

# 基于奇异值分解的雷达性能组合预测方法

吴 捷, 吕永乐

(南京电子技术研究所, 南京 210039)

**摘要:** 对雷达实施健康管理过程中, 预测是重要的功能环节; 雷达的性能参数监测序列反映其健康状态, 在对其进行建模预测过程中, 单一模型难以满足预测准确度要求; 为了提高预测准确度, 需选用与雷达失效机理相适应的模型; 在自回归模型、径向基函数神经网络和奇异值滤波算法的基础上, 提出了一种联合两类模型的最优化组合预测方法, 将奇异值分解滤波恰当地应用于辨识雷达性能的非同源影响因素并对雷达性能监测序列进行最优拆分; 仿真结果表明, 该方法相较于单一模型预测和传统的组合预测算法, 预测准确度指标提升至少一个数量级。

**关键词:** 雷达健康管理; 奇异值分解; 组合预测; 自回归模型; 径向基函数神经网络模型

## Combined Prediction Method Based on Singular Value Decomposition for Radar Performance

Wu Jie, Lü Yongle

(Nanjing Research Institute of Electronics Technology, Nanjing 210039, China)

**Abstract:** When implementing health management for radar, it is of great significance to introduce the function of fault prediction. When modeling to carry out fault prediction by means of monitoring parameter time series which reflect health of radar system, prediction accuracy of a single model is limited. In order to improve prediction accuracy, models adapted to the failure mechanisms of radar should be considered. On the basis of the introduction of autoregressive model and radial basis function neural network model, an optimized combined prediction algorithm was promoted. Singular value decomposition filtering algorithm was employed to identify factors from different sources which influence radar performance and divide the observation sequence optimally. The simulation results show that compared with algorithm employing a single model and traditional combined prediction algorithm, the prediction accuracy index of the promoted algorithm is improved by at least an order of magnitude.

**Keywords:** prognostics and health management for radar; singular value decomposition; combined prediction; autoregressive model; radial basis function neural network model

## 0 引言

雷达是复杂的电子信息系统, 在国防和现代化建设中发挥着至关重要的作用。近年来, 随着雷达研制技术的日益进步, 其数字化、集成化和智能化程度越来越高, 伴随而来的是保障作业难度的不断加大。雷达交付使用后, 维修保障能力已经成为衡量其性能的重要指标。为了适应未来信息化战争对雷达保障手段的快速响应能力、故障隔离能力和战时修复能力的更高要求, 迫切需要引入故障预测与健康管理工作<sup>[1]</sup> (Prognostics and Health Management, PHM)。PHM技术是对传统BIT和状态监控功能的进一步拓展, 预测能力的引入是其显著特征。

对雷达进行故障预测, 可跟踪雷达部件的性能降级变化, 预防和排除故障, 确定其剩余使用寿命并及时规划备

件。常用的预测方法分为三类: 基于模型的预测方法、基于知识经验的预测方法以及基于数据驱动的预测方法。基于模型的方法需要研究对象的物理模型和失效机理, 虽然预测准确度高, 但不适用于复杂系统; 基于知识经验的预测方法包括专家系统法、可靠性数据分析法等等。专家系统中知识推理一般存在模糊性和不确定性, 因此预测准确度较低。可靠性数据分析法也存在可靠性指标难以获取、统计分析得到的结果具体到个体时意义不大等不足。相比之下, 基于数据驱动的故障预测方法, 在高性能计算存储、数据分析挖掘技术飞速发展的今天, 有现实的应用价值。

时间序列<sup>[2]</sup>是按照时间顺序采集得到的一系列监测样本数据集。通过监测雷达的如接收信噪比、发射功率等关键部件性能参数, 进行建模和预测分析, 能够掌握雷达健康状态的变化趋势, 以便在性能下降时及时采取措施, 排除故障隐患, 避免对所执行任务造成消极影响。

雷达结构组成复杂, 失效机理多样, 各种线性与非线性因素相互交织。受元器件老化、环境应力和工作应力累积损伤等因素影响, 性能监测序列除了包含测量噪声和异常值外, 也呈现出某种趋势性。雷达内部不确定的相互作用又使得序列具有随机性。对雷达性能监测序列进行建模

收稿日期: 2018-07-04; 修回日期: 2018-07-25。

基金项目: “十三五”国防基础科研项目 (JCKY2017210B001); 中央军委装备发展部预先研究项目 (51317050202)。

作者简介: 吴捷(1994-), 女, 江苏扬州人, 硕士研究生, 主要从事雷达健康管理方向的研究。

预测,常用的模型包括如 AR、ARMA 等线性模型<sup>[3]</sup>和神经网络<sup>[4]</sup>、函数系数自回归模型等非线性模型。基于线性模型的建模算法简单高效、运算速度快,但准确度不高;基于非线性模型的算法建模效果好,但速度较慢,且易发生“过拟合”现象,当系统运行机理复杂时难以彻底了解数据的规律,模型选择困难。单一模型通常难以满足预测的准确度要求,利用组合预测克服单一预测模型缺陷<sup>[5]</sup>,方法主要包括:一是加权组合法,对多个模型的预测结果赋权,加权组合得到最终预测值;二是序列分解法,将序列分解为多个成分的叠加,对各成分分别执行建模预测<sup>[6]</sup>;其他方法诸如对建模预测的残差进行修正等<sup>[7]</sup>。

序列分解常采用的小波分解方法单纯从频域拆分序列,并未考虑隐藏在性能监测序列中的物理规律。通常认为雷达性能参数的趋势成分和随机成分是由互不相关的失效因素或作用机制产生的,相应地,性能监测序列中的趋势子序列和随机子序列也彼此不相关,若采用单一模型对序列建模预测,难以结合序列真实规律,导致预测准确度不高。奇异值分解滤波(Singular Value Decomposition Filtering Algorithm, SVDF)算法<sup>[8]</sup>可以将原始序列拆分成若干互不相关的成分,因此,研究采用 SVDF 算法来获得雷达性能监测序列的趋势和随机两种成分,更符合真实物理规律。然后,分别对两种序列成分采用相适应的模型进行建模预测,以获得最佳的预测效果。为了便于讨论,研究的监测序列为经过异常值剔除和滤波消噪后的序列。

## 1 AR 和 RBFNN 预测模型

### 1.1 自回归模型

自回归模型(Autoregressive Model, AR)是一种应用广泛的时间序列分析模型。模型建立了零均值平稳序列 $\{Y_t\}$ 当前时刻 $t$ 的监测值和之前 $p$ 个时刻点的监测值之间的关系,通常记为 $AR(p)$ , $p$ 为模型的阶数。模型形式为:

$$Y_t = \varphi_1 Y_{t-1} + \varphi_2 Y_{t-2} + \dots + \varphi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t, t \in N \quad (1)$$

$\varphi_1, \dots, \varphi_p$ 为待定参数, $\{\varepsilon_t\}$ 为零均值独立同分布随机序列。

AR 模型的单步预测值可表示为:

$$\hat{Y}_{t+1} = \hat{\varphi}_1 Y_t + \hat{\varphi}_2 Y_{t-1} + \dots + \hat{\varphi}_p Y_{t-p+1}, t \in N \quad (2)$$

构建 AR 模型的算法流程如图 1 所示。

常用的定阶准则有传统的 Box-Jenkins 方法<sup>[9]</sup>、白噪声检验准则、误差平方和最小准则、Akaike 信息准则等<sup>[10]</sup>。建模过程如下。

Step1: 对序列进行平稳性检验,若不平稳,则进行差分处理直至序列平稳,记下差分次数;

Step2: 将平稳序列零均值化,记下均值;

Step3: 采用 BIC 定阶准则确定模型阶数 $p$ ;

Step4: 估计模型参数 $\hat{\varphi}_1, \hat{\varphi}_2, \dots, \hat{\varphi}_p$ ;

Step5: 基于构建的 AR 模型执行单步预测,并且对预测结果均值、差分还原。

序列的平稳性检验可采用逆序检验、游程检验等方法<sup>[11]</sup>。传统的 Box-Jenkins 方法利用数据的自相关和偏自

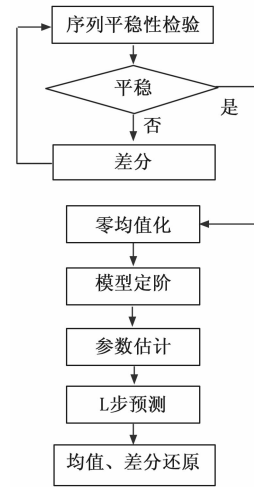


图 1 AR 模型建模预测流程

相关函数确定模型阶数,受主观因素影响大且不适用于工程。这里采用 BIC 准则为 AR 模型定阶。BIC<sup>[10]</sup>准则值如下:

$$BIC_r = \ln(\hat{\sigma}_e^2) + r \ln(n)/n + c \quad (3)$$

其中: $r$ 为待确定的参数个数, $\hat{\sigma}_e^2$ 是对序列建模误差方差的极大似然估计值, $n$ 是建模所用样本序列的长度, $c$ 为一常数。认为最小准则值对应的阶数 $p$ 为最佳阶数。常用极大似然、最小二乘法等方法估计模型参数。模型的多步预测可由一步预测结果迭代得到。

### 1.2 径向基函数神经网络模型

径向基函数神经网络(Radial Basis Function Neural Network, RBFNN)是一种多输入、单输出的神经网络,结构简单,通常由输入层、隐层、输出层三层结构组成。学习速度较快,逼近能力强。输入层与隐层之间全连接的权值为 1,隐层通过一系列中心对称的非线性函数对输入层的输入矢量进行非线性映射,在输出层进行加权输出。对监测值序列 $\{Y_1, Y_2, \dots, Y_n\}$ 构建 RBFNN 预测模型, $t$ 时刻的输入矢量为 $m$ 维矢量 $\{Y_t, Y_{t-1}, \dots, Y_{t-m+1}\}$ 。结构如图 2 所示。

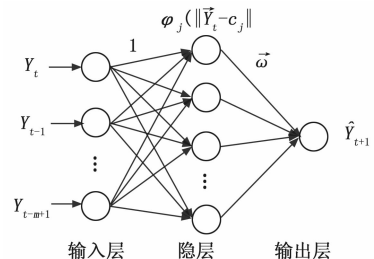


图 2 径向基函数神经网络结构示意图

输入层节点数目确定的常见方法主要有:伪邻近点法<sup>[12]</sup>、饱和关联维数法<sup>[13]</sup>、自相关法<sup>[14]</sup>和奇异值分解法等。传统的隐层节点数目确定方法主要包括“均方误差门限法”、“留一法”<sup>[15]</sup>等。本文利用偏自相关法确定输入矢量维数。采用高斯函数作为隐层神经元激活函数:

$$\varphi_j(\|\vec{Y}_t - c_j\|) = \exp\left(-\frac{\|\vec{Y}_t - c_j\|^2}{2b_j^2}\right), j = 1, 2, \dots, M \quad (4)$$

其中:  $c_j$  为激活函数的中心点,  $b_j$  为宽度参数,  $M$  为隐层节点数, 则输出层的输出:

$$\hat{Y}_t + 1 = \sum_{j=1}^M \omega_j \varphi_j(\|\vec{Y}_t - c_j\|) \quad (5)$$

## 2 奇异值分解滤波算法

SVDF 算法<sup>[8]</sup> 简单易用, 且占用计算机资源少。将 SVDF 算法应用于监测序列的分解, 后续对不同成分分别建模预测。对于零均值化的监测序列  $\{Y_1, Y_2, \dots, Y_n\}$ , SVDF 算法可以将序列分解成若干个子序列且互不相关, 算法步骤如下:

Step1: 根据监测值序列构造  $N \times m$  维矩阵:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} Y_1 & Y_2 & \dots & Y_m \\ Y_2 & Y_3 & \dots & Y_{m+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_N & Y_{N+1} & \dots & Y_n \end{bmatrix}_{N \times m} \quad (6)$$

其中:  $m = \lceil (n+1)/2 \rceil$ ,  $\lceil \cdot \rceil$  表示取整数,  $N = n - m + 1$ 。

Step2: 将矩阵  $\mathbf{H}_{N \times m}$  进行奇异值分解:

$$\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{\Gamma}\mathbf{V}^T \quad (7)$$

$\mathbf{U}$  为  $N$  阶正交矩阵,  $\mathbf{V}$  为  $m$  阶正交矩阵,

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Delta}_{q \times q} & \mathbf{O}_{q \times (m-q)} \\ \mathbf{O}_{(N-q) \times q} & \mathbf{O}_{(N-q) \times (m-q)} \end{bmatrix}_{N \times m} \quad (8)$$

其中:  $\mathbf{\Delta}_{q \times q}$  是矩阵  $\mathbf{H}$  的奇异值  $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_q$  组成的对角矩阵, 且  $\delta_1 \geq \delta_2 \geq \dots \geq \delta_q > 0$ 。

Step3: 门限  $\eta$  设定 ( $0 < \eta < 1$ ), 得到正整数  $r$ :

$$\frac{\sum_{i=1}^r \delta_i^2}{\sum_{i=1}^q \delta_i^2} = \eta \quad (9)$$

保留前  $r$  个奇异值, 将后  $q-r$  个奇异值置 0, 得到:

$$\mathbf{\Gamma}' = \begin{bmatrix} \mathbf{\Delta}_{r \times r} & \mathbf{O}_{r \times (m-r)} \\ \mathbf{O}_{(N-r) \times r} & \mathbf{O}_{(N-r) \times (m-r)} \end{bmatrix}_{N \times m} \quad (10)$$

其中:  $\mathbf{\Delta}_{r \times r}$  是矩阵  $\mathbf{H}$  的前  $r$  个奇异值  $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_r$  组成的对角矩阵。

Step4: 重新构建矩阵:

$$\mathbf{H}' = \mathbf{U}\mathbf{\Gamma}'\mathbf{V}^T = \begin{bmatrix} S'_1 & S'_2 & \dots & S'_m \\ S'_2 & S'_3 & \dots & S'_{m+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S'_N & S'_{N+1} & \dots & S'_n \end{bmatrix}_{N \times m} \quad (11)$$

将矩阵还原为输出值序列。

利用奇异值分解滤波算法将序列分为  $m$  个子序列, 与每个奇异值对应的互不相关的序列如图 3 所示。奇异值越大, 所对应的序列成分越大。将较大奇异值对应的部分序列看作雷达监测序列中占主要成分的趋势部分, 剩余部分看作是随机成分。SVDF 划分的  $m$  个子序列组成了这两种

成分, 不同模型将分别用来对两成分建模预测。

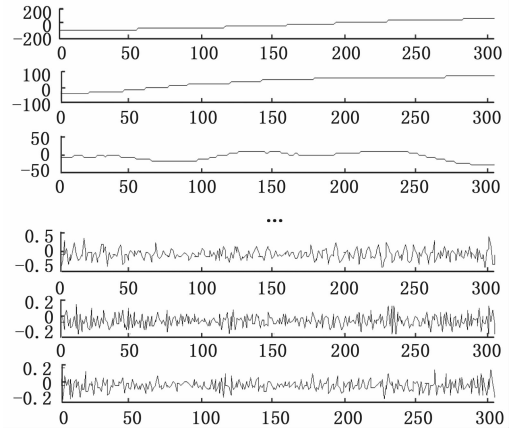


图 3 互不相关的随机序列

## 3 基于 SVDF 的组合预测方法

雷达中不同的影响因素使得性能监测序列包含不同成分, 应当根据各成分特点选择相适应的模型进行建模。性能监测序列中的趋势成分体现了雷达工作性能的中长期变化规律, 经平稳化处理采用 RBFNN 模型进行建模, 对随机成分采用 AR 模型建模, 发挥 AR 和 RBFNN 模型各自优势, 提高预测准确度。联合两类模型的组合预测原理如图 4 所示。

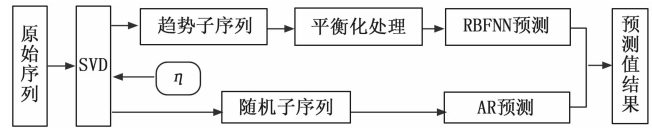


图 4 联合 RBFNN 与 AR 的组合预测原理

将监测序列分成趋势成分和随机成分时, 奇异值分解算法滤波门限的选取直接影响预测的效果。采用均方误差来衡量预测性能, 并将其作为代价函数  $MSE(\eta)$ , 认为使得  $MSE$  最小的阈值  $\eta$  是划分趋势子序列和随机子序列的最佳门限, 符合产生序列的物理规律。

$$MSE(\eta) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{Y}_i(\eta) - Y_i)^2 \quad (12)$$

$$\hat{Y}_i(\eta) = (\hat{Y}_i)_{AR} + (\hat{Y}_i)_{RBFNN} \quad (13)$$

其中:  $N$  为样本数,  $\hat{Y}_i(\eta)$  为组合预测值,  $Y_i$  为原监测值。  $(\hat{Y}_i)_{AR}$  和  $(\hat{Y}_i)_{RBFNN}$  分别是随机成分和趋势成分的预测值。  $(\hat{Y}_i)_{AR}$  的计算参见公式 (2),  $(\hat{Y}_i)_{RBFNN}$  的计算参见公式 (5)。

选取门限时, 首先选定合适的上下限和逼近步长。当步长大时, 总计算时间短, 但易错过最佳门限; 步长小时, 虽然接近最佳门限的概率更大, 但计算量也更大。求解最佳分解门限的算法步骤如下:

Step1: 设定门限  $\eta$  的上限  $\eta_{\max}$  和下限  $\eta_{\min}$  以及步长  $\Delta\eta$ ;

Step2: 初始分解门限  $\eta = \eta_{\min} + \Delta\eta$ , 循环次数  $j = 1$ ;

Step3: 按照当前门限用 SVDF 方法分解序列, 分别对

两条子序列建模, 对未来值进行单步预测, 计算组合预测误差 MSE;

Step4:  $\eta = \eta + \Delta\eta, j = j + 1$ , 重复 Step3 直至  $\eta = \eta_{\max}$ ;

Step5: 输出最小 MSE 对应的  $j$ , 最终选定的阈值为  $\eta = \eta_{\min} + j \cdot \Delta\eta$ 。

特别地, 在工程应用中, 基于奇异值分解的滤波算法动态地执行, 预测算法流程如图 5 所示。每获得一个新的样本点, 都利用当前阈值  $\eta$  重新对固定长度为  $L$  的序列  $\{Y_{t-L+1}, \dots, Y_t\}$  调用 SVDF 算法进行趋势和随机成分拆分, 以获得最佳的预测准确度, 用最先建得的 AR 和 RBFNN 模型分别预测下一时刻的值  $(\hat{Y}_{t+1})_{AR}$  和  $(\hat{Y}_{t+1})_{RBFNN}$ 。以此类推, 当模型不再满足预测准确度指标要求时, 重新建模。

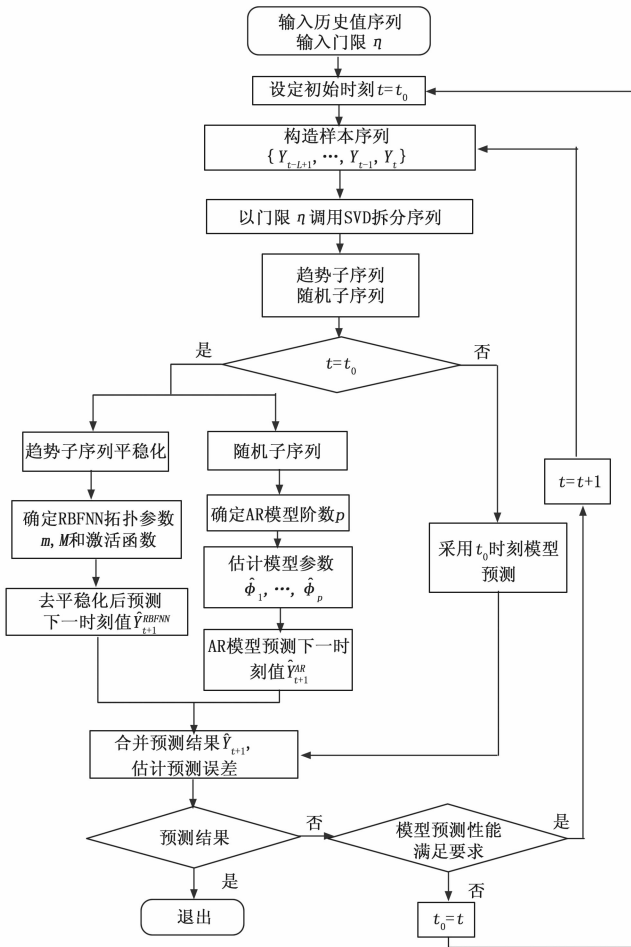


图 5 基于 SVDF 的组合预测算法流程

主要步骤如下。

Step1: 输入历史值监测序列;

Step2: 确定拆分门限  $\eta$ ;

Step3: 设定当前时刻为初始时刻;

Step4: 利用  $\eta$  值将序列  $\{Y_{t-L+1}, Y_{t-L+2}, \dots, Y_t\}$  调用 SVDF 拆分为趋势子序列和随机子序列;

Step5: 若当前时刻为初始时刻, 则对趋势子序列进行平滑化和 RBFNN 建模, 对随机子序列进行 AR 建模, 预测

两成分序列下一时刻值; 若当前时刻不是初始时刻, 采用之前建得的 RBFNN 和 AR 模型继续预测;

Step6: 合并成分子序列的预测值得到下一时刻预测结果;

Step7: 判断预测结果是否满足准确度要求, 若满足且预测未结束, 返回 Step4; 若不满足, 则返回 Step3。流程结束时, 得到预测值序列。

### 4 仿真实验

仿真采用的监测序列为雷达信噪比的监测序列, 如图 6 所示, 已经过异常值剔除和滤波消噪处理。信噪比越小, 意味着有用信号中混杂的噪声越多, 表示雷达的工作性能下降, 是表征雷达健康状态的重要参数。

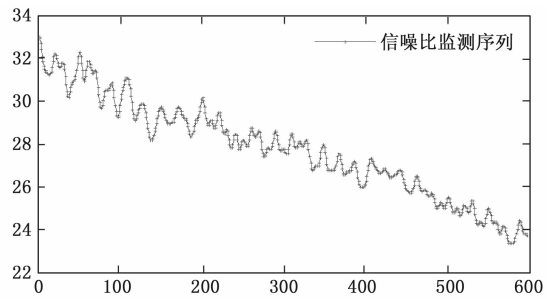


图 6 信噪比监测序列

设置建模序列长度为 500, 预测评价序列长度为 100。设置阈值下限为 0.60, 上限为 0.96, 步长 0.02。序列  $\{Y_t\} = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_{500}\}$  的成分可表示为:

$$\{Y_t\} = \{T_t\} + \{R_t\} \quad (14)$$

其中:  $\{T_t\} = \{T_1, T_2, \dots, T_{500}\}$  为趋势部分,  $\{R_t\} = \{R_1, R_2, \dots, R_{500}\}$  为随机部分。如图 7 所示。

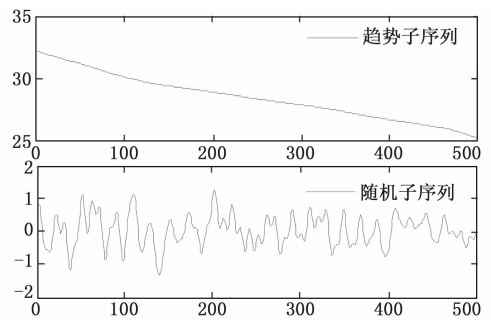


图 7 SVDF 方法分解子序列

为使得 RBFNN 模型的建模和预测准确度更高, 对分解所得的趋势子序列进行平滑化处理, 将趋势子序列进行一阶多项式拟合, 分离出线性趋势部分, 再对剩余趋势部分利用 RBFNN 模型建模预测。根据仿真结果, 选出 SVDF 方法序列分解的阈值为 0.90。阈值条件下构建的 AR 模型阶数为 10。构建的 RBFNN 模型输入维数为 18, 隐层节点数为 46。对趋势子序列平滑化处理时用于拟合的一阶多项式为  $T_t^* = -0.0129t + 31.6566$ 。所建 AR (10) 模型的参数值如表 1 所示。由于 RBFNN 模型参数较多, 不再单独

列出。

表 1 所建 AR(10)模型参数

AR(10)	$\hat{\varphi}_1 \sim \hat{\varphi}_5$	$\hat{\varphi}_6 \sim \hat{\varphi}_{10}$
参数值	2.1479	0.1376
	-1.1481	0.0626
	-0.3589	-0.0871
	0.1051	-0.3151
	0.1960	0.2184

利用 SVDF 组合方法、单一 AR 模型方法、单一 RBFNN 模型方法、均方误差倒数加权组合方法的预测结果对比如图 8、表 2 所示。

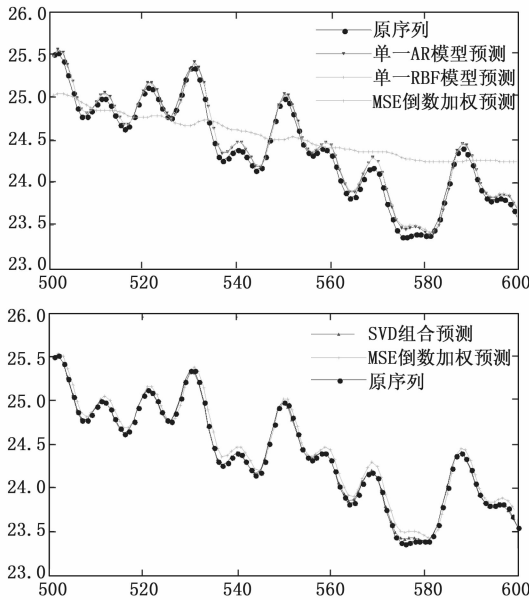


图 8 预测效果对比

表 2 不同预测方法的均方误差对比

预测方法	MSE
SVDF 组合预测	$2.6542e-04$
单一 AR 预测	0.0066
单一 RBFNN 预测	0.1737
均方误差倒数加权组合预测	0.0072

仿真结果表明, 基于奇异值分解的组合预测算法的预测 MSE 仅是单一 AR 模型的 4.02%, 是单一 RBFNN 模型的 0.15%; 即使与均方误差倒数加权组合预测算法比较, 也仅为后者的 3.68%。由于单一的 AR 模型难以准确建模序列中的非线性成分, 预测效果并不理想; 而单一的 RBFNN 模型较适用于平滑序列的建模预测, 且对数据质量有着苛刻要求, 未能发挥其优势。均方误差倒数加权的预测方法要求各预测结果独立无偏, 在实际应用中难以满足适用条件。

### 5 结束语

针对雷达性能参数进行建模预测, 所选用的模型应能

真实反映隐藏在监测序列中的物理规律。雷达结构组成复杂, 彼此不相关的线性与非线性失效因素使得单一模型很难发挥效力。研究基于奇异值分解滤波算法提出了一种联合 AR、RBFNN 模型的组合预测算法, 在最小化代价函数的条件下寻优确定阈值来拆分序列, 使所得的趋势成分和随机成分最大程度上与真实失效规律匹配, 同时发挥两种模型的各自优势, 从而提高预测准确度。仿真结果证实了算法的有效性, 将预测性能提升一个数量级。

如何更加准确地选取分解阈值, 如何针对更多的不相关失效因素细分序列, 以及发挥模型在预测中的最佳性能, 将是下一步研究的方向。

### 参考文献:

- [1] 曾声奎, Pecht M G, 吴 际. 故障预测与健康管理 (PHM) 技术的现状与发展 [J]. 航空学报, 2005, 26 (5): 626 - 632.
- [8] Jonathan D. Cryer, Kung-Sik Chan. 时间序列分析及应用 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2011.
- [9] Box G P E, Jenkins G M, Reinsel G C. Time Series Analysis: Forecasting and Control [M]. 3rd Edition. Pearson Education Asia Ltd., 2005: 10.
- [10] Buhmann M D. Radial Basis Functions: Theory and Implementation [M]. Cambridge Univ. Press, 2003: 56 - 104.
- [11] Bates J M, Granger C W J. The combination of forecasts [J]. Operational Research Society. 1969, 20 (4): 451 - 468.
- [12] 王 贺, 胡志坚, 张翌辉, 等. 基于聚类经验模态分解和最小二乘支持向量机的短期风速组合预测 [J]. 电工技术学报, 2014, 29 (4): 237 - 245.
- [13] 冯增喜, 任庆昌. 基于动态组合残差修正的预测方法 [J]. 系统工程理论与实践, 2017, 37 (7): 1884 - 1891.
- [14] 吕永乐, 郎荣玲, 梁家诚. 基于信噪比经验值的奇异值分解滤波门限确定 [J]. 计算机应用研究, 2009, 26 (9): 3253 - 3255.
- [15] Box G. P. E, Jenkins G. M., Reinsel G. C. Time Series Analysis: Forecasting and Control [M]. 3rd Edition. Pearson Education Asia Ltd., 2005.
- [16] Olivier C, Colot O, Courtellemont P. Information Criteria for Modeling and Identification [Z]. IEEE, 1994: 1813 - 1818.
- [17] 李 军, 孙彦彬. 时间序列计量经济模型的平稳性检验 [J]. 统计与决策, 2007 (7): 18 - 19.
- [18] Matthew B K, Reggie B, Henry D I A. Determining Embedding Dimension for Phase-Space Reconstruction Using A Geometrical Construction [J]. Physical Review A, 1992, 45 (6).
- [19] Grassberger P, Procaccia I. Measuring the Strangeness of Strange Attractors [J]. Physica D, 1983, 9: 189 - 208.
- [20] 修春波, 刘向东, 张宇河. 相空间重构延迟时间与嵌入维数的选择 [J]. 北京理工大学学报, 2003, 23 (4): 220 - 224.
- [21] Ghosh J, Nag A. An overview of radial basis function networks [C]. Radial Basis Function Networks, 2001: 1 - 36.