

GM(1,1)模型的改进在智慧水务中的 研究与应用

张一航¹, 钱晓群², 彭宏玉³

(1. 西南交通大学 信息科学与技术学院, 成都 611756;

2. 西南交通大学 唐山研究院, 河北 唐山 063000;

3. 唐山学院 计算机科学与技术学院, 河北 唐山 063000)

摘要: 智慧水务是智慧城市的重要组成部分, 水资源合理的分配调度更是智慧水务系统中的重中之重, 如何准确快速的预测未来某时的指标数据在调度过程中尤为关键; 通过对智慧水务的供水模型进行了研究, 提出了预测模型的应用方案, 验证了其在工程中的合理性; 在预测模型的研究中, 首先采用了经典的均值 GM(1, 1) 模型对水流量序列进行预测, 并在此基础上引入马尔科夫链, 使用单步和多步加权分别对 GM(1, 1) 模型的误差进行分析和预测, 对其结果进行了矫正, 最后使用 MATLAB 对三种方式进行了计算和仿真; 比较结果显示马尔科夫链与 GM(1, 1) 模型的结合比单纯的 GM(1, 1) 模型在预测精度上有较大提升, 降低了误差; 而加权之后的马尔科夫链比单步的预测状态在准确度上也有所提升。

关键词: 智慧水务; GM(1, 1); 马尔科夫链; 预测精度

Research and Application of GM(1, 1) Improved Model in Smart Water

Zhang Yihang¹, Qian Xiaoqun², Peng Hongyu³

(1. Information Science and Technology College, Southwest Jiaotong University, Chengdu 611756, China;

2. Tangshan Graduate school, Southwest Jiaotong University, Tangshan 063000, China;

3. Computer Science and Technology school, Tangshan College, Tangshan 063000, China)

Abstract: Smart water is an important part of smart cities. The rational allocation of water resources is one of the most significant step in smart water systems. How to predict the future index data accurately and quickly is particularly critical in the scheduling process. Through the study of the smart water supply model, the application scheme of the forecasting model is put forward, and the rationality of the forecasting model in the project is verified. In the study of forecasting model, the classical mean GM(1, 1) model is used to predict the water flow series firstly. On this basis, Markov chain is introduced to analyze and predict the errors of GM(1, 1) model by using single-step and multi-step weighting, and the results are corrected. Finally, Matlab was used to calculate and simulate the three methods. The comparison results show that the combination of Markov chain and GM(1, 1) model has a greater improvement in prediction accuracy than the simple GM(1, 1) model, which reduces the error. The Markov chain after weighting is also improved in accuracy compared to the single-step prediction state.

Key words: Smart water; GM(1, 1); Markov chain; prediction accuracy

0 引言

随着各领域技术的研究和发展, 科技不仅单纯用于研究, 也应用于我们生活的方方面面, 多样的先进技术与人类生活的紧密结合使得“智慧城市”的概念应运而生。智慧水务作为智慧城市的重要组成部分, 也广泛应用于世界各大城市。在美国, IBM 公司为加利福尼亚州的索诺玛地区安装了一套智慧水务系统, 从而解决了其高峰期无法满足生态用水的问题。日本日立公司利用智慧水务系统对供

水厂、污水处理厂、水路管网进行监测和调优, 提高了用水效率^[1]。智慧水务是通过在各种物联网设备实时获取各种水务数据, 获取城市供排水等系统的运行情况, 通过云计算技术进行存储和管理, 使用大数据算法进行分析处理, 从而有效地管理城市的各项水务工作, 以更精细和高效的方式升级现有的水务系统, 实现智慧城市的水务部分^[2]。智慧水务系统包括取制水区、供水区、用水区、污水处理等模块, 其中供水工作频次高, 能耗大且可优化程度最高, 智能化的调度和控制可节约大量的资源。调度的算法和方案生成都是基于预测数据的, 原始水厂根据人工经验的估计准确度太低, 所以对各指标数据精准预测是高效调度的前提, 是智慧水务的重要环节, 也是需要着重解决的关键问题。

1 智慧水务系统概述

智慧水务系统分为数据层, 存储层, 智慧分析层, 平

收稿日期: 2018-11-26; 修回日期: 2019-01-15。

基金项目: 博创基金项目(1401801); 西南交大合作智慧水务项目(1200305); 唐山市室内定位重点实验室建设项目(220020502)。

作者简介: 张一航(1994-), 女, 陕西汉中, 硕士研究生, 主要从事计算机应用技术方向的研究。

钱晓群(1967-), 博士, 教授。

台服务层,交互层。

数据层主要是各类数据的获取、获取数据包括监控视频数据、人员信息数据、各种设备资源信息数据、GIS (Geographic Information System) 即地理信息系统的数据、业务类的管理数据和分布在水厂及管网各处的多种传感器获取的实时指标数据。

存储层是对上一层获取的数据的优化存储,比如视频文件需要进行压缩存储等。

智慧分析层主要是对获取到的多样化海量数据根据平台服务层的需求,通过各种算法及模型,进行多方面智能化的分析,生成解决方案。

平台服务层涵盖智慧水务系统 web 端和移动端的各项需求,比如数据可视化展示、维修巡检等各种功能实现。

交互层包含智慧解决方案的自动化控制执行、web 端和移动端的数据功能交互。

1.1 供水调度模型

供水调度的优化可以很大程度地提升智慧水务系统的智慧程度,在保证城市正常用水的情况下大大减少资源的消耗。供水调度模型的实现目标主要是实现实时对多维数据的获取、海量数据的智能化处理、快速生成解决方案并自动化地执行。

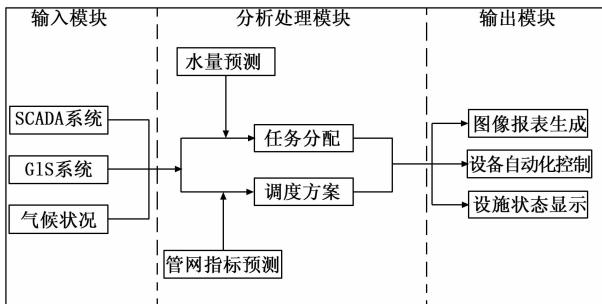


图 1 智慧水务供水调度模型

模型主要分为三部分,输入、处理和输出。

输入模块是主要是数据的获取,数据的实时获取依靠于 SCADA (Supervisory Control And Data Acquisition),即数据采集与监视控制系统,通过部署各类传感器,搭建无线传感网来获取实时的数据,感知城市供水各个部分的运行状态。GIS 系统主要包含城市的管网分布走向、测站、二级加压泵站、阀门、消防栓、大用户水表、分区计量等信息的数据。气候状况也是影响供水的一大重要因素,系统自身的判断以节气为主,因为这种因素复杂且不可准确预测,所以应该加以人工调度的辅助,进行调度时段的设定。

分析处理模块是供水调度模型的主要部分,其中根据设定的调度时段触发系统的分析处理和任务执行,分配执行资源是供水工作的最常用的功能。在供水的过程中也会出现异常或是部分区域需要进行调节的情况,这时候需要调度管网中的设备将水资源进行更合理的分配。而这两部分都需要提前的预测一些指标来作为判断条件。

输出模块则包含对这些设备的自动化控制、设备运行状态监视和系统的统计情况可视化等。

1.2 预测模型应用

水厂将取得的源水通过加药、反应、沉淀、过滤等操作监测达标后存放到净水池中,净水池的水直接用于城市管网供应。净水池分为两种,一种建于山地等一类有一定海拔高度的地方,这类净水池的出水口只需要水门控制,因为自身有一定的高度,所以不需要加压就有一定的压力可以入管道,通过控制阀门的开度来调节大小。第二种是用于建在平地的水厂,这类净水池需要加压泵站才能将水供入管网中。供水加压泵站需要消耗大量的电力,能耗量大约占供水部分的 90% 以上,占净水成本的 40%~70%。所以,此处的优化是解决供水能耗问题的关键。供水加压泵站一般采用工频和变频的多个水泵并联供水,以达到节能的效果,而需要达到不同的供水量时,启用水泵的组合方式也不相同,智慧水务系统需要计算出最优的方案并自动化开启和调频。而前提就是预测该时段所需供水量。

在供水管网中,也存在二级加压水泵和阀门等可调度资源,对水压不足的区域管网进行加压,智慧水务系统中,加入预测之后,可以根据预测结果和实际采集值对比判断,若该区域水压不符合范围,则可以通过遍历管线分布,生成合适的调度方案,提前进行加压或减压一系列操作,以此来避免供水不足或减少一些资源的消耗。

2 预测模型相关理论及构建

灰色预测理论的适用于一部分信息已知,一部分信息未知的贫信息小样本不确定性系统,主要是通过所知的部分信息推算、提取有价值信息,对系统未来演化规律进行推测,并且实现量化的预测^[3]。水务系统中虽然有较长时间具体精确的历史数据,但实际的情况也会受一些其他因素的影响,例如当时天气或正在经历一些特殊事件,这些并不是可提前预知的,所以此场景属于不确定系统,适用灰色模型的预测理念。GM (1, 1) 是灰色预测理论中的基本模型,广泛的应用于各个领域的灰色场景,例如交通事故预测、社会固定资产投资预测等^[4]。文献 [5] 即建立灰色 GM (1, 1) 模型对城市需水量进行了预测,并且利用历史数据进行验证,达到了一定精度。为了提高预测精度,有一些学者在研究中对基础的 GM (1, 1) 模型进行改进,文献 [6] 提出一种灰色新陈代谢 GM (1, 1) 模型,在迭代中淘汰老数据,加入新数据,经过验证提高了预测精度。

马尔科夫过程是随机过程的一个重要领域,它在运筹学、生物学等诸多具有马尔科夫性问题的领域有广泛应用,马尔科夫性也称无后效性,意思是将来的状态只与现在有关而无关过去^[7]。马尔科夫链适用于随机性波动较大的系统,有学者将它结合于不同的预测模型,使预测精度进一步提升,文献 [8] 将马尔科夫链与灰色模型结合,文献 [9] 将其与神经网络相结合,都实现了降低误差提高精度的目标。本文将此两种方法结合^[10]应用于智慧水务中,首

先使用 GM (1, 1) 模型对将军水厂出水口瞬时流量的序列进行预测, 并且根据实际的相对误差进行了状态划分, 将每年误差状态构建成马尔科夫链, 并分别使用单步和多步加权两种方式矫正 GM (1, 1) 模型的拟合结果。

2.1 均值 GM (1, 1) 模型

灰色预测模型以计算工作量小、对样本要求低、精准度高等优势适用于很多时间序列短、信息不完全、数据量较小的系统, 从朦胧的数据现象中找出规律并进行预测^[11]。

设要进行预测的原始数据序列为:

$$\{Q^{(0)}(1), Q^{(0)}(2), \dots, Q^{(0)}(n)\} \quad (1)$$

对 $Q^{(0)}$ 进行累加得到 1-AGO 序列记为 $Q^{(1)}$,

$$\{Q^{(1)}(1), Q^{(1)}(2), \dots, Q^{(1)}(n)\} \quad (2)$$

$$Q^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k Q^{(0)}(i) \quad (3)$$

GM (1, 1) 有均值、原始差分、均值差分、离散等形式, 本文采均值 GM (1, 1) 模型。

$$Q^{(0)}(k) + aZ^{(1)}(k) = u \quad (4)$$

式 (4) 为 GM (1, 1) 的原始形式, 在均值模型中:

$$Z^{(1)}(k) = \frac{1}{2}(Q^{(1)}(k) + Q^{(1)}(k-1)) \quad (5)$$

$$\text{称 } \frac{dQ^{(1)}}{dt} + aQ^{(1)} = u \quad (6)$$

为 GM (1, 1) 模型 (4) 式的白化微分方程^[12], 也叫做影子方程。其中 a 称为发展灰数, u 称为内生控制灰数。其中参数向量运用最小二乘估计:

$$\hat{a} = \begin{bmatrix} a \\ u \end{bmatrix} = (B^T B)^{-1} B^T Y \quad (7)$$

其中:

$$Y = \begin{bmatrix} Q^{(0)}(2) \\ Q^{(0)}(3) \\ \dots \\ Q^{(0)}(n) \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -Z^{(1)}(2) & 1 \\ -Z^{(1)}(3) & 1 \\ \dots & \dots \\ -Z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix}$$

得到影子方程的解 (时间响应式) 为:

$$\hat{Q}^{(1)}(k+1) = (Q^{(1)}(1) - \frac{u}{a})e^{-ak} + \frac{u}{a} \quad (8)$$

从 1-AGO 序列的计算规则式 (3) 可推算出原序列 $Q^{(0)}$ 的预测值:

$$\hat{Q}^{(0)}(k+1) = Q^{(1)}(k+1) - Q^{(1)}(k) \quad (9)$$

$$\hat{Q}^{(0)}(k+1) = (1 - e^a)(Q^{(1)}(1) - \frac{u}{a})e^{-ak},$$

$$\text{(其中 } k = 0, 1, \dots, n-1) \quad (10)$$

即可得出均值 GM (1, 1) 模型的预测拟合值。

2.2 马尔科夫链矫正

马尔科夫链状态间的转移是无关的。本文在 GM (1, 1) 模型的拟合基础上, 引入马尔科夫链做进一步的矫正。

选择灰色模型得出拟合值的相对误差:

$$\epsilon(k) = \frac{\hat{Q}^{(0)}(k) - Q^{(0)}(k)}{Q^{(0)}(k)} \quad (11)$$

作为马尔科夫指标来进行状态划分。每年拟合值的相对误差所属范围是没有直接关系的, 属于马尔科夫链的适用条件, 所以可用之进行预测下一年的误差所属范围, 再取此范围的平均值对灰色模型的拟合值进行矫正, 从而得到更精确的预测值。

将得到的相对误差序列划分为 m 个状态, $\epsilon(k) \in \{a_{1i}, a_{2i}\}, i = 1, 2, \dots, m$ 则表明第 k 年预测精度属于第 i 种状态。

用 $p_{ij}^{(K)}$ 表示由马尔科夫链状态 i 经 K 步转移到状态 j 的概率, 根据样本资料可知状态 i 出现的次数为 M_i , 由状态 i 转移到状态 j 的次数为 $m_{ij}^{(K)}$, 可得:

$$p_{ij}^{(K)} = \frac{m_{ij}^{(K)}}{M_i} \quad (12)$$

由 K 步概率元素 构成矩阵称为 K 步转移概率矩阵, 记作:

$$P(K) = \begin{bmatrix} p_{11}^{(K)} & p_{12}^{(K)} & \dots & p_{1n}^{(K)} \\ p_{21}^{(K)} & p_{22}^{(K)} & \dots & p_{2n}^{(K)} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ p_{n1}^{(K)} & p_{n2}^{(K)} & \dots & p_{nm}^{(K)} \end{bmatrix}$$

$K=1$ 时则是单步的马尔科夫链, 由第 k 年所属状态结合转移概率可预估 $k+1$ 年误差所属的状态, 对误差式 (11) 进行反推, 得:

$$\epsilon(k) = 1 - \frac{1}{2}(a_{1i} + a_{2i}) \quad (13)$$

最终:

$$\bar{Q}^{(0)}(k) = \hat{Q}^{(0)}(k) \cdot \epsilon(k) \quad (14)$$

2.3 加权马尔科夫链矫正

在单步的转移基础上, 可以引入多步的转移。为了正确反映各种步长对马尔科夫链预测值的影响权重^[13], 可通过各阶自相关系数 r_K 来反映权值大小, 进行加权:

$$r_K = \frac{\sum_{i=1}^{n-K} (\epsilon_i - \bar{\epsilon})(\epsilon_{i+K} - \bar{\epsilon})}{\sum_{i=1}^n (\epsilon_i - \bar{\epsilon})^2} \quad (15)$$

其中: ϵ_i 为 i 时段的指标值, $\bar{\epsilon}$ 为指标值序列均值。对各阶自相关系数作归一化处理,

$$\omega_K = \frac{|r_K|}{\sum_{i=1}^m |r_i|} \quad (16)$$

选邻近预测年 K 个年份的数据, 根据其误差所属状态为初始值, 和离预测年份的步数, 选择相应的转移概率矩阵的行向量, 将同一状态的各转移概率进行加权求和, 得到预测年的转移概率, 即:

$$P_i = \sum_{i=1}^n \omega_K p_i^{(K)} \quad (17)$$

P_i 的最大值对应的状态即为该年误差状态的加权马尔科夫预测值。

3 实例分析

本实例基于唐山柳林智慧水务系统相关项目，在项目中有多行为分析需要在预测结果的基础上进行，所以精确度更高的预测模型对整个项目的决策准确度起着关键作用。对于这些模型，选取了项目中涉及的某水厂出水口从 2005 年至 2017 年这 13 年，每年 6 月 21 日早上 7 点的瞬时流量作为测验数据，来对精确度进行验证和比较。

3.1 GM (1, 1) 拟合及误差分析

首先使用均值 GM (1, 1) 模型进行拟合。从 (1) 式到 (11) 式结合数据得到拟合结果和相对误差如表 1 所示。

表 1 GM(1,1)拟合结果

年份	实际值/(m ³)	拟合值/(m ³)	相对误差	状态
2005	650.86	650.8600	0.0000	S3
2006	688.13	705.9856	0.0259	S5
2007	690.06	733.1560	0.0625	S5
2008	751.51	761.3721	0.0131	S4
2009	850.01	790.6741	-0.0698	S1
2010	861.76	821.1038	-0.0472	S1
2011	865.17	852.7047	-0.0144	S2
2012	883.72	885.5217	0.0020	S3
2013	908.75	919.6017	0.0119	S4
2014	943.78	954.9934	0.0119	S4
2015	971.56	991.7471	0.0208	S4
2016	1000.17	1029.9153	0.0297	S5
2017	1101.51	1069.5524	-0.0290	S2

通过对拟合结果及实际问题的分析比较，将相对误差划分为以下 5 个范围，分别作为马尔科夫链的 5 个状态：

表 2 误差范围分类

状态	相对误差范围	描述
S1	-0.0698 ~ -0.0472	低估
S2	-0.0290 ~ -0.0144	略低估
S3	0.0000 ~ 0.0020	准确
S4	0.0119 ~ 0.0208	略高估
S5	0.0259 ~ 0.0625	高估

3.2 马尔科夫矫正

通过表 1 数据每年到下一年一步的状态转换，结合 (12) 式得出单步马尔科夫链的转移矩阵如下：

$$P^{(1)} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0.25 & 0 & 0 & 0.5 & 0.25 \\ 0 & 0.3333 & 0 & 0.3333 & 0.3333 \end{bmatrix}$$

并将状态范围带入式 (13) ~ (14)，可得到 $k+1$ 年的单步矫正预测结果，如表 5 所示。

根据式 (15) ~ (16)，算出 1~5 步的转移自相关系数 rk 和权值 wk 结果如表 3 所示。

表 3 自相关系数及权值

K	rk	wk
1	0.3851	0.2612
2	-0.2675	0.1814
3	-0.3904	0.2648
4	-0.2711	0.1839
5	-0.1602	0.1087

与 1 步同理得出 2-5 步转移矩阵：

$$P^{(2)} = \begin{bmatrix} 0 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0.25 & 0.25 & 0 & 0.25 & 0.25 \\ 0.5 & 0 & 0 & 0.5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$P^{(3)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0.6667 & 0 & 0 & 0.3333 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$P^{(4)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$P^{(5)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

以 2011 年的数据为例，选取 2010-2006 年五年的数据，通过每年所对应的状态和相隔年数选出行向量，计算过程如下表，结果表明 S2 是 2011 年的误差状态。

表 4 状态转移对应表

年份	状态	wk	1	2	3	4	5
2010	S1	0.2612	0.5	0.5	0	0	0
2009	S1	0.1814	0	0.5	0.5	0	0
2008	S4	0.2648	0	0.6667	0	0	0.3333
2007	S5	0.1839	0.5	0.5	0	0	0
2006	S5	0.1087	0	0.5	0.5	0	0
	P		0.22	0.54	0.15	0	0.09

将 2011 年 GM (1, 1) 的预测结果和 S2 的上下界带入式 (15) ~ (16) 得到最终结果。同理可算出 2010-2017 年的相对应结果。如表 5 所示。

根据 2010-2017 这 8 年的数据求出各模型的平均相对误差，GM (1, 1) 模型的相对误差为 0.020 9，单步加权马尔科夫链的矫正模型的相对误差为 0.0109，而加权马尔科夫链的矫正模型的相对误差为 0.006 7。对于相对误差，单步马尔

科夫链的矫正模型在 GM (1, 1) 的基础上提高了 47.85%, 而加权马尔科夫又在单步的基础上提高了 38.53%。

表 5 校正值对比

年份	实际值/(m ³)	单步校正值/(m ³)	加权校正值/(m ³)
2010	861.76	869.1384	869.1384
2011	865.17	902.5879	871.2084
2012	883.72	884.6362	884.6362
2013	908.75	904.5662	904.5662
2014	943.78	939.3793	939.3793
2015	971.56	975.5320	975.5320
2016	1000.17	1013.0762	984.3931
2017	1101.51	1092.7617	1092.7617

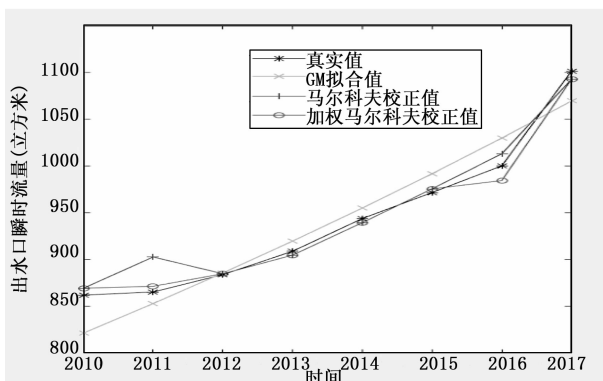


图 2 模型结果对比

在本例数据中, 考虑加权之后只有 2011 和 2016 年所得的预测状态与单步结果不同, 2016 年单步马尔科夫和加权后的马尔科夫两者的精度提高高度差别不大, 但 2011 年的误差通过加权得到了明显的改善。根据模型的理论上来说是加权之后的马尔科夫会考虑除了单步的其他几步的状态转移, 通过加权之后选出概率最大的那个转移状态, 来作为矫正的状态, 在本例中可以看出, 大部分的状态转移还是以单步为最大概率的, 其他一些特殊年份的数据, 通过加权以后可以得到更接近的结果。

4 结束语

精准的预测对智慧水务有重要意义, 本文对智慧水务的供水模型进行了研究, 提出了预测在智慧水务中的应用场景, 分析了其应用的合理性, 并研究了相关预测模型和其改进方法。水务的数据预测问题完全符合均值 GM (1, 1) 模型“灰色”的适用条件, 但由于其预测结果是线性,

因此在精度上有所制约, 所以在其线性的结果基础上引入马尔科夫链, 对其误差进行了预测并反带回矫正其结果。本文在矫正时使用了单步和多步加权两种方式, 对这三种模型的预测精度进行了比较, 结果表明在均值 GM (1, 1) 线性预测结果基础上使用马尔科夫链矫正后预测精度有了明显的提高, 而对单步的马尔科夫链进行加权处理后能有效改进某些误差较大预测点的值, 使精度进一步提高。此模型用于智慧水务系统中, 可对多方面的数据进行预测, 对供水的调度、系统节能控制等具有重要意义。

参考文献:

[1] 赵 坚. 市级水管理单位建设“智慧水务”的思考 [J]. 水利发展研究, 2016, 16 (9): 64-67.

[2] 孙国庆. 智慧水务关键技术研究及应用 [J]. 水利信息化, 2018 (1): 46-49.

[3] 刘思峰, 曾 波, 刘解放, 等. GM (1, 1) 模型的几种基本形式及其适用范围研究 [J]. 系统工程与电子技术, 2014, 36 (3): 501-508.

[4] 陈悦华, 廖造壮. 基于灰色理论的武汉市全社会固定资产投资预测 [J]. 科学技术与工程, 2012, 12 (14): 3535-3538.

[5] 任焕莲. 基于灰色 GM (1, 1) 模型的城市需水量预测研究 [J]. 水利与建筑工程学报, 2007, 5 (3): 51-53.

[6] 王弘宇, 马 放, 杨 开, 等. 灰色新陈代谢 GM (1, 1) 模型在中长期城市需水量预测中的应用研究 [J]. 武汉大学学报 (工学版), 2004, 37 (6): 32-35.

[7] 赵 玲. 基于马尔可夫链的道路交通事故预测研究及应用 [D]. 西安: 长安大学, 2013.

[8] 杨皓翔, 梁 川, 崔宁博. 基于加权灰色-马尔可夫链模型的城市需水预测 [J]. 长江科学院院报, 2015, 32 (7): 15-21.

[9] 景亚平, 张 鑫, 罗 艳. 基于灰色神经网络与马尔科夫链的城市需水量组合预测 [J]. 西北农林科技大学学报: 自然科学版, 2011, 39 (7): 229-234.

[10] 郭红莲, 侯云先. 北京市知识密集型服务业增加值的 Markov SCGM (1, 1) c 预测模型 [J]. 系统工程理论与实践, 2012, 32 (2): 292-298.

[11] 罗 党, 刘思峰, 党耀国. 灰色模型 GM (1, 1) 优化 [J]. 中国工程科学, 2003, 5 (8): 50-53.

[12] 赵财军, 陈鹏宇, 李 莉. 改进 GM (1, 1) 模型在基坑变形预测中的应用 [J]. 人民长江, 2010, 41 (6): 32-34.

[13] 罗 坤, 陶丽平, 黄银华. 加权马尔科夫的灰色残差修正模型在酸性降水 pH 值预测中的应用 [J]. 科技资讯, 2013 (24): 73-74.

[7] 范卫刚, 袁冬莉. 基于模糊自适应 PID 的无人机纵向姿态控制研究 [J]. 计算机测量与控制, 2011, 19 (3): 586-588.

[8] 左 婷. 模糊 PID 控制中模糊控制规则的获取方法 [D]. 长春: 东北师范大学, 2010.

[9] 卜一晨. 整平机水平控制系统的建模与研制 [D]. 徐州: 江苏师范大学, 2018.

[10] 张 洋, 刘 军, 等. 精通 STM32F4 库函数版 [M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2015.

(上接第 88 页)

[3] 林建涵. 激光控制平地系统接收和控制装置的研究与开发 [D]. 北京: 中国农业大学信息与电气工程学院, 2004.

[4] 胡 炼, 林潮兴, 罗锡文, 等. 农机具自动调平控制系统设计与试验 [J]. 农业工程学报, 2015, 31 (8): 15-20.

[5] 李 庆, 罗锡文, 汪懋华, 等. 采用倾角传感器的水田激光平地机设计 [J]. 农业工程学报, 2007, 23 (4): 88-93.

[6] 曾光奇, 胡均安, 刘春玲. 模糊控制理论与工程应用 [M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2006.