DOI:10.16526/j. cnki.11-4762/tp.2018.09.061 文章编号:1671-4598(2018)09-0287-05 中图分类号: TP29

文献标识码:A

# 级联卡尔曼滤波在初始对准中的应用

#### 张复建、单 斌、扬 波、薛 亮、腾红磊

(火箭军工程大学 导弹工程学院,西安 710025)

摘要:针对微惯组测量误差大,尤其是陀螺仪误差较大,不能辨别地球自转角速度,造成捷联惯性导航系统不能实现自对准 的问题,采用 GPS 和磁强计辅助微惯组进行对准;当载体处于静止状态时,没有外力作用,加速度计仅输出重力加速度信息, 可提供水平姿态角的观测信息,航向角观测由加速度计和磁强计的输出融合解算得到,通过构建级联的四个卡尔曼滤波器,分别 实现水平姿态角、航向角、陀螺仪误差、失准角和加速度计零偏的估计,将估计的姿态角转换为待修正的姿态矩阵,利用估计的 失准角对姿态矩阵作进一步修正,最终得到修正的姿态矩阵,完成初始对准目的。

关键词:微型惯性测量单元;初始对准;全球定位系统;卡尔曼滤波

# **Application of Cascaded Kalman Filter in Initial Alignment**

Zhang Fujian, Shan Bin, Yang Bo, Xue Liang, Teng Honglei

(Department of Missile Engineering, Rocket Force University of Engineering, Xi'an 710025, China)

Abstract: In view of the large measurement error of the Miniature Inertial Measurement Units (MIMU), especially the large error of the gyroscope that can't distinguish the self rotation speed of the earth, which cause the failure of self-alignment with only the MIMU. Therefore, the GPS and magnetometer are used to assist the MIMU in the process of alignment. When the carrier is in a static state, the accelerometer only outputs the gravity acceleration information, which can provide the observation information of the horizontal attitude angle. The direction angle observation is obtained by the output fusion solution of the accelerometer and magnetometer. And four cascaded Kalman filters are constructed to estimate the attitude angle, heading angle, gyroscope error, misalignment angle and accelerometer bias, respectively. The estimated attitude angle is converted into an attitude matrix waiting to be corrected, the attitude matrix is further modified by using the estimated misalignment angle, where completing the aim of initial alignment.

Keywords: miniature inertial measurement units; initial alignment; GPS; kalman filter

#### 0 引言

随着微机电系统(Micro-Electro Mechanical System, MEMS) 技术的不断发展,在民用和军事方面,都应用的 越来越广泛。传统的高精度惯性器件在捷联惯性导航系统 (Strap-down Inertial Navigation Systems, SINS) 应用中, 最突出的是成本和重量问题,为缓解这个问题,基于微机 电技术的微型陀螺仪和加速度因具有低成本、功耗低、体 积小等优势,在许多应用中,逐渐取代传统的陀螺仪和加 速度计[1]。

捷联惯性导航系统进行初始对准的目的是提供系统的 初始姿态矩阵,便于在导航坐标系中进行导航解算。因此, 许多学者对此进行大量研究,推导了捷联惯性导航系统的 对准模型,许多成果在实际中取得广泛运用<sup>[2-3]</sup>,然而,大 部分导航系统的惯性器件都采用了高精度的陀螺仪和加速 度计,对于低成本的微型惯性测量单元<sup>[4]</sup>(Miniature Inertial Measurement Units, MIMU, 简称: 微惯组), 由于受 微机电技术工艺等所限,微惯组的量测噪声、零偏以及漂 移等误差较大,其测量精度相对传统的惯性器件要低很多, 以至于不能采取相同的方法实现微惯组的初始对准。针对

收稿日期:2018-07-10; 修回日期:2018-07-31。

作者简介:张复建(1993-),男,贵州贵阳人,硕士研究生,主要 从事惯性/卫星组合导航技术方向的研究。

此问题,许多学者也作出了相应研究成果,其中,李士 心<sup>[5]</sup>针对低成本的 IMU 偏差和噪声大的问题,采用 GPS 提 供的速度信息辅助对准,对 IMU 参数误差和航向角误差取 得较好的估计,在仿真和实际应用都得到较好的效果;庞 春雷<sup>[6]</sup>针对低精度的捷联惯性导航无法实现航向角的自对 准和 GPS 双天线侧向需要较长时间初始化的问题,研究了 二者相互辅助的算法,建立互相辅助的算法模型,通过实 验验证了算法的简单实用性。

本文基于微惯组的捷联惯性导航系统无法实现自对准 的问题,依靠外部测量信息辅助对准,根据全球卫星定位 系统(the global positioning system, GPS) 与捷联惯性导航 系统优势互补的特点,当载体静止时,可以采用 GPS 系统 提供的速度信息及磁强计输出的航向角信息,辅助基于微 惯组的捷联惯性导航系统完成初始对准。

#### 1 初始对准原理

当载体处于静止状态时,针对微惯导不能实现自主对 准,本文采用四个级联式卡尔曼滤波器的滤波方法解决微 惯导对准问题,四个滤波器主要分为水平姿态角滤波器、 航向角滤波器、陀螺仪误差滤波器和速度滤波器,其中, 水平姿态角滤波器主要是根据加速度计输出作为观测量, 估计出状态值,并反解出水平姿态角(包括俯仰角和横滚 角),并将水平姿态角送入航向角滤波器计算滤波观测向量 数据;在航向角滤波器中,航向角观测信息由磁强计输出

并融合水平姿态角信息提供,通过滤波得到状态值,并反 解得到载体航向角;在陀螺仪误差滤波器中,主要考虑陀 螺仪误差为漂移误差和随机误差,通过滤波实时估计出当 前陀螺仪误差值,用于修正水平姿态滤波和航向角滤波中 的状态空间模型,改善滤波估计精度;在速度滤波中,根 据GSP对静止载体的速度观测值,可作为速度误差观测量, 通过滤波估计出加速度计零偏误差和载体失准角,加速度 零偏可用于水平姿态角滤波中的观测量修正,减小观测误 差,估计的失准角用于对姿态矩阵作进一步修正,提高姿 态矩阵的稳定性。

#### 1.1 水平姿态角滤波

记地心惯性坐标系 i 系;地球坐标系 e 系;以"东一北 一天"地理坐标系为导航坐标系 n 系;以"右一前一上" 为载体坐标系 b 系;计算导航坐标系记为n'系;失准角矢量  $[\phi_x, \phi_y, \phi_z]^T$  定义为理想导航系 n 系依次按z-x-y 顺序 分别绕 $\phi_x, \phi_y, \phi_z$  旋转后得到计算导航系 n'系,记载体的 俯仰角、横滚角和航向角分别为 $\theta$ ,  $\gamma, \phi 且 n$  系绕"z-x-y"轴的顺序依次旋转 $\theta$ ,  $\gamma, \phi$ 得到b 系,则n 系到b 系的 转换矩阵  $C_n^h$  为:

$$\boldsymbol{C}_{n}^{b} = \begin{bmatrix} c\gamma c\psi + s\gamma s\psi s\theta & -c\gamma s\psi + s\gamma s\theta c\psi & -s\gamma c\theta \\ c\theta s\psi & c\psi c\theta & s\theta \\ s\gamma c\psi - c\gamma s\psi s\theta & -s\gamma s\psi - c\gamma c\psi s\theta & c\gamma c\theta \end{bmatrix}$$
(1)

式中,*c*表示余弦函数,*s*表示正弦函数(下同)。按式(3) (4)(5),由姿态矩阵转换为姿态角:

$$\boldsymbol{C}_{n}^{\boldsymbol{\theta}} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{2}1 & T_{31} \\ T_{12} & T_{22} & T_{32} \\ T_{13} & T_{23} & T_{33} \end{bmatrix}$$
(2)

$$\gamma = \arctan\left(-\frac{T_{13}}{T_{33}}\right) \tag{3}$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{-T_{23}}{T_{13}/s\gamma}\right) \tag{4}$$

$$\psi = \arctan\left(\frac{T_{21}/d\theta}{T_{11}c\gamma + T_{31}s\gamma}\right)T_{11}$$
(5)

姿态矩阵微分方程<sup>[7]</sup>表示如下:

$$\dot{C}_n^b = -\omega_{nb}^{bk} C_n^b \tag{6}$$

式中, 
$$\boldsymbol{\omega}_{nb}^{bk} = \begin{bmatrix} 0 & -\boldsymbol{\omega}_{nbz}^{b} & \boldsymbol{\omega}_{nby}^{b} \\ \boldsymbol{\omega}_{nbz}^{b} & 0 & -\boldsymbol{\omega}_{nbx}^{b} \\ -\boldsymbol{\omega}_{nby}^{b} & \boldsymbol{\omega}_{nbx}^{b} & 0 \end{bmatrix}$$
是由  $\boldsymbol{\omega}_{nb}^{b} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_{nbx}^{b} & \boldsymbol{\omega}_{nby}^{b} \end{bmatrix}$ 

 $\omega_{nbz}^{b}$ ]<sup>T</sup>构成的反对称阵,且通过式(7)获得:

$$\boldsymbol{\omega}_{nb}^{b} = \boldsymbol{\omega}_{ib}^{b} - \boldsymbol{C}_{n}^{b}(\boldsymbol{\omega}_{en}^{n} + \boldsymbol{\omega}_{ie}^{n})$$
(7)

式中, $\omega_{b}^{a}$ 为微机电陀螺仪输出角速度,当载体处于静止时, 由于误差过大,不能辨识地球角速率,此时可认为 $\omega_{bb}^{b}$  $\approx \omega_{b}^{a}$ 。

选取式 (1) 中姿态矩阵 
$$C_n^*$$
 的第三列作为状态量,即:  
 $x_1 = [-s\gamma c\theta \quad s\theta \quad c\gamma c\theta]^T$  (8)  
通过式 (6) 可提取出状态微分方程:

$$\dot{x}_1 = -\omega_m^{bk} x_1 \tag{9}$$

对式(9)进行离散化得到水平姿态角的状态空间模型

和量测模型如下:

$$x_{1,k} = \boldsymbol{\phi}_{1,k-1} \boldsymbol{x}_{1,k-1} + \boldsymbol{w}_{1,k-1}$$
(10)

$$z_{1,k} = H_{1,k} x_{1,k} + v_{1,k}$$
(11)

采用式(12)(13)分别计算状态转移矩阵 $\phi_{1,k-1}$ ,过程 噪声 $w_{1,k-1}$ <sup>[8]</sup>:

$$\boldsymbol{\phi}_{1,k-1} = \boldsymbol{I}_{3\times 3} - t\boldsymbol{\omega}_{nb}^{lk} \tag{12}$$

$$w_{1,k-1} = T(-\bar{x}_{1,k}) \eta_G$$
 (13)

$$\boldsymbol{H}_{1,\boldsymbol{k}} = \boldsymbol{g} \cdot \boldsymbol{I}_{3\times 3} \tag{14}$$

式中,  $I_{3\times3}$ 为三阶的单位矩阵,  $H_{1,k}$ 为观测矩阵,  $\eta_G$ 为陀螺 仪量测噪声向量, 可假设为零均值的高斯白噪声,  $\tilde{x}_{1,k}$ 为向 量 $x_{1,k}$ 构造的反对称矩阵,  $v_{1,k}$ 为加速度计的随机量测噪声 向量, 可假设为零均值的高斯白噪声, T 为卡尔曼滤波 周期。

实际观测向量 *z*<sub>1,k</sub>为加速度计在 *b* 系中的投影且经过误 差补偿的输出值,即:

$$z_{1,k} = f^b \tag{15}$$

系统过程噪声方差矩阵  $Q_{1,k-1}$ 和量测噪声方差矩阵  $R_{1,k}$  计算如下<sup>[8]</sup>:

$$\boldsymbol{Q}_{1,k-1} = \boldsymbol{E}(\boldsymbol{w}_{1,k-1}\boldsymbol{w}_{1,k-1}^T) = -\boldsymbol{T}^2 \tilde{\boldsymbol{x}_{1,k-1}} \sum_{\boldsymbol{G}} \tilde{\boldsymbol{x}}_{1,k-1} \qquad (16)$$

$$\boldsymbol{R}_{1,k} = \boldsymbol{E}(\boldsymbol{v}_{1,k}\boldsymbol{v}_{1,k}^{T}) = \sum_{A}$$
(17)

$$\mathbb{C}\oplus, \sum_{G} = \boldsymbol{E}(\boldsymbol{\eta}_{G}\boldsymbol{\eta}_{G}^{T}) = \sigma_{G}^{2}\boldsymbol{I}_{3\times 3}, \sum_{A} = \sigma_{A}^{2}\boldsymbol{I}_{3\times 3}.$$

在 k 时刻时,由卡尔曼滤波估计后得到重力矢量在 b 系的状态估计值:

$$\boldsymbol{x}_{1,k}^{+} = \begin{bmatrix} x_{1,x}, x_{1,y}, x_{1,z} \end{bmatrix}^{T}$$
(18)

由式(3)(4)得到载体的俯仰角和横滚角估计值,之 后可给航向角滤波器的观测值提供输入。

$$\gamma_m = \arctan\left(-\frac{x_{1,x}}{x_{1,z}}\right) \tag{19}$$

$$\theta_m = \arctan\left(\frac{-x_{1,y}}{x_{1,z}/s\gamma_m}\right) \tag{20}$$

事实上,当载体处于静止时,重力矢量在载体系的投 影即为加速度计输出,有如下关系:

$$\begin{bmatrix} f_{bx} \\ f_{y}^{b} \\ f_{z}^{b} \end{bmatrix} = \boldsymbol{C}_{n}^{b} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix}$$
(21)

单位化后得到:

$$\frac{1}{\left[f^{\flat}\right]} \begin{bmatrix} f^{\flat}_{x} \\ f^{\flat}_{y} \\ f^{\flat}_{z} \end{bmatrix} = \boldsymbol{C}^{\flat}_{n} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$
(22)

将式(1)代入式(22)并整理得到:

$$\gamma_m^{\scriptscriptstyle 0} = \arctan\left(\frac{f_y^{\scriptscriptstyle b}}{f_z^{\scriptscriptstyle b}}\right) \tag{23}$$

$$\theta_m^{\rm o} = \arctan\left(\frac{f_x^{\rm o}}{\|f^{\rm o}\|}\right) \tag{24}$$

然而,由于加速度计存在零偏及随机误差等因素,使 得  $\gamma_m^{o}$ 和 $\theta_m^{o}$ 的测量精度较差,因此本文采用加速度计输出作 为观测量,采用滤波的方式能获取更高精度的水平姿态角, 进一步提高航向角滤波中的观测精度。

#### 1.2 航向角滤波

在航向角滤波中,观测向量来源于水平姿态滤波的输出与磁强计输出融合计算得到,类似于水平姿态滤波的方法,选取式(1)中姿态矩阵 C<sup>\*</sup>,的第一列元素作为状态量,即:

$$x_{2} = [c\gamma c\psi + s\gamma s\psi s\theta \quad c\theta s\psi \quad s\gamma c\psi - c\gamma s\psi s\theta]^{T}$$
(25)  
通过式 (6) 可提取出状态微分方程:

$$\dot{x}_2 = -\omega_{nb}^{lk} x_2 \tag{26}$$

对式(26)进行离散化得到水平姿态角的状态空间模型和量测模型如下:

$$x_{2,k} = \phi_{2,k-1} x_{2,k-1} + w_{2,k-1}$$
(27)

$$z_{2,k} = H_{2,k} x_{2,k} + v_{2,k} \tag{28}$$

类似于水平姿态滤波中的方法,得到如下关系式:

$$\phi_{2,k-1} = I_{3\times 3} - T\omega_{nb}^{bk} \tag{29}$$

$$w_{2,k-1} = T(-\tilde{x}_{2,k})\eta_G \tag{30}$$

$$H_{2,k} = I_{3\times 3} \tag{31}$$

航向角可通过磁强计输出得到,文中详细阐述了高精 度航向角可通过磁强计与加速度计融合输出得到<sup>[9][11]</sup>,在 此不再赘述,由(23)(24)得到航向角:

$$\Psi = \tan^{-1} \left( \frac{m_x s \gamma_m - m_y c \gamma_m}{m_x c \theta_m + m_y s \theta_m s \gamma_m + m_z s \theta_m c \gamma_m} \right)$$
(32)

至此,在k时刻时,可得到航向角滤波器的观测值 $z_{2,k}$ 计算如下:

$$z_{2,k} = \begin{bmatrix} c\gamma_{m}c\psi_{m} + s\gamma_{m}s\psi_{m}s\theta_{m} \\ c\theta_{m}s\psi_{m} \\ s\gamma_{m}c\psi_{m} - c\gamma_{m}s\psi_{m}s\theta_{m} \end{bmatrix}$$
(33)

在静止状态下,为有效利用水平姿态角滤波数据,降 低航向角量测误差,采取求平均的方式提高量测质量,即 一个航向角量测值为前 50 个量测值与 k 时刻量测值的平均 值作为当前量测更新:

$$\bar{z}_{2,k} = \sum_{j=0}^{50} z_{2,k-j}$$
 (34)

类似于水平姿态系统过程噪声方差矩阵,航向角系统 过程噪声方差矩阵 Q<sub>2,4-1</sub>计算如下:

$$Q_{2,k-1} = -T^{2} \tilde{x}_{2,k-1} \sum_{G} \tilde{x}_{2,k-1}$$
(35)

$$R_{2,k} = \sigma_M^2 I_{3\times 3} \tag{36}$$

同样使用卡尔曼滤波算法得到状态最优解:

$$x_{2,k}^{+} = [x_{2,x}, x_{2,y}, x_{2,z}]^{T}$$
(37)

航向角最优估计值  $\phi_m$  如下:

$$\psi_{m} = \arctan\left(\frac{x_{2,y}/d\theta_{m}}{x_{2,x}c\gamma_{m} + x_{2,z}s\gamma_{m}}\right)$$
(38)

#### 1.3 陀螺仪误差滤波

采用随机游走过程表示陀螺仪的误差(本文仅考虑陀螺 仪漂移和随机误差),其系统状态空间模型表示如下<sup>[10]</sup>:

$$x_{3,k} = \phi_{3,k-1} x_{3,k-1} + w_{3,k-1} \tag{39}$$

$$z_{3,k} = H_{3,k} x_{3,k} + v_{3,k} \tag{40}$$

式中, $x_{3,k}$ 表示由x,y,z轴三个陀螺仪误差构成的向量,

 $\phi_{3,k-1} = I_{3\times3}$ 为状态转移矩阵, $H_{3,k} = I_{3\times3}$ 为观测矩阵, $w_{3,k-1}$ 和 $v_{3,k}$ 为过程噪声和量测噪声。

在水平姿态卡尔曼滤波与航向角卡尔曼滤波中,由于 陀螺仪误差的存在,在利用反对称矩阵  $\omega_m^*$ 计算状态转移矩 阵 $\phi_{1,k-1}$ 和 $\phi_{2,k-1}$ 时,对状态量的一步预测状态  $x_{1,k}$ 和 $x_{2,k}$ 造 成误差传递。对此,用 $x_{1,k}$ 和 $x_{2,k}$ 分别按式(19)(20)(38) 计算得到姿态角 $\theta_m^-$ , $\gamma_m^-$ , $\phi_m^-$ ,由状态最优估计值 $x_{1,k}^+$ 和 $x_{2,k}^+$ 采用同样的方法计算得到的姿态角 $\theta_m$ , $\gamma_m, \phi_m$ ,二者必然存 在差异,其根本原因有陀螺仪的误差引起,由此可计算在 *k* 时刻时,陀螺仪输出角速度的误差观测量:

$$z_{3,k} = \begin{bmatrix} (\theta_m^- - \theta_m)/T \\ (\gamma_m^- - \gamma_m)/T \\ (\phi_m^- - \phi_m)/T \end{bmatrix}$$
(41)

类似于航向角滤波器观测量的方法,对陀螺仪误差滤 波器的观测量也采取求平均的方法。

$$\bar{z}_{3,k} = \sum_{i=0}^{50} z_{3,k-i}$$
 (42)

经过滤波得到的状态量即为这一时刻的陀螺仪误差, 将估计的 x<sup>+</sup><sub>s,k</sub>对式(7)中的陀螺仪输出 ω<sup>b</sup><sub>s</sub>进行修正,使用 ω<sup>b</sup><sub>s</sub>计算姿态滤波器的状态转移矩阵,进入下一时刻的滤波 更新。

$$\hat{\boldsymbol{\omega}}^{b}_{ib} = \boldsymbol{\omega}^{b}_{ib} - \boldsymbol{x}^{+}_{3,k} \tag{43}$$

# 1.4 速度滤波

在速度卡尔曼滤波器中,考虑载体在静止状态进行对准,可忽略天向速度的影响,载体的失准角和加速度计误差将在此得到最优估计值,其中,失准角用来校正由式(19)(20)(38)计算的姿态矩阵,加速度计误差用来校正水平姿态滤波器的观测值。

选取载体速度误差,失准角和加速度计零偏误差为系统状态量:

$$x_4 = [\delta V_E, \delta V_N, \delta V_U, \phi_x, \phi_y, \phi_z, B_x, B_y, B_z]^T$$
(44)  
建立状态空间模型如下:

$$x_{4,k} = \phi_{4,k-1} x_{4,k-1} + w_{4,k-1} \tag{45}$$

$$z_{4,k} = H_{4,k} x_{4,k} + v_{4,k} \tag{46}$$

$$z_{4,k} = \begin{bmatrix} \delta V_{E,GPS} \\ \delta V_{N,GPS} \\ \delta V_{U,GPS} \end{bmatrix}$$
(47)

$$H_{4,k} = \begin{bmatrix} I_{3\times3} & O_{3\times6} \end{bmatrix}$$
(48)

式中,  $\phi_{4,k-1}$  为状态转移矩阵,  $w_{4,k-1}$  为过程噪声,  $v_{4,k}$  为量测噪声,  $B_x$ ,  $B_v$ ,  $B_z$  为加速度计零偏误差,  $H_{4,k}$ 为观测矩阵, 相关矩阵具体参数详见文献[5]。

由于 GPS 存在测量误差,在载体静止是,GPS 输出的 水平速度值  $\delta V_{E.GPS}$ ,  $\delta V_{N.GPS}$  和  $\delta V_{U.GPS}$  认为是速度误差观测 向量。

经过卡尔曼滤波后得到 
$$k$$
 时刻的状态最优估计值:  
 $r^+ = \begin{bmatrix} r & r & r & r & r & r & r & r \\ r^+ & r^$ 

(49)

利用此时刻估计的加速度计零偏误差修正水平姿态滤

波中式(15)的加速度计输出值,进入下一时刻的滤波 更新。

$$\hat{f}^{b} = f^{b} - \begin{bmatrix} x_{4,7} \\ x_{4,8} \\ x_{4,9} \end{bmatrix}$$
(50)

#### 1.5 姿态矩阵修正

以上叙述的四个级联式的卡尔曼滤波完成一个滤波周 期更新时,得到一组姿态角及失准角,为获得更精确的姿态矩阵,充分利用最优估计信息,可采用如下方式:由姿态滤波器输出的姿态角 $\theta_m$ , $\gamma_m$ , $\phi_m$ 按式(1)计算出待修正的姿态矩阵  $\overline{C}_n^{\bullet}$ ,最后利用速度滤波器估计的失准角 $\phi_x$ , $\phi_v$ ,  $\phi_z$ 按式(52)对 $\overline{C}_n^{\bullet}$ 进行最终的修正,得到更精确和稳定的估计值 $\hat{C}_n^{\bullet}$ ,完成整个初始对准任务,当达到导航预设条件时,可转入导航状态更新解算。

$$\boldsymbol{E} = \begin{bmatrix} 0 & \boldsymbol{\phi}_z & -\boldsymbol{\phi}_y \\ -\boldsymbol{\phi}_z & 0 & \boldsymbol{\phi}_x \\ \boldsymbol{\phi}_x & -\boldsymbol{\phi}_x & 0 \end{bmatrix}$$
(51)

$$\hat{\vec{C}_n^b} = \bar{\vec{C}_n^b} (\vec{I} + \vec{E})$$
(52)

#### 1.6 卡尔曼滤波算法

在上述提到的滤波算法中,均采用经典卡尔曼滤波最 优估计算法。卡尔曼滤波以线性最小方差为估计准则,通 过量测值按一定递推算法实现状态向量的估计。假设系统 状态空间模型如下:

$$x_{k} = \phi_{k-1} x_{k-1} + w_{k-1}, k \ge 1$$
(53)

$$z_k = \boldsymbol{H}_k x_k + v_k \tag{54}$$

其递推算法过程<sup>[10]</sup>如下:

1) 初始化 (k=0): 设定初始状态量  $\bar{x}_0$  和初始协方  $\neq \Pi_0$ :

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{0|0} = \bar{\boldsymbol{x}}_{0}, \boldsymbol{P}_{0|0} = \boldsymbol{\Pi}_{0}$$
(55)

2)时间更新 (k=1, ..., K): 计算系统状态一步预测 估计及一步误差协方差矩阵:

$$\dot{\boldsymbol{x}}_{k|k-1} = \boldsymbol{\phi}_{k-1} \hat{\boldsymbol{x}}_{k-1|k-1} \tag{56}$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \boldsymbol{\phi}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1|k-1} \boldsymbol{\phi}_{k-1}^{T} + \mathbf{G}_{k-1} \mathbf{Q}_{k-1} \mathbf{G}_{k-1}^{T}$$
(57)

3)量测更新 (k=1, ..., K):通过量测信息及反馈增益估计系统状态及对应的误差协方差阵:

$$\boldsymbol{K}_{k} = \boldsymbol{P}_{k|k-1} \boldsymbol{H}_{k}^{T} \boldsymbol{R}_{e,k}^{-1}, \boldsymbol{R}_{e,k} = \boldsymbol{H}_{k} \boldsymbol{P}_{k|k-1} \boldsymbol{H}_{k}^{T} + \boldsymbol{R}_{k}$$
(58)

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k|k-1} + K_k e_k, e_k = z_k - H_k \hat{x}_{k|k-1}$$
(59)

$$\boldsymbol{P}_{k|k} = (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{K}_{k}\boldsymbol{H}_{k})\boldsymbol{P}_{k|k-1}(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{K}_{k}\boldsymbol{H}_{k})^{T} + \boldsymbol{K}_{k}\boldsymbol{R}_{k}\boldsymbol{K}_{k}^{T} \quad (60)$$

式中, $x_k$ 为k时刻的状态向量, $\phi_{k-1}$ 为状态转移矩阵, $w_{k-1}$ 为系统噪声, $v_k$ 为量测噪声, $R_k$ 为量测噪声方差阵, $Q_k$ 为 系统噪声方差阵, $\delta_{i_i}$ 为 Kronecker 符号,满足:

$$\boldsymbol{E}\{\boldsymbol{w}_k\} = 0, \boldsymbol{E}\{\boldsymbol{w}_k \boldsymbol{w}_i^T\} = \boldsymbol{Q}_k \boldsymbol{\delta}_{ki}$$
(61)

$$\boldsymbol{E}\{\boldsymbol{v}_k\} = 0, \boldsymbol{E}\{\boldsymbol{v}_k \boldsymbol{v}_j^T\} = \boldsymbol{R}_k \boldsymbol{\delta}_{kj}$$
(62)

$$\boldsymbol{E}\{\boldsymbol{w}_{k}\boldsymbol{v}_{j}^{T}\}=0 \tag{63}$$

### 2 实验结果与分析

仿真参数进行如下设置:

1) 载体静止的参数为:纬度,经度,和高度分别为

34°, 108°, 380 m, 俯仰角, 横滚角和航向角分别为 60°, 5°, 40°, 采样频率 50 Hz, 系统仿真时间为 600 s;

 加速度计零偏为 9 mg,随机游走误差为 1 mg/ √Hz; 陀螺仪漂移为 20°/h,随机游走误差为 3°/√h;

3) GPS 输出的位置误差均为 10 m, 测速误差 0.1 m/ s, 输出频率 1 Hz。

4) GPS 水平位置误差 10 m, 高度误差 20 m, 测速精度 0.1 m/s, 输出频率 1 Hz。

在水平姿态滤波器中,直接采用加速度计的输出反解 载体的俯仰角和横滚角,称为解算值,其结果波动较大 (数据显示频率为1Hz),见图1。然而,经过水平姿态滤波 估计后,降低了水平姿态角输出的波动程度,有效提高了 水平姿态角的稳定性,统计信息见表1,对后续的航向角滤 波器提供高质量的观测信息。



在陀螺仪误差滤波估计中,陀螺仪误差仅考虑漂移和 随机误差,滤波估计结果见图 3。

表1 水平姿态角统计数据

参数	俯仰角 θ		横滚角 γ	
	滤波值	解算值	滤波值	解算值
平均值/°	61.4972	57.9855	4.8972	3.7793
方差	0.2001	0.7958	0.2008	1.5854

表 2 稳定后的航问角 ψ 统计数据					
参数	滤波值	修正值			
平均值/°	40.0497	40.0841			
方差	0.1112	0.0371			

.. . . . . . . .

.



在航向角滤波中,从图 4 明显看出,航向角  $\phi$ 在系统运行 100 s 后,开始向真实值收敛。然而,在 100 s 后的收敛 过程中,经过航向角滤波器估计的航向角(称为滤波值) 波动范围较大,且最大航向角误差在 0.03°之内,表 2 统计 了航向角  $\phi$ 的滤波值和修正值在 100~600 s 之间的数据均 值与方差;采用速度滤波估计的失准角向量,经过式(52) 修正得到姿态矩阵  $\hat{C}_n^*$ ,  $\hat{C}_n^*$ 经过式(3)(4)(5)换算得到载 体的新姿态角,称其为修正值,其中俯仰角和横滚角的变 化差异不大,在此不再叙述,航向角修正值最大误差在 0.02°之内,重点是修正值能有效提高航向角输出的稳定性, 进而表明经过修正的姿态矩阵  $\hat{C}_n^*$  更稳定,为导航解算提供 高精度的初始姿态矩阵。



## 3 结束语

本文从分析姿态矩阵的角度,进一步提出采用级联式 卡尔曼滤波的方法,对姿态角、MIMU误差以及失准角进 行估计,各个滤波器之间相互辅助,得到更加准确的状态 空间模型,仿真实验表明该方法能有效解决微惯组的初始 对准问题。

#### 参考文献:

- [1] Sun W, Ding W, Aigong X U, et al. Research on the error self

   correction of MEMS inertial navigation system [J]. Science
   of Surveying & Mapping, 2017.
- [2] 练军想,吴文启,吴美平,等. 车载 SINS 行进间初始对准方法 [J]. 中国惯性技术学报,2007,15 (2): 155-159.
- [3] GNSS 辅助捷联惯导行进间对准自适应滤波方法 [J]. 中国惯性技术学报, 2016, 24 (5): 577-582.
- [4] Xiong X, Guo M H, Li W J, et al. Improved kalman filtering method for MIMU with colored noises [J]. Zhongguo Guanxing Jishu Xuebao/journal of Chinese Inertial Technology, 2017, 25 (1): 33-36.
- [5] 李士心,王岩飞,等. 低成本 GPS/IMU 组合导航中的速度匹 配对准研究 [J]. 中国惯性技术学报,2005,13 (1): 35-37.
- [6] 庞春雷,赵修斌,余永林,等.低精度 SINS 初始对准/GPS 双天线测向互辅算法 [J].西安电子科技大学学报,2014,41 (6):167-173.
- [7] 秦永元. 惯性导航 [M]. 北京: 科学出版社, 2014: 248-251.
- [8] Lee J K, Park E J, Robinovitch S N. Estimation of Attitude and External Acceleration Using Inertial Sensor Measurement During Various Dynamic Conditions [J]. IEEE Transactions on Instrumentation & Measurement, 2012, 61 (8): 2262 - 2273.
- [9] Kottath R, Narkhede P, Kumar V, et al. Multiple Model Adaptive Complementary Filter for Attitude Estimation [J]. Aerospace Science & Technology, 2017, 69.
- [10] R. Van Der Merwe, Wan E, Sigma point Kalman filtering forintegrated GPS and inertial navigation, IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst. 42 (2) (2006) 750 – 756.
- [11] Tseng S P, Li W L, Sheng C Y, et al. Motion and attitude estimation using inertial measurements with complementary filter
   [A]. Control Conference. IEEE [C]. 2011: 863 868.
- [12] Strohmeier M, Montenegro S. Coupled GPS/MEMS IMU attitude determination of small UAVs with COTS [J]. 2017, 6 (1): 15.
- [13] Nourmohammadi H, Keighobadi J. Fuzzy adaptive integration scheme for low-cost SINS/GPS navigation system [J]. Mechanical Systems & Signal Processing, 2018, 99: 434-449.
- [14] Nourmohammadi H, Keighobadi J. Decentralized INS/GNSS system with MEMS-grade inertial sensors using QR-factorized CKF [J]. IEEE Sensors Journal, 2017, 17 (11): 3278-3287.
- [15] Kulikova M V, Tsyganova J V. Improved discrete time kalman filtering within singular value decomposition [J]. Iet Control Theory & Applications, 2017, 11 (15): 2412 2418.
  [16] 胡宏灿,郭 立,朱俊株.卡尔曼滤波器在导航系统初始对准中的应用 [J]. 微电子学与计算机, 2006, 23 (2): 163-165.
- [17] Xu X, Xu X, Zhang T, et al. A kalman filter for SINS selfalignment based on vector observation [J]. Sensors, 2017, 17 (2): 264.
- [18] Xue H, Guo X, Zhou Z. SINS initial alignment method based on adaptive multiple fading factors kalman filter [J]. Systems Engineering & Electronics, 2017, 39 (3): 620-626.