

利用地面景象信息辅助的无人机自主定位技术

徐喜梅¹, 黄大庆², 徐 诚²

(1. 南京航空航天大学 电子信息工程学院, 南京 210016;

2. 南京航空航天大学 中小型无人机先进技术工信部重点实验室, 南京 210016)

摘要: 针对无人机自主定位过程中 GPS 定位系统失效的问题, 提出了一种利用地面景象信息辅助的无人机自主定位技术, 首先利用无人机所拍摄的实时航拍图像, 与预先储存在无人机计算机中地面景象的数字化地形图进行匹配, 从匹配结果中提取一个同名像点, 结合地面景象数字化地形图所提供的信息获取此同名像点的地理位置坐标, 根据同名像点位置与无人机位置间的几何关系, 结合机载光电测量系统的坐标转换过程, 实现无人机的自主定位过程; 利用已知的地面同名像点的地理位置信息, 反推出无人机的地理位置信息具有一定的创新性; 由于整个定位过程存在实际误差, 因此利用无人机飞行时记录的数据, 采用蒙特卡罗法对定位误差进行仿真试验; 试验结果表明该技术能够在误差允许范围内, 在 GPS 定位系统失效的情况下完成无人机的自主定位。

关键词: 同名像点; 无人机自主定位; 坐标系转换; 蒙特卡罗法

Unmanned Aerial Vehicle Autonomous Positioning Technology Assisted by Ground Scene Information

Xu Ximei¹, Huang Daqing², Xu Cheng²

(1. College of Electronic and Information Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics,

Nanjing 210016, China; 2. Ministerial Key Laboratory of Unmanned Aerial Vehicle Technology,

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: To address the problem of failure of GPS positioning system in the autonomous positioning of UAV, this paper presents a autonomous positioning technology of UAV based on ground scene assistance. Firstly, the real-time aerial images acquired by UAV are matched with those digital topographic map of the ground scene stored in the computer in UAV. Meanwhile extracting a corresponding image points from the matching result, merging the data information in the digital topographic map to obtain the geographical coordinates of the corresponding image points. According to the geometric relationship between the location of the point and the UAV, and combine with the coordinate system conversion process of the onboard photoelectric measurement system, we can realize the autonomous positioning process of UAV. The geographic location information of the corresponding image points on the ground is known to reverse the information of the UAV. This method is the innovation point of this paper. Due to the actual error in the whole positioning process, the positioning error is simulated by Monte Carlo method based on the data recorded in the UAV flight. The experimental results show that the technology can realize the autonomous positioning of UAV when the GPS positioning system fails in the allowable range of error.

Keywords: corresponding image points; UAV localization; coordinate system conversion; Monte Carlo method

0 引言

无人机(Unmanned Aerial Vehicle)是一种无线遥控的无人驾驶飞机。最初无人机的诞生是用于军事上,随着信息技术的高速发展以及高新技术在武器装备的应用,以

及我国低空空域对民用的开放,其使用范围已拓宽到军事、民用和科学研究三大领域,无人机的应用将是一个巨大的潜在市场^[1]。无论是在军事、民用、还是科学研究领域,无人机在执行任务时首先要解决的问题就是确定自身在工作环境中的准确位置,因此无人机自主定位是无人机执行任务的基础和关键。

传统的无人机自主定位技术使用最广泛的是 GPS 导航和惯性(IMU)导航,其可以提供精确的位置和姿态信息,而卫星信号易受干扰、技术敏感,以及惯性测量单元的成本较高,且测量结果会随时间漂移,存在误差累积的问题,不适合进行长时间、远距离的定位应用。近年来,视觉传感器在无人机的自主定位技术中应用越来越广泛,基于图

收稿日期: 2018-01-22; 修回日期: 2018-03-12。

基金项目: 国家自然科学基金(61601222); 中央高校基本科研业务费专项资金; 江苏省自然科学基金(BK20160789); 中央高校基本科研业务费专项资金(56XAA16095); 南京航空航天大学创新基地(试验室)开放式基金(kfj20170406)。

作者简介: 徐喜梅(1990-),女,河南省商丘市虞城县人,在读硕士研究生,主要从事遥控遥测技术方向的研究。

像匹配的无人机自主定位技术已成为研究热点, 其中利用图像匹配导航技术确定无人机位姿参数的研究, 国外开始的比较早, 最初其研究主要是采用光学传感器, 结合相机成像原理以及计算机视觉理论推导出无人机相对位置信息^[2], 后期又有利用相对位置和绝对位置估计复合定位算法, 该方法虽然计算精度比较高而且克服了一些地理位置的不足, 但其对设备性能要求很高, 且计算量非常大。另外澳大利亚 Monash University 提出了一种结合 GPS 的图像导航的无人机自主定位方式^[3]。在国内此方向的研究起步比较晚, 大多是在算法上的研究工作, 包括基于地形辅助的图像导航研究, 此系统研究比较成熟, 但其一般适用于地形起伏比较大的地方^[4], 利用影像匹配和摄影测量法实现无人机自主定位导航^[5], 其前提是要求一幅图像上必须有 3 个以上的同名点已知。利用雷达实现无人机自主定位^[6], 然而该方法对无人机飞行路径的地貌特征有苛刻的要求, 增加了计算量, 且实时性较差。

本文在研究分析了上述各种方法优缺点的基础上, 设计了一种利用地面景象信息辅助的无人机自主定位算法, 此算法能够在误差允许范围内, 解决无人机的 GPS 信号接收机丧失定位功能时, 无法获取无人机自身的位置信息的问题, 具有较大的实用价值, 且简单易于实现。

1 无人机自主定位算法

本文提出的利用地面景象信息辅助的无人机自主定位算法, 首先假设在平坦区域内, 利用景象匹配导航技术, 将无人机拍摄的实时航拍图, 与预先储存在无人机计算机内的地面景象的数字化地形图进行图像匹配, 从匹配结果中获取数字化地形图上的一个同名像点 D 和此点对应在实时航拍图像上的点 D' , 利用数字化地形图所提供的地理位置数据, 获取此同名像点 D 的大地坐标信息, 最后结合机载光电测量系统的坐标转换过程, 推导出无人机的大地坐标信息, 实现无人机的自主定位。基于地面景象辅助的无人机自主定位的模型如图 1 所示。其中地面景象的数字化地形图的获取可以通过大地测量、航空摄影、卫星摄影或是已有的地形图等方法将地形数据 (主要是地形位置和高度数据) 制成数字化地形图^[7]。最后利用蒙特卡罗思想设计无人机自主定位误差模型, 并进行仿真试验及误差分析。本研究在无人机 GPS 定位系统失效的情况下, 充分利用无人机飞行区域的地面景象数字化地形图的地理位置数据, 以及无人机位置与地面上同名像点位置之间的几何关系, 再结合机载光电测量系统的坐标转换过程, 实现无人机的自主定位过程, 此自主定位算法富有一定创新性, 且简单易于实现。

1.1 无人机自主定位辅助坐标系

利用地面景象辅助的单机定位算法实现无人机的自主定位, 在此过程中需要定义以下几个辅助坐标系:

1) 摄像机坐标系 $T(O_t - X_t Y_t Z_t)$: 原点在摄像机光轴

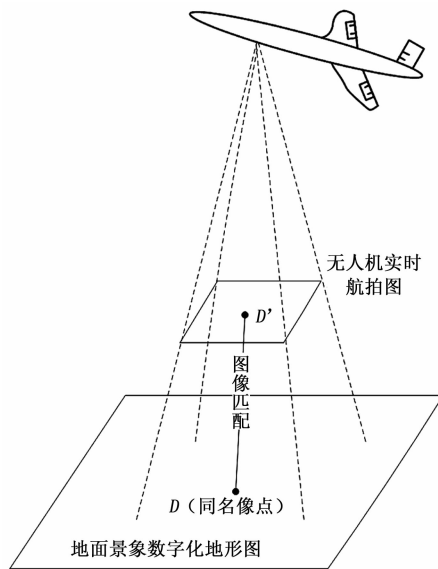


图 1 基于地面景象辅助的无人机自主定位模型

与横轴的交点上, Z_t 轴为摄像机光轴指向目标, 光轴指向角以方位角 α 和高低角 β 表示, 其中方位角 α 为绕方位轴 X_t 的旋转角度, 高低角 β 为绕俯仰轴 Y_t 的旋转角度。

2) 载体坐标系 $A(O_a - X_a Y_a Z_a)$: 原点是某一时刻载体质心所处的位置, X_a 轴由机腹指向机背, Y_a 轴代表无人机横轴, Z_a 轴代表无人机纵轴。设 $\psi_{as}, \theta_{as}, \varphi_{as}$ 为三轴姿态角, 分别绕 X_a (偏航), Y_a (俯仰), Z_a (横滚) 的旋转。

3) 地理坐标系 $S(O_s - X_s Y_s Z_s)$: Z_s 指向正北方向, X_s 指向天顶, Y_s 与 Z_s, X_s 构成右手坐标系, 指向西为正。本文定义两个地理坐标系, 首先地理坐标系 S_u 定义为其原点是某一时刻无人机质心所处的位置 (B_u, L_u, H_u) 。地理坐标系 S_d 定义为以地面对应同名像点所处的位置 (B_d, L_d, H_d) 为原点。两坐标系的 X, Y, Z 三轴指向相同且互相平行。

NEU 坐标系 $N(O_N - X_N Y_N Z_N)$ ^[8]: 其原点为地面对应同名像点所处的位置 (B_d, L_d, H_d) , X_N 轴正方向指向正北, Y_N 轴正方向指向正东, Z_N 轴与 X_N 轴 Y_N 轴构成右手坐标系, 指向天顶为正。

4) 大地直角坐标系 $G(O_g - X_g Y_g Z_g)$, 大地坐标系 $C(O_c - X_c Y_c Z_c)$ ^[9]。

1.2 无人机自主定位原理

无人机的自主定位流程图如图 2 所示, 首先利用景象匹配导航技术获取地面景象的数字化地形图上的一个同名像点 D , 以及此点的大地坐标值。利用无人机的激光测距仪获取无人机与地面上对应同名像点 D 的距离 R 。定义此同名像点 D 在摄像机坐标系下的坐标为 $(0, 0, R)$, 利用各个坐标系间的转换关系可以得到点 D 在地理坐标系 S_u 中的坐标值, 利用两地理坐标系 S_u 和 S_d 之间的空间几何关系如图 3 所示, 点 D 在 S_u 地理坐标系 V, VI, VII, VIII 四个象限的情况相同, 因此本文只讨论同名点 D 位于 VIII 卦限的情况。将点 D 在地理坐标系 S_u 中的坐标值 X, Y, Z 均加反向

符号,即可获得无人机在地理坐标系 S_d 中的坐标值,继而求出无人机在大地直角坐标系中的坐标值 (X_u, Y_u, Z_u) ,最后利用公式 (8) 求出无人机大地坐标系 (B_u, L_u, H_u) 。

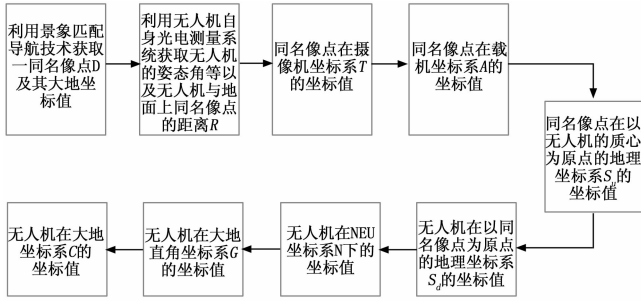


图 2 无人机自主定位流程图

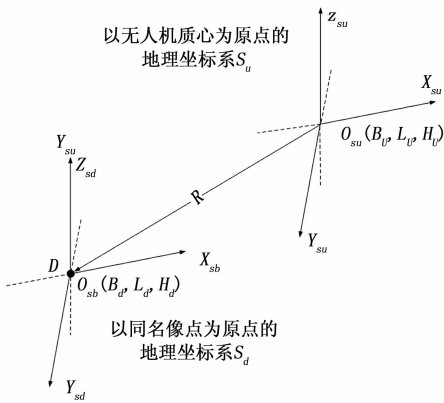


图 3 地理坐标系 S_u 和 S_d 之间的空间几何关系

1.3 无人机自主定位计算过程

无人机自主定位过程,即已知同名点 D 的大地坐标 (B_d, L_d, H_d) ,无人机姿态角 $\psi_{as}, \theta_{as}, \varphi_{as}$,摄像机的方位角 α 、高低角 β ,以及无人机与地面同名像点 D 之间的距离 R ,求解无人机大地坐标 (B_u, L_u, H_u) 的过程。

具体计算过程如下:

1) 已知同名像点 D 在摄像机坐标系中的坐标 $T = (0, 0, R)$,将 T 代入公式 (1) 可得无人机在 NEU 坐标系中的坐标值 $N = (n, e, u)$ 。

$$N = [n, e, u]^T = C_5^N C_4^S C_3^A C_1^T T \quad (1)$$

其中: C_1^T 为摄像机坐标系 T 到载机坐标系 A 的变换矩阵:

$$C_1^T = Q_1 Q_0 =$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix} \quad (2)$$

C_3^A 为载机坐标系 A 到地理坐标系 S_u 的变换矩阵:

$$C_3^A = Q_2 Q_3 Q_2 =$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\psi_{as} & -\sin\psi_{as} \\ 0 & \sin\psi_{as} & \cos\psi_{as} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta_{as} & 0 & \sin\theta_{as} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta_{as} & 0 & \cos\theta_{as} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \cos\varphi_{as} & -\sin\varphi_{as} & 0 \\ \sin\varphi_{as} & \cos\varphi_{as} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

C_5^N 代表地理坐标系 S_u 到地理坐标系 S_d 的变换矩阵:

$$C_5^N = Q_5 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

C_4^N 代表地理坐标系 S_d 到 NEU 坐标系 N 的变换矩阵:

$$C_4^N = Q_6 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

2) NEU 坐标系 N 到大地直角坐标系 G 的转换关系:

已知无人机在 NEU 坐标系 N 下的坐标值为 (n, e, u) , NEU 坐标系原点 O_N 的大地坐标为 (B_d, L_d, H_d) ,大地坐标系 $C(O_c - X_c Y_c Z_c)$ 到大地直角坐标系 $G(O_g - X_g Y_g Z_g)$ 之间的转换关系如式 (6) 所示。则 NEU 坐标系 $N(n, e, u)$ 到大地直角坐标系 $G(O_g - X_g Y_g Z_g)$ 的变换如式 (7) 所示。

$$\begin{cases} X_g = (N + H_c) \cos B_c \cos L_c \\ Y_g = (N + H_c) \cos B_c \sin L_c \\ Z_g = [N(1 - e^2) + H_c] \sin B_c \end{cases} \quad (6)$$

其中: $N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}}$ 为卯西圈半径。

$$\begin{bmatrix} X_g \\ Y_g \\ Z_g \end{bmatrix} = M^{-1} \begin{bmatrix} n \\ e \\ u \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

其中: $M = \begin{bmatrix} -\sin L & \cos L & 0 \\ -\sin B \cos L & -\sin B \sin L & \cos B \\ \cos B \cos L & \cos B \sin L & \sin B \end{bmatrix}$, $x_0, y_0,$

z_0 为 NEU 坐标系原点 O_N 的大地坐标 (B_d, L_d, H_d) 在大地直角坐标系 G 中的坐标表示。

3) 大地直角坐标系 G 转换到大地坐标系 C 有两种方法,迭代法和直接法^[10],本文采用直接法,如公式 (8) 所示。

$$\begin{cases} B_c = \arctan \frac{Z_g + be^2 \sin^3 U}{\sqrt{X_g^2 + Y_g^2} - ae^2 \cos^3 U} \\ L_c = \arctan \frac{Y_g}{X_g} \\ H_c = \frac{\sqrt{X_g^2 + Y_g^2}}{\cos B} - N \end{cases} \quad (8)$$

其中: $U = \arctan \left(\frac{Z_c a}{\sqrt{X_c^2 + Y_c^2} b} \right)$ a, b 为椭球长半径和短半径, e 和 e' 为椭球第一偏心率和第二偏心率。

最后由无人机在大地直角坐标系下的坐标值 (X_u, Y_u, Z_u) 带入公式 (8) 求得无人机在大地坐标系下的坐标值 (B_u, L_u, H_u) 。

2 无人机自主定位性能分析

为了对利用地面景象信息辅助的单点定位算法,实现

无人机自主定位的性能进行分析, 本文采用蒙特卡罗统计实验的方法, 对本文无人机自主定位的误差进行仿真试验。由于定位方程会涉及到大量的矩阵相乘, 其运算和结果比较繁琐因此本文采用 MATLAB 程序进行仿真。

2.1 蒙特卡罗法应用于无人机自主定位的误差分析

蒙特卡罗法也称统计试验法或随机模拟法, 它是通过随机变量的统计或随机模拟, 求解数学、物理和工程技术问题近似解的数值方法^[11]。本文利用蒙特卡罗方法, 模拟一套定位误差源的样本值而且各个样本值相互独立, 随着样本数量的增加, 大量的模拟结果就与实际结果非常接近, 因此充分考虑样本的数量以及计算时间, 使得计算结果具有很高的置信度^[12]。

无人机自主定位误差模型用蒙特卡罗法可以表示为:

$$\Delta Y = f(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2, \dots, x_n + \Delta x_n) - f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (9)$$

其中: x_1 为坐标转换中各参数的测量值, Δx_i 为各参数测量误差; f 为定位计算过程。

基于地面景象辅助的无人机自主定位的计算方程可以简单表示为:

$$(B_u, L_u, H_u)^T = f(X) \quad (10)$$

则定位误差模型:

$$(\Delta B_u, \Delta L_u, \Delta H_u)^T = f(X + \Delta X) - f(X) \quad (11)$$

其中: B_u, L_u, H_u 为无人机在大地坐标系下的坐标值, $\Delta B_u, \Delta L_u, \Delta H_u$ 为无人机定位误差, $X, \Delta X$ 分别表示转换中各参数的测量值和测量误差。这些参数包括: 无人机与地面上同名点之间的距离, 无人机姿态角, 摄像机的方位角、高低角, 同名点大地坐标;

参数的误差模型:

由式 (11) 可知定位误差与多种因素有关, 包括各个参数的测量值及其误差, 由概率论知识可知这些参数的误差大都服从正态分布。因此假设定位计算的参数误差 ΔX 服从均值为 0, 均方差为 $\sigma_{\Delta X}$ 的正态分布即:

$$\Delta X \sim N(0, \sigma_{\Delta X}) \quad (12)$$

在计算机仿真中, 利用 MATLAB 提供的 randn () 函数, 产生服从标准正态分布的随机数序列 X' 。经过转换 $\Delta X = \sigma_{\Delta X} X'$ 就可以得到正态分布的随机数 $\Delta X \sim N(0, \sigma_{\Delta X})$ 。

2.2 定位仿真程序设计

首先根据无人机实际飞行数据记录各个量的名义值, 参数的误差值 (均来源于平台各个部件的说明书), 将仿真计算过程中所用到的参数的名义值, 误差值列于表 1 中。本文根据基于地面景象辅助的无人机自主定位方程, 以及用蒙特卡罗法设计的定位误差分析模型编写误差仿真的 MATLAB 程序, 其详细计算步骤如下所示:

1) 初始化程序;

2) 首先按照表 1 输入各参数的真实值, 设定所有参数误差为零, 求得无误差情况下的定位结果 (B_u, L_u, H_u) , 记录数据。

3) 利用 randn () 函数, 生成服从正态分布的各个参数的随机数 X' , 设定随机序列长度为 10 000;

4) 根据随机误差量 $\Delta X_i = \sigma_{\Delta X} X'_i$, 其中 $\sigma_{\Delta X}$ 是表 1 中的误差值。用蒙特卡罗法计算加入误差后的定位结果 (B_i, L_i, H_i) ;

5) 计算 $(\Delta B_i, \Delta L_i, \Delta H_i) = (B_i, L_i, H_i) - (B, L, H)$;

6) 统计 $(\Delta B_i, \Delta L_i, \Delta H_i)$ 的标准差并输出结果。

表 1 无人机自主定位仿真数据

名称	符号	名义值	误差 σ
同名点的经度	L_d	118.78°	0.0 002°
同名点的纬度	B_d	32.04°	0.0 002°
同名点的高度	H_d	227 m	5 m
无人机偏航角	Ψ_{os}	11°	0.3°
无人机俯仰角	θ_{os}	4°	0.3°
无人机横滚角	φ_{os}	5°	0.3°
摄像机方位角	α	10°	0.02°
摄像机高低角	β	-50°	0.02°
无人机与同名点距离	R	7000m	4m

2.3 仿真结果和误差分析

利用上述的仿真步骤建立的定位模型和误差仿真模型结合表 1 仿真数据进行仿真试验, 最终得到无人机的经纬度和大地高的误差分布, 以及无人机自主定位结果的空间分布, 试验结果如图 4 所示, 其中由图 (a)、图 (b)、图 (c) 可以看出, 无人机的经纬度和大地高的误差分布皆服从 $\mu = 0$ 的正态分布。无人机自主定位的结果中心占的比例最大, 呈中心分布形状符合正态分布, 采用表 1 数据计算无人机自主定位误差, 并对试验结果经过统计求均值可以得到, 经度误差 0.000343°, 纬度误差为 0.000259°, 高程误差 21.1 m, 换算为空间误差为 20.9 m。

利用本文的无人机自主定位算法和表 1 的数据, 结合对定位误差的实验结果的分析, 最终会得到一个定位结果及误差, 如表 2 所示。

表 2 无人机定位结果

名称	计算值	误差
大地经度	118.7574°	0.000343°
大地纬度	31.9998°	0.000259°
大地高度	5180.8m	21.1m

3 总结

本文提出了一种利用地面景象信息辅助的单点定位算法, 实现无人机的自主定位。本算法首先利用景象匹配导航技术, 获取无人机拍摄区域内对应地面上的一个同名像点, 结合地面景象的数字化地形图提供的地理位置信息, 获取此同名像点的位置坐标信息, 利用同名像点位置与无人机位置的几何关系定义多种辅助坐标系, 通过机载光电测量系统的坐标转换过程推导出基于地面景象辅助的单点

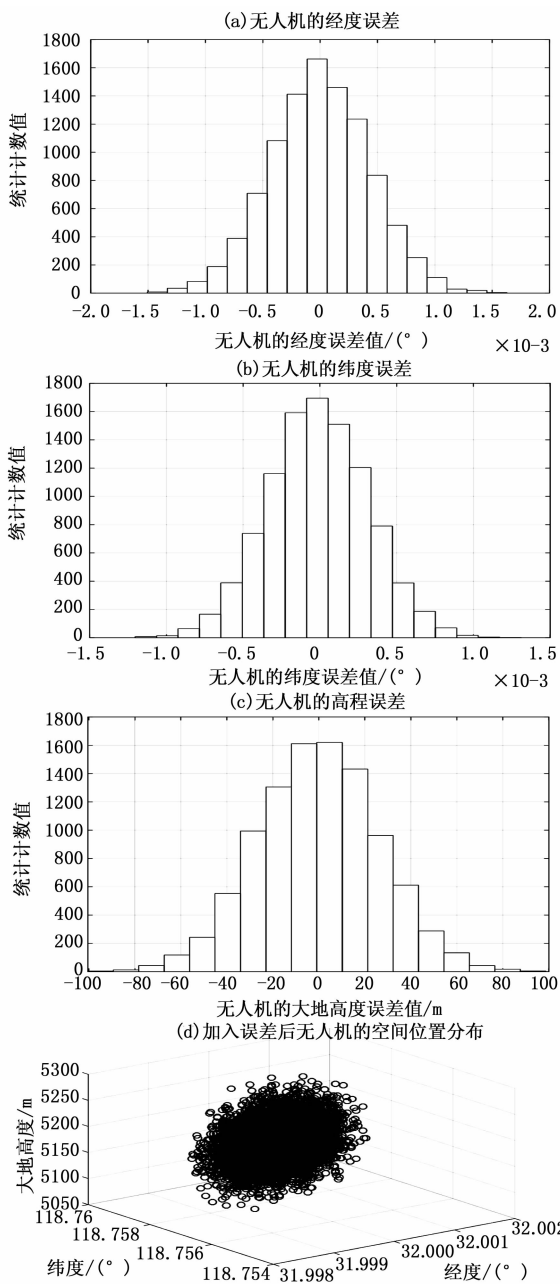


图 4 试验仿真结果

定位方程，最终实现无人机的自主定位过程。最后本文利

(上接第 148 页)

[3] Wilharm C K, Chin A, Pliskin S K. Thermochemical Calculations for Potassium Ferrate (VI), K_2FeO_4 , as a Green Oxidizer in Pyrotechnic Formulations [J]. 2014, 39 (2): 173 - 179.

[4] 黄兵, 黄辉, 田玉蓉, 等. 基于 VC 的化学平衡热力学程序 CEA 调用 [A]. 第十届全国低温工程大会暨中国航天低温专业信息网 2011 年度学术交流会 [C]. 兰州, 2011.

[5] 李猛, 王宏, 陈雪莉. 复杂化学平衡应用计算程序 [J]. 四川兵工学报, 2010 (9): 132 - 134.

[6] McBride B J, Gordon S. Computer Program for Calculation of Complex Chemical Equilibrium Compositions and Applications

用蒙特卡罗思想对无人机自主定位误差进行仿真试验。经试验证明，此算法在误差允许范围内能够实现无人机的自主定位过程，可以有效的解决无人机在室内、恶劣环境中或是受敌方电子干扰时，GPS 信号接收机丧失自主定位功能的问题，本研究具有较高的实用性和可行性。

参考文献:

[1] 黄鸿, 梁爽, 马泽忠, 等. 民用小型无人机飞行控制系统硬件设计 [J]. 计算机测量与控制, 2015, 23 (9): 3018 - 3021.

[2] Jan Wendel. An integrated GPS/ MEMS-IMU navigation system for an autonomous helicopter [J]. Aerospace Science & Technology, 2006, 10 (6): 527 - 533.

[3] Ding Meng, Wei Li, Wang Banfeng. Vision-based Estimation of Relative Pose in Autonomous Aerial Refueling [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2011 (6).

[4] 赵龙, 颜廷君. 不同传感器精度下的地形辅助导航系统性能评估 [J]. 北京航空航天大学学报, 2013, 8, 39 (8): 1016 - 1019.

[5] 王春龙, 马传焱, 时荔蕙, 等. 一种基于多点观测的无人机目标定位方法 [J]. 无线电工程, 2016, 46 (2): 48 - 51.

[6] 孙琳, 李小波, 周轻松, 等. 基于扩展卡尔曼滤波的雷达无源定位方法 [J]. 火力与指挥控制, 2016, 41 (11): 48 - 61.

[7] Dekomien C. System architecture for intraoperative ultrasound registration in image-based medical navigation [J]. Biomedical Engineering-biomedizinische Technik, 2012, 57 (4): 229 - 237.

[8] 黄立人, 高砚龙, 任立生. 关于 NEU (ENU) 坐标系统 [J]. 大地测量与地球动力学, 2006, 26 (1): 97 - 99.

[9] Hofmann, E. Fimmers, R, et al. Landmarks of the Frankfurt horizontal plane Reliability in a three-dimensional Cartesian coordinate system [J]. Journal of Orofacial Orthopedics, 2016, 77 (5): 373 - 383.

[10] 张华海. 由空间直角坐标计算大地坐标的简便公式全球定位系统 [J]. 2002, 27 (4): 9 - 12.

[11] Benov. D. M. The Manhattan Project, the first electronic computer and the Monte Carlo method [J]. Monte Carlo Methods and Applications, 2016, 22 (1): 73 - 79.

[12] 李大健, 齐敏. 无人机地面目标定位精度蒙特卡罗仿真分析 [J]. 计算机仿真, 2011, 28 (7): 75 - 78.

I. Analysis [Z]. 1994.

[7] McBride B J, Gordon S. Computer Program for Calculation of Complex Chemical Equilibrium Compositions and Applications II. Users Manual and Program Description [Z]. 1996.

[8] 李猛, 赵风起, 徐司雨, 等. 三种能量计算程序在推进剂配方设计中的比较 [J]. 火炸药学报, 2013 (3): 73 - 77.

[9] 黄聪会, 陈靖, 张黎, 等. 软件移植理论与技术研究 [J]. 计算机应用研究, 2012 (6): 2024 - 2027.

[10] 蒙小龙, 黄俊. CEA Web 程序及在线 API [EB/OL]. http://cea.scse.online.