

基于贝叶斯和蒙特卡罗的多信号模型扩展研究

刘钦文

(中国电子科技集团公司第十研究所, 成都 610036)

摘要: 传统多信号模型基于确定性测试假设条件, 忽略了系统存在不确定性的真实情况, 在传统多信号模型基础上引入贝叶斯条件概率来表示不确定性问题, 并通过蒙特卡罗方法进行仿真模拟, 将不确定性问题转化为单次试验确定性问题, 进而使用相关矩阵进行测试性分析, 通过程序实现和算例验证了该方法的有效性, 并可以根据反馈数据进行参数学习, 修正初始条件概率。

关键词: 多信号流模型; 蒙特卡罗; 条件概率; 测试不确定性; 参数学习

Research on Multi-signal Model Expansion Based on Bayesian and Monte Carlo

Liu Qinwen

(10th Research Institute China Electronics Technology Group Corporation, Chengdu 610036, China)

Abstract: Traditional multi-signal model based on the condition of deterministic assumption, ignore the fact that the system is uncertain. The Bayesian condition probability is introduced into the traditional multi-signal model to express the uncertainty, and then using the Monte Carlo method to simulate the uncertainty problem, and transform it into a single deterministic problem. Finally, the correlation matrix is used to analyze the testability. The availability of the method is validated by program implementation and example analysis, and the initial condition probability can be corrected by parameter learning according to the feedback data.

Keywords: multi-signal model; Monte Carlo; condition probability; test uncertainty; parameter learning

0 引言

测试性是系统或设备能及时准确地确定其状态(可工作、不可工作或性能下降)并隔离其内部故障的一种设计特性^[1], 在提高执行任务的可靠性与安全性, 提高系统可用性, 减少系统使用保障费用等方面具有显著效果, 现已大量应用于现代航空航天和武器系统中^[2]。

在目前的工程型号项目中, 对测试性分析通常采用多信号模型分析法。多信号模型(multi-signal model)是由 Somnath Deb 等于 1994 年提出, 属于相关模型的一种, 通过建模分析得到相关矩阵, 并可以据此对故障检测率、隔离率等测试性参数进行预计分析和进行故障诊断。美国 QSI 公司基于多信号模型开发出测试性工程和维修系统软件(TEAMS)在航天卫星、航空飞机和汽车等系统的诊断设计、健康管理中得到广泛应用^[3]。

但是传统多信号模型基于确定性测试假设条件, 忽略了十几种存在的不确定性真实情况, 在测试性模型中, 相关矩阵只有 0、1 两种状态, 故而只能表示故障可检测或故障不可检测两种绝对情况, 无法处理故障传递和故障检测不确定性问题, 如果忽略这种不确定性, 可能产生不合乎

实际情况的测试性分析结果^[4]。鉴于贝叶斯网络在处理不确定性问题的优势, 且广泛应用于故障诊断推理等领域^[5-6], 本文也通过引入贝叶斯网络条件概率的方法, 对传统多信号模型进行扩展, 以处理测试不确定性问题。

由于引入条件概率后, 故障传递和故障检测存在不能传递以及不能检测的情况, 这会引起相关矩阵的变化, 由此计算测试性参数尤其故障隔离率会有较大困难^[4], 对此笔者提出采用蒙特卡罗法进行仿真模拟, 将不确定性问题转化为单次试验确定性问题, 再使用相关矩阵分析法进行测试性分析。此外利用贝叶斯具有的参数学习能力, 通过样本数据进行参数学习, 以消除引入的条件概率可能带来的主观误差。

1 多信号模型

多信号模型是在系统结构和功能分析基础上, 以分层有向图表示信号流导向和各组成单元(故障模式)的构成及相互连接关系, 并通过定义信号(功能)以及组成单元(故障模式)、测试与信号之间的关联性来表征系统组成、功能、故障及测试之间相关性的一种模型表示方法。

主要包括以下元素:

组元 c (component): 构成系统具有独立和相对完整功能的可替换的功能模块。

信号 s (signal): 系统传输特性中能够清晰描述系统功能的特征属性。不同信号之间具有独立性, 信号与组元

收稿日期: 2018-01-24; 修回日期: 2018-03-12。

作者简介: 刘钦文(1985-), 男, 四川荣县人, 硕士, 工程师, 主要从事武器装备可靠性、测试性、维修性技术方向的研究。

关联。

测试 t (test)：在系统某个点检测某些信号的好坏。

测试点 tp (test point)：包含测试的测试点。

有向连线 l (link)：由某个组元指向另一个组元的有向线段，代表着模块之间的功能依赖关系。

故障与测试之间的相关性是通过定义模块关联信号和测试关联信号的联系来体现的，并以此为基础构造故障—测试相关矩阵（即 D 矩阵）进行测试性分析。近几年，基于多信号模型在工程领域的测试性分析得到了广泛应用^[7-8]，限于篇幅本文不再对多信号模型方法进行详述。

2 贝叶斯与参数学习

2.1 贝叶斯网络

贝叶斯网络 (Bayesian Networks) 又称为信度网络 (Belief Networks)，是目前不确定性知识表达和推理领域最有效的理论模型之一。是图论与概率论相结合的产物，表示变量间概率依赖关系的有向无环图。一般由两部分组成：1) 贝叶斯网络结构，它是一个有向无环图 (DAG)，由节点和连接节点间的有向边组成，网络中的每个节点都表示一个随机变量，每条边都表示节点间存在相应的依赖关系。2) 节点间的条件概率表 (CPT)，其中的概率值表示了变量间的关联强度^[9]。

贝叶斯网络为多元随机变量 $x = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ 的概率分布提供了一种图表示，记做 $\langle G, \theta \rangle$ 。其中 $G = \langle N, E \rangle$ 为有向无环图，图中节点 $N_i \in N, i = 1, 2, \dots, n$ ，对应随机变量 X_i ，图中的边 $e_j \in E, j = 1, 2, \dots, m$ ，表示随机变量间的依赖关系，若 X_i 依赖于 X_j ，即图中 N_j 到 N_i 有一条有向边，则记 X_j 为 X_i 的父节点， X_i 的父节点集合记为 $\pi(X_i)$ 。 $\theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\}$ 为一组条件概率分布表，其中 $\theta_i, i = 1, 2, \dots, n$ 为随机变量 X_i 的条件概率分布表， X_i 的取值格局表示为 $X_i^j, j = 1, 2, \dots, J$ ，其父节点集合取值格局记做 $\pi_i^k, k = 1, 2, \dots, K$ ，则 $\theta_i \in R^{J \times K}$ 可以表示为：

$$\theta_{ijk} = P(X_i^j | \pi_i^k, \theta_i)$$

2.2 贝叶斯参数学习

贝叶斯网络参数学习是指通过对样本数据的学习，获得最能匹配样本数据集的贝叶斯网络参数，这里的样本数据即是一组变量的试验观测值。在具有完备的数据样本集情况下，贝叶斯网络参数学习常用的方法有最大似然估计法和贝叶斯估计法^[10]。

二者的主要区别在于最大似然估计法只依据样本数据与参数的似然程度进行预计，而贝叶斯估计法同时综合了先验信息和观测数据，因此既避免只使用先验信息带来的主观偏见，又避免只使用后验信息带来的噪音影响，并且通过将上一次学习的后验概率作为新一轮先验概率，在新样本数据下进行反复迭代学习。鉴于外场收集测试性数据更符合多次小样本数据的特性，而且可以在各个阶段将试

验和使用过程中收集的小样本数据用于参数学习，逐步迭代修正，因此本文采用贝叶斯估计法进行条件概率参数学习。

此方法分析过程是：

因分析变量参数为 $[0 \sim 1]$ 之间多状态离散变量，服从多项狄里克莱分布 (Dirichlet 分布)，选择 Dirichlet 分布作为先验分布，根据以往对参数 θ 的先验知识 S ，确定先验分布 $P(\theta | S)$ ，在给定一个完整的实例数据集 D 条件下，计算后验概率 $P(\theta | S, D)$ 。

计算过程如下：

$$P(\theta_{ij} | S) = Dir(\alpha_{ij1}, \alpha_{ij2}, \dots, \alpha_{ijK}) = \frac{\Gamma(\alpha_{ij})}{\prod_k \Gamma(\alpha_{ij})} \prod_k (\theta_{ijk})^{\alpha_{ijk}}$$

其中： α_{ijk} 是超参数，且 $\alpha_{ij} = \sum_{k=1}^K \alpha_{ijk}$ ，这些参数反映了先验知识信息。

那么，在加入数据集 D 后，参数 θ 的后验概率也服从 Dirichlet 分布，可得：

$$P(\theta_{ij} | S, D) = \frac{p(\theta_{ij} | S) p(D | S, \theta_{ij})}{p(D)} =$$

$$\frac{\Gamma(\alpha_{ij})}{\prod_k \Gamma(\alpha_{ij})} \prod_k (\theta_{ijk})^{\alpha_{ijk}}$$

$$Dir(\alpha_{ij1} + n_{ij1}, \alpha_{ij2} + n_{ij2}, \dots, \alpha_{ijK} + n_{ijK})$$

其中： n_{ijk} 表示数据集 D 中满足条件 $X_i = x_i^j$ ， $\pi(X_i) = \pi(X_i)^k$ 的实例数，即所求变量在 D 中出现的次数。此时参数的后验估计为：

$$\hat{\theta}_{ijk} = \frac{\alpha_{ijk} + n_{ijk}}{(\alpha_{ijk} + n_{ijk})} = \frac{\alpha_{ijk} + n_{ijk}}{\alpha_{ij} + n_{ij}}$$

3 实现及验证

3.1 多信号模型不确定性表示

为考虑系统中故障传递和故障检测的不确定性，引入贝叶斯网络中的条件概率表 (CPT) 概念，用条件概率来表示不确定性问题。通常条件概率表可以分为故障传递条件概率表和故障检测条件概率表两类，分别如表 1 和表 2 所示。

表 1 故障传递条件概率表

		F2	
		0	1
F1	0	P_{00}	P_{01}
	1	P_{10}	P_{11}

表 2 故障检测条件概率表

		T1	
		0	1
F2	0	P_{00}	P_{01}
	1	P_{10}	P_{11}

以故障检测条件概率表为例，其中存在 4 种故障和测试的不确定性状态，可以用条件概率表示为^[11]：

1) P_{00} 表示 F2 不发生时 T1 检测显示正常的概率，即能够正确检测到无故障的概率。

2) P_{01} 表示 F2 不发生时 T1 检测显示发现故障的概率，即虚警的概率。

3) P_{10} 表示 F2 发生时 T1 检测显示正常的概率，即故

障漏检的概率。

4) P_{11} 表示 $F2$ 发生时 $T1$ 检测显示发现故障的概率, 即能够正确检测到故障的概率。

3.2 蒙特卡罗概率抽样

蒙特卡罗方法 (Monte-Carlo 方法) 亦称为概率模拟方法, 也称为随机抽样技术或统计试验方法。它是通过随机变量的统计试验、随机模拟来求解工程技术问题的一种近似解方法。其基本思想是: 为了求解一个问题, 首先建立一个概率模型或随机过程, 使它的参数等于问题的解, 然后通过对模型或过程的观察或抽样试验来计算所求参数的统计特征, 最后给出所求问题的解的近似值^[12]。

采用蒙特卡罗方法, 可以通过对各故障模式进行失效率分布概率抽样, 在一次仿真试验中得到各个故障模式的失效时间 MTTF, 其中最小者即认为是这次仿真试验中故障发生的故障模式 (模拟实际使用过程中的故障发生)^[13]。

在单次蒙特卡罗仿真中, 对引入的条件概率同样采用概率抽样方式处理, 将其转换为确定值 (例如: 假设某故障传递的条件概率为 0.8, 单次仿真时, 可能存在故障能够传递或不能传递两种情况, 但是多次仿真的统计结果满足传递的概率是 80%)。在单次仿真中根据得到确定传递关系, 修正原相关矩阵, 相关矩阵的变化会引起检测次数和隔离次数的变化, 从而反映到故障检测率和故障隔离率上。

通过单次仿真生成的相关矩阵, 分析故障发生是否可以检测, 能够检测则检测次数 N_D+1 ; 再分析是否能隔离到规定模糊度的模糊组, 能够隔离到 1 个模糊组则 $N_{I1}+1$, 能够隔离到 2 个模糊组则 $N_{I2}+1$, 能够隔离到 3 个模糊组则 $N_{I3}+1$ 。

重复 N_T 次仿真试验后, 得到成功检测故障次数 N_D , 以及隔离到 1 个模糊组的次数 N_{I1} , 2 个模糊组的次数 N_{I2} , 3 个模糊组的次数 N_{I3} 。

由故障检测率和故障隔离率的定义计算故障检测率和故障隔离率。

$$\text{故障检测率 } \gamma_{FD} = \frac{N_D}{N_T} \times 100\%$$

$$\text{隔离到 1 个模糊组的故障隔离率 } \gamma_{FI1} = \frac{N_{I1}}{N_D} \times 100\%$$

$$\text{隔离到 2 个模糊组的故障隔离率 } \gamma_{FI2} = \frac{N_{I1} + N_{I2}}{N_D} \times 100\%$$

$$\text{隔离到 3 个模糊组的故障隔离率 } \gamma_{FI3} = \frac{N_{I1} + N_{I2} + N_{I3}}{N_D} \times 100\%$$

3.3 程序实现

通过 MATLAB 编辑程序, 实现含条件概率表的多信号模型 FDR 和 FIR 值计算过程。程序算法如下:

第一步: 从 EXCEL 中导入数据, 构造故障传递矩阵。此处将其定义为 T 矩阵, 该矩阵直接从多信号流模型生成,

反映了故障传递的关系以及测试的关系, 矩阵中的行对应故障模式, 矩阵中的列则包含故障模式、测试点以及失效率和隔离层次信息。假设多信号模型有 m 个故障模式、 n 个测试点, 则 T 矩阵的行数为 m , 列数为 $m+n+2$ 。

第二步: 根据 T 矩阵, 生成 D 矩阵。首先根据故障模式数量 m 和测试点数量 n , 定义一个全为 0 的 $m \times n$ 矩阵, 即 D 矩阵, 然后循环依次查询 T 矩阵中各行对应的故障模式列和测试点列的元素, 存在传递关系 (不为 0), 则设置对应 D 矩阵元素为 1。

第三步: 进行蒙特卡罗仿真, 设置仿真次数为 N_T 。依次查询 T 矩阵中含条件概率的元素, 并根据概率值进行概率抽样, 单次仿真结果若为 0, 则需要修改 D 矩阵, 形成新的 D 矩阵 (定义为 $D1$ 矩阵), 仿真结果若为 1, 则直接复制 D 矩阵为 $D1$ 矩阵。

第四步: 根据 $D1$ 矩阵, 分析是否可检测以及可检测后能隔离到的模糊组大小, 分别填入 $D1$ 矩阵中扩展 TD 列和 TI 列, 形成扩展 $D1$ 矩阵。

第五步: 对各故障根据失效率信息进行概率抽样, 得到各故障模式故障前时间 MTTF, 比较各 MTTF 值大小, 最小值对应故障模式即认为是该次仿真试验中发生的故障。查询扩展 $D1$ 矩阵中对应的 TD 是否为 1, 若为 1, 表示故障可以检测, 则 N_D+1 , 若为 0, 表示故障不可被检测, 查询 TI 数值, 若为 1, 则 $N_{I1}+1$, 若为 2, 则 $N_{I2}+1$, 若为 3, 则 $N_{I3}+1$ 。

第六步: 仿真次数全部完成后, 计算 FDR 和 FIR 值。

3.4 算例验证

以图 1 所示的多信号模型为例进行说明, 模型图中表示一个外场可更换单元 (LRU) 中由两个内场可更换单元 (SRU) 组成, SRU1 中包含 4 个故障模式 ($F1 \sim F4$) 和 1 个测试点 ($T3$), SRU2 中包含 3 个故障模式 ($F5 \sim F7$) 和 2 个测试点 ($T1$ 、 $T2$), 其中的连线表示故障的传递关系。

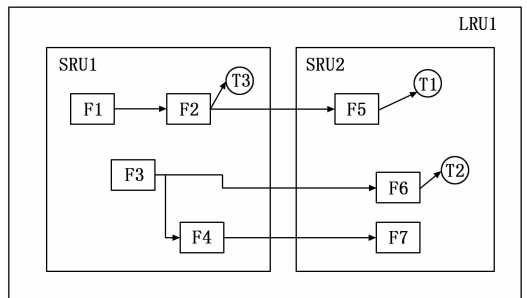


图 1 多信号流模型图

通过模型图可以转化为相关矩阵, 见表 3, 即将某个故障模式对应能够检测的测试点用 1 表示, 不能检测用 0 表示, 由此得到故障-测试的相关矩阵, 反映了模型图中的连接关系。

正如前文所述, 基于传统多信号模型形成的相关矩阵只有 0、1 两种状态, 故而只能表示故障可检测或故障不可

检测两种绝对情况，无法处理故障传递和故障检测不确定性问题。

现以该多信号模型举例说明条件概率表在多信号模型中的应用方法，通过专家分析知故障传递 F1→F2，故障传递 F2→F5，以及故障检测 F5→T1 存在不确定性问题，各自的条件概率表如表 4~表 6 所示。

表 3 相关矩阵表格

	T1	T2	T3
F1	1	0	1
F2	1	0	1
F3	0	1	0
F4	0	0	0
F5	1	0	0
F6	0	1	0
F7	0	0	0

表 4 F1→F2 条件概率表

		F2	
		0	1
F1	0	1	0
	1	0.2	0.8

表 5 F2→F5 条件概率表

		F5	
		0	1
F2	0	1	0
	1	0.1	0.9

表 6 F5→T1 条件概率表

		T1	
		0	1
F5	0	0.98	0.02
	1	0.05	0.95

各故障失效率如表 7 所示，故障隔离层次为 SRU 级。

表 7 故障失效率数据

	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
失效率(10 ⁻⁶ /h)	20	15	25	14	10	22	16

分别对含 CPT 的多信号模型和不含 CPT 的多信号模型两种情况进行程序分析，分析结果对比如表 8 所示。可知在不含 CPT 情况下，即传统多信号模型时，该分析程序得到结果与理论计算结果相符，在含 CPT 情况下，因增加了测试不确定性，FDR 值和 FIR 值会有变化。

表 8 计算结果对比情况

	传统多信号模型 (不含 CPT)		含 CPT 多 信号模型
	理论 计算值	程序仿真值(仿 真次数 5000 次)	程序仿真值(仿 真次数 5000 次)
故障检测率 FDR	75.4%	75.7%	70.76%
隔离到 1 个 SRU	48.91%	49%	46.9%
隔离到 2 个 SRU	100%	100%	100%
隔离到 3 个 SRU	100%	100%	100%

此外，笔者通过多个复杂算例对程序进行了验证，分析结果表明了程序的有效性。

3.5 参数学习

因在传统多信号流模型中引入条件概率来表示故障传递和故障测试的不确定性，而引入的条件概率值在缺乏统计数据的设计初期只能人为赋予，由此可能会带来较大误差，所以随着设计深入，通过试验以及使用过程中收集的故障测试反馈数据应能用于迭代修正模型。

如前文所述，将贝叶斯网络参数学习方法用于该条件概率的学习和修正，鉴于外场收集测试性数据更符合多次小样本数据的特性，而且可以在各个阶段将试验和使用过程中收集的小样本数据用于参数学习，逐步迭代修正，而不用花费较长时间收集大量样本数据后再进行参数学习，因此选用贝叶斯估计法进行参数学习。

还是以 5.4 节不确定性多信号模型为例进行说明，假设 F2→F5 故障传递概率实际为 0.6，并且通过蒙特卡罗生成模拟样本数据，使用贝叶斯估计法进行条件概率参数学习，分别选取 5 组每组 100 个样本数据和 5 组每组 30 个样本数据进行学习，得到条件概率估计值见图 2，其中横坐标表示样本数据采样次数，初始值为先验概率，两条曲线表示不同样本大小下得到的结果值（含圆圈线条表示 100 个试验数据样本，含方框线条代表 30 个试验数据样本）。

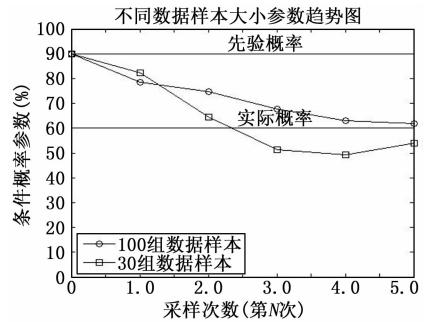


图 2 F2 到 F5 故障传递条件概率参数学习结果

从图可知，进行贝叶斯估计法进行参数学习时，由于同时考虑先验概率和样本数据的影响，在没有样本数据时，采用先验概率值，即对应横坐标为 0 的数据，随着不断的加入样本进行迭代学习，每次学习后的后验概率作为下一次学习的先验概率，因此可以反复迭代，随着迭代次数增加，结果值逐步收敛到真实值。并且从 100 样本数据和 30 样本数据对比可知，样本数据越充分得到的结果收敛性越好。

4 结论

通过引入蒙特卡罗仿真和贝叶斯条件概率，解决了传统多信号流模型绝对的故障传递关系与实际中存在不确定性情况不相符的问题，优化了多信号流模型分析方法，并且通过蒙特卡罗仿真试验方法，采用原始定义计算测试性参数，避免了工程上使用失效率计算时需满足指数分布的

限制条件,因此可以扩展分析正态分布、威布尔分布等非指数分布的情况。引入贝叶斯参数学习方法利用收集的反馈数据对赋予的条件概率进行修正,消除条件概率人为设置的主观因素,使结果更加符合实际情况。通过算例验证了该方法的有效性。

由于蒙特卡罗方法为概率抽样法,通过多次仿真来模拟产品实际使用过程中的多次故障发生,以此来进行测试性分析,因此该分析流程与实际使用中故障产生、故障检测、概率统计、分析得到测试性结果的分析方法一致。但由于蒙特卡罗的概率抽样特性,单次试验结果具有很大随机性,需较大的仿真次数规模来保证分析结果的准确性,仿真次数的增大又会导致分析时间增长的问题,尤其在引入条件概率后,计算量大,分析时间长,后续优化程序算法、提高程序效率是还需继续改进的方向。

参考文献:

[1] 田仲,石君友. 系统测试性设计与验证 [M]. 北京:北京航空航天大学出版社,2003.
 [2] 石君友,王璐,李海伟,等. 基于设计特性覆盖的测试性定量分析方法 [J]. 系统工程与电子技术,2012,34(2):418-423.
 [3] 林志文,贺喆,杨士元. 基于多信号模型的雷达测试性设计分析 [J]. 系统工程与电子技术,2009,31(11):2781-2784.
 [4] 陈希祥,邱静,刘冠军. 测试不确定性条件下基于贝叶斯网

络的装备测试优化选择技术 [J]. 中国机械工程,2011,22(4):379-384.
 [5] 程延伟,谢永成,李光升,等. 基于贝叶斯网络的车辆电源系统故障诊断方法 [J]. 计算机工程,2011,37(23):251-253.
 [6] 代京,于劲松,张平,等. 基于多信号流图的诊断贝叶斯网络建模 [J]. 北京航空航天大学学报,2009,35(4):472-475.
 [7] 邵思杰,曹勇,李爱民. 基于多信号模型的火控系统测试性分析与仿真验证 [J]. 计算机测量与控制,2012,20(7):1907-1909.
 [8] 刘海明,易晓山. 多信号流图的测试性建模与分析 [J]. 中国测试技术,2007,33(1):49-51.
 [9] 李俭川. 贝叶斯网络故障诊断与维修决策方法及应用研究 [D]. 长沙:国防科学技术大学,2002.
 [10] 杨海森. 贝叶斯网络中不确定性知识推理算法及其应用研究 [D]. 华南理工大学,2010.
 [11] Yang Chunling, Zhang Siwen, Tong Chenmin. Research on Testability Modeling with Bayesian Network Based on Multi-signal Flow Model [A]. IEEE 8th Conference on Industrial Electronics and Applications (ICIEA) [C], 2013.
 [12] 杨为民,盛一兴. 系统可靠性数学模拟 [M]. 北京:北京航空航天大学出版社,1990.
 [13] 任文杰,王伟等. 蒙特卡罗仿真在飞控系统可靠性评估中的研究 [J]. 计算机仿真,2009,26(4):63-66.

(上接第 171 页)

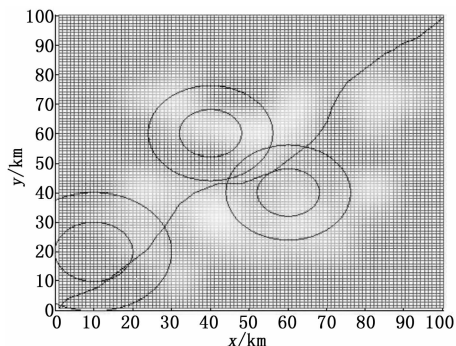


图 6 最优航路二维俯视图

更加符合无人作战的实际特点,并具有很强的灵活性和适应性。仿真算例表明了该方法解决无人机航路规划问题的可行性和有效性,为无人机航路规划研究提供了新的思路^[10-13]。

参考文献:

[1] 欧阳骏,杨峰. INSGA-II 算法及其在天线综合中的应用 [J]. 电子科技大学学报,2008,6(37):886-889.
 [2] 王洪涛,刘玉田. 基于 NSGA-II 的多目标输电网架最优重构 [J]. 电力系统自动化,2009,23(33):14-18.
 [3] 董威. 基于 Pareto 遗传算法的起重机主梁优化设计 [D].

大连理工大学,2005.
 [4] 叶媛媛. 多UCAV协同任务规划方法研究 [D]. 国防科学技术大学,2005.
 [5] 卫田,范文慧. 基于 NSGA-II 的物流配送中车辆路径问题研究 [J]. 计算机集成制造系统,2008,4(14):778-784.
 [6] Srinivas N, Kalyanmoy D. Multiobjective optimization using nondominated sorting in genetic algorithm [J]. Evolution Computation, 1995, 2(3):221-248.
 [7] Deb K, Pratap A, Agarwal S, et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm; NSGA-II [J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2002, 6(2):184-197.
 [8] 罗辞勇,陈民铈,张聪誉. 采用循环拥挤排序策略的改进 NSGA-II 算法 [J]. 控制与决策,2010,25(2):227-231.
 [9] 胡中华,赵敏. 一种改进蚂蚁算法的无人机多目标三维航迹规划 [J]. 沈阳工业大学学报,2011,5(33):570-575.
 [10] 杨景明,侯宇浩,孙浩,等. 采用数量级阈值与二维信息排序策略的 NSGA-II-DE 算法 [J]. 控制与决策,2016,31(9):1577-1584.
 [11] 刘旭红,刘玉树,张国英,等. 多目标优化算法 NSGA-II 的改进 [J]. 计算机工程与应用,2005(15):76-78.
 [12] 孙鹏,李锴,孙昱,等. 基于多目标优化的任务计划建模及方法 [J]. 火力与指挥控制,2016,41(9):18-23.
 [13] 文诗华,郑金华. NSGA-II 中一种改进的分布性保持策略 [J]. 计算机工程与应用,2010,46(33):49-53.