

离散 Markov 跳变系统事件触发 H_∞ 量化输出反馈控制

张婷婷, 高金凤, 李嘉豪

(浙江理工大学 机械与自动控制学院, 杭州 310018)

摘要: 主要考虑了基于事件触发机制的离散 Markov 跳变系统的量化 H_∞ 输出反馈控制问题, 对系统的建模、稳定性分析、控制器设计等三个方面进行了研究; 首先, 提出了事件触发通信机制来确定当前采样数据是否能够传输到控制器当中; 其次, 在传感器与控制器之间引入对数量化器, 利用扇形有界方法, 量化采样数据达到降低网络中的数据速率的目的; 接下来, 考虑网络诱导时延建立一种具有外部扰动的 Markov 跳变时滞系统; 构造 Lyapunov-Krasovskii 泛函, 利用线性矩阵不等式 (LMIs) 得到使闭环系统渐近稳定且满足 H_∞ 性能指标的充分条件, 在此基础上设计相应的输出反馈控制器; 最后通过数值仿真来证明本文所提方法的有效性。

关键词: 离散 Markov 跳变系统; 事件触发机制; 量化; 输出反馈控制; 网络控制系统

Event-triggered H_∞ Output Feedback Control for Discrete Markov Jump Systems with Quantization

Zhang Tingting, Gao Jinfeng, Li Jiahao

(School of Mechanical Engineering and Automation, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018, China)

Abstract: The problem of event-triggered H_∞ output feedback control for a class of discrete Markov jump systems with quantization is investigated. The three aspects of system modeling, stability analysis and controller design are studied respectively. Firstly, an event-triggered communication mechanism is proposed to determine whether the sampled data can be transmitted to the controller. Secondly, a quantizer is introduced between the sensor and the controller. Sector bound approach is used to quantify the sampled data, which can reduce the data transmission rate in the network. Next, through the analysis of network induced delay, a Markov jump time-delay system with external disturbances is established. The Lyapunov-Krasovskii functional is constructed. And the sufficient conditions in terms of linear matrix inequalities (LMIs) for the closed-loop system to be asymptotically stable with a prescribed H_∞ performance index are obtained. The corresponding output feedback controller is also designed. Finally, a numerical example is given to demonstrate the effectiveness of the proposed method.

Keywords: discrete Markov jump systems; event-triggered communication mechanism; quantization; output feedback; networked control systems (NCSs)

0 引言

Markov 跳变系统作为一类特殊的随机混杂系统, 不同模式之间可以通过 Markov 链来进行转移。由于此特性, 在过去的几年中 Markov 跳变系统得到了学者们广泛的研究^[1-2], 其中包括稳定性分析以及控制器设计等。

随着计算机和网络技术的发展, 通信模式由传统的点对点方式转变为智能网络方式, 网络控制系统 (network control systems, NCSs) 应运而生, NCSs 相比较于以往的控制具有低成本、方便安装与维护等等优点。NCSs 是通过数字通信网络将被控对象、传感器、控制器以及执行器等控制节

点连接起来的闭环控制系统。但是, 由于网络带宽的有限性带来了许多诸如数据包丢失、时延、量化误差等新的问题, 针对这些问题在过去的几年中出现了大量的研究成果^[3]。事件触发机制能够有效的避免网络化控制系统因占用大量网络资源而引起的问题因此得到了广泛的研究^[4]。何为事件触发机制, 即只有当采样数据满足一定条件时才能继续传输下去。相比于传统的周期触发方式, 事件触发能够有效地节约网络资源。近年来, 学者们提出了不同的事件触发机制来尽可能的最小化通信资源的使用。文献[5]研究了具有状态和输入双重量化的网络化奇异系统的事件触发 H_∞ 控制问题且进一步设计了状态反馈控制器。文献[6]解决了具有分组丢失的事件触发的 (NCSs) 的量化稳定的问题, 同样的这篇文章设计的也是状态反馈控制器。然而, 状态反馈控制器要求所有状态变量都是可观测的, 这在实际工程中很难实现, 因此输出反馈的研究随之产生。文献[7]针对 Markov 跳变系统, 在测量输出量化的情况下研究了事件触发 H_∞ 输出反馈控制问题。Peng 等^[8]研究了非均匀采样网络控制系统的事件

收稿日期: 2018-09-05; 修回日期: 2018-10-22。

基金项目: 国家自然科学基金项目(61374083)。

作者简介: 张婷婷(1992-), 女, 浙江台州人, 硕士研究生, 主要从事网络化控制系统方向的研究。E-mail: 1198917961@qq.com。

通讯作者: 高金凤(1978-), 女, 安徽合肥人, 教授, 硕士生导师, 主要从事网络化控制系统方向的研究。

触发 H_∞ 输出反馈控制。上述两篇文章都设计了输出反馈控制器但都是针对连续系统而言的。就目前现有的研究成果来看, 有关离散 Markov 跳变系统的事件触发机制的研究并不多。

另一种解决网络带宽有限所带来的问题的方法即为量化, 在通过有限的通信信道发送信号之前量化信号是不可避免的。因此, 有关控制信号量化方面的问题引起了学者们广泛的研究。Xiao 等^[9]讨论了单输入 Markov 跳变线性系统的模态依赖量化状态反馈镇定问题。上述文章考虑了控制器与执行器之间的量化情况, 在实际过程中传感器对被控对象采样的控制信号同样需要量化。

近几年来, 关于离散 Markov 跳变系统的研究不断深入。文献[10]研究了具有网络诱导延迟的离散 Markov 跳变系统基于事件触发的 H_∞ 滤波问题。Rasool 等^[11]研究了具有自适应量化密度或有限信息的离散系统鲁棒 H_∞ 输出反馈控制器设计。到目前为止, 将离散 Markov 跳变系统和事件触发机制结合的研究成果较少。

综上所述, 本文研究基于事件触发机制的离散 Markov 跳变系统量化 H_∞ 输出反馈控制。主要工作如下: (1) 为了减小网络带宽所带来的影响, 引入事件发生器和量化器; (2) 结合离散 Markov 跳变系统, 建立了将事件触发方案, 网络诱导时延, 量化结合起来的统一系统模型; (3) 使用 Jensen 不等式降低系统保守性, 从而获得保证系统渐近稳定且满足 H_∞ 性能指标的充分条件并设计了输出反馈控制器。

注释 1: \mathbf{R}^n 和 $\mathbf{R}^{n \times m}$ 分别表示 n 维的欧氏空间和 $n \times m$ 阶实矩阵集合, 上标 T 和 -1 分别表示向量或矩阵的换位和矩阵逆。符号 $P > 0$ 表示 P 是实对称正定。 \mathbf{I} 和 0 分别表示单位矩阵和零矩阵。 $diag\{\dots\}$ 表示对角矩阵。此外, 使用 $*$ 表示对称矩阵的对称项。

1 问题描述

1.1 系统描述

考虑如下所示线性离散 Markov 跳变系统:

$$\begin{cases} x(k+1) = A(r_k)x(k) + B(r_k)u(k) + B_w(r_k)\omega(k) \\ y(k) = C_1(r_k)x(k) \\ z(k) = C_2(r_k)x(k) + D(r_k)u(k) \end{cases} \quad (1)$$

其中 $x(k) \in \mathbf{R}^n, y(k) \in \mathbf{R}^m, u(k) \in \mathbf{R}^w, z(k) \in \mathbf{R}^p$ 分别表示状态向量, 测量输出, 控制输入, 控制输出, $\omega(k) \in \mathbf{R}^r$ 表示服从于 $L_2 \in [0, \infty)$ 的外部扰动。 $A(r_k), B(r_k), B_w(r_k), C_1(r_k), C_2(r_k), D(r_k)$, 为与 r_k 相关的且有着适当维数的常数矩阵, 系统模态 r_k 是随着 k 在有限集 $S = \{1, 2, 3 \dots N\}$ 中取值的 Markov 随机过程。 π_{ij} 表示从模态 i 跳变到模态 j 且满足以下条件:

$$P_r(r_{k+1} = j \mid r_k = i) = \pi_{ij} \quad (2)$$

其中: $\pi_{ij} \geq 0, \forall i, j \in S, \sum_{j=1}^N \pi_{ij}$, 概率转移矩阵表示如下:

$$\begin{bmatrix} \pi_{11} & \cdots & \pi_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \pi_{N1} & \cdots & \pi_{NN} \end{bmatrix}$$

为了方便书写, 当 $r_k = i$ 时, 将 $A(r_k), B(r_k), B_w(r_k), C_1(r_k),$

$C_2(r_k), D(r_k)$, 分别记为 $A_i, B_i, B_{wi}, C_{1i}, C_{2i}, D_i$ 。

假设 1: 在系统的两个通道里都存在网络通信时延。其中, 传感器与控制器之间的时延为 $\tau_s(k)$, 控制器与执行器之间的时延为 $\tau_w(k)$, 总的时延为 $\tau(k) = \tau_s(k) + \tau_w(k)$ 且 $\tau(k) \in [\tau_m, \tau_M]$ 。

假设 2: 传感器是时间驱动, 控制器、执行器和量化器均为事件驱动。通信网络中的数据是单包传输, 且没有数据包的丢失。

1.2 基于事件触发机制的系统模型

为了减少网络通信负担且保证系统性能, 我们在传感器和控制器之间引入事件发生器。与文献[12]类似, 当前采样数据 $y(k)$ 会马上传输到事件发生器, 最新的信息能否传输到控制器取决于以下条件:

$$[y(k) - y(s_l)]^T \Phi_i [y(k) - y(s_l)] > \sigma_i y^T(k) \Phi_i y(k) \quad (3)$$

其中: $\Phi_i \in \mathbf{R}^m$ 为待设计的正定加权对称矩阵, $k \in \mathbf{N}, s_l \in \mathbf{N}, \sigma_i \in [0, 1)$ 。 $y(k), y(s_l)$ 分别表示当前采样数据和最新传输数据。如果采样数据满足 (3), 那么数据将会传输到控制器当中。

网络诱导时延为 τ_k 且 $\tau_k \in [0, \bar{\tau}]$, $\bar{\tau}$ 为时延上界, 事件发生器的信号 $y(s_l)$ 传输到控制器的时间为 $s_l + \tau_{s_l}$ 。为了方便之后的分析, 根据文献[13]使用相似的方法, 系统可以转化为一个等价的 Markov 时延系统。

当 $s_l + 1 + \bar{\tau} < s_{l+1} + \tau_{s_{l+1}} - 1$ 时, 考虑一下分区:

$$[s_l + \tau_{s_l}, s_l + \bar{\tau}], [s_l + \bar{\tau} + r, s_l + \bar{\tau} + r + 1]$$

其中: $r \in \mathbf{Z}_+$ 且明显可以看出存在一个正整数 m 使得: $s_l + \bar{\tau} + m < s_{l+1} + \tau_{s_{l+1}} - 1 < s_l + \bar{\tau} + m + 1$ 且 $y(s_l), y(s_l + r) (r = 1, 2, \dots, m)$ 满足:

$$[y(s_l + r) - y(s_l)]^T \Phi_i [y(s_l + r) - y(s_l)] > \sigma_i y^T(s_l + r) \Phi_i y(s_l + r)$$

综上所述我们将 $[s_l + \tau_{s_l}, s_{l+1} + \tau_{s_{l+1}} - 1]$ 分成以下几段:

$$\begin{cases} \Omega_1 = [s_l + \tau_{s_l}, s_l + 1 + \bar{\tau}] \\ \Omega_2 = [s_l + \bar{\tau} + r, s_l + \bar{\tau} + r], r = 1, 2, \dots, m \\ \Omega_3 = [s_l + \bar{\tau} + m, s_{l+1} + \tau_{s_{l+1}} - 1] \end{cases} \quad (4)$$

定义:

$$\tau(k) = \begin{cases} k - s_l, k \in \Omega_1 \\ k - s_l - r, k \in \Omega_2 \\ k - s_l - m, k \in \Omega_3 \end{cases} \quad (5)$$

可以明显得到 $\tau_s \leq \tau(k) \leq 1 + \bar{\tau} = \tau_M$

接着定义误差向量:

$$e_i(k) = \begin{cases} 0, k \in \Omega_1 \\ x(s_l + r) - x(s_l), k \in \Omega_2 \\ x(s_l + m) - x(s_l), k \in \Omega_3 \end{cases} \quad (6)$$

根据 (3) - (6), 当 $k \in [s_l + \tau_{s_l}, s_{l+1} + \tau_{s_{l+1}} - 1]$ 时有: $e_i^T(k) C_{1i}^T \Phi_i C_{1i} e_i(k) \leq \sigma_i x^T(k - \tau(k)) C_{1i}^T \Phi_i C_{1i} x(k - \tau(k))$ (7)

为了进一步减少通信负担, 在传感器与控制器之间引入对量化器 $f_i(\cdot)$, 假设不同模态的量化器相同因此记 $f_i(\cdot) = f(\cdot)$ 。量化器 $f(\cdot)$ 定义为 $f(y) = [f_1(y_1)$

$f_2(y_2) \cdots f_n(y_n)]^T$, 对数量化器 $f_s(y_s)$ ($s=1, 2, \dots, n$) 定义如下:

$$f_s(y_s) = \begin{cases} u_i^{(s)}, & \text{if } \frac{1}{1+\delta_f} u_i^{(s)} < y_s \leq \frac{1}{1-\delta_f} u_i^{(s)}, y_s > 0 \\ 0, & \text{if } y_s = 0 \\ -f_s(-y_s), & \text{if } y_s < 0 \end{cases} \quad (8)$$

其中: $\delta_f = \frac{1-\rho_f}{1+\rho_f}, 0 < \rho_f < 1$ 。 ρ_f 为量化密度且是一个给定值。利用^{[14][14]}的类似方法定义 $U_s = \{\pm u_i^{(s)}, u_i^{(s)} = \rho_f^l u_0^{(s)}, l = \pm 1, \pm 2, \dots\} \cup \{u_0^{(s)}\} \cup \{0\}, u_0^{(s)} > 0$ 。紧接着定义 $\Delta_f = \text{diag}\{\Delta_{f_1}, \Delta_{f_2}, \dots, \Delta_{f_n}\}$, 其中 $\Delta_f \in [-\delta_f, \delta_f], s = 1, 2, \dots, n$ 。那么, 根据^[15]扇形有界的方法 $\bar{y}(k)$ 可以表示为:

$$\bar{y}(k) = (I + \Delta_f)y(s_f) \quad (9)$$

设计静态输出反馈控制器为:

$$u(k) = K\bar{y}(k) \quad (10)$$

结合 (6) ~ (10) 可以得到:

$$u(k) = K\bar{y}(k) = K_i(I + \Delta_f)C_{1i}[x(k - \tau(k)) - e_i(k)] \quad (11)$$

将 (11) 代入 (1) 中, 得到以下闭环控制系统:

$$\begin{cases} x(k+1) = A_i x(k) + B_i K_i (I + \Delta_f) C_{1i} x(k - \tau(k)) \\ \quad - B_i K_i (I + \Delta_f) C_{1i} e_i(k) + B_{wi} \omega(k) \\ z(k) = C_{2i} x(k) + D_i K_i (I + \Delta_f) C_{1i} x(k - \tau(k)) \\ \quad - D_i K_i (I + \Delta_f) C_{1i} e_i(k) \end{cases} \quad (12)$$

在本节结束之前, 我们给出了系统随机稳定和 H_∞ 性能指标的定义以及一些重要的引理。

定义 1: 当外界扰动 $\omega(k) = 0$ 时, 对任意初始条件, 系统 (12) 满足:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} E\{\|x(k)\|^2\} = 0 \quad (13)$$

那么, 系统 (12) 是渐近稳定的。

定义 2: 对于任意 $\omega(k) \neq 0, \omega(k) \in L_2[0, \infty)$, 在零初始条件下, 控制器输出 $z(k)$ 满足:

$$E\{\|z(k)\|_2 < \|\omega(k)\|_2\} \quad (14)$$

则系统 (12) 是渐近稳定的且 H_∞ 性能指标 $\gamma > 0$ 。

引理 1^[16]: 对于任意实数 ρ , 矩阵 $R > 0, X^T = X$ 满足以下不等式:

$$-XR^{-1}X \leq \rho^2 R - 2\rho X$$

引理 2^[17]: 对于给定的对称矩阵 E_1 和任意适当维数的矩阵 E_2, E_3 , 那么:

$$E_1 + E_2 \Delta(k) E_3 + E_3^T \Delta^T(k) E_2^T < 0$$

对于所有满足 $\Delta^T(k) \Delta(k) \leq I$ 的 $\Delta(k)$, 当且仅当存在 $\epsilon > 0$ 时, 使得以下式子成立:

$$E_1 + \epsilon^{-1} E_2 E_2^T + \epsilon E_3^T E_3 < 0$$

引理 3^[18]: 对于任意正定矩阵 $M \in \mathbf{R}^{n \times n}$, 标量 $d_1, d_2 \in \mathbf{Z}(d_1 \leq d_2)$, 向量 $w(k) \in \mathbf{R}^n, k \in [d_1, d_2]$, 则有如下不等式成立:

$$\left(\sum_{i=d_1}^{d_2} w(i)^T\right) M \left(\sum_{i=d_1}^{d_2} w(i)\right) \leq (d_2 - d_1 + 1)$$

$$\left(\sum_{i=d_1}^{d_2} w(i)^T M w(i)\right)$$

2 主要结果

基于上节建立的离散 Markov 跳变时延系统模型, 本节将给出闭环系统 (12) 的稳定性分析和控制器设计结论。

2.1 稳定性分析

以下将给出系统 (12) 渐近稳定的一个判据定理 1, 为接下来的控制器设计提供理论基础。

定理 1 对于给定标量 $\gamma > 0, \tau_M, \tau_m$, 增益矩阵 K_i 以及触发系数 $0 \leq \sigma_i < 1$, 如果存在正定对称矩阵 $P_i > 0, Q_1 > 0, Q_2 > 0, R_1 > 0, R_2 > 0, \Phi_i > 0 (i \in S)$, 满足以下线性矩阵不等式:

$$\Theta = \begin{bmatrix} \Theta & 0 & \Gamma_1^T P_i & \tau_M \Gamma_2^T R_1 & d \Gamma_2^T R_2 & \Gamma_3^T \\ * & -\gamma^2 I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -P_i & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -R_1 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -R_2 & 0 \\ * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (15)$$

$$\sum_{j=1}^N \pi_{ij} P_j \leq P_i \quad (16)$$

其中:

$$\Theta = \begin{bmatrix} \Lambda_{11} & R_1 & 0 & 0 & 0 \\ * & \Lambda_{22} & R_1 + R_2 & R_2 & 0 \\ * & * & \Lambda_{33} & 0 & 0 \\ * & * & * & \Lambda_{44} & 0 \\ * & * & * & * & -C_{1i}^T \Phi_i C_{1i} \end{bmatrix}$$

$$\Lambda_{11} = -P_i + Q_1 + Q_2 - R_1$$

$$\Lambda_{22} = -2R_1 - 2R_2 + \sigma_i C_{1i}^T \Phi_i C_{1i}$$

$$\Lambda_{33} = -Q_1 - R_1 - R_2, \Lambda_{44} = -Q_2 - R_2 \Gamma_1 =$$

$$[A_i \quad B_i(K_i + K_{\Delta_f})C_{1i} \quad 0 \quad 0 \quad B_i(K_i + K_{\Delta_f})C_{1i} \quad B_{wi}]$$

$$\Gamma_2 = [A_i - I \quad B_i(K_i + K_{\Delta_f})C_{1i} \quad 0 \quad 0 \quad B_i(K_i + K_{\Delta_f})C_{1i} \quad B_{wi}]$$

$$\Gamma_3 = [C_{2i} \quad D_i(K_i + K_{\Delta_f})C_{1i} \quad 0 \quad 0 \quad -D_i(K_i + K_{\Delta_f})C_{1i} \quad 0] d = \tau_M - \tau_m$$

有限集 $S = \{1, 2, 3, \dots, N\}$ 。

那么, 闭环系统 (12) 是渐近稳定的且具有 H_∞ 性能指标 $\gamma > 0$ (此处直接写 gamma 即可, 不用强调大于 0)。

证明: 针对系统 (12), 构造如下所示的 Lyapunov-Krasovskii 泛函:

$$V(k) = V_1(k) + V_2(k) + V_3(k) + V_4(k) + V_5(k) \quad (17)$$

其中:

$$V_1(k) = x^T(k) P_i x(k)$$

$$V_2(k) = \sum_{s=k-\tau_M}^{k-1} x^T(s) Q_1 x(s)$$

$$V_3(k) = \sum_{s=k-\tau_m}^{k-1} x^T(s) Q_2 x(s)$$

$$V_4(k) = \tau_M \sum_{s=k-\tau_M+1}^k \sum_{l=k+s-1}^{k-1} \eta^T(l) R_1 \eta(l)$$

$$V_5(k) = (\tau_M - \tau_m) \sum_{s=-\tau_m+1}^{-\tau} \sum_{l=k+s-1}^{k-1} \eta^T(l) R_2 \eta(l)$$

$$\eta(l) = x(l+1) - x(l)$$

当外部扰动 $\omega(k) = 0$ 时, 求 $\Delta V(k)$ 。

$$E\{\Delta V_1(k)\} = E\{x^T(k+1) \sum_{j=1}^N \pi_j P_j x(k+1) - x^T(k) P x(k)\}$$

$$E\{\Delta V_2(k)\} = E\{x^T(k) Q_1 x(k) - x^T(k - \tau_M) Q_1 x(k - \tau_M)\}$$

$$E\{\Delta V_3(k)\} = E\{x^T(k) Q_2 x(k) - x^T(k - \tau_m) Q_2 x(k - \tau_m)\}$$

$$E\{\Delta V_4(k)\} = E\{x^T(k) R_1 \eta(k) - \tau_M \sum_{l=k-\tau_m}^{k-1} \eta^T(l) R_1 \eta(l)\}$$

$$E\{\Delta V_5(k)\} = E\{(\tau_M - \tau_m)^2 \eta^T(k) R_1 \eta(k) - (\tau_M - \tau_m) \sum_{l=k-\tau_m}^{k-1} \eta^T(l) R_1 \eta(l)\}$$

利用引理 3 的 Jenson 不等式可以得到:

$$E\{\Delta V(k)\} \leq \xi^T(k) \sum \xi(k)$$

其中:

$$\xi^T(k) = [x^T(k) \quad x^T(k - \tau(k)) \quad x^T(k - \tau_M) \quad x^T(k - \tau_m) \quad e^T(k) \quad \omega^T(k)]$$

$$\sum = \Theta + \Gamma^T P \Gamma + \tau_M^2 (\Gamma - \hat{I})^T R_1 (\Gamma - \hat{I}) + (\tau_M - \tau_m)^2 (\Gamma - \hat{I})^T R_2 (\Gamma - \hat{I})$$

$$\hat{I} = [I \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$\Gamma = [A_i \quad B_i(K_i + K_i \Delta_f) C_{1i} \quad 0 \quad 0 \quad B_i(K_i + K_i \Delta_f) C_{1i} \quad 0]$$

根据 Schur 补引理可得如果 (15) ~ (16) 成立, 那么系统 (12) 是渐近稳定的。

接下来证明系统 (12) 的 H_∞ 性能, 当 $\omega(k) \neq 0$ 时, 可得:

$$E\{\Delta V(k)\} = E\{\Delta V(k)\} + z^T(k) z(k) - \gamma^2 \omega^T(k) \omega(k) - z^T(k) z(k) + \gamma^2 \omega^T(k) \omega(k) = \xi^T(k) \Psi \xi(k) - z^T(k) z(k) + \gamma^2 \omega^T(k) \omega(k)$$

其中:

$$z^T(k) z(k) = \xi^T(k) \Gamma_3^T \Gamma_3 \xi(k)$$

$$\Psi = \Theta + \Gamma_1^T P \Gamma_1 + \tau_M^2 \Gamma_2^T R_1 \Gamma_2 + (\tau_M - \tau_m)^2 \Gamma_2^T R_2 \Gamma_2 + \Gamma_3^T \Gamma_3 - \gamma^2 \omega^T(k) \omega(k)$$

根据 Schur 补引理可得 (15) 保证 $\Psi < 0$, 因此如果 (15) ~ (16) 成立, 那么系统 (12) 是渐近稳定的且具有 H_∞ 性能指标 $\gamma > 0$ 。证毕。

注释 2: 在证明定理 1 的过程中, 通过使用 Jenson 不等式得到是线性系统渐近稳定的充分条件并且降低系统的保守性。在现有的文献中为了降低系统的保守性常常引入适当维数的自由矩阵, 虽然此方法能够达到所需的效果可是却大大增加了计算的复杂度而 Jenson 不等式则可以有效的避免这个问题。

2.2 控制器设计

在定理 1 的基础上, 我们设计了输出反馈控制器使得系统 (12) 渐近稳定。以下给出了具体控制器的设计方法。

定理 2 对于给定参数 $\gamma > 0, \tau_m, \tau_M, 0 \leq \sigma_i < 1, \epsilon, s_i$ 是一个足够小的正标量以及静态增益矩阵 $K_i = Z_i Y_i^{-1}$, 如果存在正

定对称矩阵 $\bar{P}_i > 0, q_1 > 0, q_2 > 0, \bar{R}_1 > 0, \bar{R}_2 > 0, \bar{\Phi}_i > 0 (i \in S)$ 满足以下线性矩阵不等式:

$$\begin{bmatrix} \bar{\Xi}_{11} & \bar{\Xi}_{12} & \bar{\Xi}_{13} \\ * & -\epsilon I & 0 \\ * & * & -\epsilon I \end{bmatrix} < 0 \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} \pi_{ii} M_i & \alpha_i \\ * & \beta_i \end{bmatrix} < M_i \quad (19)$$

$$s_i \rightarrow 0, \begin{bmatrix} -s_i I & (Y_i C_{1i} - C_{1i} M_i)^T \\ * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (20)$$

其中:

$$\bar{\Xi}_{11} = \begin{bmatrix} \bar{\Theta} & 0 & \Pi_{13} & \tau_M \Pi_{14} & d\Pi_{14} & \Pi_{16} \\ * & -\gamma^2 I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -M_i & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & \bar{R}_1 - 2M_i & 0 & 0 \\ * & * & * & * & \bar{R}_2 - 2M_i & 0 \\ * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix}$$

$$\bar{\Theta} = \begin{bmatrix} \bar{\Lambda}_{11} & \bar{R}_1 & 0 & 0 & 0 \\ * & \bar{\Lambda}_{22} & \bar{R}_1 + \bar{R}_2 & \bar{R}_2 & 0 \\ * & * & \bar{\Lambda}_{33} & 0 & 0 \\ * & * & * & \bar{\Lambda}_{44} & 0 \\ * & * & * & * & -\bar{\Phi}_i \end{bmatrix}$$

$$\bar{\Xi}_{12} = [0 \quad 0 \quad \delta B_i^T \quad \delta B_i^T \quad \delta B_i^T \quad \delta B_i^T]^T$$

$$\Pi_{13} = [A_i M_i \quad B_i Z_i C_{1i} \quad 0 \quad 0 \quad B_i Z_i C_{1i} \quad B_{\omega i}]$$

$$\Pi_{14} = [(A_i - D) M_i \quad B_i Z_i C_{1i} \quad 0 \quad 0 \quad B_i Z_i C_{1i} \quad B_{\omega i}]$$

$$\Pi_{16} = [C_{2i} M_i \quad D_i Z_i C_{1i} \quad 0 \quad 0 \quad -D_i Z_i C_{1i} \quad 0]$$

$$\bar{\Lambda}_{11} = -M_i + q_1 + q_2 - \bar{R}_1, \bar{\Lambda}_{22} = -2\bar{R}_1 - 2\bar{R}_2 + \sigma_i \bar{\Phi}_i$$

$$\bar{\Lambda}_{33} = -q_1 - \bar{R}_1 - \bar{R}_2, \bar{\Lambda}_{44} = -q_2 - \bar{R}_2$$

$$\alpha_i = [M_i \quad \sqrt{\pi_{i,1}} \cdots, M_i \quad \sqrt{\pi_{i,i-1}} \cdots, M_i \quad \sqrt{\pi_{i,i+1}} \cdots, M_i \quad \sqrt{\pi_{i,N}}]$$

$$\beta_i = \text{diag}\{-M_1, \dots, -M_{i-1}, -M_{i+1}, \dots, -M_N\}$$

那么, 闭环系统 (12) 是渐近稳定的且具有 H_∞ 性能指标 $\gamma > 0$ 。

证明: 矩阵不等式 (15) 等价于:

$$\hat{\Xi} + H_{\tau} \Delta_f H_C + H_C^T \Delta_f H_B^T < 0 \quad (21)$$

其中:

$$H_C = \begin{bmatrix} 0 & K_i C_{1i} & 0 & 0 & K_i C_{1i} & 0 \cdots 0 \\ & & & & & \underbrace{\hspace{2cm}}_5 \end{bmatrix}$$

$$H_B^T = \begin{bmatrix} 0 \cdots 0 & 0 & B_i^T P_i & B_i^T R_1 & B_i^T R_2 & D_i^T \\ \underbrace{\hspace{2cm}}_5 & & & & & \end{bmatrix}$$

$$\hat{\Xi} = \begin{bmatrix} \Theta & 0 & \hat{\Gamma}_1^T P_i & \tau_M \hat{\Gamma}_2^T R_1 & d\hat{\Gamma}_2^T R_2 & \hat{\Gamma}_3^T \\ * & -\gamma^2 I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -P_i & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -R_1 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -R_2 & 0 \\ * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix}$$

$$\hat{\Gamma}_1 = [A_i \quad B_i K_i C_{1i} \quad 0 \quad 0 \quad B_i K_i C_{1i} \quad B_{\omega i}]$$

$$\hat{\Gamma}_2 = [A_i - I \quad B_i K_i C_{1i} \quad 0 \quad 0 \quad B_i K_i C_{1i} \quad B_{wi}]$$

$$\hat{\Gamma}_3 = [C_{2i} \quad D_i K_i C_{1i} \quad 0 \quad 0 \quad -D_i K_i C_{1i} \quad 0]$$

注释 3: 由于 Δ_f 为不确定项因此无法使用 Matlab 当中的

LMI 工具箱进行求解, 所以需对其进行转换具体方法如下:

利用引理 2 可得, 存在实数 $\epsilon > 0$ 使得式 (21) 转变为以

下不等式:

$$\hat{\Xi} + \epsilon^{-1} H_B \Delta_f^2 H_B^T + \epsilon H_C^T H_C < 0 \quad (22)$$

其中 $\Delta_f^2 \leq \delta_f^2 I$.

$$\begin{bmatrix} \hat{\Xi} & \delta H_B & \epsilon H_C^T \\ * & -\epsilon I & 0 \\ * & * & -\epsilon I \end{bmatrix} < 0 \quad (23)$$

定义 $M_i = P_i^{-1}$, $M_i Q_1 M_i = \bar{q}_1$, $M_i Q_2 M_i = \bar{q}_2$, $M_i R_1 M_i = \bar{R}_1$, $M_i R_2 M_i = \bar{R}_2$, $M_i C_{1i}^T \Phi_i C_{1i} M_i = \bar{\Phi}_i$. 在不等式 (23) 左右乘以 $diag \{M_i, M_i, M_i, M_i, M_i, I, M_i, R_1^{-1}, R_2^{-1}, I, I, I\}$, 可以得到:

$$\begin{bmatrix} \tilde{\Xi}_{11} & \tilde{\Xi}_{12} & \tilde{\Xi}_{13} \\ * & -\epsilon I & 0 \\ * & * & -\epsilon I \end{bmatrix} < 0 \quad (24)$$

其中:

$$\tilde{\Xi}_{11} = \begin{bmatrix} \bar{\Theta} & 0 & M_i \hat{\Gamma}_1^T & \tau_m M_i \hat{\Gamma}_2^T & d M_i \hat{\Gamma}_2^T & M_i \hat{\Gamma}_3^T \\ * & -\gamma^2 I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -M_i & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -R_1^{-1} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -R_2^{-1} & 0 \\ * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix}$$

$$\tilde{\Xi}_{13} = [0 \quad \epsilon K_i C_{1i} M_i \quad 0 \quad 0 \quad \epsilon K_i C_{1i} M_i \quad 0]$$

首先, 由于 (24) 中 $-R_1^{-1}, M_i, -R_2^{-1}$ 同时存在, 为了方便得到输出反馈控制器利用引理 1 分别将其转化为 $\bar{R}_1 - 2M_i, \bar{R}_2 - 2M_i$. 其次, (24) 当中存在 $K_i C_{1i} M_i$ 这样的非线性项, 使用^[7]所提供的方法, 我们定义 $K_i = Z_i Y_i^{-1}, Y_i C_{1i} = C_{1i} M_i$. 因此可以很容易的得出不等式 (24) 等价于 (18).

由于 $Y_i C_{1i} = C_{1i} M_i$ 不是严格的不等式, 于是我们将其转化:

$$s_i \rightarrow 0, \begin{bmatrix} -s_i I & (Y_i C_{1i} - C_{1i} M_i)^T \\ * & -I \end{bmatrix} < 0.$$

接着, 将 (16) 左右同时乘以 M_i 可得:

$$\sum_{j=1}^N \pi_j M_i P_j M_i \leq M_i \quad (25)$$

利用 Schur 补引理可知 (25) 等价于 (19).

综上所述, 如果 (18) ~ (20) 成立, 那么系统 (12) 是渐近稳定的且具有 H_∞ 性能指标 $\gamma > 0$. 证毕.

注释 4: 在推导定理 2 的过程中, 最大的困难在于如何解决 $K_i C_{1i} M_i$ 这样的非线性项的问题. 在 Zha 等^[7]的启发下, 我们成功地克服了这个问题并且针对离散 Markov 跳变系统提出了一种新的静态输出反馈控制器设计方法.

注释 5: 近些年来, 尽管有一些文献已经提出了静态输出反馈控制^[19], 但很难用于即存在事件触发机制又带有量化

的离散 Markov 跳变系统. 定理 2 给出的新方法无疑对具有量化的网络化 Markov 跳变系统的事件触发输出反馈 H_∞ 控制器的设计是有效的.

3 数值仿真

假设系统 (12) 有两个模态描述如下:

模态 1:

$$A_1 = \begin{bmatrix} -0.4 & 0.7 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 1 \end{bmatrix}, B_{w1} = \begin{bmatrix} 1 \\ -0.2 \end{bmatrix},$$

$$C_{11} = [1 \quad 0.4], C_{21} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.2 \\ 0.2 & 0.3 \end{bmatrix}, D_1 = \begin{bmatrix} 0.6 \\ 0.2 \end{bmatrix}.$$

模态 2:

$$A_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0.6 \\ 0.8 & -1.5 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.2 \end{bmatrix}, B_{w1} = \begin{bmatrix} 0.3 \\ 0.1 \end{bmatrix},$$

$$C_{11} = [1 \quad -4], C_{21} = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.1 \\ -0.2 & 0.4 \end{bmatrix}, D_1 = \begin{bmatrix} -0.2 \\ 0.1 \end{bmatrix}.$$

状态转移矩阵为: $\begin{bmatrix} 0.3 & 0.7 \\ 0.8 & 0.2 \end{bmatrix}$. 假设初始条件为 $x(k) = [0 \quad 2.5]$, 外部扰动为:

$$\omega(k) = \begin{cases} 0.01 \sin(0.3k\pi) & k < 60 \\ 0 & k \geq 60 \end{cases}$$

针对该系统, 我们考虑以下情况. 对数量化器量化指标相同 $\delta = 0.1$, 给定最小时延 $\tau_m = 0.01$ 时. 根据定理 2 通过求解 LMIs 得到不同触发系数 σ_i 与最大时延 τ_m 的关系如表 1 所示, 从中我们可以容易地看出, 触发系数越 σ_i 大, 最大时延 τ_m 越小, 这表示系统时延减小, 但系统的性能下降.

表 1 不同触发系统下对应的最大时延

σ_i	τ_m
0.0	0.7992
0.1	0.7657
0.2	0.7253

当触发系数给定为 $\sigma_1 = \sigma_2 = 0.1$ 时, 可以得到不同量化指标 δ 与最大时延 τ_m 的关系如表 2 所示, 从中可以看出量化使得最大时延 τ_m 有所减小, 这也表明了本文提出的能够减小网络通信负载.

综上所述, 给定触发系数 $\sigma_1 = \sigma_2 = 0.1$, 最大时延 $\tau_m = 0.5$, 量化指标 $\delta = 0.1, \gamma = 4$ 通过定理 3 利用 LMI 工具箱得到以下数据:

表 2 不同量化指标下对应的最大时延

δ	τ_m
0.0	0.8143
0.1	0.7657
0.2	0.5109

输出反馈增益: $K_1 = 0.0539, K_2 = -0.2830$.

触发矩阵:

$$\Phi_1 = \begin{bmatrix} 0.2029 & -0.0103 \\ -0.0103 & 0.0795 \end{bmatrix}, \Phi_2 = \begin{bmatrix} 0.1174 & 0.1021 \\ 0.1021 & 0.0668 \end{bmatrix}$$

当初始条件为 $x(0) = [0 \ 2.5]^T$ 。图 1 给出一种可能的系统 (12) 在两种模式之间相互切换的情况, 图 2 为系统 (12) 的状态响应图, 可以很明显的看出虽然图像前半段稍有波动, 但系统在 14 秒时趋于稳定, 这意味着该系统是渐近稳定的且能够达到期望的控制性能。图 3 表示的是事件触发时刻与相邻两次触发时刻间的时间间隔, 可以看出, 本次仿真的采样次数为 300 次, 而图中只有 33 个触发点, 也就是说只有 33 个有效数据传输到控制器当中。因此, 本文所设计的方法能够有效地节约网络资源。

注释 6: Markov 跳变系统可以用来模拟许多具有突变特性的动态系统, 比如生化系统, 电力系统, 经济学系统以及网络控制系统等。近年来, 将事件触发机制与量化结合考虑的文章有很多, 例如文献[7]主要研究的是连续的 Markov 跳变系统, 就目前而言离散 Markov 跳变系统方面的研究还是有限的。这就更加说明了本文研究的必要性。在本文的仿真例子中, 网络时延和数据丢包存在于传感器、控制器以及执行器三者之间的信息传输通道中, 而我们将这些随机特性用 Markov 链来表示, 再结合事件触发和量化进而建立一个新的系统模型并对该模型进行仿真实验。

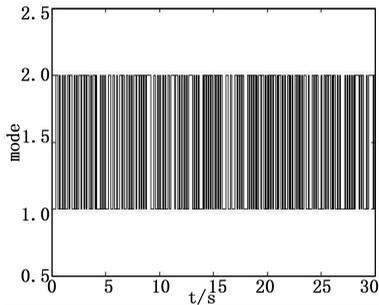


图 1 模态切换图

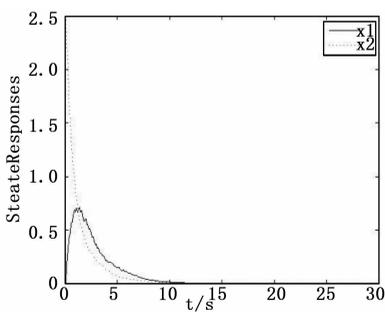


图 2 状态响应图

4 结束语

本文研究了基于事件触发机制的离散 Markov 跳变系统的量化 H_∞ 输出反馈控制。在考虑到网络带宽有限导致网络资源不合理利用地情况下, 引入了事件触发机制来决定采样信号能否传递。另一方面在传感器与控制器之间引入对量化器。在结合分析网络诱导时延的基础上, 将事件触发, 量化以及离散 Markov 跳变系统统一起来建立了一个新的系统模型。利用现有的数学方法得到使闭环系统渐近稳定且满足

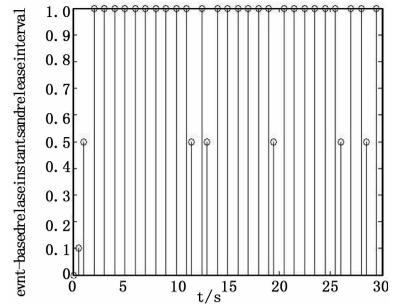


图 3 事件触发时刻图

H_∞ 性能指标的充分条件, 并在此基础上进一步设计了输出反馈控制器。最后通过仿真实例说明本文设计方法的有效性。

参考文献:

- [1] Chen Haifei, Gao Jinfeng, Shi Ting, et al. H_∞ control for networked control systems with time delay, data packet dropout and disorder [J]. Neurocomputing, 2016, 179: 211-218.
- [2] Cheng Jun, Park Ju H, Liu Yajuan, et al. Finite-time H_∞ fuzzy control of nonlinear Markovian jump delayed systems with partly uncertain transition descriptions [J]. Fuzzy Sets & Systems, 2017, 314: 99-115.
- [3] 张鹏, 宫占霞. 网络控制系统 H_∞ 指数稳定容错控制器的设计 [J]. 计算机测量与控制, 2016, 24 (2): 88-90.
- [4] Peng Chen, Yang Taicheng. Event-triggered communication and H_∞ control co-design for networked control systems. [J]. Automatica, 2013, 49 (5): 326-332.
- [5] Shi Peng, Wang Huijiao, Lim Chengchew. Network-based event-triggered control for singular systems with quantizations [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2016, 63 (2): 1230-1238.
- [6] Qu Fenglin, Guan Zhihong, He Dongxi, et al. Event-triggered control for networked control systems with quantization and packet losses [J]. Journal of the Franklin Institute, 2015, 352 (3): 974-986.
- [7] Zha Lijuan, Fang Jianan, Li Xiaofang, et al. Event-triggered output feedback H_∞ control for networked Markovian jump systems with quantizations [J]. Nonlinear Analysis Hybrid Systems, 2017, 24: 146-158.
- [8] Peng Chen, Zhang Jin. Event-triggered output feedback H_∞ control for networked control systems with time varying sampling [J]. Control Theory & Applications, Iet, 2015, 9 (9): 1384-1391.
- [9] Xiao Nan, Xie Lihua, Fu Mingyue. Stabilization of Markov jump linear systems using quantized state feedback [J]. Automatica, 2010, 46 (10): 1696-1702.
- [10] Wang Huijiao, Xue Anke, Wang Junhong, et al. Event-based H_∞ filtering for discrete-time Markov jump systems with network-induced delay [J]. Journal of the Franklin Institute, 2017, 354 (14): 6170-6189.
- [11] Rasool F, Huang D, Nguang S K. Robust H_∞ output feedback

control of discrete-time networked systems with adaptive quantizers [J]. International Journal of Systems Science, 2011, 60 (60): 2381-2386.

[12] Hu Songlin, Yue Dong. Event-based H_∞ filtering for networked system with communication delay [J]. Signal Processing, 2012, 92 (9) 2029-2039.

[13] Yue Dong, Tian Engang, Han Qinglong. A delay system method for designing event-triggered controllers of networked control systems [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2013, 58 (2): 475-481.

[14] Hu Songlin, Yue Dong. Event-triggered control design of linear networked systems with quantizations [J]. ISA Transactions, 2012, 51 (1): 153-162.

[15] Fu Minyue, Xie Lihua. The sector bound approach to quantized feedback control [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2005, 50 (11): 1698-1711.

[16] Xiong Junlin, Lam J. Stabilization of networked control systems with a logic ZOH [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 54 (2): 358-363.

[17] Xie Lihua, Fu Minyue, De Souza C E. H_∞ control and quadratic stabilization of systems with parameter uncertainty via output feedback [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1992, 37 (8): 1253-1256.

[18] Wu Zhengguang, Su Hongye, Chu Jian, et al. Improved delay-dependent stability condition of discrete recurrent neural networks with time-varying delays [J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2010, 21 (4): 692-697.

[19] Zhang Jin, Peng Chen, Fei Minrui, et al. Output feedback control of networked systems with a stochastic communication protocol [J]. Journal of the Franklin Institute, 2016, 354 (9): 3838-3853.

（上接第 67 页）

分析图 4 可知，实验时间刚超过 50 min 时，实验组集成挖掘数据链长度达到最大值 8.21×10^{-11} mm，与理想极限数值 7.05×10^{-11} mm 相比，上升了 1.16×10^{-11} mm。实验时间接近 70 min 时，对照组集成挖掘数据链长度达到最大值 3.86×10^{-11} mm，与理想极限数值 7.05×10^{-11} mm 相比，下降了 3.19×10^{-11} mm，远低于实验组。综上可知，在航空器多链路通信系统保持顺向运行、信道鲁棒检测系数为 0.36 的条件下，航空器多链路通信故障中断点云检测方法可使集成挖掘数据链长度上升 5.02×10^{-11} mm。

可使集成挖掘数据链长度上升 5.31×10^{-11} mm。

5 结束语

从搭建过程来看，所提的航空器多链路通信故障中断点云检测模型对各项执行参数进行精准计算，并通过信道鲁棒性优化等手段，将模型检测效果调试至最佳状态。利用断点报文数据译码结果对航空器多链路通信故障断点进行筛选校对，从根本上提升高频短消息的传输精度，解决因集成挖掘数据链长度受限，带来的信息传输受阻问题，提升新型断点云检测模型自身的应用实践能力。

参考文献：

[1] 基于深度卷积神经网络的航空器检测与识别 [J]. 计算机应用, 2017, 37 (6): 1702-1707.

[2] 杨若庸. 民用航空器维修故障原因及质量改进措施 [J]. 企业技术开发, 2016, 35 (8): 96-97.

[3] 熊力. 民用航空器的 VHF 通信干扰研究 [J]. 电子技术与软件工程, 2016 (4): 25-25.

[4] 刘文学, 冯伟, 韩斌, 等. 通用航空器协同监视系统技术研究 [J]. 信息通信, 2017 (2): 41-43.

[5] 李恒, 何东林, 张益, 等. 基于多链路通信的通用航空地面监控系统设计 [J]. 电讯技术, 2016, 56 (4): 401-407.

[6] 王海荣. 空心光纤网络断点在线实时快速监测研究 [J]. 激光杂志, 2017, 38 (9): 119-122.

[7] 程瑶. 基于 CAN 的车载故障诊断系统设计与实现 [J]. 电子设计工程, 2017, 25 (10): 162-165.

[8] 李蕾. 高速宽带光互联网断点检测方法研究 [J]. 激光杂志, 2017, 38 (6): 171-174.

[9] 金开研, 朱衍波, 许有臣. 基于 ADS-B 的航空器测高系统误差评估方法 [J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43 (4): 685-693.

[10] 刘贺, 王涛. 光纤通信局域网断点故障检测方法研究 [J]. 现代电子技术, 2017, 40 (16): 174-176.

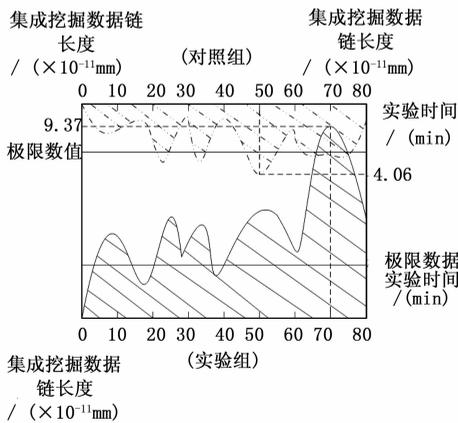


图 5 集成挖掘数据链长度对比图（逆向）

分析图 5 可知，实验时间为 70 min 时，实验组集成挖掘数据链长度达到最大值 9.37×10^{-11} mm，与理想极限数值 8.81×10^{-11} mm 相比，上升了 0.56×10^{-11} mm。实验时间为 50 min 时，对照组集成挖掘数据链长度达到最大值 4.06×10^{-11} mm，与理想极限数值 8.81×10^{-11} mm 相比，下降了 4.75×10^{-11} mm，远低于实验组。综上可知，在航空器多链路通信系统保持逆向运行、信道鲁棒检测系数为 0.72 的条件下，航空器多链路通信故障中断点云检测方法