

## 多速率 STFT 超宽带信号瞬时频率估计研究

杨宁<sup>1</sup>, 占日新<sup>1,2</sup>, 葛红娟<sup>2</sup>

(1. 中国直升机设计研究所, 江西 景德镇 333001; 2. 南京航空航天大学 自动化学院, 南京 210016)

**摘要:** 提出多速率短时傅里叶变换 (Multi Rate Short Time Fourier Transform, MR-STFT) 瞬时频率估计算法, 提高了超宽带信号瞬时频率估计精度; 该方法将多速率信号处理算法与短时傅里叶变换 (STFT) 技术相结合, 兼顾采样频率和被测频率, 将宽频范围进行分段采样, 对分段处理结果进行拟合, 构成多速率 STFT 算法, 实现超宽带信号瞬时频率的高精度测量; 通过对仿真信号和实测信号进行处理, 研究了方法的可行性和频率估计精度, 结果表明 MR-STFT 算法较大提高了超宽带信号瞬时频率估计精度, 尤其对低信噪比的超宽带信号效果显著。

**关键词:** 超宽带信号; 多速率; 短时傅里叶变换; 瞬时频率估计

## Research on Multi-rate STFT Algorithm in Instantaneous Frequency Estimation of Ultra Wide Band Signal

Yang Ning<sup>1</sup>, Zhan Rixin<sup>1,2</sup>, Ge Hongjuan<sup>2</sup>

(1. China Helicopter Research and Development Institute, Jingdezhen 333001, China;

2. College of Automotion Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

**Abstract:** An instantaneous frequency estimation algorithm based on multi rate short time fourier transform (MR-STFT) is proposed to improve the instantaneous frequency estimation precision of ultra wide band (UWB) signal. This method combines multi-rate signal processing algorithm with short time fourier transform (STFT), taking into account the sampling frequency and the measured frequency, the wide frequency range is segmented sampling and each segment result is fitted with each other, the MR-STFT realizes the high precision measurement of the instantaneous frequency estimation of the UWB signal. The feasibility and the instantaneous frequency estimation precision of MR-STFT are studied by processing the simulation signal and the measured signal. The results show that MR-STFT algorithm greatly improves the instantaneous frequency estimation accuracy of UWB signal, especially for the UWB signal with low signal to noise ratio.

**Keywords:** ultra wide band signal; multi-rate; STFT; instantaneous frequency estimation

## 0 引言

随着无线通信技术的发展, 人们对高速短距离无线通信的要求越来越高。超宽带 (UWB) 技术的出现, 实现了短距离内超带宽、高速的数据传输。其调制方式和多址技术的特点使得它具有其他无线通信技术所无法具有的很宽的带宽、高速的数据传输、功耗低、安全性能高等特点。超宽带信号的军用和民用价值越来越得到世界各国的广泛关注<sup>[1]</sup>。对于超宽带信号瞬时频率的估计就显得尤其重要<sup>[2]</sup>。美国联邦通信委员会 (FCC) 自 1998 年广泛征求社会各界意见和建议, 并最终于 2002 年最新规定只要一个信号的相对带宽大于 20% 或绝对带宽大于 500 MHz, 则这个信号就是超宽带信号, 定义为:

$$\frac{2(f_H - f_L)}{f_H + f_L} \geq 20\%$$

$$\text{或 } f_H - f_L \geq 500 \text{ MHz}$$

其中:  $f_H$  和  $f_L$  分别为信号的最高频率和最低频率<sup>[3-4]</sup>。

超宽带信号的频率变化范围很大, 高、低频段瞬时频率的估计对频率分辨率的要求不同, 所以采用固定窗宽的传统 STFT 在估计其瞬时频率时低频段估计精度较低<sup>[5-6]</sup>。文中提出的多速率 STFT 瞬时频率估计恰恰能满足超宽带信号不同频段对频率分辨率的不同要求, 此算法不仅可以大幅度提高超宽带信号瞬时频率估计时在低频段的估计精度, 而且抗噪声性能良好。

## 1 算法原理

## 1.1 多速率数字信号处理

信号处理的各种方法中, 采样率通常都是固定不变的, 即信号的采样序列是通过同一采样频率采集, 但在实际中, 经常会遇到频率转换的问题, 要求系统工作在不同的采样率状态下。比如, 所要处理的信号瞬时频率变大时, 则应当增加采样率来满足采样定律, 这样才能完整地记录信号的变化细节; 当要处理的信号瞬时频率变小时, 采样率也应相应变小, 减小采集过多的数据以免造成数据冗余, 从而提高系统的处理效率。近年来, 以采样率变换为基础的多速率数字信号处理越来越受到人们的关注。

抽取和插值是多速率数字信号处理中最基本的操作。当信号的采样序列过大, 减小冗余数据量的过程称为抽取; 当信号的采样序列过少, 增加数据量的过程称为插值。抽取相当于降

收稿日期: 2017-05-14; 修回日期: 2017-05-31。

**作者简介:** 杨宁 (1987-), 男, 河南驻马店人, 硕士研究生, 工程师, 主要从事计算机信号仿真测试方向的研究。

葛红娟 (1966-), 女, 江苏南京人, 教授, 博士生导师, 主要从事空电子工程、交通信息工程方向的研究。

低了采样率，而插值相当于增加了采样率<sup>[7]</sup>。

1.1.1 抽取

信号的  $M$  倍抽取就是把原始采样信号序列每隔  $M-1$  个点取一个点，形成新的采样序列的过程。 $M$  为大于 1 的整数，称为抽取因子。这样就使信号的采样率减小为原采样率的  $1/M$ 。

设输入信号为  $x(n)$ ，输出信号为  $y(n)$ ，则可以得到其时域关系为：

$$y(n) = x(Mn) \tag{1}$$

$$Y(e^{j\omega}) = X(e^{j\frac{\omega}{M}}) = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} X[e^{j(\omega-2\pi k)/M}] \tag{2}$$

式 (2) 表明抽取后序列  $y(n)$  的频谱为原序列  $x(n)$  的频谱经频移和  $M$  倍展宽后的  $M$  个频谱的叠加之和。实际应用中，要在抽取前加一个低通滤波器对  $X(e^{j\omega})$  进行滤波得到  $V(e^{j\omega})$ ，再进行  $M$  倍的抽取，这样能避免抽取产生的频谱混叠现象<sup>[8]</sup>。一个完整的  $M$  倍抽取器的结构如图 1 所示。抽取提高了信号的频域分辨率。

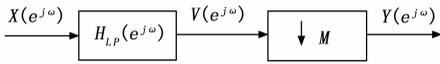


图 1 带有抗混叠滤波器的  $M$  倍抽取结构图

1.1.2 插值

信号的  $L$  倍插值是指在原始采样序列的相邻采样点之间插入  $L-1$  个零值点，然后再进行低通滤波，即可求得  $L$  倍的插值结果。设原始信号的采样序列为  $x(n)$ ，则插值后的序列为  $y_1(n)$ ：

$$y_1(n) = \begin{cases} x(n/L), n = 0, \pm L, \pm 2L, \dots (L \text{ 为整数}) \\ 0, \text{ 其它} \end{cases} \tag{3}$$

$$Y_1(e^{j\omega}) = X(e^{j\omega L}) \tag{4}$$

上式表明插值后序列  $y_1(n)$  的频谱由原序列  $x(n)$  的频谱经过  $L$  倍压缩得到。要对插值后的  $y_1(n)$  进行低通滤波得到  $y(n)$ ，从而避免因插值引起的频谱镜像现象<sup>[8]</sup>。完整的  $L$  倍插值结构如图 2 所示，插值可以提高信号的时间分辨率。

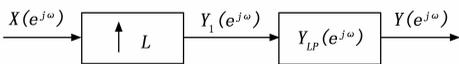


图 2 带有低通滤波器的  $L$  倍插值框图

1.1.3 非整数倍采样率转换

单独采用抽取和插值实现信号的采样率转换都是整数倍的，如果希望对指定的信号采样序列进行非整数倍的采样率转换，可以先对采样序列进行整数倍抽取，再做整数倍插值实现，或先对采样序列整数倍插值，再进行整数倍抽取实现。例如，若想对信号采样序列进行  $L/M$  的采样率转换，如图 3 所示，可先对信号进行  $L$  倍插值，再对信号进行  $M$  倍抽取。实际应用中，抽取和插值都会采样低通滤波器，既插值又抽取时，两个滤波器可缩减为一个，如图 3 所示，滤波器  $H(Z)$  既能去除插值后的镜像又能防止了抽取后的混叠，这种转换模式经常被人们使用。

1.2 短时傅立叶变换

STFT 是研究非平稳信号最广泛的使用方法之一，其概念

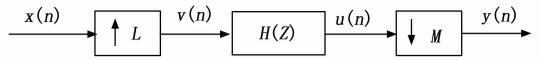


图 3 采样率的非整数倍转换框图

可描述为：把信号划分为很多小时间段，用傅立叶变换分析每个时间段，以确定在这个时间段内的频率，这些频谱的总体就表示了在整个时间上频谱的变化。

给定一个时间宽度很短的窗函数  $\gamma(t)$ ，让窗口在时间轴上移动，则连续时间信号  $x(t)$  的短时 STFT 为<sup>[9]</sup>：

$$STFT_x(t, f) = \int_{-\infty}^{\infty} [x(\tau)\gamma^*(\tau-t)]e^{-j2\pi f\tau} d\tau \tag{5}$$

由式 (5) 可知，由于窗函数的存在，使得短时傅立叶变换具有局域特性。信号乘以一个窗函数等价于取出信号在分析时间附近的一个切片，所以短时傅立叶变换  $STFT_x(t, f)$  可以理解为信号  $x(t)$  在时间点  $t$  附近的傅立叶变换，即“局部频谱”<sup>[10]</sup>。

显然，为了提高 STFT 的时间分辨率，表征信号的局部特征，需要选择尽可能窄的窗函数，但是窗口越窄，频谱就越宽，会降低局部频谱的分辨率；所以，为了提高 STFT 的频度分辨率，需要选择尽可能宽的窗函数。但根据不确定性原理，时间分辨率和频率分辨率不能同时提高，他们的乘积受到一定值的限制<sup>[11]</sup>。对于 STFT 来说，因为窗函数固定，整段信号的时间、频率分辨率都是固定的，不能满足以上分析的要求，这就引出了多速率 STFT 算法。

1.3 MR-STFT 算法

采用 STFT 算法对信号进行瞬时频率估计时，信号频域波形的频率分辨率对频率估计精度有直接影响。超宽带信号的带宽广，频率变化大，根据奈奎斯特采样定理的要求，信号的采样率  $f_s \geq 2f_H$ ， $f_H$  为信号的最大频率，所以超宽带信号的采样率会相对较高。而因信号带宽广，信号在低频段时，频率相对较低，若仍采用较高的采样率进行采样，会造成信息的大量冗余，可采用较低的采样率进行采样，采样率降低，时间分辨率会降低，根据不确定性原理，时间分辨率降低，频率分辨率就会升高，从而提高信号在低频段的瞬时频率估计精度，所以为了提高信号的频率分辨率，同时又为了满足采样定理的要求，超宽带信号在低频段时应采用较低的采样率进行采样，在高频段时更适合较高采样率。然而同一采样系统对同一信号进行采样时，不会出现高低频段采样率不同的情况。MR-STFT 算法结合了多速率数字处理技术和 STFT 技术，对已采样好的序列进行处理，低频段进行抽取，高频段进行插值，最大限度提高信号的频率分辨率，从而提高超宽带信号的瞬时频率估计精度。

以三段多速率 STFT 瞬时频率估计为例对 MR-STFT 算法进行详细描述，超宽带信号三段多速率分段方案如图 4 所示，瞬时频率估计流程如图 5 所示。先对信号进行瞬时频率粗估，确定信号的分段方案为三段，根据信号的采样率确定信号的抽取和插值倍数，对低频段进行  $M$  倍抽取，高频段进行  $L$  倍插值，中频段采用原采样序列。如图 5 所示，低频段信号因为瞬时频率相对较低，采用较高的采样率进行采样会造成信息大量冗余，所以对低频段采样序列  $M$  倍抽取，对抽取后的信

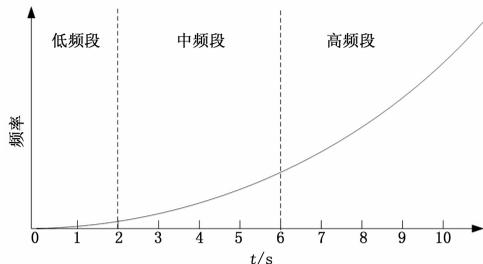


图 4 多速率采样分段示意图

号序列进行 STFT 瞬时频率估计。高频段信号因瞬时频率相对较高, 更适合较高的采样率, 所以对高频段的采样序列进行  $L$  倍插值, 这样才能更完整地展现高频段瞬时频率变化细节, 对插值后的序列进行 STFT 瞬时频率估计。中频段采样序列直接进行 STFT 频率估计。对解算的三段瞬时频率进行多项式拟合, 从而得出整段的瞬时频率。

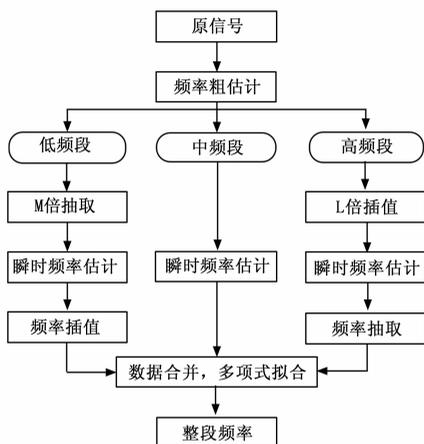


图 5 三段多速率瞬时频率估计方框图

算法应用时, 可先对信号进行瞬时频率粗估, 对粗估的瞬时频率进行分析, 从而确定原信号的最佳分段方案, 然后进行时频分析, 从而得出高精度的瞬时频率。

### 2 仿真实验

超宽带信号分为线性调频和非线性调频, 为了验证算法的可行性, 本文分别采用 MR-STFT 算法和 STFT 算法估计以下两种仿真超宽带信号的瞬时频率, 对仿真结果进行对比分析。

加噪超宽带线性调频信号 (LFM):  $x(t) = \exp(j2\pi \times 3.75 \times 10^7 \times t^2) + n(t)$ ,  $n(t)$  为噪声。

加噪超宽带非线性调频信号 (NLFM):

$x(t) = \exp(j2\pi \times (2.25 \times 10^7 \times t^2 + 10^9 \times t^3)) + n(t)$ ,  $n(t)$  为噪声。

取采样率为 10 MHz,  $n(t)$  分别取信噪比为 10 dB、5 dB、-4 dB 的噪声, 对两种超宽带信号的瞬时频率的估计精度分别如图 6、图 7 所示。

由图 6 和图 7 知, 无论是在处理线性或非线性调频超宽带信号时, MR-STFT 算法均表现出了明显的优势, 当信噪比为 10 dB 时, 可以看出在中高频段 (2-10 ms), 两算法解算

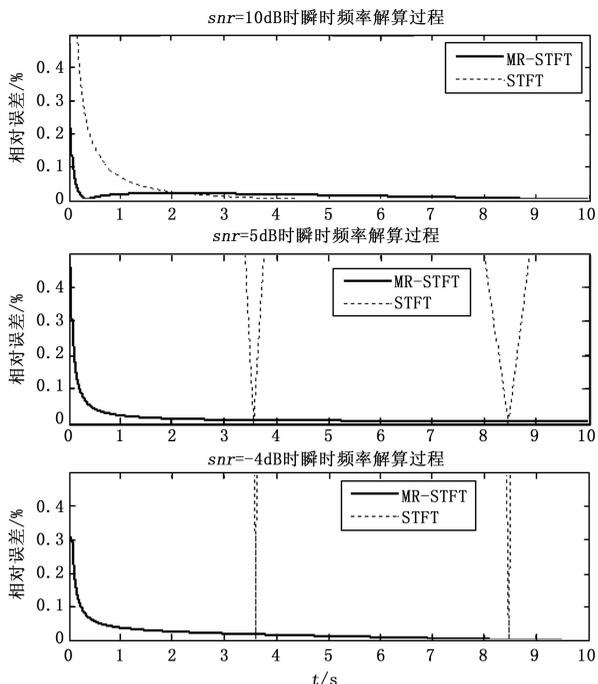


图 6 LFM 的解算精度对比

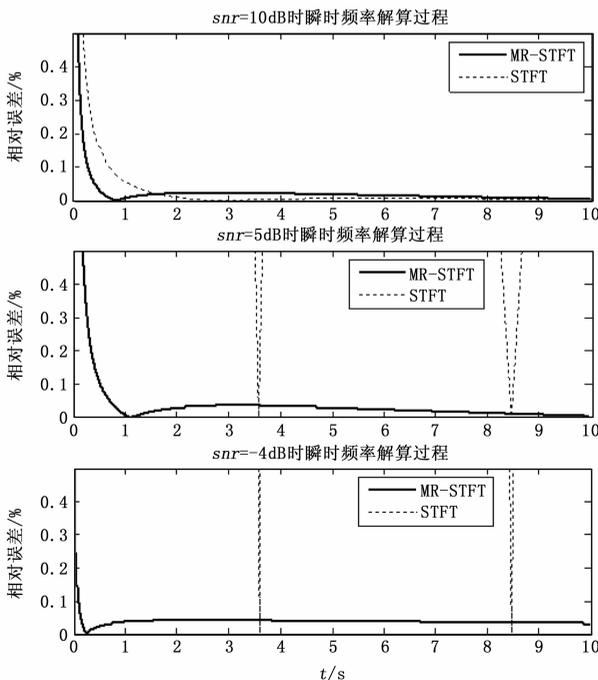


图 7 NLFM 的解算精度对比

的瞬时频率相对误差都较低, 两算法均表现出较高的解算精度, 但在低频段 (0-1 ms) 时, MR-STFT 的瞬时频率估计误差显著小于 STFT 的频率估计误差。当信噪比为 5 dB 或 -4 dB 时, STFT 算法解算瞬时频率的相对误差较大, 基本丧失解算能力, 而 MR-STFT 算法仍有较高的解算精度。所以, MR-STFT 算法与 STFT 算法相比, 在处理超宽带信号时, 能显著提高瞬时频率估计精度, 尤其对低信噪比的超宽带信号

效果显著。

### 3 算法的应用

通过以上的仿真实验验证了多速率 STFT 算法的可行性。下面通过解算实测超宽带信号频率来验证算法的实用性。

利用微波干涉仪采集到的弩箭回波信号波形如图 8 所示。选用合理的分段方案，用多速率 STFT 算法对其进行解算得到瞬时频率，因无法得知信号的真实瞬时频率，所以无法通过频率的相对误差检验算法的解算精度。但可由瞬时频率得出瞬时速率—时间波形<sup>[12]</sup>如图 9 所示，由速率—时间波形可得弩箭的运动距离，而模拟箭腔的实际长度已知，从而可得出算法解算的行程误差。

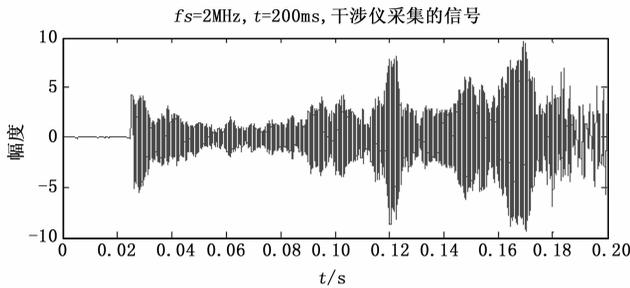


图 8 弩箭回波信号波形

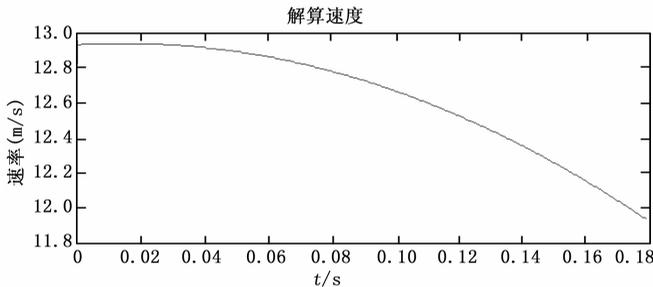


图 9 解算的瞬时速率波形

解算得到弩箭在模拟箭腔内的运动行程为 2 134.1 mm，模拟箭腔的实际长度为 2 132 mm，可以得出 MR—STFT 算法解算行程的相对误差为 0.10%；而 STFT 算法解算的运动行程为 2 141 mm，相对误差为 0.42%。

对一个信号进行解算处理会具有偶然性，说服力度不够，为了更充分地证明 MR—STFT 的解算能力，对一组（20 个）弩箭回波信号分别采用 MR—STFT 算法处理解算的行程相对误差与 STFT 算法解算行程相对误差对比，如图 10 所示。对相对误差的平均值和标准差进行分析对比如表 1 所示。

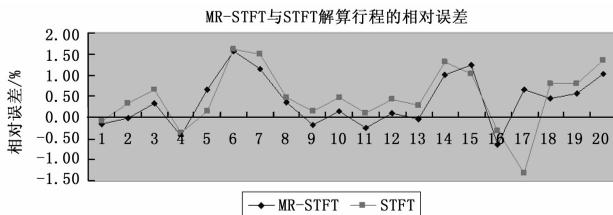


图 10 一组信号（20）行程解算相对误差对比

表 1 平均值和标准差对比

	STFT 解算	MR—STFT 解算
行程相对误差的平均值/%	0.46	0.37
行程相对误差的标准差/%	0.70	0.59

从图 10 可以看出两种算法的行程解算相对误差是有差别的，两种算法解算的相对误差都在横轴上下浮动，但 MR—STFT 的解算误差更接近于横轴，变化幅度更小。从表 1 可以看出多速率 STFT 算法解算的行程相对误差的平均值更小，也即多速率算法的解算精度相对较高；同时，多速率 STFT 算法解算的标准差更小，说明解算结果中相对误差的起伏更小，也即算法的解算能力更稳定。通过以上分析可知 MR—STFT 算法相比于 STFT 算法有很大的优越性。

### 4 结束语

本文提出了一种 MR—STFT 算法。通过对超宽带信号进行分段，对高频段插值、低频段抽取，最大限度地提高信号时频分析时的频率分辨率，从而提高瞬时频率的估计精度。由仿真实验可知，在处理超宽带信号时，与 STFT 算法相比，多速率 STFT 算法不仅能提高瞬时频率的估计精度；而且还具有更强的抗噪性能，在信噪比较低时，STFT 算法已无解算能力，MR—STFT 算法仍具有较高的解算精度。同时，该算法在处理实测数据时，比 STFT 算法的解算精度更高，而且解算能力更加稳定，表明其具有很强工程实用性。

#### 参考文献：

[1] 张先义, 苏卫民, 顾红. 随机噪声超宽带雷达信号性能分析 [J]. 兵工学报, 2007, 28 (5): 557-560.

[2] 柳斌, 肖剑, 郭亚龙, 等. 大口径火炮弹丸膛内参数测量方法研究 [J]. 弹箭与制导学报, 2010, 30 (1): 167-170.

[3] 赵陈亮. 典型超宽带信号的发射与接收技术 [D]. 南京: 南京理工大学, 2013.

[4] Taylor D. An Introduction to Ultra-Wideband Radar System [M]. CRC Press, 1995.

[5] 吕昊, 罗明. 一种基于 STFT 的欠采样测频技术 [J]. 船舶电子对抗, 2016 (3): 15-20.

[6] 李秀梅, 杨国青. 几种时频分析方法的性能比较 [J]. 计算机仿真, 2015 (3): 220-224, 252.

[7] 陶然, 张惠云, 王越. 多抽样率数字信号处理理论及其应 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2007.

[8] 王桂宝, 蒋小杰, 林吉平, 等. 多速率转换信号频谱研究 [J]. 电子科技, 2011, 24 (8): 73-74+134.

[9] 葛哲学, 陈仲生. Matlab 时频分析技术及其应 [M]. 北京: 人民邮电出版社, 2006.

[10] Li X M, Bi G A, Srdjan Stankovic, Abdelhak M. Zoubir. Local polynomial Fourier transform: A review on recent developments and applications [J]. Signal Processing, 2010 (6).

[11] Hou H L, Pang C S, Guo H L, et al. Study on high-speed and multi-target detection algorithm based on STFT and FRFT combination [J]. Light and Electron Optics, 2016 (2).

[12] 杨梦玲, 苏新彦, 王鉴, 等. 一种膛内多普勒测速修正方法 [J]. 计算机测量与控制, 2015, 23 (8): 2795-2797, 2823.