文提出的算法。因此, 相对于传统的 GSUKF, 本文算法采用了高斯子项的权值自适应策略, 并将系统非 线性约束引入滤波器, 从而能够得到更加准确的全局优化 结果。估计量投影法与本文算法类似, 均能够在迭代初期快 速收敛, 但是由于无法消除伽马噪声的影响, 其跟踪精度 随着时间累积会大大降低。因此与估计量投影法相比, 自 适应高斯和卡尔曼滤波能加适合实际工程的使用。

情景 3 中将考虑更加实际的情况,即在初始时刻,目标的真实位置未知。量测噪声  $v_k = \beta_k$  (令 $\lambda_k = 0$ )的协方差矩阵为 R = diag ([25 25])。算法首先使用 2.1 节的自适应高斯和滤波策略目标初始估计,来代入滤波器输出初值。初始协方差  $P_0 = \text{diag}$  ([10<sup>2</sup> 7 10<sup>2</sup> 7])。其它情况与情景 2 实验条件相同,采用 500 次蒙特卡洛仿真实验,各算法的均方根误差如图 4 所示。



图 4 情景 3 下各算法跟踪精度比较

由图 4 可以看出,由于各算法均引入约束信息先验, 所以即使在初始状态非目标真值的情况下,投影无迹卡尔曼 滤波算法、估计量投影法以及本文提出的自适应高斯和卡 尔曼滤波算法算法均能够快速收敛。但是与另外两种算法 相比,本文算法的跟踪精度更高,说明非高斯噪声对另外 两种滤波器产生了极大干扰。另外,对比图 4 和图 3,当在 量测方程引入非线性时,3 种算法的误差曲线均会产生波 动,使得所有误差曲线更加曲折。其中投影无迹卡尔曼滤 波算法受到的影响最严重,表明其处理非线性问题能力较 估计量投影法和本文算法更差。估计量投影法算法受非线 性影响较小,但其累计跟踪误差会逐渐增大,对实际跟踪 方案会产生较大影响。而本文算法在非线性条件下依然拥 有较高的跟踪精度。因此,本文提出的算法在初始条件失 真以及非线性非高斯条件下相对于目前约束卡尔曼滤波算 法均具有更高的跟踪精度。

### 4 结束语

在本文中,针对无线传感网络中非高斯噪声下运动目标的跟踪精度问题,我们提出一种基于自适应高斯和的约束卡尔曼滤波目标跟踪算法。它首先计算目标状态的各初始高斯子项,然后对每个高斯项进行 UKF 滤波得到无约束条件下的状态估计,同时加入一种高斯子项权值自适应策略,解决了传统高斯和滤波算法的子项累积问题,提高了算法实时性。引入运动目标的非线性状态约束,将其看作一种无约束投影问题以获得全局最优解,提高了算法收敛速度与精度。最后通过仿真实验测试算法性能。仿真结果表明,相对于传统的约束卡尔曼滤波以及 GSUKF 等算法,本文提出的跟踪算法具有更高的跟踪精度。

#### 参考文献:

- Berrahal, S, et al. Unmanned aircraft vehicle assisted WSN-based border surveillance [A]. International Conference on Software, Telecommunications and Computer Networks [C]. IEEE, 2015: 132-137.
- [2] 孟 静,陈 罡,高晓丁. 多移动机器人的目标跟踪研究[J]. 计算机测量与控制,2016,24 (4):141-145.
- Leong P H, Arulampalam S, Lamahewa T A, et al. A Gaussian sum based cubature Kalman filter for Bearings—Only tracking
   IEEE Transactions on Aerospace & Electronic Systems, 2013, 49 (2): 1161-1176.
- [4] Mendel J. Optimal filtering [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1980, 25 (3): 615-616.
- [5] Simon D, Chia T L. Kalman filtering with state equality con-

straints [J]. IEEE Transactions on Aerospace Electronic Systems, 2002, 38 (1): 128-136.

- [6] Caputi M, Moose R L. A modified Gaussian sum approach to estimation of non-Gaussian signals [J]. IEEE Transactions on Aerospace & Electronic Systems, 1993, 29 (2): 446-451.
- [7] Horwood J T, Aragon N D, Poore A B. Adaptive Gaussian Sum Filters for Space Surveillance Tracking [J]. Journal of the Astronautical Sciences, 2011, 56 (8): 1777-1790.
- [8] Gokce M, Kuzuoglu M. Unscented Kalman filter—aided Gaussian sum filter [J]. Radar Sonar & Navigation Iet, 2015, 9 (5): 589-599.
- [9] Wang L, Cheng X. Algorithm of gaussian sum filter based on high-order UKF for dynamic state estimation [J]. Control Automation & Systems, 2015, 13 (3): 652-661.
- [10] Kottakki K K, Bhushan M, Bhartiya S. Optimization based constrained Gaussian sum unscented Kalman Filter [J]. Ifac Papers online, 2016, 49 (1): 59-64.
- [11] Kottakki K K, Bhushan M, Bhartiya S. Monte Carlo Gaussian sum filter for state estimation of nonlinear dynamical systems
   [J]. IFAC-Papers OnLine, 2016, 49 (1): 65-70.
- [12] Jiang H N, Cai Y. Bearings—only tracking with a Gaussian sum based ensemble Kalman filter [A]. Chinese Control and Decision Conference [C]. 2017: 4823-4828.
- [13] Simon D. Kalman filtering with state constraints: a survey of linear and nonlinear algorithms [J]. Iet Control Theory &. Applications, 2010, 4 (8): 1303-1318.
- [14] Yang C, Blasch E. Kalman filtering with nonlinear state constraints [J]. IEEE Transactions on Aerospace & Electronic Systems, 2009, 45 (1): 70-84. 14.
- [15] Bruno O S, et al. State estimation for linear and non-linear equality- constrained systems [J]. Control, 2009, 82 (5): 918-936.
- [16] Teixeira, et al. Unscented filtering for equality—constrained nonlinear systems [A]. American Control Conference IEEE Xplore [C]. 2008: 39-44.
- [4] 刘雨思,余 洁,张 晶.基于目标分解及纹理信息的全极化SAR影像分类 [J].地理空间信息,2018 (4).
- [5]肖 垚,刘 畅. 基于稀疏求解的改进 PCA 方法在 SAR 目标识 别中的应用 [J]. 中国科学院大学学报, 2018, 35 (1): 84-88.
- [6]薄 瑜,刘瑞杰,何丹丹.基于改进决策树分类算法的遥感影像分类研究[J]. 计算机测量与控制,2018,26(7):207-211.
- [7] 徐 牧,王雪松,肖顺平.基于目标轮廓特征的 SAR 图像目标 识别 [J].系统工程与电子技术,2006,28 (12):1812-1815.
- [8] 徐 丰,王海鹏,金亚秋. 深度学习在 SAR 目标识别与地物分 类中的应用 [J]. 雷达学报, 2017 (2).
- [9] 胡 炎,单子力,高 峰. 基于 Faster-RCNN 和多分辨率 SAR 的海上舰船目标检测 [J]. 无线电工程,2018 (2):96

- 100.
   [10] Bhatnagar, et al. Directive contrast based multimodal medical image fusion in NSCT domain [J]. IEEE Transactions on
  - Multimedia, 2013, 15 (5): 1014 1024.
    [11] Dalal, Navneet, Triggs B. Histograms of oriented gradients for human detection [A]. CVPR 2005. IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition [C]. IEEE, 2005.
  - [12] Ahonen, Timo, Abdenour Hadid, et al. Face description with local binary patterns: Application to face recognition [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence, 2006, 12: 2037 - 2041.
  - [13] Chang Chung C, Lin C J. LIBSVM: A library for support vector machines [Z]. 2011.