

# 多渐消因子平方根容积卡尔曼滤波算法

鲍水达<sup>1</sup>, 张安<sup>2</sup>, 高飞<sup>2</sup>

(1. 西北工业大学 电子信息学院, 西安 710129; 2. 西北工业大学 航空学院, 西安 710072)

**摘要:** 针对平方根容积卡尔曼滤波 (SCKF) 在系统模型不准确和状态突变情况下鲁棒性差的问题, 提出了一种多渐消因子平方根容积卡尔曼滤波算法 (MSTSCKF); MSTSCKF 引入强跟踪思想, 通过多渐消因子实时调整增益矩阵, 建立多渐消因子数值求解方法, 克服多渐消因子求解依赖先验知识的不足; 采用假设检验理论对系统异常进行检测, 降低误判概率, 提高滤波稳定性; 通过仿真分析, 比较了 SCKF、单渐消因子平方根容积卡尔曼滤波 (STSCKF) 和 MSTSCKF 的算法性能, 实验表明 MSTSCKF 具有更好的跟踪精度和鲁棒性。

**关键词:** 平方根容积卡尔曼滤波; 强跟踪滤波; 多渐消因子; 假设检验

## Multiple Fading Factors Strong Tracking Square Root Cubature Kalman Filter

Bao Shuida<sup>1</sup>, Zhang An<sup>2</sup>, Gao Fei<sup>2</sup>

(1. School of Electronics and Information, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710129, China;

2. School of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

**Abstract:** In order to solve the problem of poor robustness in the case of inaccurate system models and abrupt state transitions for square root cubature kalman filter (SCKF), a multiple fading factors strong tracking SCKF (MSTSCKF) is proposed. Combining with strong tracking filter idea, MSTSCKF adjusts the gain matrix in real-time through multiple fading factors, establishes a multiple fading factors numerical solution method and overcomes the dependent on prior knowledge. Meanwhile, MSTSCKF uses hypothesis testing theory to detect system anomalies, reduces the probability of misjudgment and improves filter stability. At last, SCKF, single strong tracking SCKF (STSCKF) and MSTSCKF is compared in numerical simulation experiments under different conditions. The simulation results declare that MSTSCKF has better performance on tracking accuracy and robustness.

**Keywords:** square root cubature Kalman filter; strong tracking filter; multiple fading factors; hypothesis testing theory

## 0 引言

Arasaratnam 提出的平方根容积卡尔曼滤波<sup>[1]</sup> (square-root cubature Kalman filter, SCKF) 具有设计方法简洁, 调节参数少, 数学推理严谨, 收敛性较好等特点, 有效克服了无迹卡尔曼滤波 (unscented kalman filter, UKF) 基于直觉, 高维非线性模型收敛性差的不足, 受到了广泛的关注和应用<sup>[2]</sup>。和卡尔曼滤波一样, SCKF 也是基于高斯过程的最优估计, 在模型准确条件下, 具有估计精度高的特点。当模型存在误差时, 由于 SCKF 的“记忆性”, “陈旧”的量测数据降低当前时刻的状态估计精度, 甚至滤波发散。

为了提高卡尔曼滤波应对模型不准确性和状态突变的能力, 文献 [3] 基于渐消滤波思想提出了强跟踪滤波 (strong tracking filter, STF)。该滤波器基于正交性原理, 迫使不同时刻的残差序列处处保持互相正交, 从而提取残差中的有效信息, 确定渐消因子, 强迫强跟踪滤波保持对实际系统状态的跟踪。但 STF 是基于扩展卡尔曼滤波 (extended kalman filter, EKF), 仅利用 Taylor 展开对非线性模型进行一阶近似, 当系统是高阶强非线性时, STF 滤波精度会严重下降甚至发散。

ter, EKF), 仅利用 Taylor 展开对非线性模型进行一阶近似, 当系统是高阶强非线性时, STF 滤波精度会严重下降甚至发散。

SCKF 是确定性采样滤波方法, 通过一定量的采样点, 传递后加权求和来拟合后验均值和协方差。与 EKF 相比, SCKF 无需求解状态转移函数和量测函数的雅可比矩阵, 精度高, 收敛性好等特点。将强跟踪思想引入 SCKF, 建立强跟踪 SCKF, 兼具了两者的优点: 鲁棒性强, 滤波精度高, 数值稳定性好, 计算速度快, 容易实现且应用范围广<sup>[4-8]</sup>, 有效地克服 EKF 的不足。目前的研究主要集中在基于 STF 理论架构, 建立单渐消因子平方根容积卡尔曼滤波 (single strong tracking SCKF, STSCKF), 并与其他方法结合, 互补提高滤波器整体性能。然而, STSCKF 每次迭代只计算一个渐消因子, 对整个系统进行平均性能的改善, 不能保证滤波器的最佳性, 当处理多维系统时, 会导致部分系统状态估计结果变差甚至发散。文献 [9] 基于多重渐消因子扩展卡尔曼滤波 (multiple fading factors extended kalman filter, MFEKF) 的思想, 基于先验知识, 预先设定多个渐消因子间的比例系数, 将 STSCKF 扩展成多渐消因子 SCKF (multiple fading factors strong tracking SCKF, MSTSCKF), 以不同的速率对多维状态进行渐消修正, 具有更高的估计精度, 但比例系数的确定严重依赖先验知识。

为此, 本文提出一种新的 MSTSCKF, 依据正交原理在

收稿日期: 2018-03-26; 修回日期: 2018-04-20。

基金项目: 国家自然科学基金 (61573283)。

作者简介: 鲍水达 (1991-), 男, 浙江丽水人, 博士研究生, 主要从事非线性滤波方向的研究。

张安 (1962-), 男, 陕西人, 博士生导师, 教授, 主要从事一体化智能火力指挥与控制技术、一体化作战飞机航空平台电子综合技术方向的研究。

SCKF 的充分条件, 建立多渐消因子的数值求解算法, 迭代中直接计算确定多个渐消因子, 对各个状态进行单独渐消修正, 以保证滤波器的最佳性; 采用假设检验来判断是否存在模型不确定或者未知干扰, 避免 STF 中以渐消因子是否大于 1 作为系统异常判断标准的不足, 降低误判概率, 提高滤波稳定性。仿真实例验证了本文方法的有效性。

### 1 多渐消因子平方根容积卡尔曼滤波

考虑以下非线性离散系统:

$$\mathbf{x}_k = f(\mathbf{x}_{k-1}) + \mathbf{w}_{k-1} \quad (1)$$

$$\mathbf{y}_k = h(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k \quad (2)$$

其中:  $\mathbf{x}_k \in R^n$  为系统状态向量,  $\mathbf{y}_k \in R^m$  为量测向量,  $n$  和  $m$  为对应维数;  $f(\cdot)$  和  $h(\cdot)$  分别为非线性系统的状态转移函数和量测函数;  $\mathbf{w}_{k-1} \in R^n$  为系统噪声,  $\mathbf{v}_k \in R^m$  为量测噪声, 二者均为高斯白噪声, 且互不相关, 协方差矩阵为  $\mathbf{Q}_k$  和  $\mathbf{R}_k$ 。

SCKF 的核心是三阶球面-相径容积规则, 经过严谨的数学推导, 使用  $2n$  个容积点对非线性高斯滤波中的积分进行拟合。与 UKF 相比, SCKF 采样点是对称的, 所有点权值相同且为正数, 没有中心点, 具有更好的稳定性。SCKF 采用了平方根算法, 滤波过程中传递的是预测误差协方差和后验误差协方差的平方根, 避免了矩阵求根操作, 保证了协方差矩阵的对称性和正定性, 进一步提高了数值稳定性。

然而, 当模型中存在较强的不确定时, SCKF 的状态估计精度将会下降, 甚至发散。而且, SCKF 在系统达到平稳状态时, 增益矩阵趋于极小值。若系统状态发生突变, 残差将变大, 但增益矩阵仍保持极小值, 使得 SCKF 不能充分提取残差中的信息, 丧失对突变状态的跟踪能力。

STF 则是通过在状态预测协方差中引入渐消因子, 在线选择合适的时变增益矩阵, 使得滤波器满足正交性原理, 即:

$$E[(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k)(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k)^T] = \min \quad (3)$$

$$E[\mathbf{e}_{k+j}\mathbf{e}_k^T] = 0, k = 1, 2, \dots; j = 1, 2, \dots \quad (4)$$

其中:  $\mathbf{e}_k$  为  $k$  时刻的残差。式 (3) 是滤波器性能指标, 式 (4) 要求滤波器中不同时刻的残差序列保持处处正交, 也是正交性原理这一名称的由来。

将 STF 思想引入 SCKF 建立 MSTSCKF, 能兼得两者的优点, 具有鲁棒性强, 滤波精度高, 数值稳定性好, 计算速度快的特点。模型的不确定性可能受多个状态变量影响, 采用多个渐消因子分别对每个状态变量进行调整, 能提高滤波器的性能, 保证滤波器的最优性。

#### 1.1 MSTSCKF 中的渐消因子求解算法

STF 是基于 EKF 建立, 在求解多渐消因子时, 依赖先验知识确定多渐消因子之间的比例, 再以类似单渐消因子的方法求解。在求解过程中, 需要使用状态转移函数和量测函数的雅可比矩阵。SCKF 是确定性采样滤波方法, 计算中并不需要使用雅可比矩阵。实际中, 先验知识和非线性系统的雅可比矩阵都不易获得, 为了降低对它们的依赖, 建立 SCKF 中的多渐消因子直接求解算法。

为了与平方根算法相适应, 保证预测误差协方差阵的对称性和正定性, MSTSCKF 中引入多渐消因子形式如下:

$$\mathbf{P}_{k/k-1} = \mathbf{A}_k(\mathbf{P}_{k/k-1}^s)\mathbf{\Lambda}_k^T \quad (5)$$

其中:  $\mathbf{P}_{k/k-1}^s$  表示引入渐消因子前的预测误差协方差矩阵,  $\mathbf{A}_k = \text{diag}[\sqrt{\lambda_{1,k}}, \sqrt{\lambda_{2,k}}, \dots, \sqrt{\lambda_{n,k}}]$ ,  $\lambda_{i,k}$  为渐消因子,  $i = 1, 2, \dots, n$ 。对应的平方根为:

$$\mathbf{S}_{k/k-1} = \text{Tria}(\mathbf{P}_{k/k-1}) = \text{Tria}(\mathbf{A}_k(\mathbf{P}_{k/k-1}^s)\mathbf{A}_k^T) = \mathbf{A}_k\mathbf{S}_{k/k-1}^s \quad (6)$$

其中:  $\mathbf{S}_{k/k-1}^s$  表示引入渐消因子前的预测误差协方差平方根,  $\text{Tria}(\cdot)$  表示一种三角化运算, 一般指 QR 分解。

类似跟跟踪 UKF 残差正交化充分条件的数学推导<sup>[10]</sup>, 式在 SCKF 中的充分条件为:

$$\mathbf{P}_{xy,k/k-1} - \mathbf{K}_k\mathbf{V}_k = 0 \quad (7)$$

其中:  $\mathbf{V}_k$  计算如下:

$$\mathbf{V}_k = \begin{cases} \mathbf{e}_1\mathbf{e}_1^T, k = 0 \\ \frac{\rho\mathbf{V}_{k-1} + \mathbf{e}_k\mathbf{e}_k^T}{1 + \rho}, k > 0 \end{cases} \quad (8)$$

其中:  $\rho$  是遗忘因子,  $0 < \rho \leq 1$ , 通常取  $\rho = 0.95$ 。将相关变量带入并简化得,

$$(\mathbf{A}_k(\mathbf{P}_{k/k-1}^s)\mathbf{A}_k^T) = \mathbf{H}_k^{-1}(\mathbf{V}_k - \mathbf{R}_k)(\mathbf{H}_k^T)^{-1} \quad (9)$$

当  $\mathbf{H}_k$  不是方阵时, 则  $\mathbf{H}_k^{-1}$  是  $\mathbf{H}_k$  的广义逆。令:

$$\mathbf{G}_k = \mathbf{H}_k^{-1}(\mathbf{V}_k - \mathbf{R}_k)(\mathbf{H}_k^T)^{-1} \quad (10)$$

令式 (9) 左右两边对角线元素相等, 有:

$$\lambda_{i,k}\mathbf{P}_{ii,k/k-1}^s = G_{ii,k} \quad (11)$$

从而求得:

$$\lambda_{i,k} = \frac{G_{ii,k}}{\mathbf{P}_{ii,k/k-1}^s} \quad (12)$$

根据  $(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k)$  与量测噪声  $\mathbf{v}_k$  不相关,  $\mathbf{H}_k$  可近似表示为:

$$\mathbf{H}_k = (\mathbf{P}_{xy,k/k-1}^s)^T(\mathbf{P}_{k/k-1}^s)^{-1} \quad (13)$$

渐消因子小于 1 时, 表示不存在模型不准确或者状态突变, 故限定渐消因子应大于等于 1。整理得 MSTSCKF 中多渐消因子求解公式为:

$$\begin{cases} \lambda_{i,k} = \max(1, \frac{G_{ii,k}}{\mathbf{P}_{ii,k/k-1}^s}) \\ \mathbf{G}_k = ((\mathbf{P}_{xy,k/k-1}^s)^T(\mathbf{P}_{k/k-1}^s)^{-1})^{-1}(\mathbf{V}_k - \mathbf{R}_k) \cdot \\ (((\mathbf{P}_{xy,k/k-1}^s)^T(\mathbf{P}_{k/k-1}^s)^{-1})^T)^{-1} \end{cases} \quad (14)$$

#### 1.2 系统异常检测

在 STF 中, 系统是否存在异常的判断是基于求解得的渐消因子值。若渐消因子大于 1, 则系统存在异常, 通过渐消因子进行修正; 反之, 系统正常, 将渐消因子赋值为 1, 表示不进行修正, 容易出现误判。本文采用假设检验的方法, 定义一个服从自由度为  $m$  的  $\chi^2$  统计量, 对系统异常进行检测。定义两个假设如下:

零假设  $\gamma_0$ : 系统正常工作;

备选假设  $\gamma_1$ : 系统存在异常。

定义  $\chi^2$  统计量  $\beta_k$  如下:

$$\beta_k = \mathbf{e}_k^T[\mathbf{Y}_{k/k-1}\mathbf{Y}_{k/k-1}^T + \mathbf{R}]^{-1}\mathbf{e}_k \quad (15)$$

选定显著性水平  $\alpha$ , 则有:

$$P\{\chi^2 > \chi_{\alpha,m}^2\} = \alpha, 0 < \alpha < 1 \quad (16)$$

可确定得阈值  $\chi_{\alpha,m}^2$ 。当备选假设  $\gamma_1$  成立, 则统计量  $\beta_k$  大于阈值  $\chi_{\alpha,m}^2$ , 也就是:

$$\begin{aligned} \gamma_0: \beta_{k+1} &\leq \chi_{\alpha,m}^2 & \forall k \\ \gamma_1: \beta_{k+1} &> \chi_{\alpha,m}^2 & \exists k \end{aligned} \quad (17)$$

### 1.3 MSTSCKF 算法流程

MSTSCKF 具体算法步骤如下:

1) 假设已知系统  $k-1$  时刻的估计状态  $\hat{x}_{k-1}$  和协方差阵平方根  $S_{k-1}$ 。

2) 时间更新。根据文献 [1] 中的 SCKF 时间更新过程, 计算  $k$  时刻状态预测值  $\hat{x}_{k/k-1}$  和  $k$  时刻未引入渐消因子的预测误差协方差矩阵平方根  $S_{k/k-1}^s$ 。

3) 系统状态异常检测。计算残差  $e_k^s$  和加权中心矩阵  $Y_{k/k-1}^s$  如下:

$$X_{i,k/k-1}^s = S_{k/k-1}^s \xi_i + \hat{x}_{k/k-1} \quad (18)$$

$$y_{i,k/k-1}^s = h(X_{i,k/k-1}^s) \quad (19)$$

$$\hat{y}_{k/k-1}^s = \frac{1}{l} \sum_{i=1}^l y_{i,k/k-1}^s \quad (20)$$

$$e_k^s = y_k - \hat{y}_{k/k-1}^s \quad (21)$$

$$Y_{k/k-1}^s = \frac{1}{\sqrt{l}} \begin{bmatrix} y_{1,k/k-1}^s - \hat{y}_{k/k-1}^s & y_{2,k/k-1}^s - \hat{y}_{k/k-1}^s \\ \dots & y_{l,k/k-1}^s - \hat{y}_{k/k-1}^s \end{bmatrix} \quad (22)$$

将残差  $e_k^s$  和加权中心矩阵  $Y_{k/k-1}^s$  带入式 (15) 得到  $\beta_k$ , 并与设定的阈值  $\chi_{\alpha,m}^2$  对比。若  $\beta_k$  大于  $\chi_{\alpha,m}^2$ , 则备选假设  $\gamma_1$  成立, 进入步骤 4); 反之, 系统正常, 不计算渐消因子, 进入步骤 5)。

4) 计算渐消因子。  $V_k$  计算如式 (8) 所示, 计算得互协方差矩阵  $P_{xy,k/k-1}$  和预测误差协方差矩阵  $P_{k/k-1}$  如下:

$$P_{xy,k/k-1}^s = \chi_{k/k-1}^s (Y_{k/k-1}^s)^T \quad (23)$$

$$P_{k/k-1}^s = \chi_{k/k-1}^s (\chi_{k/k-1}^s)^T \quad (24)$$

$$\chi_{k/k-1}^s = \frac{1}{\sqrt{l}} \begin{bmatrix} X_{1,k/k-1}^s - \hat{x}_{k/k-1} & X_{1,k/k-1}^s - \hat{x}_{k/k-1} \\ \dots & X_{l,k/k-1}^s - \hat{x}_{k/k-1} \end{bmatrix} \quad (25)$$

将  $P_{xy,k/k-1}^s$ 、 $P_{k/k-1}^s$  和  $V_k$  带入式 (14) 计算得多渐消因子。计算引入渐消因子后的预测误差协方差阵平方根:

$$S_{k/k-1} = \Lambda_k S_{k/k-1} \quad (26)$$

5) 量测更新。根据文献 [1] 中的 SCKF 量测更新过程, 利用  $k$  时刻状态预测值  $\hat{x}_{k/k-1}$  和  $k$  时刻预测误差协方差矩阵平方根  $S_{k/k-1}$ , 计算  $k$  时刻状态估计值  $\hat{x}_k$  和  $k$  时刻状态误差协方差阵平方根  $S_k$ 。

## 2 仿真分析

采用某一强耦合非线性随机系统<sup>[9]</sup>来验证 MSTSCKF 的有效性, 并对量测方程做了相应修改, 具体如下:

$$\begin{cases} x_{k,1} = 0.001(d_{k-1}z_{k-1} - g_{k-1}b_{k-1})/c_{k-1} + x_{k-1,1} + w_{k-1,1} \\ x_{k,2} = 0.001(-g_{k-1}z_{k-1} + a_3b_{k-1})/c_{k-1} + x_{k-1,2} + w_{k-1,2} \\ x_{k,3} = 0.001x_{k-1,1} + x_{k-1,3} + w_{k-1,3} \\ x_{k,4} = 0.001x_{k-1,2} + x_{k-1,4} + w_{k-1,4} \\ y_{k,1} = x_{k,1} + v_{k,1} \\ y_{k,2} = x_{k,2} + v_{k,2} \\ y_{k,3} = x_{k,3} + x_{k,4} + v_{k,3} \end{cases}$$

其中:  $d_{k-1} = a_1 + a_2 \cos(x_{k-1,4})$ ,  $g_{k-1} = a_3 + 0.5a_2 \cos(x_{k-1,4})$ ,  $z_{k-1} = a_2 \sin(x_{k-1,4})(x_{k-1,1}x_{k-1,2} + 0.5x_{k-1,2}^2) - a_4 \cos(x_{k-1,3}) - a_5 \cos(x_{k-1,3} + x_{k-1,4}) + u_{k-1,1}$ ,  $b_{k-1} = -0.5a_2 \sin(x_{k-1,4})^2 - a_5 \cos(x_{k-1,3} + x_{k-1,4}) + u_{k-1,2}$ ,  $c_{k-1} = a_3 d_{k-1} - g_{k-1}^2$ ,  $a_1 = 3.82$ ,  $a_2 = 2.12$ ,  $a_3 = 0.71$ ,  $a_4 = 81.82$ ,  $a_5 = 24.6$ ,  $u_{k-1,1} = 125 - 5(1 - \exp(-0.2(k-1)))$ ,  $u_{k-1,2} = 125 - 10(1 - \exp(-0.2(k-1)))$ , 在

滤波过程中, 设  $R = \text{diag}[0.01, 0.01, 0.01]$ ,  $Q = 0$ 。异常判断中, 选定显著性水平为 95%, 则阈值  $\chi_{\alpha,m}^2 = 7.8147$ 。

为验证本文提出的 MSTSCKF 处理模型不准确性和状态突变的能力, 仿真中采用 3 种方法进行对比: SCKF、文献 [7] 提出的 STSCKF 和本文的 MSTSCKF。

### 2.1 状态突变

假设在  $k = 70$  和  $k = 140$  时, 由于外部干扰,  $x_{k,1}$  分别有 +4 和 -3 的突变。SCKF、STSCKF 和 MSTSCKF 对 4 个状态的状态估计如图 1~图 4 所示。

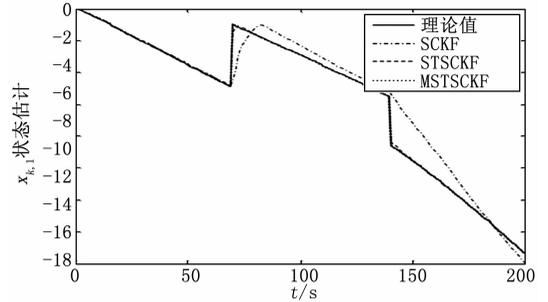


图 1 三种方法对  $x_{k,1}$  的状态估计

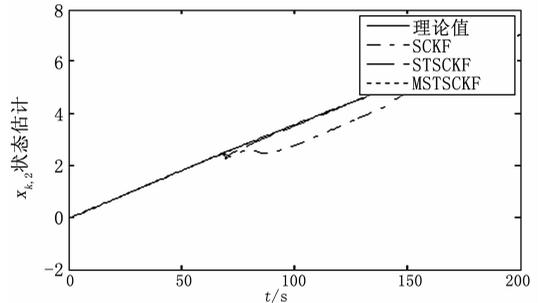


图 2 三种方法对  $x_{k,2}$  的状态估计

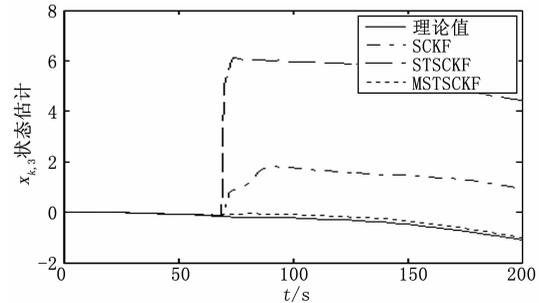


图 3 三种方法对  $x_{k,3}$  的状态估计

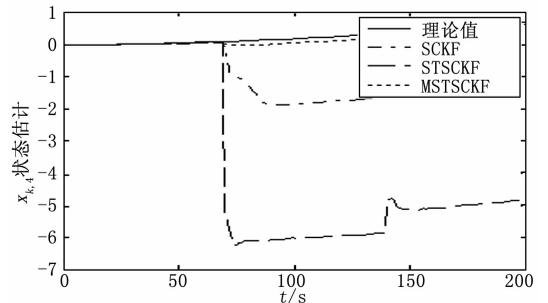


图 4 三种方法对  $x_{k,4}$  的状态估计

从图 1 中可知, 当突变发生后, SCKF 不能及时跟踪突变状态, 对突变响应比较迟缓, 估计精度有所下降, 需要很长一段时间才能对回到正常误差区间, 应对干扰能力不足, 鲁棒性较差。引入强跟踪思想后, STSCKF 和 MSTSCKF 均能有效的从残差中提取信息, 计算渐消因子, 实现对突变状态的跟踪, 响应速度快, 鲁棒性好, 且在突变点附近, MSTSCKF 稳定性优于 STSCKF, 波动小, 估计精度更好。

从图 2 可知, 突变发生时, SCKF 的估计误差并没有明显的变化, 而是在十多秒后突然误差变大, 偏离真实值, 很长时间没有收敛回正常误差范围。STSCKF 在突变发生时有比较明显的波动, 估计误差变大, 这是由于单渐消因子的局限性, 只能对滤波器实现平均性能的改善, 牺牲了其他状态的估计精度。虽然 MSTSCKF 在突变处也有一定的波动, 但并不明显。采用假设检验对系统异常进行检测后, MSTSCKF 的滤波稳定性优于 STSCKF, 在保持鲁棒性的情况下, 减少了误判导致的滤波结果波动, 在三种算法中估计精度最好。

图 3 和图 4 中表现地更为明显, SCKF 和 STSCKF 对  $x_{k,3}$  和  $x_{k,4}$  的估计在第一次突变后就急速下降, 并趋于发散, STSCKF 估计精度甚至比 SCKF 更差。MSTSCKF 对  $x_{k,3}$  和  $x_{k,4}$  的估计精度不如前面两个变量那么好, 有比较明显的波动, 然而明显优于 STSCKF 和 SCKF, 随着时间逐渐趋于正常的误差范围, 并没有趋于发散。

可见, SCKF 并没有处理状态突变的能力, 抗干扰能力差, 对 4 个状态的估计精度均不理想。STSCKF 引入单渐消因子, 对  $x_{k,1}$  和  $x_{k,2}$  实现了较好的估计, 但局限于单渐消因子只能对滤波器进行平均性能改善的不足, 对  $x_{k,3}$  和  $x_{k,4}$  的估计非常不理想, 无法保证每个状态的最优估计。MSTSCKF 采用 4 个渐消因子, 分别对 4 个状态进行修正, 有效地保证了滤波器的最优性, 不但能有效跟踪状态突变, 对其他状态变量也保持了良好的滤波精度。

## 2.2 模型不确定性

假设从  $k = 70$  起, 由于外界因素, 系统噪声方差变为  $Q = \text{diag}[0.01, 0.01, 0, 0]$ , 而在滤波器中, 仍然认为  $Q = 0$ 。进行 100 次蒙特卡洛仿真, 所得到的 4 个状态变量平均绝对误差如图 5 所示。

在系统噪声发生变化之前, SCKF、STSCKF 和 MSTSCKF 均能较好的实现状态估计, 估计精度没有明显的区别。系统噪声发生变化后, SCKF 估计误差明显变大, 呈发散趋势, 都没有再次收敛回到正常误差范围。STSCKF 对  $x_{k,1}$  和  $x_{k,2}$  的估计结果明显优于 SCKF, 但由于一个渐消因子不能保证对各个状态分量修正都是合理的, STSCKF 对  $x_{k,3}$  和  $x_{k,4}$  的估计结果不是很理想, 且在系统噪声发生变化时, 有比较大的波动, 需要一定时间才能回到正常误差区间。MSTSCKF 对各个变量分别进行修正, 各变量的估计误差均小于 SCKF 和 STSCKF, 保证了每个变量的滤波最优性, 克服了 STSCKF 的不足, 假设检验对系统异常进行检测后, 滤波过程稳定, 波动少。

## 3 结束语

为了解决 SCKF 在系统模型不准确和状态突变情况下鲁棒性差, 滤波精度明显下降的问题, 本文结合强跟踪滤波器思想, 将多渐消因子引入 SCKF, 建立 MSTSCKF。完善多渐消因子引入方法, 保持预测误差协方差的对称性; 基于正交原

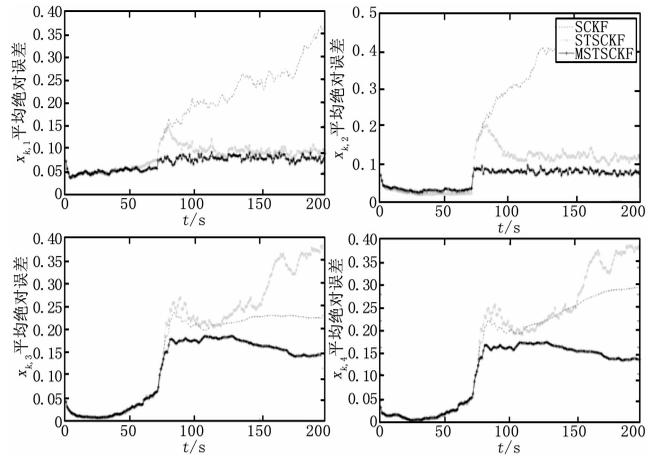


图 5 系统噪声变化时 4 个状态的平均估计误差

理, 推导多渐消因子在 SCKF 中的数值求解方法, 克服原多渐消因子求解依赖先验知识的不足。MSTSCKF 基于多渐消因子, 各个变量分别进行修正, 互不影响, 保证了滤波器的最优性, 克服单渐消因子的缺点。采用假设检验代替渐消因子作为系统是否异常的标准, 减少误判, 提高稳定性。仿真结果表明, 在模型存在不确定性和状态突变的情况下, MSTSCKF 对每个状态都保持了良好的估计精度和响应速度, 突变点波动小, 各方面均优于 SCKF 和 STSCKF, 有效的弥补了 SCKF 的不足。

## 参考文献:

- [1] Arasaratnam I, Haykin S. Cubature kalman filters [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 54 (6): 1254 - 1269.
- [2] Zhang Y, Huang Y, Li N, et al. Embedded cubature Kalman filter with adaptive setting of free parameter [J]. Signal Processing, 2015, 114: 112 - 116.
- [3] 周东华, 席裕康. 非线性系统带次优渐消因子的扩展卡尔曼滤波 [J]. 控制与决策, 1990, 5 (5): 1 - 6.
- [4] Zhao L, Wang J, Yu T, et al. Design of adaptive robust square-root cubature Kalman filter with noise statistic estimator [J]. Applied Mathematics and Computation, 2015, 256: 352 - 367.
- [5] Hu G, Gao S, Zhong Y, et al. Modified strong tracking unscented Kalman filter for nonlinear state estimation with process model uncertainty [J]. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 2015, 29 (12): 1561 - 1577.
- [6] Wu S, Wang B, Zhou Z, et al. The Application of the Fuzzy Strong Tracking UKF in the SINS Swing Base Initial Alignment [J]. 2014: 313 - 318.
- [7] 杜占龙, 李小民, 郑宗贵, 等. 强跟踪平方根容积卡尔曼滤波和回归模型融合的故障预测 [J]. 控制理论与应用, 2014, (8): 1047 - 1052.
- [8] 杜占龙, 李小民. 多重新消因子强跟踪 SCKF 及其在故障参数估计中的应用 [J]. 系统工程与电子技术, 2014, (4): 643 - 649.
- [9] 周东华, 席裕庚, 张钟俊. 一种带多重次优渐消因子的扩展卡尔曼滤波器 [J]. 自动化学报, 1991, 6: 689 - 695.
- [10] 郭泽, 缪玲娟, 赵洪松. 一种改进的强跟踪 UKF 算法及其在 SINS 大方位失准角初始对准中的应用 [J]. 航空学报, 2014, 35 (1): 203 - 214.