测试与故障诊断

文章编号:1671-4598(2019)05-0058-06 DOI:10.16526/j.cnki.11-4762/tp.2019.05.014 中图分类号:TH133.33 文献标识码:A

基于改进小波包阈值降噪的滚动轴承故障分析

石志炜,张丽萍

(福州大学 机械工程及其自动化学院, 福州 350108)

摘要:具有非平稳特性的滚动轴承振动信号易受到外界噪声干扰,且传统的小波包硬、软阈值函数降噪方法无法根据信号中的噪声干扰情况自适应调节;因此,提出一种基于排列熵的改进小波包阈值降噪方法,并与自适应噪声的完整集成经验模态分解(CEEMDAN)相结合进行故障信号分析;首先,对采集的滚动轴承故障信号进行改进小波包阈值降噪处理,然后将降噪信号进行 CEEMDAN 处理,分解得到一系列固有模态分量(IMF),根据相关系数选择 IMF,并作包络谱分析;最后对滚动轴承实际振动信号的故障分析,证明了此方法的有效性。

关键词:排列熵;改进阈值函数;CEEMDAN;包络谱分析

Fault Analysis of Rolling Bearing Based on Improved Wavelet Packet Threshold Denoising

Shi Zhiwei, Zhang Liping

(College of Mechanical Engineering and Automation, Fuzhou University, Fuzhou 350108, China)

Abstract: The vibration signals of rolling bearings with non—stationary characteristics are susceptible to external noise interference, and the traditional wavelet packet denoising methods based on hard and soft threshold functions can not be adjusted according to the noise interference in the signals. Therefore, an improved wavelet packet threshold denoising method based on permutation entropy is proposed in this paper, which is combined with Complete Ensemble Empirical Mode Decomposition with Adaptive Noise (CEEM-DAN) for fault signal analysis. Firstly, the fault signal of rolling bearing is processed by Improved Wavelet Packet Threshold denoising, then the noise signal is decomposed into several intrinsic mode functions (IMF) by CEEMDAN, and the IMF are selected according to the correlation coefficients in combination with envelope spectrum analysis. Finally, the analysis of the actual vibration signal of rolling bearing proves that the method is effective.

Keywords: permutation entropy; improved threshold function; CEEMDAN; envelope spectrum analysis

0 引言

滚动轴承作为机械设备特别是旋转机械中最为关键的 零部件,起着支撑主轴、传递力矩的作用,一旦发生故障 将影响到整个机械设备的运行状态,甚至导致设备的严重 损坏以及人员伤亡^[1]。资料显示,滚动轴承故障约占旋转 机械故障的 30%^[2]。由于发生故障的滚动轴承振动信号会 受到运行环境噪声的干扰,此时直接进行分析并不能够准 确提取振动信号的故障特征。

信号降噪的传统方法主要有傅立叶变换,短时傅立叶 变换、Wigner-Ville分布、小波变换,小波包变换等。对 于滚动轴承振动的非平稳故障信号,傅立叶变换只能在时 域分析信号,频谱并不能反映故障信号的局部信息;短时 傅立叶变换在傅立叶变换的基础上加窗,具有一定的局部 分析能力,但是其窗函数固定不变,窗太窄会导致频率分 辨率差,窗太宽会导致时间分辨率低,故短时傅立叶变换

收稿日期:2018-11-10; 修回日期:2018-12-19。

作者简介:石志炜(1992-),男,湖北黄石人,硕士研究生,主要 从事智能检测与故障诊断方向的研究。

通讯作者:张丽萍(1972-),女,博士,副教授,主要从事智能检测与故障诊断方向的研究。

还是无法满足非稳态信号变化的频率的需求; Wigner-Ville 分布在一定程度上弥补了傅立叶变换的不足,具有对称性、 时移性等优良特性,但不是信号的线性变换,导致存在交 叉干扰项;小波包分析只对低频部分进行分析,分解成低 频、高频,在降噪过程中容易除去中高频的有用故障信息; 小波包分解方法是一种更加精细的分解,同时对高低频进 行分解,克服小波分解在高频段的频率分辨率较差,而在 低频段的时间分辨率较差的缺点。目前,小波包阈值去噪 在工程实践中应用广泛,大多使用传统的硬、软阈值函数, 均有一定的效果。但由于硬、软阈值函数的形式固定不变, 无法根据信号变化而自适应调整,具有很大局限性。文献 [3] 提出一种折中的阈值量化方法,虽然能够在一定程度 弥补硬、软阈值函数降噪的不足,但其函数还是固定不变。 文献「4-5]根据软、硬阈值函数提出一种引入调节因子 的改进阈值函数,但没有说明调节因子的选择标准,也不 能根据信号自适应变化。因此,提出可随信号自适应变化 的小波包阈值函数具有重要意义。

Torres 等人^[6]提出的具有自适应噪声的完整集成经验 模态分解算法 (a complete ensemble empirical mode decomposition with adaptive noise, CEEMDAN) 是对经验模态分 解^[7]作了进一步改进,在经验模态分解的每一阶段添加自 适应白噪声,通过计算其特定的余量来获取各个模态分量 IMF,其分解过程具有完备性并且能有效克服模态混叠现象 的发生。

基于以上分析,提出一种基于排列熵改进的小波包阈 值函数和 CEEMDAN 的滚动轴承故障信号分析算法,基本 思路是首先对含噪的故障信号进行改进的小波包阈值降噪, 接着对降噪信号进行 CEEMDAN,选择相关系数大的 IMF 分量进行包络谱分析,提取故障特征频率。结果表明此方 法能够有效消除噪声和保留原始信号特征。

1 基本理论

1.1 小波包降噪思路

小波包分析是由小波分析发展而来的一种更加精确的 方法。针对小波分析只在低频部分分解的不足,小波包分 解在对低频部分分解的同时,也对高频部分做分解,对信 号的分析能力更强。

对平方可积实数空间 L²(R) 进行多分辨率分析,得到 小波包逼近空间的表达式为:

 $L^{2}(R) = \cdots \bigoplus W - 1 \bigoplus W_{0} \bigoplus W_{1} \bigoplus \cdots = \bigoplus_{j \in \mathbb{Z}} W_{j}, \forall j \in \mathbb{Z}$ (1)

式中, W_i 为小波函数空间; j 为尺度因子, ① 为两个子空间的 "正交和"。

由式(1)可知,根据不同尺度因子*j*,将 Hilbert 空间 $L^{2}(R)$ 分解成小波空间 $W_{j}(j \in \mathbb{Z})$ 的正交和,小波包分析就 是按照二进制对 W_{j} 进行频带细分,以达到提高频率分辨率 的目的。

假设一维噪声信号的表达式为:

 $X(i) = x(i) + \alpha(i)$ (*i* = 1,2,3,…,*n*-1) (2) 式中, *X*(*i*) 为含有噪声的信号,*x*(*i*) 为不含噪声信号, $\alpha(i)$ 为噪声。

小波包降噪的基本思路是依据含噪信号 X(i) 选择适当 的小波包基函数和分解层数,将故障信号进行小波包分解, 高、低频小波包系数经过阈值函数的量化处理,最后将处 理后的小波包系数重构得到降噪信号。根据故障信号和环 境噪声在不同频带的不同特性,去除各节点的噪声分量。 在所测信号含有故障时,小波包分解得到的系数幅值较大 的代表着所含故障信号 x(i),而系数幅值较小的部分基本 上由环境噪声 α(i)所产生。降噪的主要目的是滤除信号中 的噪声,进而小波包降噪的关键在于处理由噪声产生的小 波包系数,所以使用不同的阈值函数进行降噪会产生不同 的降噪效果。

1.2 排列熵算法

排列熵 (Permutation Entropy, PE) 是 Bandt 等^[8]提 出的一种检测时间序列随机性和动力学突变的方法, PE 具 有概念简单,计算速度快,抗干扰能力强等优点,并且特 别适用于非线性数据的处理,其计算方法如下^[9]。

考虑长度 N 时间序列 { $x(i), i = 1, 2, \dots, 3, N$ },首先对 其进行相空间重构,得到如下的时间序列:

$$X(1) = \{x(1), x(1+\lambda), \cdots, x(1+(m-1)\lambda)\}$$

$$X(i) = \{x(i), x(i+\lambda), \cdots, x(i+(m-i)\lambda)\}$$

$$\vdots$$

$$X(N-(m-1)\lambda) = \{x(N-(m-1)\lambda), x(N-(m-2)\lambda), \cdots, x(N)\}$$

$$(3)$$

其中: m 为嵌入维数, λ 为时间延迟。将 x(i) 的 m 个向量: 按 $X(i) = \{x(i), x(i+\lambda), \dots, x(i+(m-i)\lambda)$ 升序重新排列, 即:

$$X(i) = \{x(i+(j_1-1)\lambda) \leqslant x(i+(j_2-1)\lambda) \leqslant \dots \leqslant x(i+(j_m-1)\lambda)\}$$
(4)

若存在 { $x(i+(j_{i1}-1)\lambda) = x(i+(j_{i2}-1)\lambda)$ },则按 j 值 大小进行排序,即当 $j_{k1} < j_{k2}$ 就有 $x(i+(j_{i1}-1)\lambda) \leqslant x(i+(j_{i2}-1)\lambda)$;所以,任意一个向量 X(i)都可以得到一组符号 序列:

$$S(g) = [j_1, j_2, \cdots, j_m]$$
⁽⁵⁾

其中: $g = 1, 2, \dots, k, k \leq m! m$ 个不同的符号[j_1, j_2, \dots, j_m] 共有 m!种不同的排列方式,也即共有 m! 种不同的符号序列, S(g) 只是 m!种符号序列中的一种,计算每一种符号

序列出现的概率
$$P_1, P_2, \dots, P_k, 这些满足 \sum P_g = 1$$

时间序列 { $x(i), i = 1, 2, \dots, 3, N$ } 的排列熵可以按照 Shannon 熵的形式定义为:

$$H_P(m) = -\sum_{g=1}^k P_g In P_g \tag{6}$$

当 $P_g = 1/m$ 时, $H_P(m)$ 达到最大值 In(m!), 因此可以 通过 In(m!) 将排列熵 $H_P(m)$ 进行标准化处理, 即:

$$H_P = H_P(m) / In(m!) \tag{7}$$

显然, H_p 的取值范围是 $0 \leq H_p \leq 1_{\circ} H_p$ 值的大小代表 着时间序列的随机性程度。 H_p 越大,说明时间序列月随机, 反之,则说明时间序列越规律。

滚动轴承故障信号中有用成分往往比较规律,而噪声 更随机,因此可以依据排列熵来表征故障信号中的含噪状 态。文献 [10] 研究指出噪声会导致信号排列熵变大,而 且含有噪声越大,其排列熵越大。

各点排列熵计算方法:待求排列熵的序列长度为 n, 取序列的前 k(k 为奇数) 个数据为一个子序列,并依次向后 移动一位得到下一个子序列,则相应子序列的个数为 n-k。然后对各个序列求排列熵,并定义序列排列熵值为序列 中心点的排列熵,对于前 $\frac{(k-1)}{2}$ 个点的排列熵取 $\frac{(k+1)}{2}$ 点的排列熵值,同理,后 $\frac{(k-1)}{2}$ 个点的排列熵取 $n-\frac{(k-1)}{2}$ 点的排列熵值。本文试验分析取排列熵的嵌入维数 为 5、时间延迟为 1;求各点排列熵时的 k 取为 57。

图 1 为两端加有高斯白噪声的正弦仿真信号及其排列 熵。由图可知,正弦信号受到较大噪声干扰时,排列熵很 大,当噪声消失时,排列熵会较低,随着再次加入噪声, 排列熵再次变大,并且噪声小,排列熵相对来说也小。



2 改进小波包阈值降噪算法

2.1 小波包硬、软阈值函数

目前常用的是硬、软阈值函数,其表达式如下。 硬阈值函数:

$$\eta(x,T) = \begin{cases} x & |x| \ge T\\ 0 & |x| < T \end{cases}$$
(8)

软阈值函数:

$$\eta(x,T) = \begin{cases} sign(x)(\mid x \mid -T) & \mid x \mid \ge T \\ 0 & \mid x \mid < T \end{cases}$$
(9)

式中, x 为小波包系数, sign(•)为符号函数; T 为阈值。

硬阈值函数是将绝对值小于阈值的小波系数变成零, 而将绝对值大于阈值的小波系数予以保留,硬阈值函数不 具有连续性,导致其重构信号会产生振荡。而软阈值函数 将绝对值大于阈值的小波系数时进行收缩处理,减小小波 系数。该方法使得降噪后的信号更加平滑,但因为减小绝 对值较大的小波系数时造成恒定的偏差,从而影响了重构 信号与真实信号的逼近程度,造成部分高频信息小波包系 数损失。因此,有必要提出一种介于硬、软阈值之间,并 且能够根据信号含噪情况自适应变化的新阈值函数。

2.2 改进小波包阈值函数

为了解决硬、软阈值不能自适应调节阈值函数的问题, 本文提出一种基于排列熵的改进小波包阈值函数降噪方法, 将排列熵作为调节因子,利用排列熵对噪声的变化特性和 小波包分解系数的噪声特性,进行自适应降噪。

改进阈值函数表达式如下:

$$\eta(x,T,P) = \begin{cases} x - P \cdot sign(x) \left(\frac{T^{+}}{|x|^{+-1}}\right) & |x| \ge T \\ (1 - P) \cdot sign(x) \left(\frac{|x|^{++1}}{T^{+}}\right) & |x| < T \end{cases}$$
(10)

式中, *x* 为小波包系数, *sign*(•)为符号函数; *T* 为阈值, *P* 为小波包系数的排列熵值。

可知,信号排列熵值 P 取值范围(0,1],其值越大,则该小波包系数序列越随机,也即含噪声越多;反之,含 有更少的噪声。如图 2 所示, P 取值越大,阈值函数偏向具 有更强收缩能力的软阈值函数,此时有更好的降噪效果, 特别 P 取值为 1 时,改进阈值函数即为软阈值函数;反之, P 值越小趋于 0,代表小波包系数序列越规律,含有用信号 越多,此时阈值函数偏向硬阈值,更好的保留有用的故障 信号。相比硬、软阈值函数,此阈值函数可以根据故障信 号小波包分解系数序列的含噪情况的变化而改变,具有一 定的适应性。

2.3 阈值估计方法及降噪效果指标

除了阈值函数,其阈值选择好坏情况也影响着信号与 噪声分离效果。如果阈值取得过大,在消除噪声的同时也 会过滤掉有用故障信息;取值过小则不能够完全消除噪声, 故选择合适的阈值至关重要。设含有噪声的信号 *x*(*t*),选 择指定阈值去噪之后的信号为 *x*(*t*),则此时的噪声估计为:

$$n(t) = x(t) - \tilde{x(t)}(11)$$

由排列熵的分析可知,当含噪信号达到最优的降噪效 果,即 $\hat{x(t)}$ 的排列熵达到最小值且n(t)的排列熵达到最大 值时,此时阈值估计为最优的阈值。为了衡量验证降噪效 果,引进两个性能指标: 信噪比(SNR)和均方根误差 (RMSE)。

$$SNR = 10\log\left[\frac{\sum_{n} x^{2}(t)}{\sum_{n} [x(t) - \tilde{x}(t)]^{2}}\right]$$
(12)

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n} [x(t) - \tilde{x}(t)]^2}$$
(13)

降噪后信号的信噪比越高,原始信号和降噪后信号的 均方根误差越小,则越接近真实信号,降噪效果越好。



2.4 3种阈值函数降噪对比

用 MATLAB 常见的 Doppler 信号加入高斯白噪声进行 实验,对比3种阈值函数降噪效果。此处小波基选用 db4 小 波,分解层数选取4 层。排列熵的参数分别取嵌入维数为 5、时间延迟为1。

表1为不同阈值方法降噪信号的信噪比(SNR)和均 方根误差(RMSE)。

图 3 为加噪信号与分别采用硬阈值、软阈值和改进阈 值函数处理的后的降噪信号。

表1 不同阈值降噪效果指标对比据

阈值去噪方法	SNR	MSE
硬阈值	23.4307	0.3019
软阈值	25.0498	0.2506
改进阈值	27.7318	0.1839

61

通过对比 3 种方法的降噪结果,可以看出:硬阈值函 数处理的重构信号会产生振荡,并没有很好的滤除高斯白 噪声,原因是硬阈值函数在阈值处是不连续的;软阈值函 数是连续的,去噪信号平滑,但存在恒定差值,导致降噪 过程会造成信号失真;改进小波包阈值函数降噪能够极大 降低高斯白噪声,并且克服硬阈值函数不连续和软阈值函 数恒定差等问题,在去除噪声同时更好的保留原始信号的 故障特征。从表 1 指标客观来看,改进的小波包阈值函数 降噪后信噪比高于硬、软阈值函数,并且均方根误差最小, 验证了改进阈值函数的有效性。



3 CEEMDAN 算法原理

CEEMDAN 为自适应噪声完备集合经验模态分解,是在 EMD 方法基础上多次改进而得到的,能有效的抑制"模态混叠"现象的发生。定义符号 $M(\cdot)$ 表示局部均值的计算,符号 $E_k(\cdot)$ 表示由 EMD 方法分解得到的第 K 个 IMF,符号 $\omega^{(i)}$ 表

示随机产生的第*i*个均值为0,幅值为1的高斯白噪声。 CEEMDAN 算法的具体过程如下:

①计算第 1 个 IMF: 向原始信号 *x* 添加噪声分量 $E_1(\omega^{(i)})$,构造混合信号 $x_0^{(i)} = x + \beta_0 E_1(\omega^{(i)})$, $i = 1, \dots, I$; 采用 EMD 方法计算 $x_0^{(i)}$ 的局部均值 $r_1 = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^{I} M(x_0^{(i)})$, 得 到第 1 个 IMF: $c_1 = x - r_1$ 。

②计算第 $k \uparrow \text{IMF}$: 构造混合信号 $x_{k-1}^{(i)} = r_{k-1} + \beta_{k-1}E_k$ ($\omega^{(i)}$); 采用 EMD 方法计算 $x_k^{(i)}$ 的局部均值 $r_k = \frac{1}{I}\sum_{i=1}^{I}M(x_k^{(i)})$, 得到第 $k \uparrow \text{IMF}$: $c_k = r_{k-1} - r_k$, $k \ge 2$ 。

③重复执行上述步骤②,如果在第 N 次循环迭代时 r_N

 $= x - \sum_{i=1}^{N} c_i$ 满足 EMD 算法的迭代终止条件,则循环迭代结束,最后信号 x 分解为 $x = \sum_{i=1}^{N} c_i + r_N$ 。

在上述步骤②中,参数 β_k 表示在抽取第k+1个 IMF 时 所添加噪声的幅值, $\beta_k = \epsilon_0 std(r_k)$,其中,符号 $std(\cdot)$ 代表 计算信号的标准差。根据文献 [11],当 $\epsilon_0 = 0.2$ 时, CEEMDAN 算法能够获得较好的性能。本文的 CEEMDAN 参数设置,取添加白噪声幅值为信号标准差的 0.2 倍,集 总平均次数为 50。

4 轴承信号实例分析

为了验证本文提出方法的有效性,采用美国凯斯西储 大学(Case Western Reserve University)轴承故障数据^[12], 利用上文提出的降噪分析方法进行验证。选用驱动端电机 轴承故障数据,故障轴承为 JEM SKF 6205-2RS 深沟球轴 承,轴承几何参数:滚动体直径 8 mm,滚动体数 9 个,轴 承节径 38.5 mm,接触角 0°。分别在轴承内、外圈的单点 电蚀故障振动加速度信号,故障直径为 0.007 inch,转速为 1 750 r/min,采样频率 12 kHz,采样点数 4 096 个,计算 得到轴转频理论值 29.17 Hz,内圈的故障特征频率理论值 为 157.94 Hz,外圈的故障频率理论值为 104.56 Hz。

首先取故障信号,选择常用小波包基函数 db4,分解层数为4,经过改进的小波包阈值函数得到变换后的小波包系数,然后重构系数得到降噪后的信号,接着进行 CEEM-DAN 分解,根据相关系数筛选 IMF,最后对有效的 IMF 进行包络谱分析。

4.1 内、外圈降噪前后对比

根据 2.2 的阈值估计方法,对内、外圈故障信号改进 小波包阈值降噪的阈值分别取 0.5 和 0.4,降噪前内、外圈 的故障信号和由变换小波包系数重构得到降噪后的时域图 分别如图 4~5 所示,其包络谱图分别如图 6~7 所示。对比 时域图可以看出,经过改进小波包阈值降噪后的信号时域 图中冲击更加明显,有效减少环境噪声的干扰。对比包络 谱可以看出,在去除高频噪声同时,能够有效的保留高低 频的有效故障信号,体现出改进小波包阈值函数降噪方法 的有效性。

4.2 去噪信号的 CEEMDAN 分解

利用 CEEMDAN 对降噪后的内、外圈信号进行分解, 由于故障特征主要集中在前几个分量,故先提取前 6 个分 量进行观察分析。

从图 8 可以看出,内圈分解后的前几个分量都含有一定的冲击特征信息,其中 IMF1、IMF3 包含有调制信号, IMF1 冲击特征非常明显,IMF2 无明显的调制信号,其他 分量的冲击振幅均比较小。从图 9 可以看出,外圈分解的 前两个分量都含有较强的冲击特征信息,其中 IMF1 冲击特 征最明显,IMF2 相比 IMF1 较弱,并且均无明显的调制信 号。根据相关系数对内、外圈前几个分量进行进一步的刷 选分析。

0.35

0.35

0.35

0.35

0.35

0.35



表 2 是内、外圈经过 CEEMDAN 分解后前 6 个分量的

0.0087

0.2343

0.0122

0.0170

0.0170

0.0040

0.0079

0.8557

0.9680

0.1446

外圈

络谱中明显存在的 157.4 Hz 频率冲击,相当于内圈故障频 率理论值 157.94 Hz, 可以推断轴承内圈发生故障, 此外还 存在内圈故障的调制频率冲击;同样从外圈前两个 IMF 分 量的包络谱来看,明显存在的105.9 Hz频率冲击,相当于 外圈故障频率理论值 104.56 Hz, 可以推断轴承外圈发生故 障,此外还有外圈故障倍频冲击存在。虽然理论值和真实



图 11 外圈降噪信号 CEEMDAN 分解的前两个分量包络谱

值存在些许误差,但整体上并不影响故障类型的诊断。

5 总结

在研究小波包分析中,针对传统硬、软阈值函数降噪的不足,提出一种基于排列熵的改进小波包阈值降噪的方法,构造了可根据信号自适应变化的阈值函数。仿真信号试验结果表明,相比较硬、软阈值函数,改进的阈值函数 能够根据信号含噪情况调整阈值函数,具有更好的降噪效果。

CEEMDAN 作为 EMD 的改进算法,在每一次分解阶段都添加自适应白噪声,有效克服模态混叠现象。将其与改进的小波包分解结合应用于滚动轴承的故障分析中,发挥出两者的优势。

利用美国凯斯西储大学轴承故障数据进行验证,对内、 外圈故障信号进行分析,结果表明此方法能够减少噪声干 扰并有效保留有用的故障信息,具有一定的实用价值。

参考文献:

- [1] 吕楠楠,苏淑靖,翟成瑞.改进小波包阈值算法在振动信号去 噪中的应用 [J]. 探测与控制学报,2018,40 (1):119-124.
- [2] 陈世平,王振忠,俞辉,等.改进小波包多阈值去噪法及其工程应用[J].中国机械工程,2017,28 (20):2414-2419.
- [3]张 敏,崔海龙,陈曦晖,等.基于IMF能量矩和HSMM模型的滚动轴承故障诊断方法[J].组合机床与自动化加工技术,2015 (10):101-103.
- [4]刘晓光,胡静涛,高 雷,等.基于改进小波阈值的微机械陀 螺去噪方法[J].中国惯性技术学报,2014,22 (2):233-236.
- [5] 郑近德,陈敏均,程军圣,等. 多尺度模糊熵及其在滚动轴承 故障诊断中的应用 [J]. 振动工程学报,2014,27 (1):145 -151.
- [6] Torres M E, Colominas M A, Schlotthauer G, et al. A Complete Ensemble Empirical Mode De-composition with Adaptive Noise [J]. Brain Research Bulletin, 2011, 125 (3): 4144 - 4147.
- Huang N E, Shen Z, Long S R, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for non-linear and nonstationary time series analysis [J]. Proceedings Mathematical Physical & Engineering Sciences, 1998, 454 (1971): 903 - 905.
- [8] Bandt C, Pompe B. Permutation entropy: a natural com -plexity measure for time series [J]. Physical Review Letters, 2002, 88 (17): 1-4.
- [9] 郑近德,程军圣,杨 宇.改进的 EEMD 算法及其应用研究 [J].振动与冲击,2013,32 (21):21-26.
- [10]周 建,向北平,倪 磊,等.基于排列熵的振动信号小波 包阈值去噪研究[J].测控技术,2017,36(12):5-9.
- [11] Colominas M A, Schlotthauer G, Torres M E, et al. Noise — assisted EMD methods in action [J]. Advances in Adaptive Data Analysis, 2012, 4 (4): 1250025.
- [12] Case Western Reserve University Bearing Data Center [DB/ OL]. http://csegroups.case.edu/bearingdatacenter/home.