

空间环境长期演化模型研究

张海涛¹, 张占月², 陈松³

(1. 航天工程大学 研究生院, 北京 101416; 2. 航天工程大学 太空安全研究中心, 北京 101416;
3. 中国人民解放军 66350 部队, 河北 保定 071000)

摘要: 伴随着人类航天活动, 空间碎片的数量越来越多, 对航天器的威胁日益凸显, 对空间碎片环境的研究一方面在于提高空间监视能力, 另一方面在于分析空间目标的运动特性, 建立空间环境演化模型; 分析国内外在空间环境长期演化模型方面的研究现状, 以 LEGEND 模型和 DAMAGE 模型为例, 对国外空间环境长期演化模型的机理进行研究, 指出空间环境长期演化模型中的关键科学问题: 空间目标碰撞解体特性、轨道长期预测和碰撞概率计算模型; 阐述关键科学问题的研究现状, 并分析了 GEO 区域的 Kessler 现象; 展望长期演化模型的未来研究方向, 举例分析针对特定区域、特定状况的空间环境演化问题; 国内外对空间环境长期演化分析, 得出结论: 为了避免 Kessler 现象的发生, 需进行空间碎片的清除工作。

关键词: 空间碎片; 长期演化模型; 碰撞解体; 轨道预测; 碰撞概率模型

Research of Space Environment's Long-term Evolution Model

Zhang Haitao¹, Zhang Zhanyue², Chen Song³

(1. Space Engineering University, Beijing 101416, China; 2. Space Engineering University, Beijing 101416, China;
3. PLA 66350 Army, Baoding 071000, China)

Abstract: Along with human being's space activities, space debris is increasing, and the threat to spacecraft is becoming more and more prominent. The research on space debris environment is to improve the ability of space surveillance, and to analyze the motion characteristics of space objects and establish space environmental evolution model. Analyze the research status of space environment's long-term evolution model at home and abroad. Taking LEGEND model and DAMAGE model as examples, study the mechanism of foreign space environment's long-term evolution model, and put forward the key scientific problems in the long-term evolution model: space objects' collision breakup characteristics, long-term orbit prediction and collision probability model. Explain the research status of key scientific issues and analyze the Kessler Syndrome in the GEO region. Forecast the future research direction of the long-term evolution model, and analyze the spatial environment evolution problem for specific regions and specific conditions. At home and abroad, the long-term evolution of the space environment is analyzed, and it is concluded that in order to avoid the occurrence of the Kessler Syndrome, space debris removal is required.

Keywords: space debris; long-term evolution model; collision breakup; orbital prediction; collision probability model

0 引言

空间环境分为自然环境、航天器诱导环境和人为环境。人为环境是由于人类航天活动所产生的空间碎片环境。伴随着人类的航天活动, 空间目标数量日益增多。截至 2017 年 10 月 4 日, 美国空间监视网编目了约 23000 个直径大于 5~10 cm 的空间目标, 对外公布的已编目目标 18 747 个, 其中 14 133 个是空间碎片。^[1-2]

随着越来越多的航天器进入外太空, 航天器在轨解体及碰撞的问题日益凸显。仅 2017 年一年有记录的就发生解体事件三起。2017 年 6 月 4 日, 低地球轨道 (LEO) 上的 Delta 火箭第二级 (SSN 编号: 6921) 在轨解体产生 17 个新编目碎片 (SSN 编号: 42078-42094)^[3]; 2017 年 6 月 17 日早晨, 卢森堡卫星运营商 SES 失去了对地球静止轨道 (GEO) 通信卫星 AMC-9 (SSN 编号: 27820) 的控制,

数天之后解体^[4]; 2017 年 9 月 3 日, 中地球轨道 (MEO) 目标-SL-12 辅助发动机 (SSN 编号: 37143) 解体^[5]。

空间碎片已经影响到人类正常的空间活动, 大量的空间碎片, 对航天器构成严重的威胁, 造成航天器损伤, 甚至发生灾难性的事故, 特别是空间碎片最为“拥挤”的 GEO 区域^[6-7]。GEO 是国际重要的空间资源, GEO 卫星对于通信和导航具有重要意义, 因此国际上大量的卫星部署在该区域, 截至 2018 年 6 月 1 日, 美国空间监视网公布的 GEO 航天器共 850 个, 机构间协调委员会 (IADC) 公布的 GEO 空间目标共有 2637 个^[8]。若 GEO 发生连锁碰撞事件, 则会对空间环境、空间安全、航天任务等造成巨大威胁, 而且 GEO 大量共位卫星的现状更加加剧了碰撞的风险。另外, 由于地球同步轨道没有大气阻力, 碎片很难衰减坠落, 其轨道寿命会长达上百甚至数千年^[9]。

目前, 关于空间环境的研究, 一方面要提高空间监视能力, 获取更加精准的空间目标轨道、尺寸、质量等数据^[10], 另一方面分析空间目标的运动特性, 建立空间环境长期演化模型, 特别是针对 GEO 区域的长期演化模型。本文针对第二个方面, 分析国内外在空间碎片环境长期演化

收稿日期: 2018-09-21; 修回日期: 2018-09-29。

作者简介: 张海涛 (1989-), 男, 山东淄博人, 硕士研究生, 主要从事太空安全, 航天任务分析与设计方向的研究。

方面的研究现状。

1 长期演化模型研究进展综述

空间环境长期演化模型, 基于当前已探测到的空间目标数据库, 通过建立发射活动、碰撞或爆炸事件、轨道衰减等模型, 分析空间目标的生长和消亡情况, 预测未来特定时间内的空间碎片环境^[11]。

国防科技大学的张斌斌针对近地空间, 于 2017 年 8 月建立了基于平均数法的长期演化模型和针对空间密度宏观量的分层次离散化模型, 对未来 200 年的空间环境进行了预测, 分析了解体碎片云的长期演化分布特点、大型航天器受空间碎片碰撞的风险, 超级卫星星座系统对空间环境的影响。^[12]

国外的长期演化模型主要有: 美国国家航空航天局 (NASA) 的 LEGEND 模型 (LEO-to-GEO Environment Debris Model) 和 EVOLVE 模型^[13-14], 欧空局 (ESA) 的 MASTER 模型 (Meteoroid and Space Debris Terrestrial Environment Reference)^[15], 英国的 DAMAGE 模型 (Debris Analysis and Monitoring Architecture for the Geosynchronous Environment)^[16], 意大利的 SDM 模型 (Space Debris Mitigation long-term analysis program)^[17], 法国的 MEDEE 模型 (Modelling the Evolution of Debris in the Earth's Environment)^[18] 和德国布伦瑞克大学的 LUCA 模型 (Long-Term Utility for Collision Analysis)^[19], 英国方位研究局开发的集成碎片环境演化套件 IDES (Integrated Debris Evolution Suite) 等^[20]。由于对未来解体事件的预测具有随机性, 他们都采用 Monte-Carlo 随机算法^[21] 对未来事件进行预估。

各个模型的思路十分相近, 目前应用认可度比较高的是 NASA 用于 ORDEM 空间环境工程的 LEGEND 模型和 ESA 用于 MASTER 空间环境工程的 DELTA 模型, 另外, 英国的 DAMAGE 模型最初就是针对地球同步轨道碎片环境而建立的。在此从 NASA 的 LEGEND 模型和英国的 DAMAGE 模型入手, 分析国际上长期演化模型的思路。

1.1 LEGEND 模型

LEGEND 模型 (低地球轨道到地球静止轨道环境碎片模型) 由 NASA 轨道碎片项目办公室的首席科学家 Liou J C 牵头开发^[14]。LEGEND 模型包括历史状态再现和未來碎片环境演化两部分。

LEGEND 模型的历史演化模型部分, 追踪单个空间目标, 通过计算单个碎片的运动状态, 实现对地球同步轨道以下空间碎片的状态进行长达数百年的演化。LEGEND 对于历史再现部分演化模型的建模思路如图 1 所示, 通过 6 个循环来实现碎片环境的长期演化计算。循环 L100 和 L200 分别更新在轨完整大目标和在轨解体碎片的状态, 这里的完整大目标是指能正常工作或失效的航天器以及火箭箭体等; 循环 L300 针对解体碎片由于再次解体而产生的新碎片, 完成对解体碎片状态的处理; 循环 L400 针对新发射入轨的空间目标, 实现对新发射入轨的空间目标运动状态的

更新; 循环 L500 针对在轨完整目标解体产生的碎片, 实现对解体碎片状态的更新; 循环 L600 针对新发射入轨的空间目标解体产生的碎片, 实现对解体碎片状态的更新。

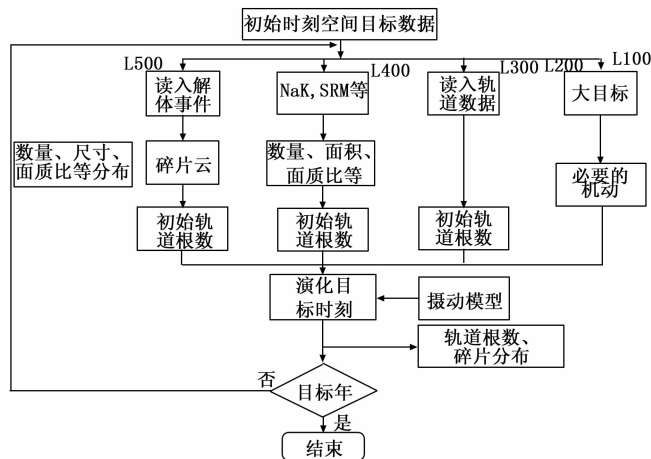


图 1 LEGEND 模型历史再现部分结构框架

LEGEND 模型对于未来演化仿真的建模思路 (图 2 所示) 为:

1) 根据历史航天活动规律及在轨解体事件的统计规律, 建立人类航天活动模型及爆炸解体事件模型。以当前时刻作为初始状态, 通过该模型预测未来不同时间段的航天活动事件及爆炸解体事件。

2) 在 J2000 坐标系下, 基于经度、维度和轨道高度对轨道空间进行划分。结合空间碎片数据, 计算碎片之间的碰撞概率, 并通过蒙特卡洛随机算法生成随机数, 判断碰撞解体事件是否发生。

3) 运用 NASA 标准解体模型, 计算碰撞、爆炸解体事件新生成碎片的初始轨道根数、面质比等相关信息。

4) 利用轨道演化模型, 计算航天器、运载火箭上面级、任务相关碎片及解体碎片等在下一时刻的轨道根数。

5) 循环计算, 直至到达预定时刻。

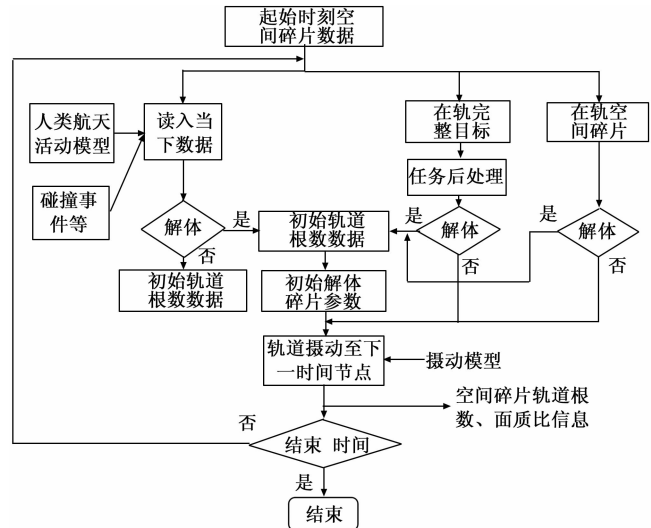


图 2 LEGEND 模型未来仿真部分结构框架

总而言之, LEGEND 模型具有如下特点:

- 1) 是高精确度, 三维数值模拟模型, 可用于长期碎片的演化研究, 能够预测未来几百年的空间环境;
- 2) 考虑了完整的箭体、太空舱, 与任务相关的碎片(如环和螺栓等)和爆炸碰撞碎片, 能够仿真尺寸在 1 mm 以上的空间目标, 重点关注尺寸 10 cm 以上的目标;
- 3) 基于原计划的发射安排和空间碎片清除计划, 使用蒙特卡洛方法和全新的碰撞概率评估算法来模拟未来的碰撞活动, 分析未来空间环境。

1.2 DAMAGE 模型

英国南开普敦大学开发的三维空间碎片 DAMAGE 模型(地球同步轨道碎片环境分析和监视模型), 最初仅针对地球同步轨道环境, 后进行扩展和改进, 可用于从 LEO 到 GEO 空间环境的长期演化^[22-23]。DAMAGE 模型主要针对尺寸大于 10 cm 的空间碎片, 最小可仿真分析尺寸大于 1 mm 的空间碎片。结构框架如图 3 所示。

DAMAGE 模型的核心模块——用于确定目标之间的相互碰撞概率的碰撞模块, 运用了 LEGEND 模型中“Cube”碰撞概率模型, 并利用 NASA 标准解体模型模拟空间目标解体。DAMAGE 模型同样采用蒙特卡洛算法, 处理模型中出现的随机因素, 如目标之间的相互碰撞、目标的爆炸解体, 为了得到可靠的演化计算结果, 需要多次运行计算结果并进行统计分析。

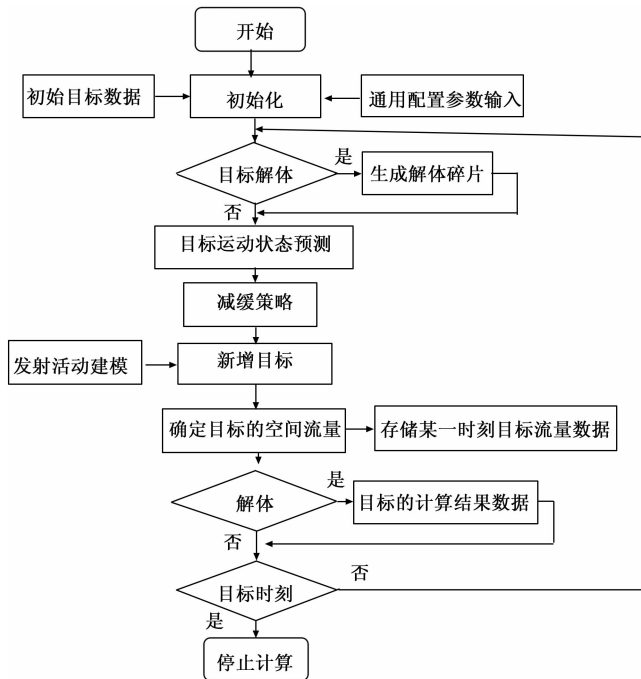


图 3 DAMAGE 模型结构框架

2 长期演化模型关键理论研究综述

空间环境长期演化模型的关键理论包括空间目标碰撞解体碎片扩散特性、空间碎片轨道长期预测方法和空间目标碰撞概率计算方法等方面的问题。

2.1 空间目标碰撞解体特性

国外在几十年前就开始了对于航天器解体方面的研究, 通过对在轨撞击试验与地面撞击实验的统计分析, Reynolds 等人于 20 世纪 90 年代末, 拟合建立了“NASA 标准解体模型”, 该模型应用于 NASA 的 EVOLVE4.0 和 LEGEND 等空间碎片环境模型^[24]。后来, Oswald 对该模型进行修正, 并用在 ESA 的 MASTER2009 空间环境工程模型^[25]。2013 年, 德国的 Schafer F 等开展了简单立方体卫星撞击解体的试验和仿真^[26]。

国内许多学者也对空间环境、碰撞风险分析等方面有深入研究。中国空气动力研究与发展中心开展了多次超高速撞击解体试验, 兰胜威和柳森等人对比了国外航天器解体模型的发展历程, 并基于 CSBM 模型开发了航天器碰撞解体碎片分析软件 SFA2.0, 并针对 Iridium 33—Cosmos 2251 碰撞、Solwind P78 航天器解体等事件进行了分析, 计算结果与空间监测结果基本相当^[27-29]。哈尔滨工业大学的庞宝君团队对空间碎片环境预测算法等进行了研究, 建立了针对固体火箭发动机喷射物、NaK 液滴和溅射物等的空间碎片源模型^[30-31], 国防科技大学的张斌斌和白显宗等人研究了碰撞预警与态势的相关问题^[32], 航天工程大学李怡勇等人评估了航天器撞击解体碎片的短期危害, 并专门针对 GEO 卫星解体事件, 分析了解体碎片的扩散特性, 计算了对 GEO 区域航天器的威胁^[33-36]。

2.2 轨道长期预测

目前国内外比较常用的轨道预测方法主要可以分为类: 解析法、数值法和半解析法^[37]。

数值方法是在建立了轨道力学模型后, 选取合适的迭代方法进行数值积分, 从而获得精确的预推结果。但是, 该方法对于长期的轨道预推时间耗费较长, 如果积分步长取的不合适, 计算过程甚至可能发散。数值方法比较有名的模型是戈达德航天中心的 GEODYN 模型和 STK 的 HPOP 模型(The High Precision Orbit Propagator, HPOP)^[38]。

解析法是在建立轨道动力学模型之后, 得到轨道根数随时间变化的解析函数, 用常数变易法^[39]求解微分方程, 最终获得轨道根数对时间的函数。适用于轨道周期小于 225 分钟的近地轨道目标 SGP 模型(Simplified General Perturbations)和适用于轨道周期大于 225 分钟的深空目的 SDP 模型是经典的轨道预测解析模型。SGP/SDP 模型有多个版本, 现今已经发展到 SGP8/SDP8 版本, 每一版本都对摄动力计算模型进行了改进^[40-41]。

半解析方法是将摄动加速度在一个轨道周期内进行平均化处理, 然后利用数值积分的方法进行外推。由于半解析法将短周期项进行了平均化处理, 数值积分的步长可以取的较大, 因此不仅具有较高的精度, 而且计算速度相对数值法明显加快^[42-43]。因此半解析方法更适合用于处理大批量的空间碎片轨道长期演化问题。

半解析方法最核心的问题是如何得到平均化的摄动加速度,即得到摄动加速度平均化后的解析解,常分为费哈密顿和哈密顿力学两类。Paul Cefola 等人提出的春分点根数形式的 Draper 半解析理论 DSST^[44-45],现已用于 DSST Standalone 的轨道预测程序^[46]。国内南京大学刘林教授利用 Kozai 的摄动方法给出开普勒根数的许多平均化的摄动解,他的团队对半分析法有较深入的研究,并评估了半解析方法的长期预测性能^[47-48]。航天工程大学的张海涛等人计算了 GEO 空间目标受到的摄动力的量级,考虑地球非球形摄动的 J_2 、 J_3 、 J_4 项、日月引力摄动和太阳光压摄动,建立了基于平均根数法的专适用于 GEO 区域长期轨道预测的半解析 SAOP 模型 (Semi-analytical orbit prediction modeling)。

2.3 碰撞概率计算模型

空间目标数量繁多,如果对任意两个空间目标都计算碰撞概率,计算量十分巨大,不适用于长期演化分析。NASA 的 Liou J C^[49-50] 等人在 Kessler^[51] 对空间目标碰撞概率研究的基础上,建立了三维随机碰撞模型——“Cube”碰撞概率模型。该模型将空间从赤经、赤纬和地心距三个维度将空间划分成离散的体积元,假设只有处于同一个体积元的空间目标才会发生碰撞,在此假设下碰撞概率计算的时间复杂度从 $O(N! \cdot \frac{t}{step})$ 降低到 $O(N \cdot \frac{t}{step})$ 。但“Cube”碰撞概率模型不足的地方在于,该模型假设空间目标在体积元内服从均匀分布,即在体积元内服从气体分子运动特性,忽略了空间目标的轨道动力学约束。航天工程大学的张占月、张海涛等人针对 GEO 区域空间目标长期演化中的碰撞概率问题,从赤经和赤纬两个维度将 GEO 区域离散化,改进“Cube”在描述空间目标运动特性方面的不足,建立了专适用于 GEO 区域空间目标长期演化碰撞概率计算的模型——“Grid”模型。并运用该模型分析了 GEO 卫星与空间碎片发生碰撞解体后未来 50 年 GEO 区域空间环境状况,得出结论:如果不采取碎片清除策略,GEO 区域空间目标在长期演化中会因为碰撞解体事件导致数量的增加;初始时刻的碰撞解体事件会增大碰撞概率,加快空间目标数量增长的进程。

3 应用与展望

NASA 的凯斯勒 (Kessler) 首先对碰撞的级联效应进行了研究,提出了“凯斯勒现象”^[52],即当空间碎片的密度达到某一临界值后,空间碎片由于发生碰撞而增长的速度会超过由于大气阻力或人为清除而减少的速度,使得空间碎片的数量持续增长,且增长的速度越来越快。航天工程大学李怡勇^[33-34,53-54] 等人针对空间碎片的危害提出了评估算法,并给出了碎片清除的对策以及航天器防护策略,比如利用人造粉尘清除空间碎片的方法等;航天工程大学的张占月、张海涛等人分析了 GEO 卫星与空间碎片发生碰撞后,GEO 区域空间碎片长期演化中的碰撞级联效应问题;

航天工程大学的胡敏^[55] 等人分析了空间交通管理的方法,分析了太阳同步轨道、GEO 以及载人飞行轨道的管理规则。

针对特定区域、特定状况的演化分析是未来空间环境演化研究的重点。比如针对 GEO 航天器与空间碎片发生碰撞后的空间环境问题。由于 GEO 空间碎片轨道周期与地球自转周期接近,地球非球形摄动 J_{22} 项的轨道共振效应将不容忽视。从空间目标位置的宏观现象上,对于在 75°E 附近赤道上空的 GEO 空间目标表现为其星下点地理经度在约 75°E 附近以一定振幅周期摆动;对于在 105°W 附近赤道上空的 GEO 空间目标,在长期自由运行中,其星下点地理经度呈现在 105°W 附近以一定振幅周期摆动。因此,GEO 航天器与空间碎片发生碰撞后,空间碎片受 J_{22} 项轨道共振效应的长期累积效应对空间环境的影响,以及是否会进一步引发 GEO 区域的碰撞级联效应等问题,都是空间环境长期演化研究的重要方向。

4 结束语

针对空间碎片对航天器日益增长的威胁,综述了国内外空间环境长期演化模型的研究现状,分析了 LEGEND 模型和 DAMAGE 模型的研究思路。并指出了长期演化模型中的关键科学问题,及国内外在这些方面的研究进展。另外分析了针对特定区域、特定状况的空间环境长期演化问题。

空间碎片的不断增长带来复杂的空间环境问题,特别是太阳同步轨道、GEO 等特殊轨道区域,空间目标的部署十分密集,空间碎片清除工作已经刻不容缓,否则一旦发生碰撞解体事件,将会进一步加快凯斯勒效应的进程。

参考文献:

- [1] Fletcher K. space operations [M] Europe: European Space Agency, 2017: 2-2.
- [2] NASA Orbital Debris Program Office. Orbital Debris Quarterly News, Volume 21, Issue 4 [J]. 2017. 11.
- [3] NASA Orbital Debris Program Office. Orbital Debris Quarterly News, Volume 21, Issue 3 [J]. 2017. 08.
- [4] Henry Caleb. SES's AMC-9 satellite drifting after anomaly [EB/OL]. <http://spacenews.com/sess-amc-9-satellite-drifting-after-anomaly>, 2017.
- [5] NASA Orbital Debris Program Office. Orbital Debris Quarterly News, Volume 21, Issue 4 [J]. 2017. 11.
- [6] 李怡勇,李智,沈怀荣. 地球静止轨道卫星撞击解体的数值模拟 [J]. 上海航天, 2011, 28 (4): 47-72
- [7] 李恒年. 地球静止卫星轨道与共位控制技术 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2010.
- [8] ESA Space Debris Office. ESA's Annual Space Environment Report [R]. Germany: European Space Operations Centre, 2017.
- [9] 程昊文,汤靖师,刘静,等. 大面质比空间碎片在太阳光压和引力作用下的轨道演化 [J]. 空间科学学报, 2013, 33

- (2): 182-187.
- [10] Christopher S. Modeling of the optical observations of a geosynchronous fragmentation event [J]. *Acta Astronautica*, 2007, 60 (8-9): 752-762.
- [11] 王海福, 冯顺山, 刘有英. 空间碎片导论 [M]. 北京: 科学出版社, 2010.
- [12] 白显宗. 空间目标碰撞预警中的碰撞概率问题研究 [D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2008.
- [13] Krisko P H. Long-term orbital environment modeling using EVOLVE 4. 0 [A]. 38th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit [C]. America: AIAA, 2000.
- [14] Liou J C, Hall D T, Krisko P H, Opiela J N. LEGEND-A three-dimensional LEO-to-GEO debris evolutionary model [J]. *Space Debris*, 2004, 34 (5): 981-986.
- [15] Martin C, Walker R, Klinkrad H. The sensitivity of the ESA DELTA model [J]. *Adv. Space Res.* 2004, 34 (5) 969-974.
- [16] Lewis H G, Swinerd G G, Williams N, Gittins G. Damage: A dedicated geo debris model framework [A]. *Proceedings of the 3rd European Conference on Space Debris* [C]. 2001; ESA SP 473.
- [17] Rossi A, Anselmo L, Pardini C, Jehn R, Valsecchi, The new space debris mitigation (SDM 4. 0) long term evolution code [A]. *Fifth European Conference on Space Debris* [C]. ESA/ESOC, 2009.
- [18] Dolado J C, Perez R, Costanzo D, Revelin B, Introducing MEDEE—a new orbital debris evolutionary model [A]. *Proceedings of the 6th European Conference on Space Debris* [C]. 2013; ESASP-723.
- [19] Radtke J, Stoll E. Comparing long-term projections of the space debris environment to real world data—Looking back to 1990 [J] *Acta Astronautica*, 2016, 127: 482-490.
- [20] Martin C, Lewis H, Walker R. Studying the MEO&GEO space debris environment with the Integrated Debris Evolution Suite (IDES) model [J]. *Space Debris*, 2001.
- [21] 王若璞. 空间碎片环境模型研究 [D]. 郑州: 信息工程大学, 2010.
- [22] Lewis H G, Swinerd G, Williams N, et al. Damage: A dedicated GEO debris model framework [A]. *Proceedings of the third European Conference on Space Debris, Vols 1 and 2* [C]. 2001, 473: 373-378.
- [23] Lewis H G, Horbury T. Implications of Prolonged Solar Minimum Conditions for the Space Debris Population [A]. *6th European Conference on Space Debris* [C]. 2013.
- [24] Johnson N L. NASA's new breakup model of evolve 4. 0 [J]. *Advances in Space Research*, 2001, 28 (9): 1377-1384.
- [25] 沈怀荣, 王卫杰, 李怡勇, 邵琼玲. 航天器空间撞击建模与分析 [M]. 北京: 科学出版社, 2014.
- [26] Chafer F, Quarti M, Roll M, et al. Fragmentation studies of simple cubic structures at Fraunhofer EMI [A]. *The 6th European Conference on Space Debris* [C]. Darmstadt, Germany, April 22-25, 2013.
- [27] 柳 森, 兰胜威, 李 毅, 等. 航天器解体模型研究综述 [J]. *宇航学报*, 2010, 31 (1): 14-23.
- [28] 兰胜威, 柳 森, 李 毅, 等. 航天器解体模型研究的新进展 [J]. *实验流体力学*, 2014, 28 (2): 73-79.
- [29] 兰胜威, 柳 森, 任磊生, 等. 航天器碰撞解体碎片分析软件 SFA2.0 及其应用 [J]. *航天器环境工程*, 2016, 33 (5): 463-469.
- [30] 王东方. 空间碎片环境预测算法研究 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2014.
- [31] 彭科科. 近地轨道空间碎片环境工程模型建模技术研究 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2015.
- [32] 张斌斌, 王兆魁, 张育林. 空间物体解体碎片云的长期演化建模与分析 [J]. *中国空间科学技术*, 2016, 36 (4): 1-8.
- [33] 李怡勇, 深怀荣, 李 智, 等. 航天器撞击解体碎片的短期危险评估 [J]. *宇航学报*, 2010, 31 (4): 1231-1236.
- [34] 李怡勇, 李 智, 沈怀荣. 地球静止轨道卫星撞击解体的数值模拟 [J]. *上海航天*, 2011, 28 (4): 47-50.
- [35] 周宵灯, 崔村燕, 赵蓓蕾, 等. 卫星爆炸碎片产生过程与影响因素的数值分析 [J]. *兵器装备工程学报*, 2018, 39 (5): 196-200.
- [36] 齐 跃, 李怡勇, 来嘉哲. 航天器碰撞解体模型分析比较 [J]. *兵工自动化*, 2018, 37 (2): 74-77.
- [37] 霍俞蓉. 空间碎片接近分析与碰撞概率计算方法研究 [D]. 北京: 装备学院, 2017.
- [38] Hoots F R, Roehrich R L. Models for propagation of NORAD element sets [R]. *Aerospace Defense Command Peterson AFB Co-office of Astrodynamics*, 1980.
- [39] Hoots F R, Schumacher Jr P W, Glover R A. History of analytical orbit modeling in the US space surveillance system [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2004, 27 (2): 174-185.
- [40] Vallado D, Crawford P, Hujsak R, et al. Revisiting space track report # 3 [A]. *AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference and Exhibit* [C]. 2006; 6753.
- [41] 尚树喜. 空间碎片轨道预报筛选策略研究 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2006.
- [42] Vallado D A. An analysis of state vector propagation using differing flight dynamics programs [A]. *AAS/AIAA Space Flight Mechanics Conference* [C]. Copper Mountain, Colorado, 2005.
- [43] Fonte J D, Neta B, Sabol C, et al. Comparison of Orbit Propagators in the Research and Development Goddard Trajectory Determination System (R & D GTDS). Part 1. Simulated Data [R]. *NAVAL Postgraduate School Monterey Cadept of Mathematics*, 1995.
- [44] Cefola P J. A Recursive Formulation for the Tesseral Disturbing Function in Equinoctial Variables [A]. *AIAA and AAS, Astrodynamics Conference* [C]. 1976.
- [45] Cefola P J. Equinoctial Orbit Elements; Application to Artificial Satellite Orbits [A]. *AIAA and AAS, Astrodynamics Conference* [C]. 1972.